

# الحسام في الرياضيات

## تأسيس رياضيات

ج 1

توجيهي أدبي



إعداد / أ. حسام الكوفحي

**قاعدة التجميع الجبرية**

- ① عدد موجب + عدد موجب = عدد موجب
- ② عدد سالب + عدد سالب = عدد سالب
- ③ عدد موجب + عدد سالب
- ④ عدد سالب + عدد موجب

**تذكر:** في الحالتين 3 , 4 نجد الفرق بين العددين ونضع إشارة الأكبر للنتائج

**سؤال:** جد ناتج ما يلي :

- $15 + ^{-}12 =$
- $15 - 12 =$
- $-15 + 12 =$
- $-15 - ^{-}12 =$
- $-15 - ^{-}12 =$
- $-15 + ^{-}(-12 + 8)^2 =$

**قاعدة الضرب الجبرية**

- ① عدد موجب × عدد موجب = عدد موجب
- ② عدد سالب × عدد سالب = عدد موجب
- ③ عدد موجب × عدد سالب = عدد سالب
- ④ عدد سالب × عدد موجب = عدد سالب

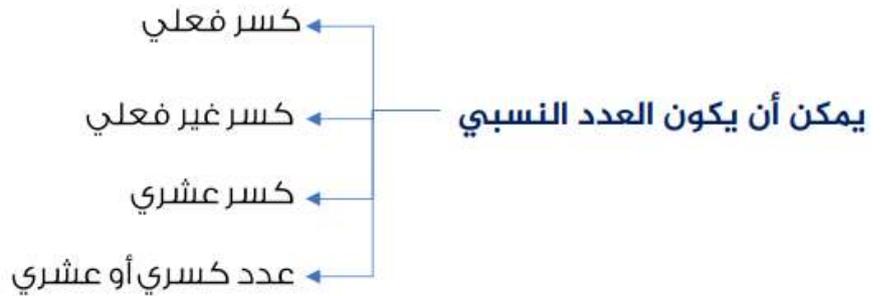
**سؤال:** جد ناتج ما يلي :

- $(-10)(-6) =$
- $-10 * (-6 + 2) =$
- $(-10)(-6) + 5 =$
- $\sqrt{64 * 4} =$
- $\sqrt{64 + 4} =$
- $\sqrt[4]{16} =$
- $\sqrt{10} * \sqrt{10} =$
- $16^{3/4}$

- $\frac{0}{15} =$
- $\frac{19}{0} =$
- $2^{-3} =$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} =$
- $X^0 =$
- $1 - 30\%$
- $2 - 0.05$

## الأعداد النسبية

**العدد النسبي** : عدد يمكن التعبير عنه كنسبة بين عددين صحيحين (a) و (b) مكتوب على صورة كسر بسط ومقام  $(\frac{a}{b})$ ، حيث  $b \neq 0$ .



أجد ناتج كل مما يأتي بأبسط صورة :

11  $-4\frac{3}{5} - (-2\frac{1}{3})$  \_\_\_\_\_

12  $4\frac{2}{5} - (-5\frac{1}{4})$  \_\_\_\_\_

13  $1\frac{1}{8} + 2\frac{3}{4} - \frac{5}{8}$  \_\_\_\_\_

14  $2\frac{1}{4} - \frac{1}{12} + \frac{5}{6}$  \_\_\_\_\_

أجد ناتج الضرب بأبسط صورة :

1  $\frac{3}{4} \times \frac{2}{10}$

2  $\frac{1}{3} \times \frac{3}{7}$

3  $\frac{-2}{5} \times \frac{4}{9}$

4  $\frac{3}{9} \times \frac{-4}{10}$

5  $(\frac{-2}{6}) \times (\frac{-7}{12})$

6  $(\frac{-6}{8}) \times (\frac{-4}{10})$

7  $2\frac{1}{3} \times 3\frac{2}{5}$

8  $5\frac{1}{2} \times 6\frac{3}{7}$

9  $6 \times 4\frac{2}{10}$

10  $7\frac{1}{3} \times 6$

11  $(-2\frac{1}{2}) \times (-6\frac{1}{2})$

12  $(-1\frac{2}{3}) \times (3\frac{1}{3})$

أبسط كلا مما يأتي :

1  $(9b + 2b^2 - 4) + (5b^2 - 6b)$  \_\_\_\_\_

2  $(2n^2 + 8n) - (6n - 3n^2 - 1)$  \_\_\_\_\_

3  $(3x^3 - 6y + 4) - (2y + 8x^3)$  \_\_\_\_\_

4  $(2c^3 + 5d) + (3d - 5c^3 + 9)$  \_\_\_\_\_

أجد ناتج الضرب ثم أجد القيمة العددية لكل مقدار مما يأتي عند القيم المعطاة :

5  $(x^2 + 4)(2y - x)$ ,  $x = 1, y = 3$  \_\_\_\_\_

6  $(y^2 - 4)(x + 2y)$ ,  $x = 5, y = -1$  \_\_\_\_\_

7  $(3x + 2y)^2$ ,  $x = 1, y = -3$  \_\_\_\_\_

8  $(2x - y)^2$ ,  $x = -3, y = 2$  \_\_\_\_\_

أحل كلا من المعادلات التالية وأنتحق من صحة الحل :

1  $\frac{2}{5}(x - 1) = 15$

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

2  $7(1 + 3m) = 49$

$m = \underline{\hspace{2cm}}$

3  $5(3w - 4) = 40$

$w = \underline{\hspace{2cm}}$

4  $5(2k + 7) = 13k + 2$

$k = \underline{\hspace{2cm}}$

5  $3(4v - 3v) = -6(v + 10)$

$v = \underline{\hspace{2cm}}$

6  $14(b - 3) + 12 = 8(2b - 1)$

$b = \underline{\hspace{2cm}}$

## التحليل

التحليل : هو تبسيط المقادير إلى عواملها الأولية

1)  $6 = 2 * 3$

2)  $12 = 4 * 3 = 2 * 2 * 3$

3)  $X^2 = X * X$

4)  $A^2 = A * A$

### طرق التحليل :

#### • العامل المشترك :

مثال : حل كل من المقادير التالية :

1)  $X^2 - 5X =$

2)  $2X - 6$

3)  $2X^2 - 8$

4)  $3X^3 - 12X$

5)  $2X^3 - 54$

6)  $2X^4 - 32$

7)  $X^3 + 4X^2 + 3X$

8)  $X^2 + 8X + X$

9)  $X^3 - 2X^2 - 15X$

#### • فرق + مجموع (مربعين)

EX :  $X^2 - 9$

Sol :  $(X - 3)(X + 3)$

$$X^2 - Y^2 = (X - Y)(X + Y)$$

$$X^2 + Y^2 = \text{لا تحلل}$$

تدريب : حل كل من المقادير التالية إن أمكن ذلك :

1)  $X^2 - 1 =$

2)  $25 - X^2 =$

3)  $16X^2 - 81 =$

4)  $(X + 1)^2 - 9 =$

5)  $(3X + 1)^2 - 25 =$

6)  $(2X + 1)^2 - 36 =$

7)  $4 - (X + 1)^2 =$

8)  $(3X + 1)^2 - (X + 2)^2 =$

9)  $X^2 + 1 =$

10)  $9X^2 + 16 =$

11)  $(X + 1)^2 + 25 =$

12)  $X - 4 =$

13)  $-X^2 + 1 =$

14)  $-X^2 - 16 =$

15)  $10 - X^2 + 6$

## • فرق + مجموع (مكعبين)

EX :  $X^3 - 27$

Sol. :  $X^3 - 3^3$

$$=(X - 3)(X^2 + 3X + 9)$$

$$X^3 - Y^3 = (X - Y)(X^2 + XY + Y^2)$$

$$X^3 + Y^3 = (X + Y)(X^2 - XY + Y^2)$$

تدريب : حل كل من المقادير التالية :

2)  $X^3 - 8 =$

2)  $27 - X^3 =$

3)  $X^3 + 1 =$

4)  $X^3 - 125 =$

5)  $8X^3 - 27 =$

6)  $125X^3 + 1 =$

7)  $1/8 + X^3 =$

8)  $27X^3 - 8 =$

9)  $(X+1)^3 - 8 =$

10)  $(2X + 1)^3 + 27 =$

11)  $(3X + 2)^3 - 125 =$

12)  $(2X + 1)^3 - (X + 2)^3 =$

13)  $-X^3 - 27 =$

14)  $-X^3 + 8 =$

15)  $4 + X^3 + 60$

## • فك الأقواس

1)  $(X - Y)^2 = X^2 - 2XY + Y^2$

2)  $(X + Y)^2 = X^2 + 2XY + Y^2$

3)  $(X - Y)^3 = X^3 - 3X^2Y + 3XY^2 - Y^3$

4)  $(X + Y)^3 = X^3 + 3X^2Y + 3XY^2 + Y^3$

تدريب : فك الأقواس التالية :

1)  $(X + 3)^2 =$

2)  $(X - 2)^2 =$

3)  $(2X + 1)^2 =$

4)  $(5X - 2)^2 =$

5)  $(X + 2)^3 =$

6)  $(2X + 1)^3 =$

• **العبارة التربيعية :**الصورة العامة لها :  $(aX^2 + bX + c)$ 

✓ يمكن استخدام القانون العام لحل المعادلات التربيعية وإيجاد اصفار الاقتران

أختبرُ معلوماتي	مراجعة
<p>أحدّد عددَ حلولِ كلِّ من المعادلاتِ الآتية:</p> <p>1) <math>x^2 + 6x - 7 = 0</math></p> <p>2) <math>x^2 - 4x + 4 = 0</math></p> <p>3) <math>x^2 - 2x + 7 = 0</math></p> <p>أحلُّ المعادلاتِ الآتية:</p> <p>4) <math>x^2 + x - 6 = 0</math></p> <p>5) <math>x^2 + 4x - 1 = 0</math></p> <p>6) <math>x^2 + 2x - 5 = 0</math></p>	<p>أحلُّ المعادلةَ التربيعيةَ: <math>x^2 + 4x - 12 = 0</math></p> <p>لحلِّ المعادلةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ، أجدُ قيمَ المعاملاتِ:</p> <p><math>a = 1, b = 4, c = -12</math></p> <p>القانونُ العامُّ</p> $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ <p>بالتعويضِ والتبسيطِ</p> $= \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{2}$ $x = \frac{-4 - 8}{2}, x = \frac{-4 + 8}{2}$ <p>إذن، حلَّا المعادلةِ هما: <math>x = -6, x = 2</math></p>

ويمكن بالتجريب من خلال إيجاد عددين حاصل ضربها  $c$  وجمعهم  $b$ .(إذا كان معامل  $c$  موجب فإن إشارة العددين متشابهة وإذا كان سالب فإن إشارة العددين مختلفة).

مثال : حل كل من التالية :

عندما  $a=1$ 

1)  $X^2 - 5X + 6 =$

2)  $X^2 + 4X + 4$

3)  $X^2 - X - 6$

4)  $X^2 - 3X - 4$

5)  $X^2 + 12X + 20$

6)  $X^2 + 6X + 8$

7)  $X^2 + 9X + 18$

8)  $X^2 + 8X + 16$

9)  $X^2 - 2X - 15$

عندما  $a \neq 1$ 

1)  $2X^2 - 3X - 5 =$

2)  $3X^2 + 5X + 2$

3)  $3X^2 + X - 14$

4)  $2X^2 - 5X - 3$

5)  $5X^2 - X - 6$

6)  $2X^2 - X - 3$

## تبسيط المقادير الجبرية.

أكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

1  $-3(2x - 2y - 4)$

2  $(4a + b) + 2(a - 3b)$

3  $5x^2(2x - 5)$

4  $(x - 3)^2 + 11x$

## التعبير عن متغيرٍ بدلالة الآخر.

أجد قيمة  $x$  بدلالة  $y$  في كل مما يأتي:

1  $y = 4x - 7$

2  $y = 3 - 5x$

3  $y = x^2 - 5$

4  $y = \frac{1}{2x - 1}$



## حل المعادلات الخطية.

أحل كلاً من المعادلات الخطية الآتية:

1  $5x + 5 = 4 - 7x$

2  $2(1 - 2x) = 8x - 3$

3  $3(4x - 2) = 8(x + 6)$



## إيجاد ناتج ضرب المقادير الجبرية.

أكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

1  $8x(3x - 2)$

2  $(x - 6)(x + 4)$

3  $(x - 7)(x + 7)$

أحل كلا من أنظمة المعادلات التالية باستخدام الحذف أو التعويض؟

1 
$$\begin{aligned} 5x + 2y &= 4 \\ 4x - y &= 11 \end{aligned}$$

2 
$$\begin{aligned} 3x + 5y &= 15 \\ x + 3y &= 7 \end{aligned}$$

✓ أجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة :

1  $16^{\frac{1}{4}}$

2  $36^{\frac{3}{2}}$

3  $32^{-\frac{3}{5}}$

4  $(81)^{\frac{1}{4}}$

5  $(-27)^{\frac{2}{3}}$

6  $(-64)^{\frac{2}{3}}$

7  $1^{-\frac{4}{9}}$

8  $25^{-\frac{3}{2}}$

✓ أحل كلا من المعادلات الآتية :

1  $64 = (16)^{5x+7}$

2  $49 = (343)^{7x+1}$

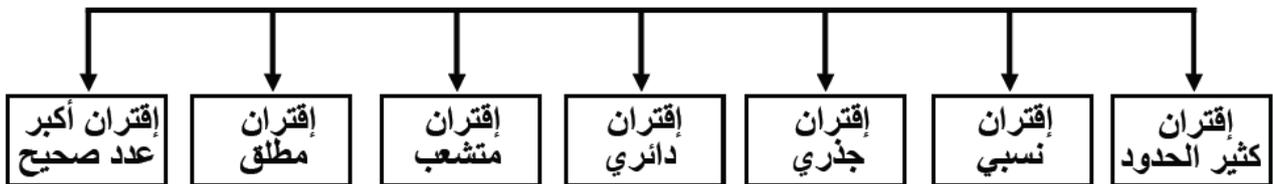
3  $16^{2x+3} = 4^{x+1}$

## الاقتانات

الاقتان : هي علامة يرتبط فيها كل عنصر في المجال بصورة واحدة فقط في المدى



هنالك 7 أنواع من الاقتانات :



## الفترات :

**الفتره المحدوده :** (الفتره المفتوحه , الفتره نصف المفتوحه , الفتره نصف المغلقه , الفتره المغلقه)

الفتره المفتوحه : أطرافها خارج المجال (الفتره)

(a , b) تدل على جميع الأعداد المحصورة بين a و b

حيث أن : a ← خارج الفتره وهو بدايتها (الأصغر)

b ← خارج الفتره وهو نهايتها (الأكبر)

سؤال : مثل باقي الفترات الممكنة ؟

مثال : لنفترض لدينا مجموعة تحتوي على الأعداد من 2 إلى 3 ماهي حالات الفترات الممكنة :



$$2 < X < 3$$

$$(2, 3)$$

فترة المفتوحة



$$2 < X \leq 3$$

$$(2, 3]$$

الفترة نصف مفتوحة



$$2 \leq X < 3$$

$$[2, 3)$$

الفترة نصف مغلقة



$$2 \leq X \leq 3$$

$$[2, 3]$$

الفترة المغلقة

الفترات الغير محدودة :

تدريب : اعط مثال على الفترات الغير محدودة ؟

سوف نتعرف على هذه الاقترانات بشكل سريع ثم نفصل خصائصهم داخل المادة :

➤ اقتران كثير الحدود :

$$F(X) = aX^n + bX^{n-1} + cX^{n-2} + \dots + d$$

شروط : (1) القوة : أعداد طبيعية (2) المعاملات : أي عدد حقيقي (3) مجاله : جميع الأعداد الحقيقية

تدريب : أي من التالية إقتران كثير حدود

$$1) f(X) = 5X^3 + 3X^2 + 2X + 1 \quad ( \quad ) \quad 2) f(X) = 5X^2 + 3 \quad ( \quad )$$

$$3) f(X) = \sqrt{3X^2 + 2X + 1} \quad ( \quad ) \quad 4) f(X) = |3X^2 + 2X + 5| \quad ( \quad )$$

$$5) f(X) = [2X + 1] \quad ( \quad ) \quad 6) f(X) = 2X^{-3} + 5X^2 + 1 \quad ( \quad )$$

$$7) f(X) = 2X^{1/2} + X^2 + 1 \quad ( \quad ) \quad 7) f(X) = 5 \quad ( \quad )$$

**أنواع كثير الحدود :**

(1) الاقتران الثابت :  $f(X) = A$

(2) الاقتران الخطي :  $f(X) = AX + B$

(3) الاقتران التربيعي :  $f(X) = aX^2 + bX + c$

(4) الاقتران التكعيبي :  $f(X) = aX^3 + bX^2 + cX + d$

**الاقتران النسبي :**

التعريف  $F(X) = \frac{L(X)}{H(X)}$  مجاله :  $R - \{ \}$

مثال : جد مجال الاقترانات التالية :

2)  $f(X) = \frac{X+3}{X^2-2X}$

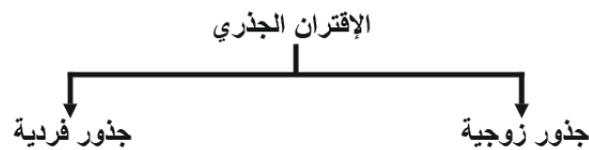
2)  $f(X) = \frac{X+2}{(2X+1)^2-9}$

3)  $f(X) = \frac{X}{X^3-3X^2+2X}$

4)  $(5X - 2)^2 =$

5)  $(X + 2)^3 =$

6)  $(2X + 1)^3 =$

**الاقتران الجذري :**

1- الجذر الزوجي :  $f(X) = (\sqrt{\quad} \sqrt[4]{\quad})$  مجاله : جميع قيم  $X$  التي تجعل تحت الجذر  $0 \leq$

مثال : جد مجال الاقترانات التالية :

1)  $f(X) = \sqrt{X+2}$

2)  $f(X) = \sqrt{10-2X}$

3)  $f(X) = \sqrt{X^2+9}$

4)  $f(X) = \sqrt{20X-2X}$

2- الجذر الفردي :  $f(X) = (\sqrt[3]{\quad} \sqrt[5]{\quad})$  مجاله : جميع الأعداد الحقيقية

جد قيمة كل اقتران مما يأتي عند قيمة  $x$  المعطاة وبين فيما اذا كان الاقتران اسي أم لا:

1.  $f(x) = 4^x, x = 3$

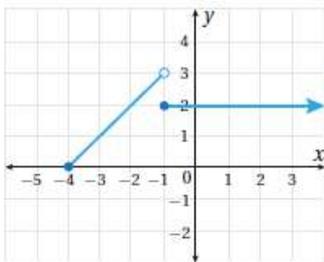
2.  $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x, x = -2$

3.  $f(x) = 3^x, x = 4$

4.  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x, x = -1$

5.  $f(x) = -4^x, x = \frac{1}{2}$

6.  $f(x) = 1^x, x = 4$



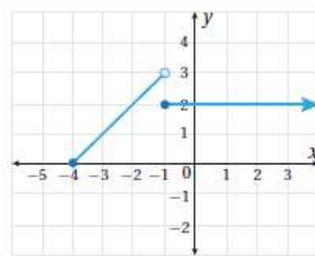
مدى الاقتران الذي يظهر تمثيله البياني في الشكل المجاور هو:

a)  $[-4, \infty)$

b)  $[4, 3)$

c)  $(-4, 3]$

d)  $[0, 3)$



مجال الاقتران الذي يظهر تمثيله البياني في الشكل المجاور هو:

a)  $[-4, \infty)$

b)  $[4, \infty)$

c)  $(-\infty, -4]$

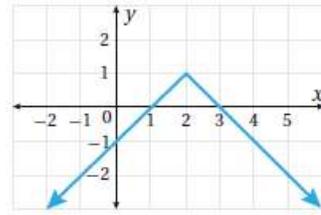
d)  $(-\infty, 4]$

إذا كان:  $f(x) = \begin{cases} -4, & -3 \leq x < 1 \\ x-3, & x \geq 1 \end{cases}$  فإن قيمة  $f(1)$  هي:

- a) -4                      b) 0  
c) -2                      d) 4

إذا كان:  $f(x) = -|2x+1| + 2$  فإن قيمة  $f(-1)$  هي:

- a) 0                        b) 1  
c) -1                      d) 3



مدى الاقتران الذي يظهر تمثيله البياني في الشكل المجاور هو:

- a)  $(-\infty, 1]$                       b)  $(-\infty, 1)$   
c)  $(-\infty, 2]$                       d)  $(-\infty, 2)$

إذا كان:  $f(x) = \begin{cases} 3x-1, & x \geq 2 \\ 2x+1, & x < 2 \end{cases}$  فإن قيمة  $f(-1)$  هي:

- a) -4                        b) -1  
c) 3                         d) -3

أجد مشتقة الاقترانات التالية حسب قواعد الاشتقاق:

9  $y = \frac{1}{3}x + 1$

10  $y = 8 - 3x$

11  $y = \frac{1}{2}x^2 + 5x + 7$

12  $y = \frac{2x^3 + 4x + 1}{4x}$

13  $y = \sqrt{8} + 3\sqrt{x}$

14  $y = 5\sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{x^3}$

15  $y = \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{2}{x^2} + 4$

16  $y = \frac{\sqrt[5]{x^7} + 4x - 1}{2}$

إذا كان الاقتران:  $f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 12x + 8$ ، فأستعمل المشتقة لإيجاد كل مما يأتي:

(a) النقاط الحرجة للاقتران  $f$ .

(b) تصنيف النقاط الحرجة إلى عظمى محلية، وصغرى محلية.

