

الدرس الخامس الأسس النسبية و الجذور الصف الثامن المنهاج الجديد

م. محمد اسعد الخطيب

The relationship between radicals and exponents:

العلاقة بين الاعداد الجذرية و الاعداد الاسية

الجذور : $\sqrt[n]{a}$

- إشارة الجذر هي $\sqrt{\quad}$
- العدد تحت الجذر a هو المجذور (قد يكون رقم نسبي او غير نسبي)
- العدد فوق الجذر (درجة الجذر - دليل الجذر) n يحدد نوع ودرجة الجذر (رقم صحيح موجب فردي او زوجي)

العدد الاسي : عدد مرفوع لقوة a^n

- العدد a يسمى الأساس
- العدد n يسمى القوة (الاس)
- تعني : ان العدد مضروب بنفسه عدد n من المرات $3^2 = 3 \times 3 = 9$

التعبير الاسي هو a^n

قاعدة تحويل الجذر للصورة الاسية و العكس (تحويل الصور الاسية للصورة الجذرية)

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

القوة او الاس power

دليل الجذر index

$$3^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{(3)^1}$$

صيغة أخرى

$$\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

نستطيع رفع القوة التي فوق العدد المجذور فوق الجذر كله

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

اكتب الصورة الاسية بصورة جذرية

a. $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{3^1} = \sqrt{3}$

b. $7^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{7^3}$ or $(\sqrt[4]{7})^3$

c. $x^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{x^3}}$ or $\frac{1}{(\sqrt{x})^3}$

d. $(a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a^2 + b^2}$

اكتب الصورة الجذرية بالصورة الاسية

تذكر أن أساس (جذر) الجذر سيصبح مقام الأس الكسري، والقوة ستصبح البسط. أنشئ المقام أولاً ثم البسط. أو أنشئ البسط أولاً ثم المقام.

$$a. \sqrt{6} = \sqrt[2]{6} = 6^{\frac{1}{2}}$$

$$b. \sqrt{(5ab)^3} = \sqrt[2]{(5ab)^3} = (5ab)^{\frac{3}{2}}$$

$$c. (4x)\sqrt[3]{x^2} = (4x)(x^{\frac{2}{3}}) = 4 \cdot x^1 \cdot x^{\frac{2}{3}} = 4 \cdot x^{1+\frac{2}{3}} = 4x^{\frac{5}{3}}$$

$$d. \left(\sqrt{3x^2 + 4b^2}\right)^2 = \left(\sqrt[2]{3x^2 + 4b^2}\right)^2 = (3x^2 + 4b^2)^{\frac{2}{2}} = 3x^2 + 4b^2$$

احظ في المثال الأخير أن رفع الجذر التربيعي إلى قوة 2 يُزيل الجذر التربيعي. التربيع والجذر التربيعي عمليتان عكسيتان، إحداهما تلغي الأخرى.

مهم مراجعة لقواعد الجذور

القاعدة	الرمز	الشرح
قاعدة القوة تلغي الجذر	$\left(\sqrt[n]{x}\right)^n = x$	أي رقم مرفوع لقوة تساوي دليل الجذر فان الجواب هو قيمة المجذور
قاعدة ضلاب الجذور	$\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$	عند الضرب، والجذور، n، هي نفسها، احتفظ بالجذر، واضرب في الداخل.
قاعدة قسمة الجذور	$\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}; y \neq 0$	عند القسمة، والجذور هي نفسها، احتفظ بالمؤشر وقم بتقسيم القيم الموجودة بداخله.
جذري إلى قوة	$\left(\sqrt[n]{x}\right)^m = \sqrt[n]{x^m}$	عند رفع الجذر إلى قوة، احتفظ بدرجة الجذر، وارفع الجزء الداخلي إلى القوة.
جذر الجذر	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt{mn}{x}$	عند أخذ جذر الجذر، اضرب درجات الجذر، واحتفظ بالجذور.

أتحقق من فهمي: ✓

5 $c^{\frac{1}{8}}$

6 $\sqrt[9]{x}$

7 $25^{\frac{1}{10}}$

8 $\sqrt[3]{-12}$

أكتب الصورة الأسية في صورة جذرية والصورة الجذرية في صورة أسية في كل مما يأتي:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

5 $c^{\frac{1}{8}}$	$\sqrt[8]{c}$
6 $\sqrt[9]{x}$	$x^{\frac{1}{9}}$
7 $25^{\frac{1}{10}}$	$\sqrt[10]{25}$
8 $\sqrt[3]{-12}$	$(-12)^{\frac{1}{3}}$

أجد قيمة كل مما يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:

أتحقق من فهمي: ✓

4 $225^{\frac{1}{2}}$

5 $(-243)^{\frac{1}{5}}$

6 $128^{\frac{1}{7}}$

حول الى صيغة الجذر ثم بسط السؤال

4) $225^{\frac{1}{2}} = \sqrt{(225)^1} = 15$

عدد اضربه بنفسه ينتج 225

5) $-(243)^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{(-243)^1} = -3$

عدد اضربه بنفسه 5 مرات ينتج -243

6) $128^{\frac{1}{7}} = \sqrt[7]{(128)^1} = 2$

عدد اضربه بنفسه 7 مرات ينتج 128

أكتبُ الصورةَ الأسيَّةَ في صورةٍ جذريةٍ والصورةَ الجذريةَ في صورةٍ أُسيَّةٍ في كلِّ ممَّا يأتي:

أتحقَّقُ من فهمي:

5 $d^{\frac{5}{2}}$

6 $\sqrt[4]{b^7}$

7 $18^{\frac{9}{5}}$

8 $\sqrt[3]{(-16)^8}$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

5 $d^{\frac{5}{2}}$	$\sqrt{d^5}$
6 $\sqrt[4]{b^7}$	$b^{\frac{7}{4}}$
7 $18^{\frac{9}{5}}$	$\sqrt[5]{18^9}$ $= \sqrt[5]{18^5} \times \sqrt[5]{18^4} = 18 \sqrt[5]{18^4}$ استخدم قوانين ضرب الأسس $18^9 = 18^5 \times 18^4$ أي جذر يكون فيه درجة الجذر = الأس يكون الجواب ما تحت الجذر $\sqrt[5]{18^5} = 18$
8 $\sqrt[3]{(-16)^8}$	$(-16)^{\frac{8}{3}}$

أتحقَّقُ من فهمي:

3 $(32)^{\frac{3}{5}}$

4 $(-\frac{27}{64})^{\frac{2}{3}}$

أجدُ قيمةَ كلِّ ممَّا يأتي مِنْ دون استعمالِ الآلةِ الحاسبةِ:

3) $(32)^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{32^3} = \sqrt[5]{(2^5)^3} = (\sqrt[5]{2^5})^3 = 2^3 = 8$ العدد 2 مرفوع للقوة 5 تلغي الجذر الخامس

4) $(-\frac{27}{64})^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{(\frac{-27}{64})^2}) = \frac{\sqrt[3]{-27^2}}{\sqrt[3]{64^2}} = \frac{\sqrt[3]{(-3^3)^2}}{(\sqrt[3]{4^3})^2} = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$ القوة تلغي الجذر

✓ **أتحقق من فهمي:**



تكنولوجيا: تصنع شركة شرائح ذاكرة صغيرة لوحدات تخزين البيانات المتنقلة (USB).
إذا استعملت الصيغة $c = 84(n)^{\frac{2}{3}} + 910$ لحساب التكلفة c بالدينار لإنتاج n شريحة،
فأجد تكلفة إنتاج 125 شريحة ذاكرة.

$$C = 84 (n)^{\frac{2}{3}} + 910$$

$$C = 84 (125)^{\frac{2}{3}} + 910$$

$$C = 84 \sqrt[3]{125^2} + 910$$

$$C = 84 (\sqrt[3]{5^3})^2 + 910$$

$$C = 84 (5^2) + 910$$

$$C = 84 \times 25 + 910 = 3010 \text{ دينار}$$



أُتدربُ وأحلُّ المسائلُ

أكتبُ الصورةَ الأُسِّيَّةَ في صورةٍ جذريةٍ والصورةَ الجذريةَ في صورةٍ أُسِّيَّةٍ في كلِّ ممَّا يأتي:

- 1 $p^{\frac{1}{6}}$ 2 $\sqrt[8]{u}$ 3 $9^{\frac{1}{4}}$ 4 $\sqrt[5]{-8}$
 5 $w^{\frac{8}{3}}$ 6 $\sqrt[6]{v^5}$ 7 $16^{\frac{3}{4}}$ 8 $\sqrt[5]{(-35)^9}$

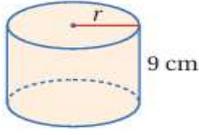
1 $p^{\frac{1}{6}}$	$\sqrt[6]{p}$
2 $\sqrt[8]{u}$	$u^{\frac{1}{8}}$
3 $9^{\frac{1}{4}}$	$\sqrt[4]{9}$
4 $\sqrt[5]{-8}$	$(-8)^{\frac{1}{5}}$
5 $w^{\frac{8}{3}}$	$\sqrt[3]{w^8}$
6 $\sqrt[6]{v^5}$	$v^{\frac{5}{6}}$
7 $16^{\frac{3}{4}}$	$\sqrt[4]{16^3} = (\sqrt[4]{2^4})^3$ للفائدة $= 2^3 = 8$
8 $\sqrt[5]{(-35)^9}$	$(-35)^{\frac{9}{5}}$

أجدُ قيمةَ كلِّ ممَّا يأتي مِنْ دُونِ استعمالِ الآلةِ الحاسبةِ:

- 9 $32^{\frac{1}{5}}$ 10 $256^{\frac{1}{4}}$ 11 $(-125)^{\frac{1}{3}}$ 12 $4096^{\frac{1}{6}}$
 13 $(16)^{\frac{3}{4}}$ 14 $(-\frac{1}{32})^{\frac{2}{5}}$ 15 $(\frac{9}{4})^{\frac{5}{2}}$ 16 $(-\frac{27}{8})^{\frac{5}{3}}$



9	$32^{\frac{1}{5}}$	$=\sqrt[5]{32}$	$\sqrt[5]{2^5}$	2
10	$256^{\frac{1}{4}}$	$=\sqrt[4]{256}$	$\sqrt[4]{4^4}$	4
11	$(-125)^{\frac{1}{3}}$	$=\sqrt[3]{-125}$	$\sqrt[3]{-5^3}$	-5
12	$4096^{\frac{1}{6}}$	$=\sqrt[6]{4096}$	$\sqrt[6]{4^6}$	4
13	$(16)^{\frac{3}{4}}$	$=\sqrt[4]{16^3}$	$(\sqrt[4]{2^4})^3 = 2^3$	8
14	$(-\frac{1}{32})^{\frac{2}{5}}$	$=\sqrt[5]{(\frac{-1}{32})^2}$	$\sqrt[5]{(\frac{-1}{2})^5} = (\frac{-1}{2})^2$	$\frac{1}{4}$
15	$(\frac{9}{4})^{\frac{5}{2}}$	$=\sqrt[2]{(\frac{9}{4})^5}$	$\sqrt[2]{(\frac{3}{2})^2} = (\frac{3}{2})^5$	$\frac{243}{32}$
16	$(-\frac{27}{8})^{\frac{5}{3}}$	$=\sqrt[3]{(\frac{-27}{8})^5}$	$\sqrt[3]{(\frac{-3}{2})^3} = (\frac{-3}{2})^5$	$\frac{-243}{32}$



هندسة: أجد طول نصف قطر قاعدة الأسطوانة المجاورة إذا كان حجمها يساوي $1332 \pi \text{ cm}^3$

17

أذكر

يُستعمل القانون
 $V = \pi r^2 h$ لحساب
 حجم الأسطوانة، حيث h
 ارتفاع الأسطوانة، و r طول
 نصف قطرها.

$$H = 9 \text{ cm}$$

$$V = \pi r^2 h$$

$$1332 \pi \text{ cm}^3 = \pi r^2 h$$

$$1332 \pi = \pi r^2 9$$

$$1332 = r^2 9$$

$$r^2 = \frac{1332}{9} = 148$$

$$r = \sqrt{148} = 12.2 \text{ cm}$$

انتبه الحجم المعطى في
 السؤال يتضمن π

18

يمكن تقدير معدل الطاقة التي تستهلكها المخلوقات الحية اعتمادًا على كتلة الجسم باستخدام المعادلة $R = 73.3 \sqrt[4]{M^3}$ التي تمثل العلاقة بين معدل الطاقة المستهلكة يوميًا R بوحدة السرعات الحرارية وكتلة الجسم M بالكيلوغرامات. أجد معدل الطاقة التي يستهلكها يوميًا خروف كتلته 16 kg

$$R = 73.3 \sqrt[4]{M^3} = 73.3 \sqrt[4]{16^3} = 73.3 \sqrt[4]{(2^4)^3} = 73.3 \times 2^3 = 586.4 \text{ سرعة}$$

19



تُصنَع المسامير القياسية التي يتوافق طولها مع طول نصف قطرها لتتحمل الطرق وفق المعادلة $l = 54d^{\frac{3}{2}}$ التي تربط بين طول مسامير قياسي l بالإنشات وطول نصف قطره d بالإنشات أيضًا. أجد طول مسامير قياسي طول نصف قطره 0.09 in

$$L = 54d^{\frac{3}{2}} =$$

$$L = 54 (0.09)^{\frac{3}{2}} =$$

$$L = 54 \left(\frac{9}{100}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$L = 54 \left(\sqrt{\left(\frac{3}{10}\right)^2}\right)^3 = 54 \left(\frac{3}{10}\right)^2 = 1.45 \text{ in}$$

$$\begin{aligned} H &= 0.4 x^{\frac{1}{3}} = 0.4 (343)^{\frac{1}{3}} \\ &= 0.4 \sqrt[3]{343} = 0.4 \sqrt[3]{7^3} = 0.4 \times 7 = 2.8 \end{aligned}$$



أستكشف

تمثل المعادلة $h = 0.4x^{\frac{1}{3}}$ العلاقة بين ارتفاع الزرافة (h) بالأمتار وكتلتها x بالكيلوغرامات. أجد ارتفاع زرافة كتلتها 343 kg

مهارات التفكير العليا

21 أكتشف الخطأ: أبين الخطأ في الحل الآتي، وأصححه.

$$\begin{aligned} \times \quad 27^{\frac{2}{3}} &= (27^{\frac{1}{3}})^2 \\ &= 9^2 \\ &= 81 \end{aligned}$$

$$27^{\frac{2}{3}} = (3^3)^{\frac{2}{3}} = 3^2 = 9$$

$$= \sqrt[3]{3^3 \cdot 3^2} = 3^2 = 9$$

22 تبرير: أجد قيمة $\sqrt{4^3} - \sqrt{4}$ بأبسط صورة، مبررًا إجابتي.

$$\sqrt{4^3} - \sqrt{4} = 4\sqrt{4} - \sqrt{4} = 3\sqrt{4}$$

23 مسألة مفتوحة: أجد عبارتين مختلفتين على صورة $x^{\frac{1}{n}}$ بحيث تكون أبسط صورة لهما $2x^3$

الفكرة استخدام الجذور و العكسي لها و هي الأسس للوصول الى الجواب

$$\frac{1}{n} = 3, \quad \text{خذ مثلا}$$

$$\frac{6}{2} = 6 \times \frac{1}{2}, \quad (4x^6)^{\frac{1}{2}} = 2x^3$$

$$\frac{9}{3} = 9 \times \frac{1}{3}, \quad (8x^9)^{\frac{1}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} \cdot (x^9)^{\frac{1}{3}} = 2x^3$$

