

دوسية الرياضيات الشاملة

الهلال في الرياضيات

للفصل الأول ثانوي - أدبي

الأستاذ بلال أمجد أبو يحيى



بالأبجد



بلال أمجد أبو يحيى

0787255088

الوحدة الأولى : البرمجة الخطية

(*) الدرس الأول : حل المتباينة الخطية بمتغيرين بيانياً

المتباينة : هي جملة رياضية تحتوي الرمز \geq أو \leq أو $<$ أو $>$ وقد تحتوي متغير واحد أو أكثر.

مثال : $2x + y \leq 1$ $3x + 2y > 2$

(*) حل المتباينة الخطية بمتغيرين :

هو الزوج المرتب (a, b) الذي يجعل المتباينة صحيحة.

مثال : $(3, 1)$ من 9 :

حدد الزوج المرتب الذي يمثل حلاً للمتباينة $x + 2y > 1$

1 حل للمتباينة $8 > 1 \Rightarrow 2 + 2 \times 3 > 1 \Rightarrow (2, 3)$

2 ليس حل للمتباينة $1 > -1 \Rightarrow 1 + 2 \times -1 > 1 \Rightarrow (1, -2)$

3 ليس حل للمتباينة $1 > 1 \Rightarrow 1 + 2 \times 0 > 1 \Rightarrow (1, 0)$

(*) منطقة الحلول الممكنة : هي النقاط التي تمثل جميع حلول

المتباينة عند تمثيل المتباينة الخطية بيانياً.

(*) المستقيم الحدودي : هو المعادلة الناتجة عن استبدال رموز

التباين $(\leq, \geq, <, >)$ بالمساواة ويكون جزءاً من الحل عند وجود

الرمز \leq أو \geq ولا يكون جزءاً من الحل عند وجود الرمز $<$ أو $>$

و يرسم بشكل متقطع عندما لا يكون من ضمن الحل.

⊗ ملاحظات مهمة قبل الرسم ٥٥

1] أسهل طريقة لرسم معادلة خطية بمتغيرين هي ايجاد المقطع

السيبي (يجعل $y=0$) و المقطع الصاري (يجعل $x=0$)

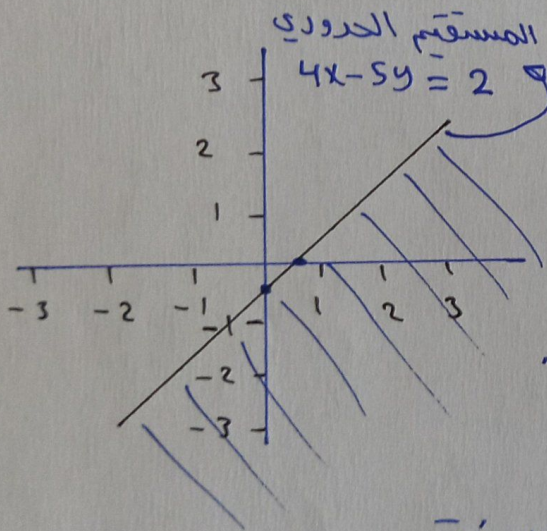
3] لمعرفة منطقة الدد على أي جهة من المستقيم الحدودي

نأخذ نقطة خارج المستقيم ونوضها في المتباينة فإن

حقيقتها نطلد الجزء الموجودة فيه

مثال ٥: $4x - 5y \geq 2$ من

مثال المتباينة الخطية $4x - 5y \geq 2$ على المستوى الاحداثي



$$x=0 \Rightarrow -5y=2 \Rightarrow y=-\frac{2}{5}$$

$$y=0 \Rightarrow 4x=2 \Rightarrow x=\frac{2}{4}$$

$$(1, -1) \Rightarrow 4 - -5 \geq 2 \Rightarrow 9 \geq 2$$

لاحظ أن المستقيم الحدودي ضمن الدد.

⊗ خطوات حل المسائل الحياتية ٥٥

1] نترجم المسألة ونحولها إلى متباينة.

3] نمثل المتباينة بيانياً و نجد منطقة الدد كما سبق

3] عند التعامل مع كميات موجبة فائناً نستثنى من منطقة

الدد الجزء السالب ، مثل التعامل مع المساحة أو الربح

لأن أمد قيمة لهذه الكميات هي الصفر ولا يجوز أن تكون سالبة.

(نأخذ المنطقة الموجودة في الربع الاول فقط)

م.م.ف. 13 ص 13 مساحة صالة المطعم 64 متر مربع

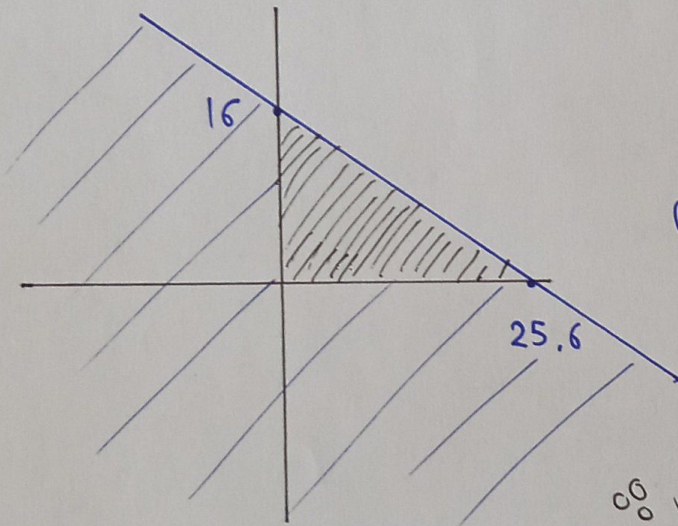
الطاولة الصغيرة : x الطاولة الكبيرة : y

مساحة الطاولة الصغيرة = $2.5m^2$

مساحة الطاولة الكبيرة = $4m^2$

المتباينة
 $2.5x + 4y \leq 64m^2$

المعادلة $2.5x + 4y = 64$



$x = 0 \Rightarrow y = 16$

$y = 0 \Rightarrow x = 25.6$

$(0, 0) \Rightarrow 0 \leq 64 \checkmark$

* حول أسئلة الدرس

* حدد اذا كان كل زوج مرتب يمتد حل ل $x - 3y \geq 5$

1 $(1, -2) \Rightarrow 1 - 3 \times -2 \geq 5 \Rightarrow 7 \geq 5$ يمتد حل

2 $(5, 0) \Rightarrow 5 - 3 \times 0 \geq 5 \Rightarrow 5 \geq 5$ يمتد حل

3 $(-4, 1) \Rightarrow -4 - 3 \times 1 \geq 5 \Rightarrow -7 \geq 5$ لا يمتد حل

4 $(-3, -4) \Rightarrow -3 - 3 \times -4 \geq 5 \Rightarrow 9 \geq 5$ يمتد حل

5 $(-4, 0) \Rightarrow -4 - 3 \times 0 \geq 5 \Rightarrow -4 \geq 5$ لا يمتد حل

6 $(5, 2) \Rightarrow 5 - 3 \times 2 \geq 5 \Rightarrow -1 \geq 5$ لا يمتد حل

* حدد اذا كان كل زوج مرتب يمثل حلاً للمتباينة $5x - 2y < 6$

7 $(0, 0) \Rightarrow 5 \times 0 - 2 \times 0 < 6 \Rightarrow 0 < 6$ يمثل حلاً

8 $(2, 2) \Rightarrow 5 \times 2 - 2 \times 2 < 6 \Rightarrow 6 < 6$ لا يمثل حلاً

9 $(4, 1) \Rightarrow 5 \times 4 - 2 \times 1 < 6 \Rightarrow 18 < 6$ لا يمثل حلاً

10 $(-2, -1) \Rightarrow 5 \times -2 - 2 \times -1 < 6 \Rightarrow -8 < 6$ يمثل حلاً

11 $(-2, -8) \Rightarrow 5 \times -2 - 2 \times -8 < 6 \Rightarrow 6 < 6$ لا يمثل حلاً

12 $(-1, -6) \Rightarrow 5 \times -1 - 2 \times -6 < 6 \Rightarrow 7 < 6$ لا يمثل حلاً

* من المتباينات الخطية التالية بيانياً

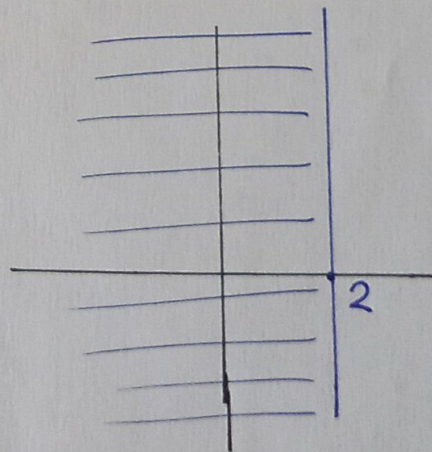
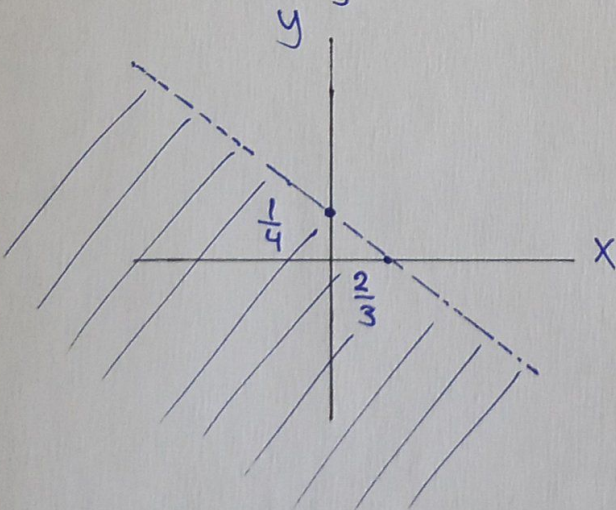
13 $8y + 3x < 2$

14 $4x \leq 8$

$x=0 \Rightarrow y = \frac{1}{4}$

$4x = 8 \Rightarrow x = 2$

$y=0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$



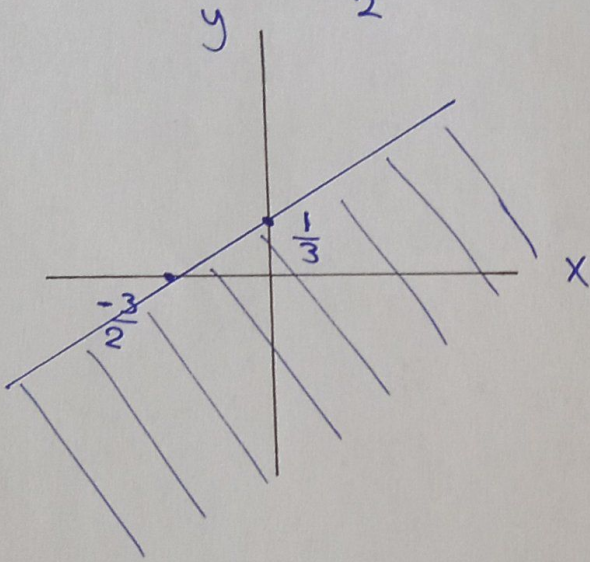
* ملاحظة : رسم $x = a$ عبارة عن خط عمودي من عند $x = a$

* ملاحظة : رسم $y = a$ عبارة عن خط أفقي من عند $y = a$

$$(15) \quad 2x - 9y \geq -3$$

$$x=0 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

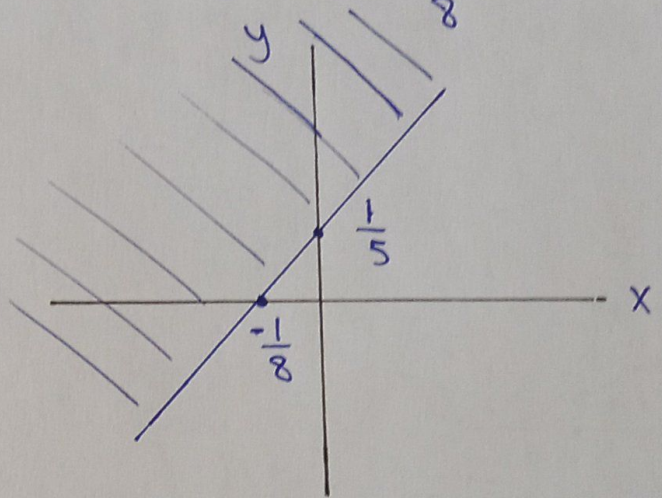
$$y=0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$



$$(16) \quad 5y - 8x \geq 1$$

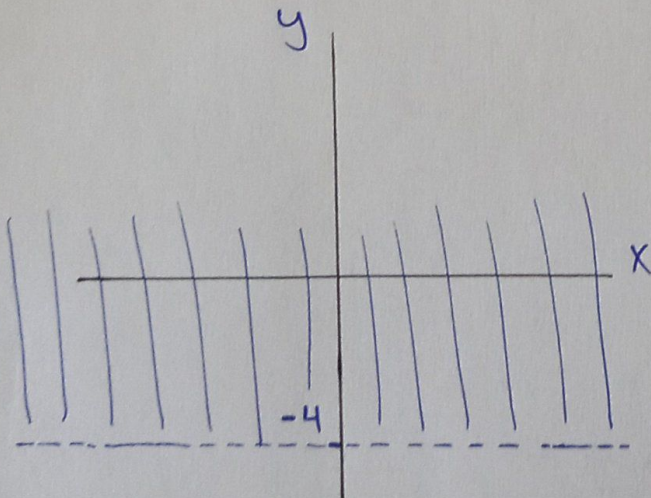
$$x=0 \Rightarrow y = \frac{1}{5}$$

$$y=0 \Rightarrow x = -\frac{1}{8}$$



$$(17) \quad -3y < 12$$

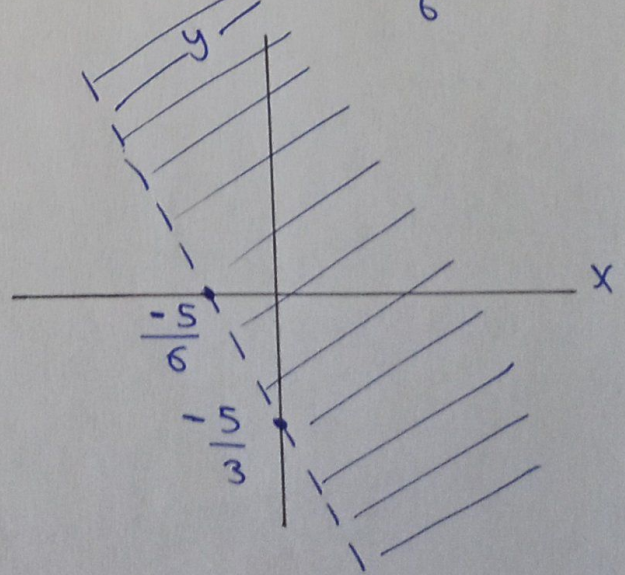
$$-3y = 12 \Rightarrow y = -4$$



$$(18) \quad 6x + 3y > -5$$

$$x=0 \Rightarrow y = \frac{-5}{3}$$

$$y=0 \Rightarrow x = \frac{-5}{6}$$



19 x : أسئلة الاختيار من متعدد y : أسئلة إمامة الفراغ

إذا كانت $x = 20$ و $y = 18$ هل ستنال درجة A في الاختبار

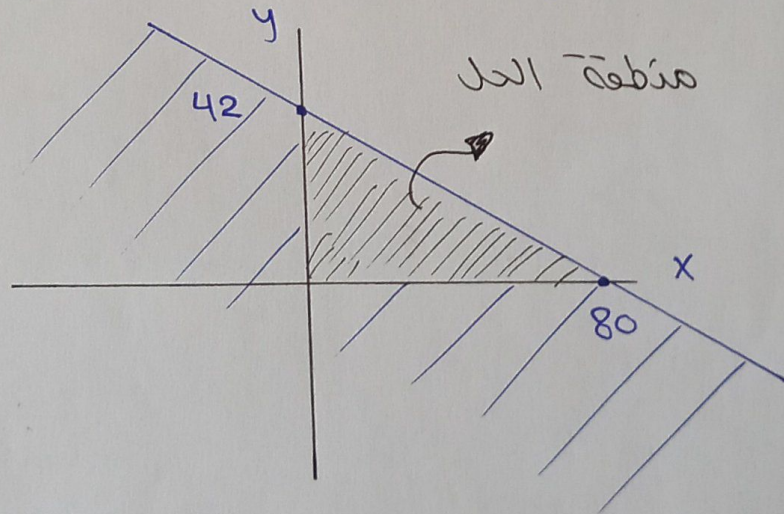
$$\Rightarrow 3x + 2y \geq 93 \Rightarrow 3 \times 20 + 2 \times 18 \geq 93$$

$\Rightarrow 96 \geq 93 \Rightarrow$ إذا الطالبة ستحصل على درجة A

20 x : صناديق كتلتها 50 كغ y : صناديق كتلتها 95 كغ

قدرة الساحة : 4000 كغ المتباينة : $50x + 95y \leq 4000$

$$x = 0 \Rightarrow y \approx 42 \quad y = 0 \Rightarrow x = 80$$

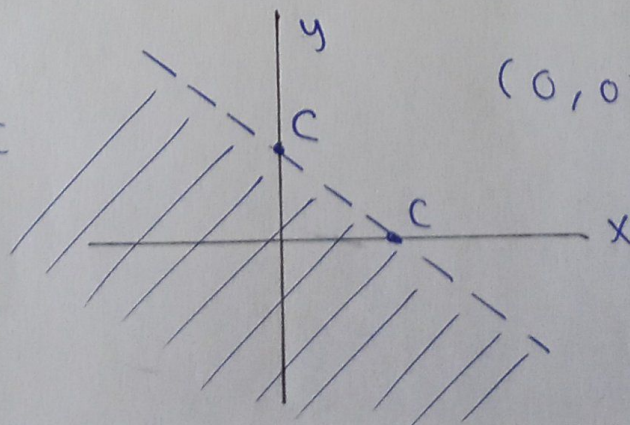


21 مثل بيانياً المتباينة $x + y < c$ حيث c عدد موجب

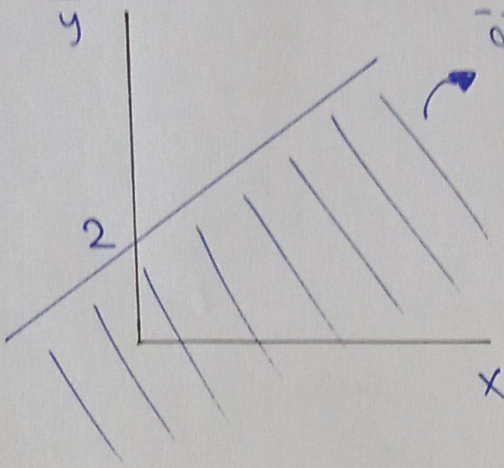
$$x = 0 \Rightarrow y = c$$

$$y = 0 \Rightarrow x = c$$

$$(0, 0) \Rightarrow 0 < c$$



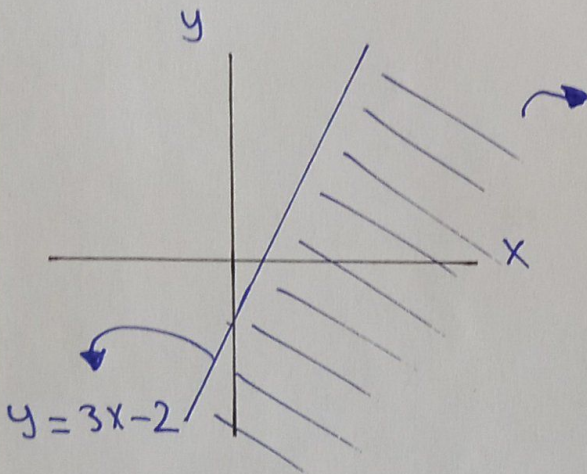
22

حل جهة حد $y \leq x + 2$ مبررًا "إيجابيًا"

$$(0, 0) = 0 \leq 2$$

24

الخطأ في حل سفيان هو في تحديد منطقة الحد



$$(0, 0) \Rightarrow 0 \leq -2 \quad X$$

25

نقطة اختيار واحدة فقط لأن المستقيم الدردي يقسم المستوى لمنطقتين احدهما حل للمتباعدة (عنده المساواة)

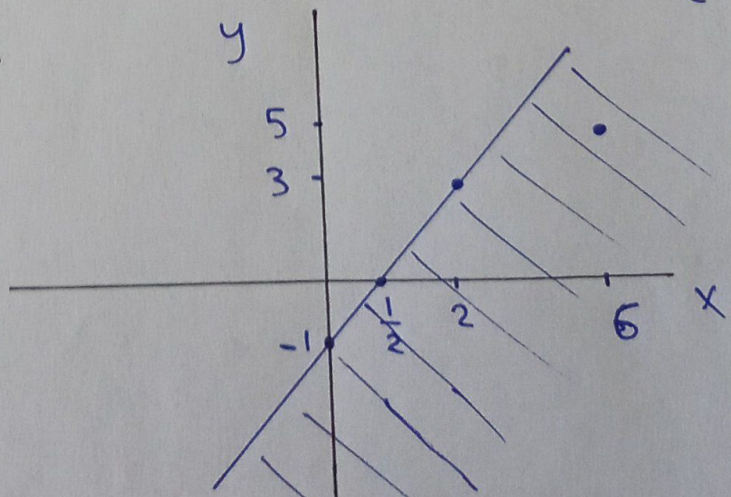
26

$$m = \frac{5 - -5}{3 - -2} = 2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\Rightarrow y - 5 = 2(x - 3)$$

$$\Rightarrow y \leq 2x - 1$$



الدرس الثاني : حل نظام مكون من متباينات خطية بمتغيرين بيانياً

⊗ نظام المتباينات الخطية : يتكون من متباينتين خطيتين أو أكثر

⊗ مجموعة حل النظام : جميع الأزواج المرتبة التي تحقق جميع المتباينات الخطية معاً!

مثال : الزوج المرتب $(-1, 2)$ يحقق النظام التالي :

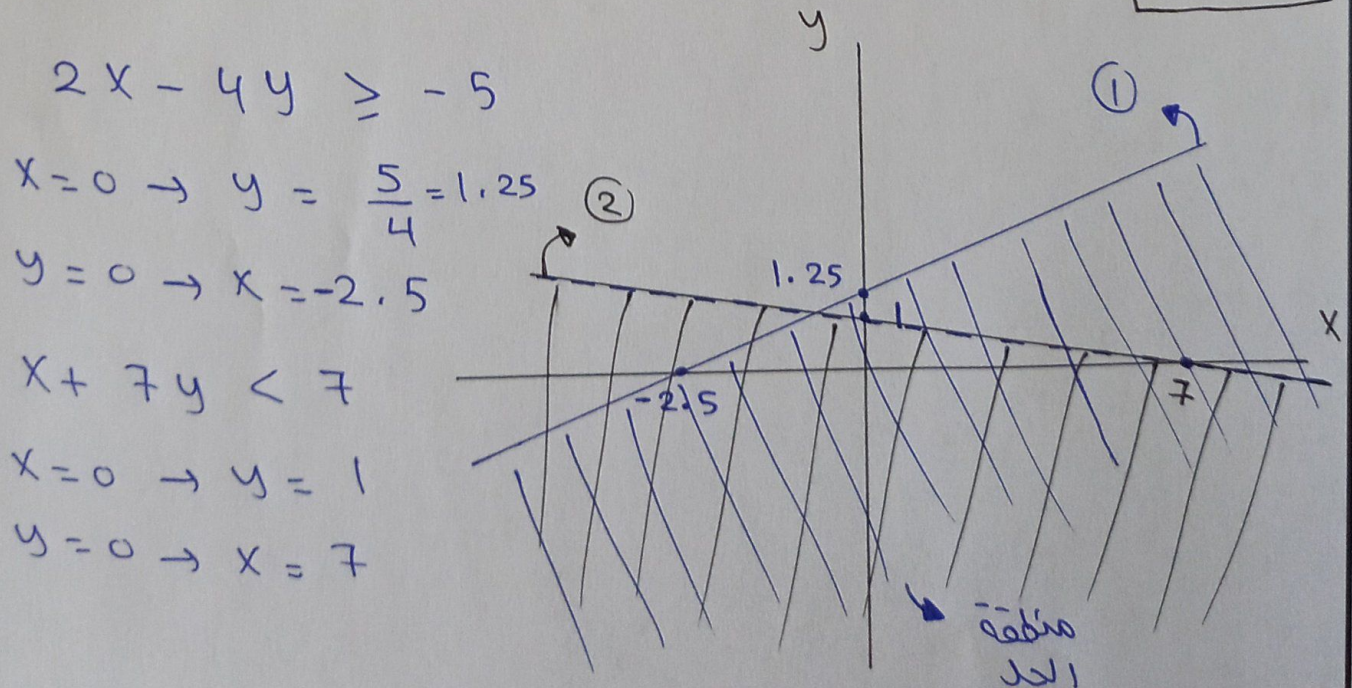
$$x + y < 2, \quad -2x + y > -1, \quad x - 3y \leq -2$$

$$\Leftrightarrow -1 + 2 < 2, \quad -2 \times -1 + 2 > -1, \quad -1 - 3 \times 2 \leq -2$$

$$1 < 2, \quad 4 > -1, \quad -7 \leq -2$$

⊗ منطقة حل النظام بيانياً هي المنطقة المشتركة بين حل المتباينات الموجودة فيه جميعها.

م.م.ف 17 ص 17 منه منطقة حل النظام ثم تأكد من الحل



⊗ للتأكد من منطقة الحل نأخذ أي نقطة فيها ويجب أن نتحقق جميع متباينات النظام.

فمثلاً " لو أخذنا النقطة $(0, -1)$ و عوضناها %

$$\text{نتحقق المتباينة الأولى } 0 - 4 * -1 \geq -5 \Rightarrow 4 \geq -5$$

$$\text{نتحقق المتباينة الثانية } 0 + 7 * -1 < 7 \Rightarrow -7 < 7$$

⊗ لا يكون للنظام حل عند عدم وجود منطقة مشتركة بين

مناطق حل جميع المتباينات و يكون الحل مجموعة خالية \emptyset

⊗ المجموعة الخالية % يرمز لها \emptyset وتقرأ فاي وهي

مجموعة لا يوجد فيها عناصر.

م.م.ف م.م.ف من أجل متد منطقة حل النظام التالي %

$$5x - 2y < 3 \quad , \quad 2.5x - y \geq 2$$

$$\text{① } 5x - 2y = 3$$

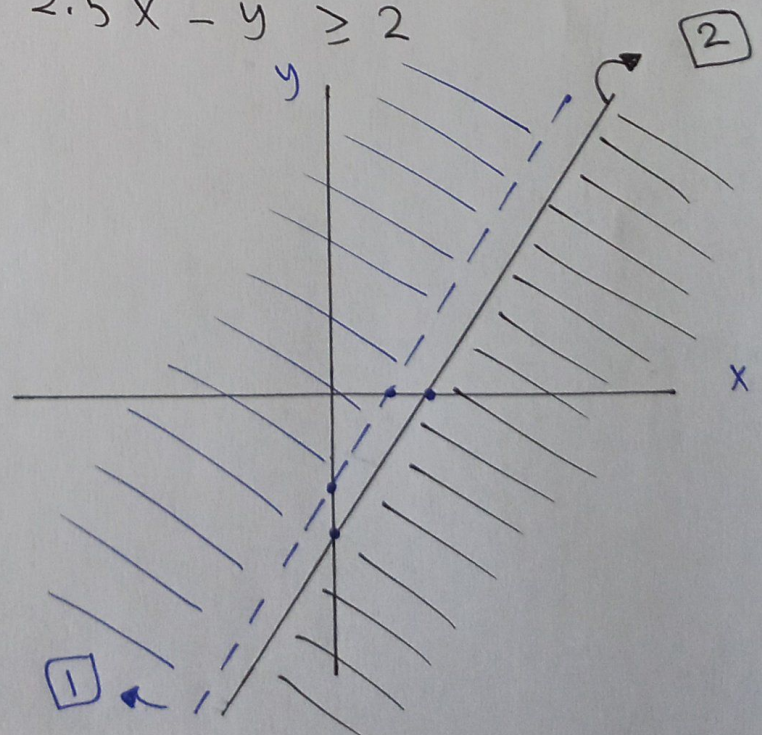
$$x=0 \rightarrow y = -\frac{3}{2}$$

$$y=0 \rightarrow x = \frac{3}{5}$$

$$\text{② } 2.5x - y = 2$$

$$x=0 \rightarrow y = -2$$

$$y=0 \rightarrow x = \frac{2}{2.5}$$



18 ص 18 م.م.ف

$$-3x + 4y \geq 9, \quad x - 5y > 6, \quad 2x - 5y < -3$$

$$\textcircled{1} -3x + 4y = 9$$

$$(0, \frac{9}{4}), (-3, 0)$$

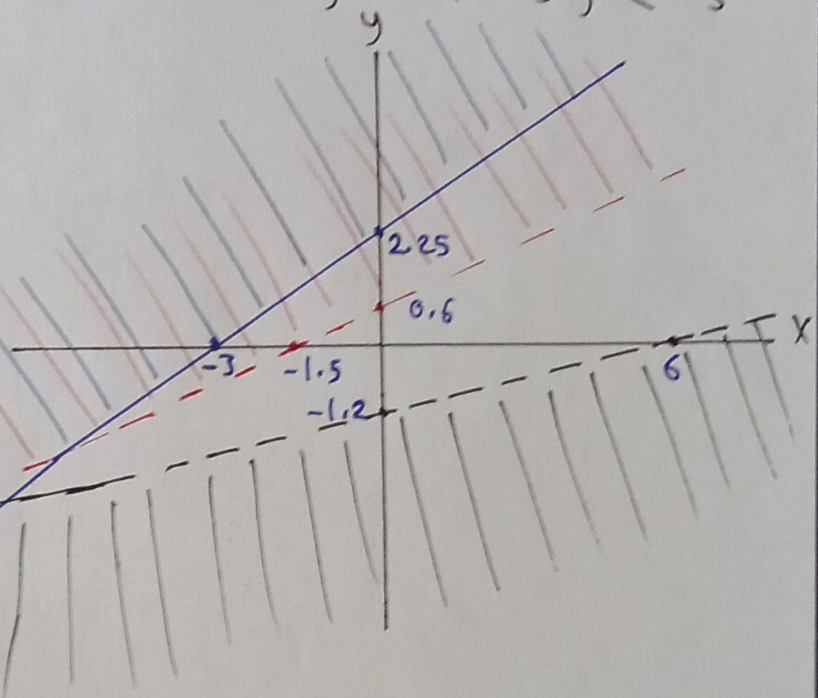
$$\textcircled{2} x - 5y = 6$$

$$(0, -\frac{6}{5}), (6, 0)$$

$$\textcircled{3} 2x - 5y = -3$$

$$(0, \frac{3}{5}), (-\frac{3}{2}, 0)$$

منطقة الحل
تكون هنا



20 ص 20 م.م.ف

$$x + y \geq 6, \quad x + y \leq 12, \quad x < y, \quad x \geq 2$$

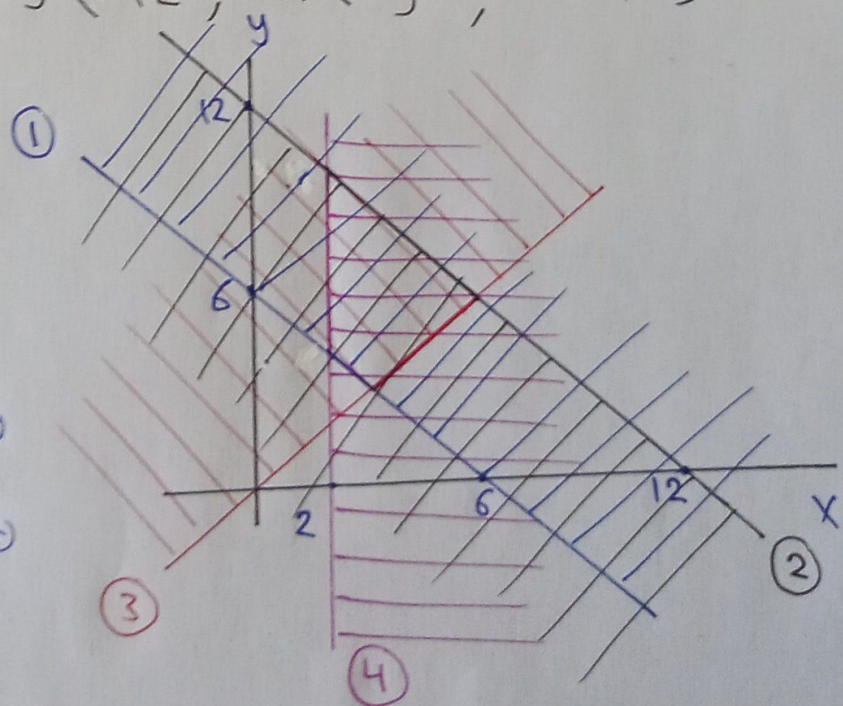
$$\textcircled{1} (0, 6), (6, 0)$$

$$\textcircled{2} (0, 12), (12, 0)$$

$$\textcircled{3} (0, 0), (1, 1)$$

⊗ أقل عدد للأبواب 3

⊗ أكثر عدد للغزلان 6

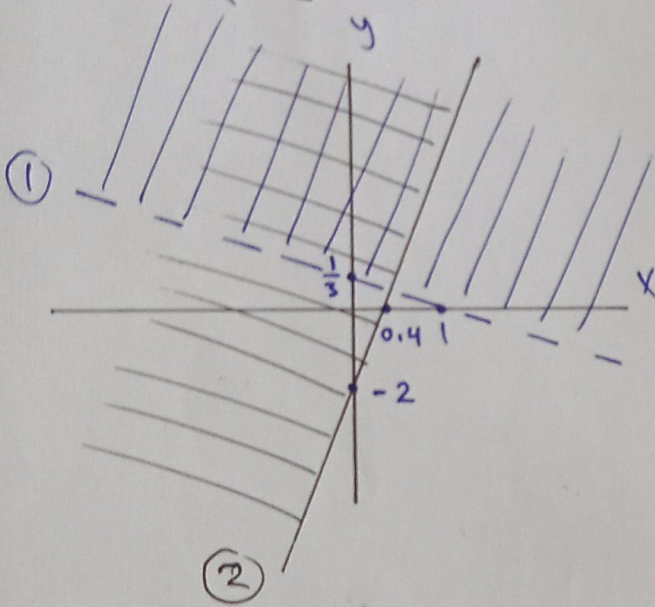


* إجابات أسئلة الدرس ٥٨

* مثل منطقة حل كل من الآتيه التاليه ٥٥

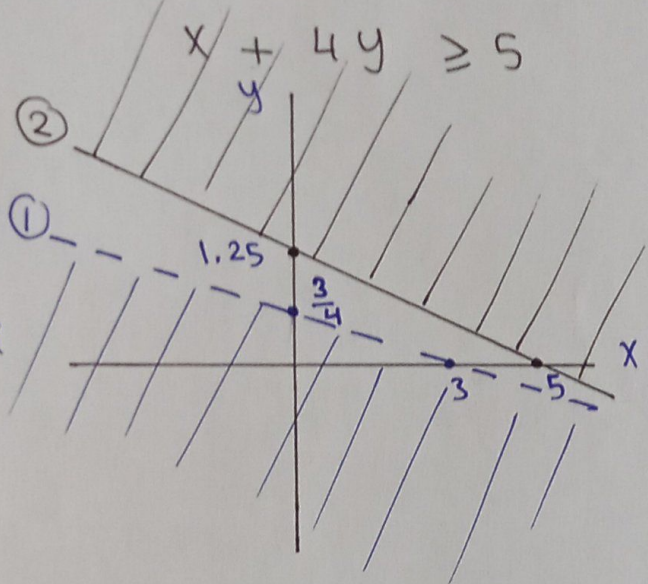
① $x + 3y > 1$

$5x - y \leq 2$



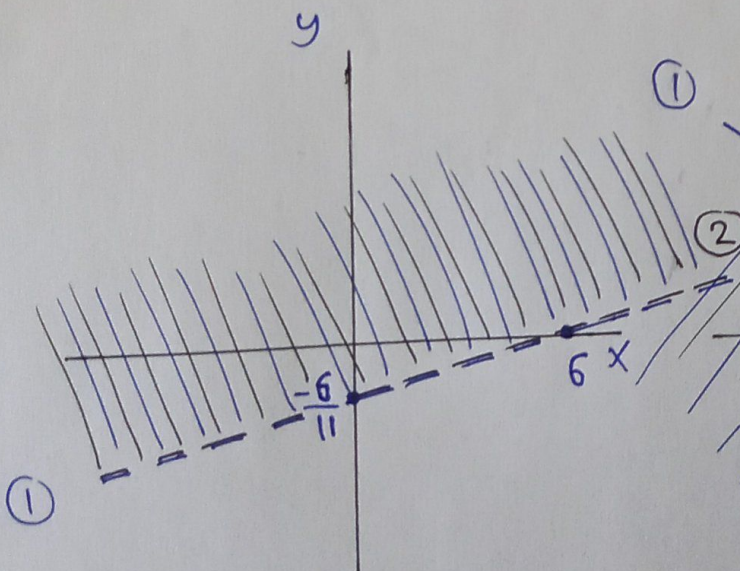
② $-3x - 12y > -9$

$x + 4y \geq 5$



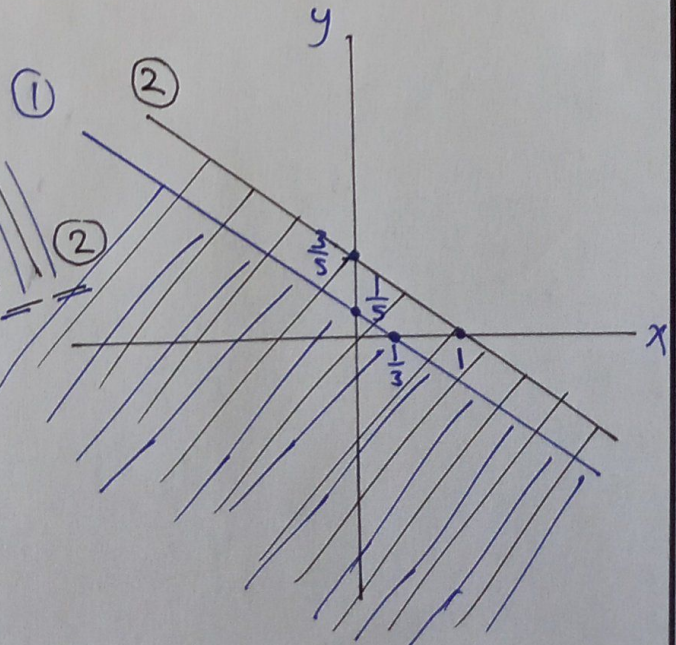
③ $x - 11y < 6$

$-2x + 22y > -12$



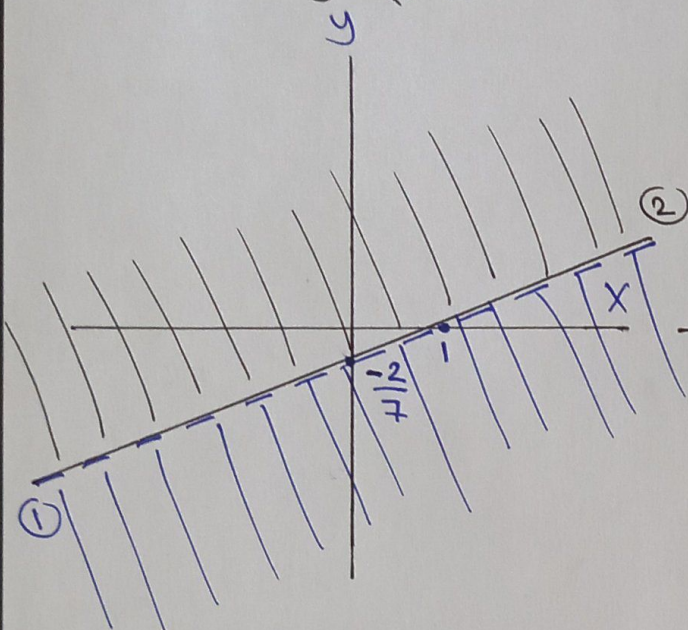
④ $3x + 5y \leq 1$

$3x + 5y \leq 3$



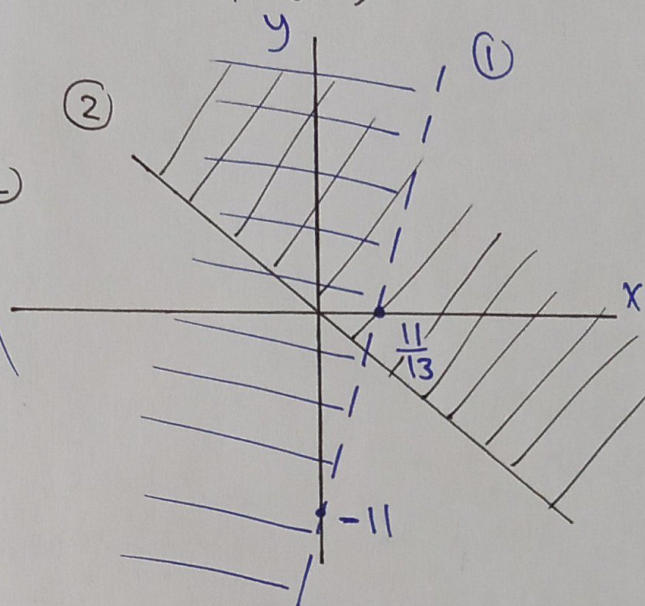
$$\boxed{5} \quad 2x - 7y > 2$$

$$2x - 7y \leq 2$$



$$\boxed{6} \quad 13x - y < 11$$

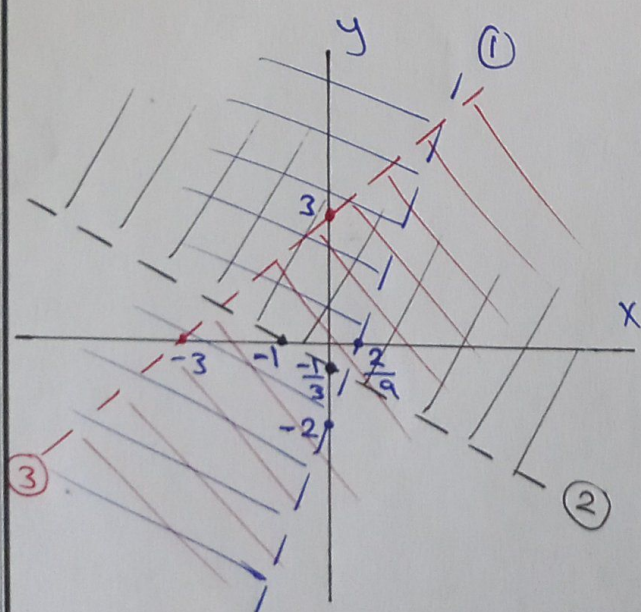
$$x + y \geq 0$$



$$\boxed{7} \quad 9x - y < 2$$

$$x + 3y > -1$$

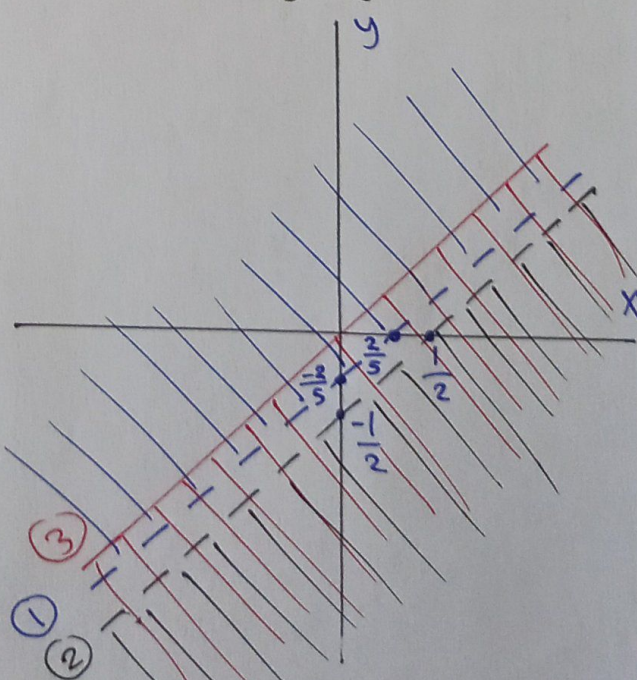
$$x - y > -3$$



$$\boxed{8} \quad 5x - 5y < 2$$

$$2x - 2y > 1$$

$$x \geq y$$

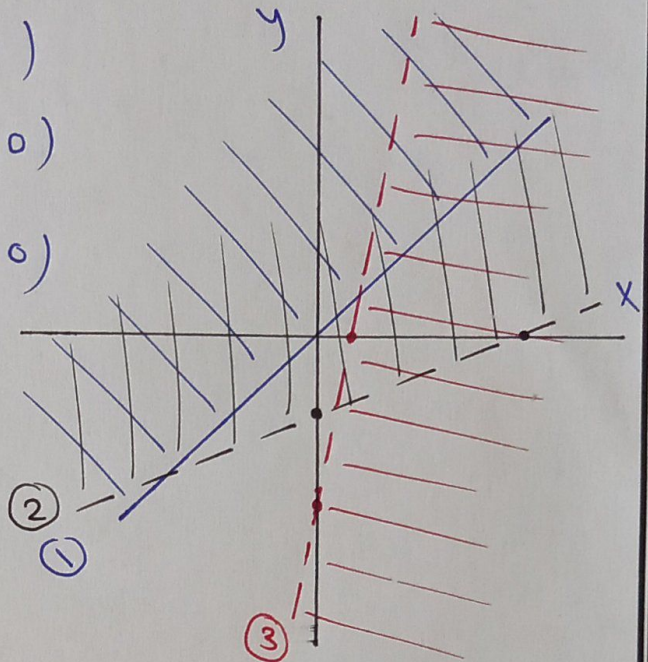


$$\boxed{9} \quad x \leq y \Rightarrow (0, 0), (1, 1)$$

$$x - 5y < 6 \Rightarrow (0, -\frac{6}{5}), (6, 0)$$

$$10x - y > 3 \Rightarrow (0, -3), (\frac{3}{10}, 0)$$

* أسهل نقطة لفحص منطقة
حد المتباينة هي $(0, 0)$



x : عدد البالغين (تذكرتهم 2 دينار) $\boxed{10}$

y : عدد الأطفال (تذكرتهم دينار واحد)

القاري يتسع لـ 10 كل واحد أكثر $\Rightarrow x + y \leq 10$

بيع التذاكر 12 دينار $\Rightarrow 2x + y < 12$

$\boxed{1}$

$$x + y = 10$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 10$$

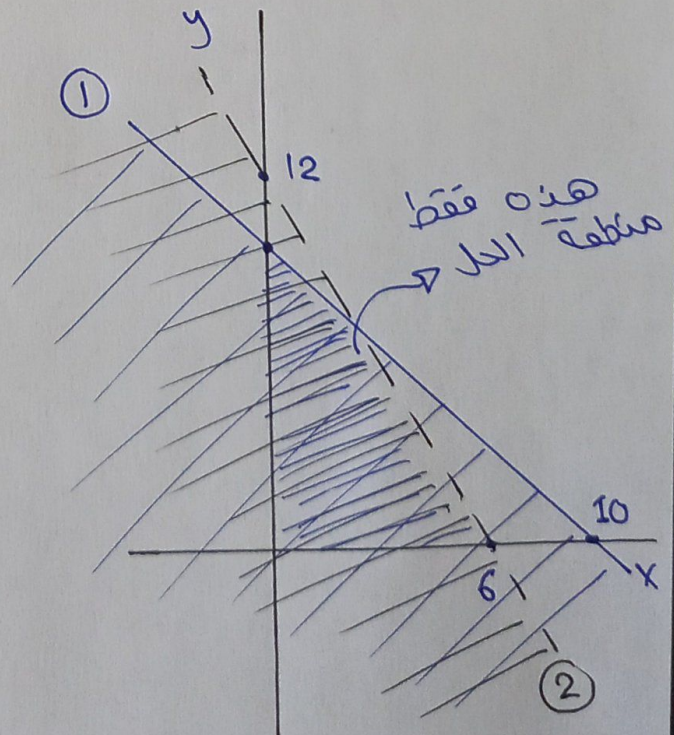
$$y = 0 \Rightarrow x = 10$$

$\boxed{2}$

$$2x + y = 12$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 12$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 6$$



y : تذكرة الدرجة الخامسة
سعرها 50 دينار

x : تذكرة الدرجة السياحية
سعرها 25 دينار

ربح بيع التذاكر 1600 دينار على الأقل $\Rightarrow 25x + 50y \geq 1600$

بيعت 50 تذكرة على الأكثر $\Rightarrow x + y \leq 50$

$$\textcircled{1} \quad 25x + 50 = 1600$$

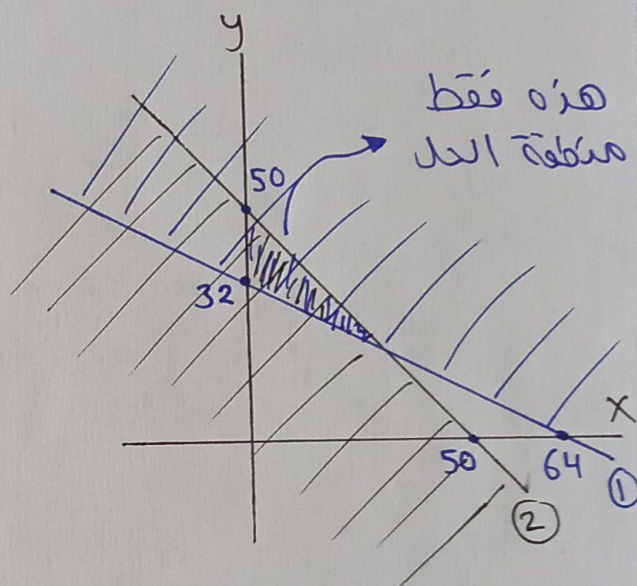
$$x = 0 \Rightarrow y = 32$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 64$$

$$\textcircled{2} \quad x + y = 50$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 50$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 50$$



12) نحل منطقة حل النظام و أكتب جميع الحلول الممكنة

علما " بأن x و y أعداد صحيحة موجبة .

نحدر منطقة حل كل متباينة باستخراج النقطة (0, 0)

$$\textcircled{1} \quad x + y \geq 5 \quad \textcircled{2} \quad 4x + 2y \leq 16$$

الحلول الممكنة :-

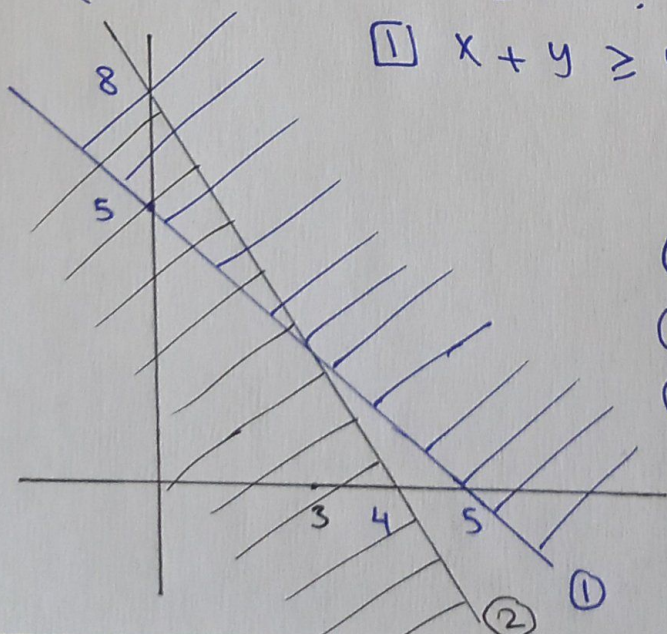
$$\textcircled{1} (3, 2) \quad \textcircled{2} (2, 3)$$

$$\textcircled{3} (1, 4) \quad \textcircled{4} (0, 5)$$

$$\textcircled{5} (0, 6) \quad \textcircled{6} (0, 7)$$

$$\textcircled{7} (0, 8) \quad \textcircled{8} (1, 6)$$

$$\textcircled{9} (2, 4) \quad \textcircled{10} (1, 5)$$



13) x : مبحث الرياضيات y : مبحث اللغة الإنجليزية

* احراز ما بين 900 و 1200 في المبحثين

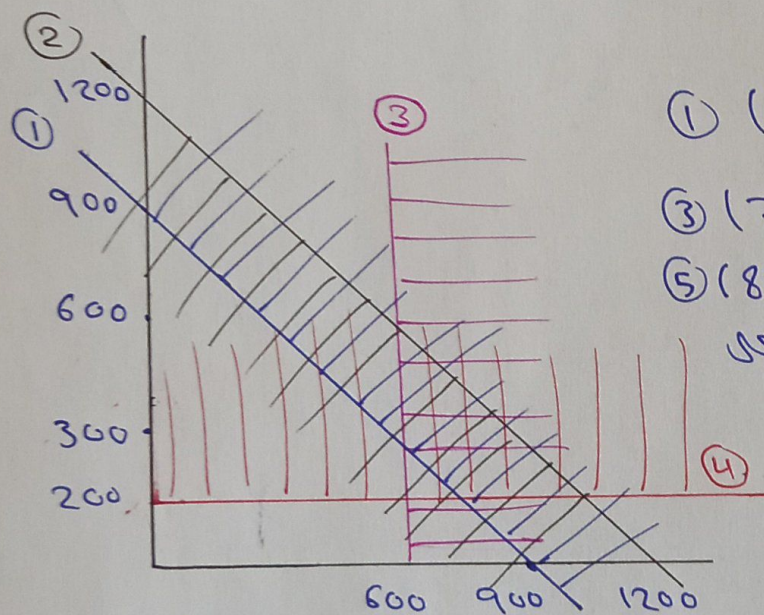
1) $x + y \geq 900$ 2) $x + y \leq 1200$

* أن لا يقل الرياضيات عن 600

* أن لا يقل امتحان الإنجليزية عن 200

جد عدد التقاط من مضاعفات المئة التي يتعين إحرازها.

الحلول الممكنة



1) (700, 300) 2) (700, 400)

3) (700, 500) 4) (800, 300)

5) (800, 400) 6) (900, 300)

بالإضافة إلى التقاط الواقعة على

المستقيمتين الحدودية

وهي التقاط التالية

(600, {300, 400, 500, 600}), ({700, 800, 900, 1000}, 200)

15) صف منطقة حل النظام $2x + y \leq 7$ و $2x + y > 7$ بدون رسمها

منطقة حل هذا النظام تمتد جميع نقاط المستوى البياني

الواقعة على المستقيمتين الحدودية $2x + y = 7$ لأن كل جهة

من المستقيمتين مع المستقيمتين نفسها تمتد حل لأحدى المتباينتين

لذلك المنطقة المشتركة بينهما ستكون المستقيمتين الحدودية فقط.

* أكتب نظامين من متباينتين خطيتين بمتغيرين بحيث :

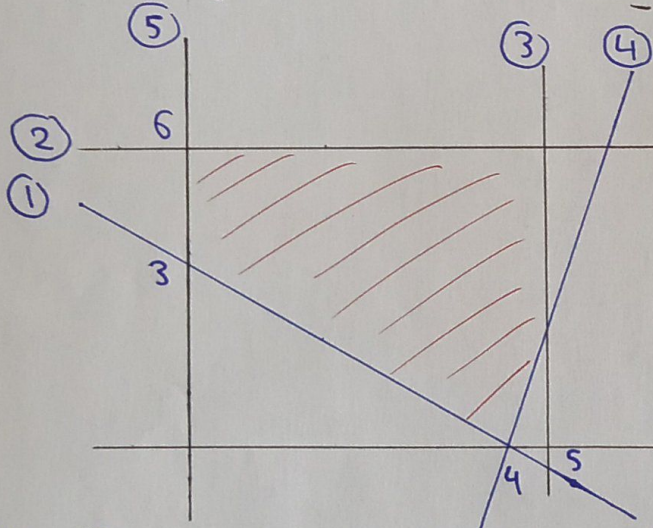
16 تكون مجموعة الحل مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية.

① $x + y \geq 10$ ② $x + y \leq 15$

17 تكون مجموعة الحل المجموعة الخالية.

① $y - 2x \geq 5$ ② $y - 2x < 5$

18 أكتب نظام المتباينات الذي تمثل المنطقة التالية حله



* لمعرفة معادلة أي خط نحتاج إلى معرفة ميله ونقطة تقع عليه ونفوضهما في القانون

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

حيث m : الميل (x_1, y_1) : النقطة

و لمعرفة الميل نحتاج إلى نقطتين من الخط ونفوض $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

* معادلة الخطوط الأفقية $y = a$ و العمودية $x = a$

① $m = \frac{3 - 0}{0 - 4} = \frac{-3}{4} \Rightarrow y - 0 = \frac{-3}{4}(x - 4)$

② $y = 6$ ③ $x = 5$ ④ $y = 2x - 8$ ⑤ $x = 0$

نظام ① $x \geq 0$ ② $x \leq 5$ ③ $y \leq 6$

\Rightarrow المتباينات ④ $y \geq \frac{-3}{4}x + 3$ ⑤ $y \geq 2x - 8$

⊗ الدرس الثالث : البرمجة الخطية ٥٥

البرمجة الخطية : هي طريقة تستخدم التمثيل البياني
لايجاد أكبر قيمة ممكنة (قيمة عظمى) أو أصغر قيمة ممكنة
(قيمة صغرى) لاقتران ما يسمى اقتران الهدف ، أو لعرف
بأنها طريقة للبحث عن الحد الامثل .

اقتران الهدف : هو الاقتران الذي سنجد قيمته العظمى والصغرى
ضمن قيود أو شروط معينة

⊗ تكون القيمة العظمى والصغرى عند رؤوس مضلع منطقة الحد .

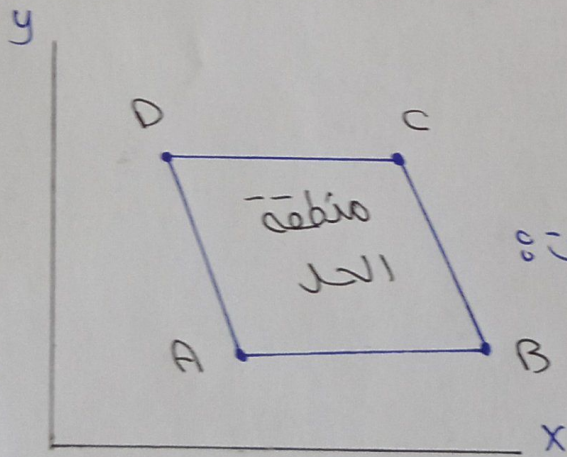
⊗ القيود عبارة عن نظام متباينات خطية لحد منطقة الحد .

رؤوس منطقة الحد هي :

A , B , C , D

قيود منطقة الحد هي المستقيمان :

\overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{DA}



⊗ إذا وجدت القيمة العظمى أو الصغرى لاقتران

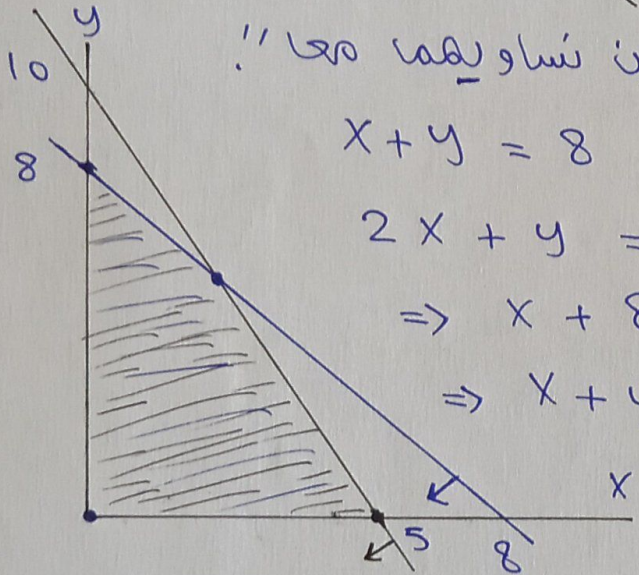
الهدف فإنها تكون عند واحد أو أكثر من رؤوس منطقة

الحلول الممكنة .

⊗ غالباً " ما تكون منطقة الحد في الربع الأول (الربع الموجب)
لأننا سنتعامل مع افتراض هدف يمثل كمية موجبة أقل قيمة
لها هي الصغرى .

⊗ **م.ف** جد النقطة (x, y) التي تجعل الافتراض
 $Q = 50x + 40y$ أكبر ما يمكن ضمن القيود التالية :

$$x + y \leq 8, \quad 2x + y \leq 10, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$



⊗ لا يجار نقطة تقاطع مستقيمين متساويهما معا .!

$$x + y = 8 \Rightarrow y = 8 - x$$

$$2x + y = 10 \Rightarrow 2x + 8 - x = 10$$

$$\Rightarrow x + 8 = 10 \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow x + y = 8 \Rightarrow 2 + y = 8 \Rightarrow y = 6$$

⊗ نغوض رؤوس المنطقة في افتراض الهدف لا يجار القيمة العظمى
والقيمة الصغرى

(x, y)	$Q = 50x + 40y$
$(0, 0)$	$50 \times 0 + 40 \times 0 = 0$
$(5, 0)$	$50 \times 5 = 250$
$(0, 8)$	$40 \times 8 = 320$
$(2, 6)$	$50 \times 2 + 40 \times 6 = 340$

⊗ أكبر قيمة للافتراض Q
هي 340 وهي عند النقطة
 $(x, y) = (2, 6)$

* ليس شرطاً " أن تكون منطقة الحد مغلقة في الأسئلة التي تطلب
أحد تكلفه لأننا نهتم بأحد قيم الافتراض ولا يهمنا أي أثن يصل
من الأعلى لأننا لا نبحث عن قيمه العظمى .

30
ص م.م.ف

النوع 1	النوع 2	
60	60	عدد السرعات الحرارية
12	6	عدد فيتامين A
10	30	عدد فيتامين C
JD 0.25	JD 0.3	سعر العبوة

* لا تقل السرعات عن 300

* لا تقل فيتامين A عن 36

* لا يقل فيتامين C عن 90

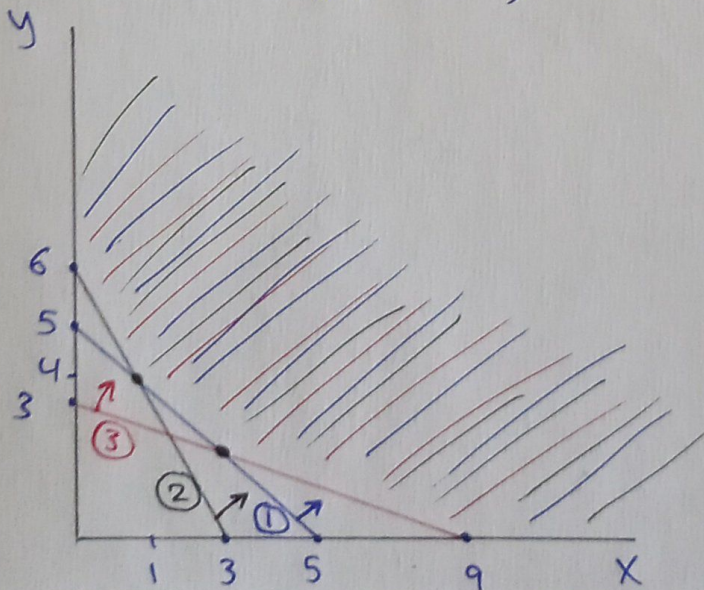
جد أحد تكلفه تحقق بها شروط الحمية الغذائية

* افتراض الهدف *

$$P = 0.25x + 0.3y \quad \text{صين} \quad x = \text{النوع 1} \quad y = \text{النوع 2}$$

* القيود *

$$60x + 60y \geq 300, \quad 12x + 6y \geq 36, \quad 10x + 30y \geq 90$$



(x, y)	P = 0.25x + 0.3y
(0, 6)	1.8
(1, 4)	1.45
(1.8, 2.4)	1.17 (أحد تكلفه)
(9, 0)	2.25

⊛ إجابات أسئلة الدرس 08

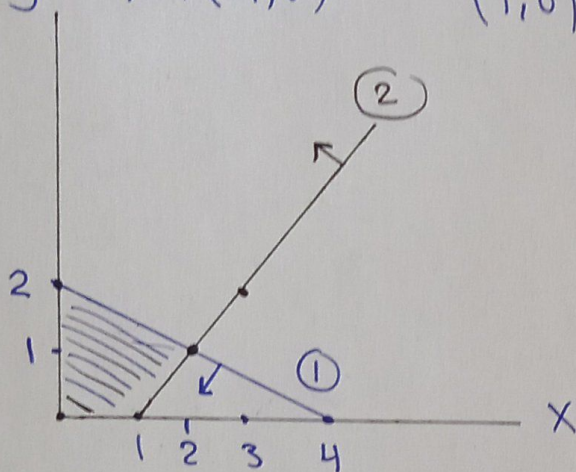
⊛ جد النقطة (x, y) التي تجعل اقتراحان الهدف أكبر ما يمكن

1 $P = 4x + 3y$

$x + 2y \leq 4$, $x - y \leq 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

y (0,2)(4,0)

(1,0)(3,2)

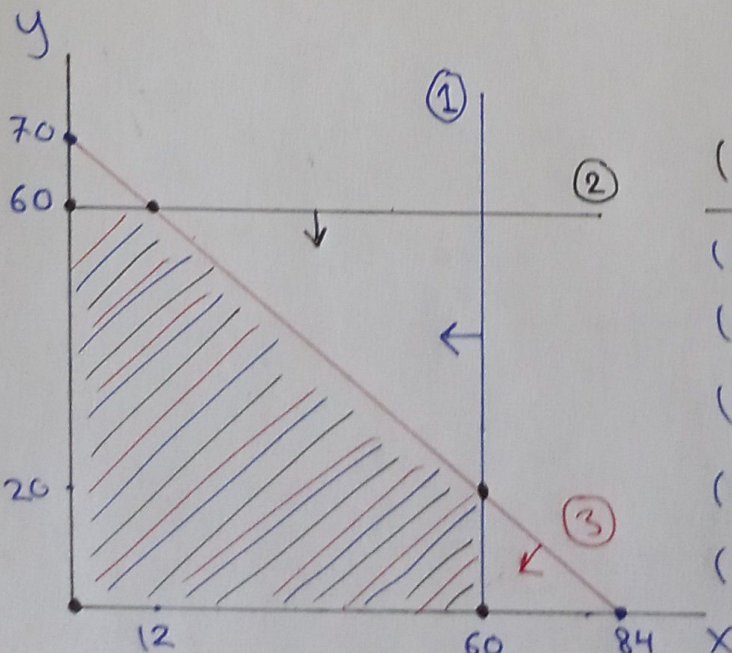


(x, y)	$P = 4x + 3y$
(0, 2)	6
(0, 0)	0
(1, 0)	4
(2, 1)	11

(أكبر قيمة)

2 $R = 10x + 7y$

$0 \leq x \leq 60$, $0 \leq y \leq 60$, $5x + 6y \leq 420$

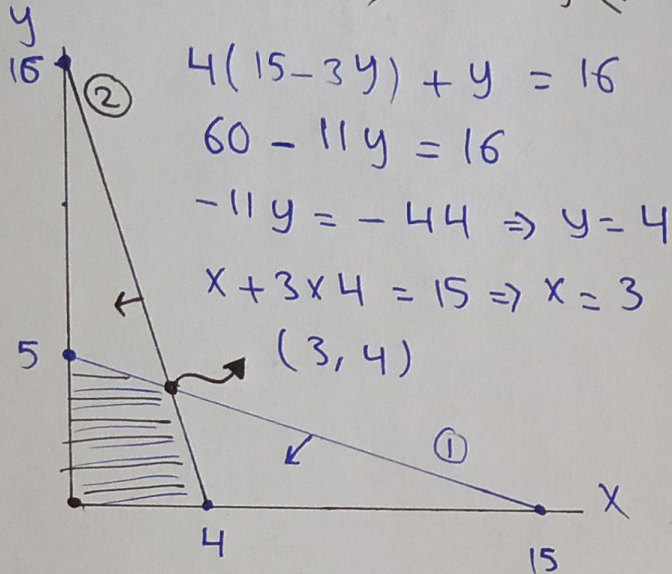


(x, y)	$R = 10x + 7y$
(0, 0)	0
(0, 60)	420
(12, 60)	540
(60, 0)	600
(60, 20)	740

(أكبر قيمة)

$$\textcircled{3} \quad z = 1.5x + y$$

$$x + 3y \leq 15, \quad 4x + y \leq 16, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

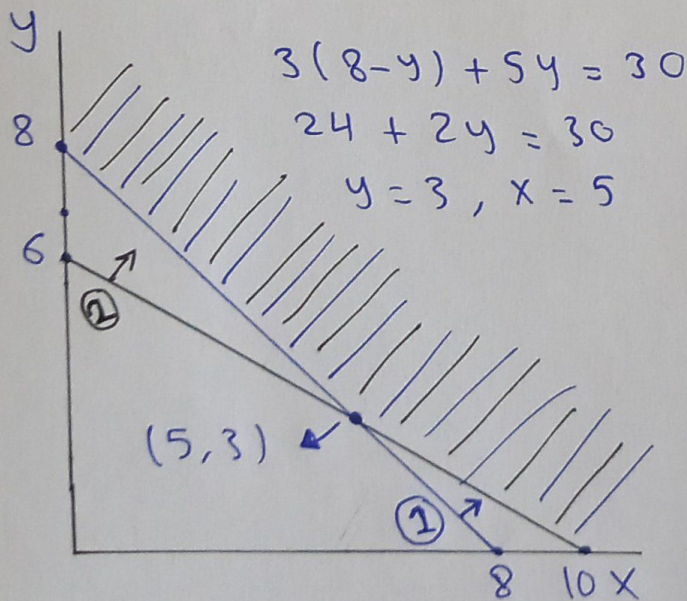


(x, y)	$z = 1.5x + y$
$(0, 0)$	0
$(0, 5)$	5
$(3, 4)$	8.5 (أكبر قيمة)
$(4, 0)$	6

* جد النقطة (x, y) التي يجعل اقتراحان الهدف أقل ما يمكن ؟

$$\textcircled{4} \quad Q = 4x + 5y$$

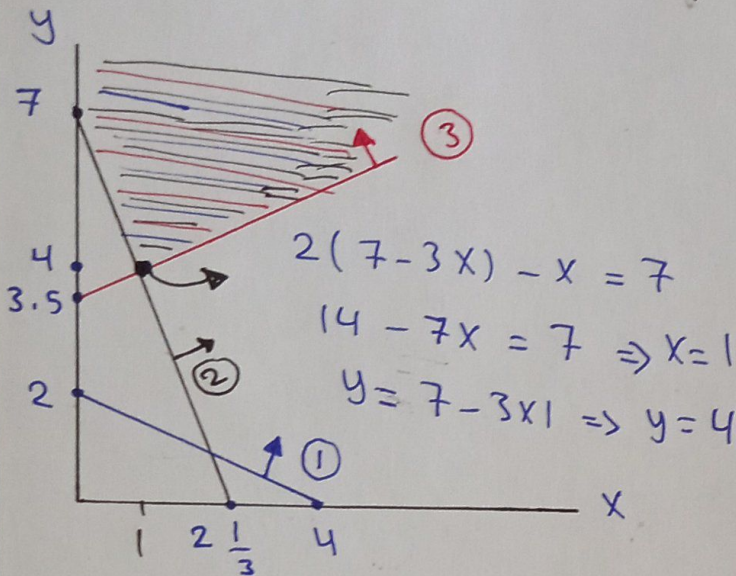
$$x + y \geq 8, \quad 3x + 5y \geq 30, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$



(x, y)	$Q = 4x + 5y$
$(0, 8)$	40
$(5, 3)$	35 (أقل قيمة)
$(10, 0)$	40

$$\textcircled{5} \quad C = 8X + 4Y$$

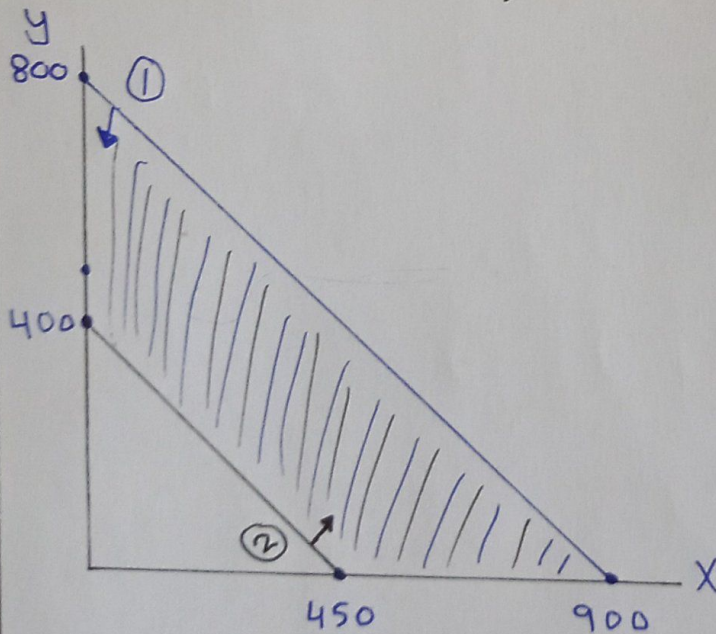
$$X + 2Y \geq 4, \quad 3X + Y \geq 7, \quad 2Y - X \geq 7, \quad X \geq 0, \quad Y \geq 0$$



(x, y)	$C = 8X + 4Y$
$(1, 4)$	24 (أقل قيمة)
$(0, 7)$	28

$$\textcircled{6} \quad K = 25X + 35Y$$

$$8X + 9Y \leq 7200, \quad 8X + 9Y \geq 3600, \quad X \geq 0, \quad Y \geq 0$$



(x, y)	$K = 25X + 35Y$
$(0, 400)$	14000
$(0, 800)$	28000
$(450, 0)$	11250 (أقل قيمة)
$(900, 0)$	22500

7) x : شوكولاتة الفستق y : شوكولاتة البندق

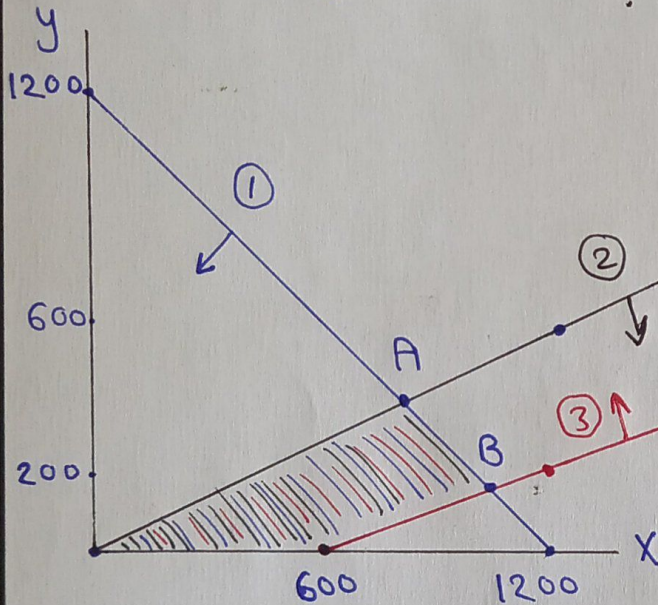
1) $x + y \leq 1200$ \Leftrightarrow الإنتاج لا يزيد عن 1200

2) $y \leq \frac{x}{2}$ \Leftrightarrow طلب البندق لا يزيد عن نصف طلب الفستق

3) طلب الفستق أقدم من 600 مضافاً لها 3 أمثال عدد طلب البندق

3) $x \leq 600 + 3y$

4) $Z = 1.5x + 2y$ \Leftrightarrow ربح الفستق : 1.5 و ربح البندق : 2



(x, y)	$Z = 1.5x + 2y$
$(0, 0)$	0
$(600, 0)$	900
$(1050, 150)$	1875
$(800, 400)$	2000 (الأكبر ربح)

A) $\Rightarrow y = 1200 - x \Rightarrow 1200 - x = \frac{x}{2}$

$\frac{3}{2}x = 1200 \Rightarrow x = \frac{2 \times 1200}{3} \Rightarrow x = 800$

$y = 1200 - 800 \Rightarrow y = 400 \Rightarrow A = (800, 400)$

B) $x + y = 1200 \Rightarrow x = 1200 - y$

$\Rightarrow 1200 - y = 600 + 3y \Rightarrow 4y = 600 \Rightarrow y = 150$

$x = 1200 - 150 \Rightarrow x = 1050 \Rightarrow B = (1050, 150)$

8 x : عدد الحافلات الكبيرة y : عدد الحافلات الصغيرة

* تكلفة استئجار الكبيرة 180 دينار و الصغيرة 100 دينار

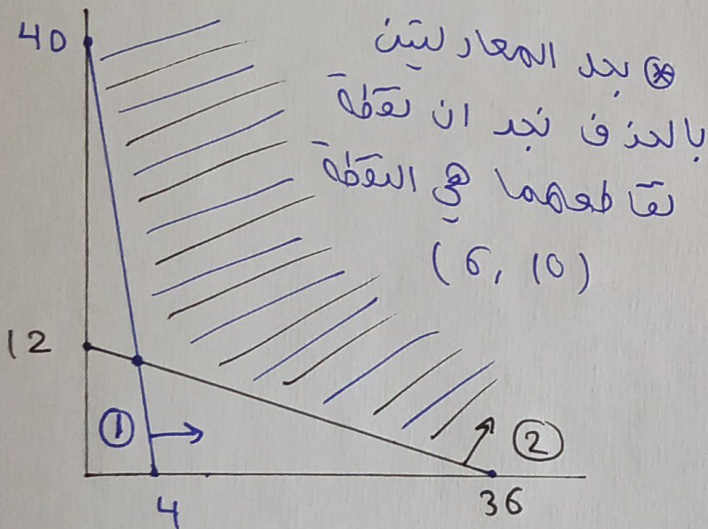
$$C = 180x + 100y$$

* الحافلة الكبيرة : 40 مقعد عادي و مقعد لذوي الحاجات

* الحافلة الصغيرة : 8 مقاعد عادية و 3 مقاعد لذوي الحاجات

* 320 مقعد عادي على الأقل $\Rightarrow 40x + 8y \geq 320$ ①

* 36 مقعد ذوي احتياجات خاصة على الأقل $\Rightarrow x + 3y \geq 36$ ②



(x, y)	$C = 180x + 100y$
$(0, 40)$	4000
$(6, 10)$	2080 (أقل تكلفة)
$(36, 0)$	6480

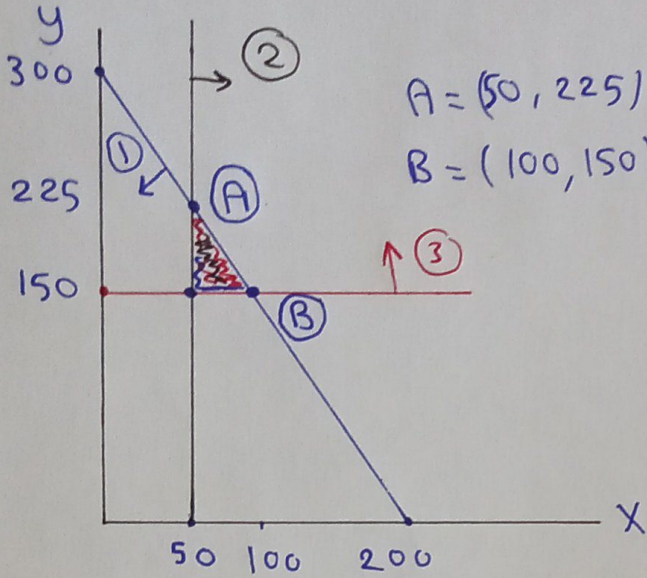
9 x : عدد الكتيبات و ثمنها 0.2 y : عدد النشرات و ثمنها 0.1

* يحتوي الكتيب الواحد 3 صفحات و النشرة الواحدة صفحتين

* طباعة ما لا يزيد عن 600 صفحة $\Rightarrow 3x + 2y \leq 600$ ①

* 50 كتيب على الأقل $\Rightarrow x \geq 50$ ② * 150 نشرة على الأقل $\Rightarrow y \geq 150$ ③

* التكلفة أقل ما يمكن $\Rightarrow C = 0.2x + 0.1y$



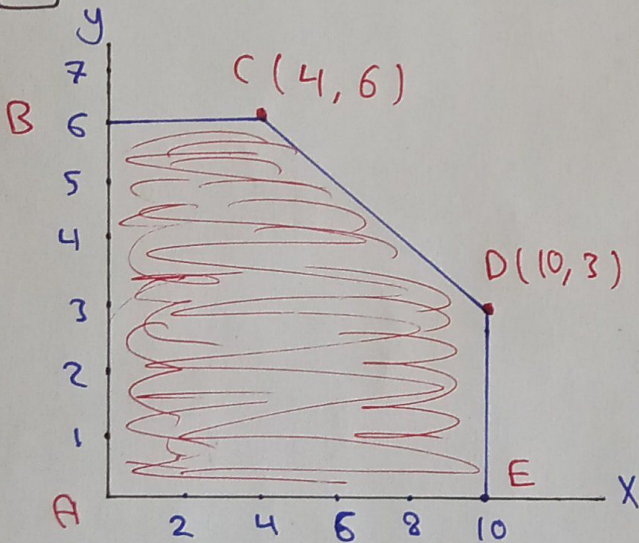
$$A = (50, 225)$$

$$B = (100, 150)$$

(x, y)	$C = 0.2x + 0.1y$
$(50, 150)$	25 (أقل تكلفة)
$(50, 225)$	32.5
$(100, 150)$	35

II

أكبر وأصغر قيمة للربح تكون عند رؤوس المنطقة



(x, y)	$P = x + 2y$
$(0, 0)$	0
$(0, 6)$	12
$(4, 6)$	16
$(10, 0)$	10
$(10, 3)$	16

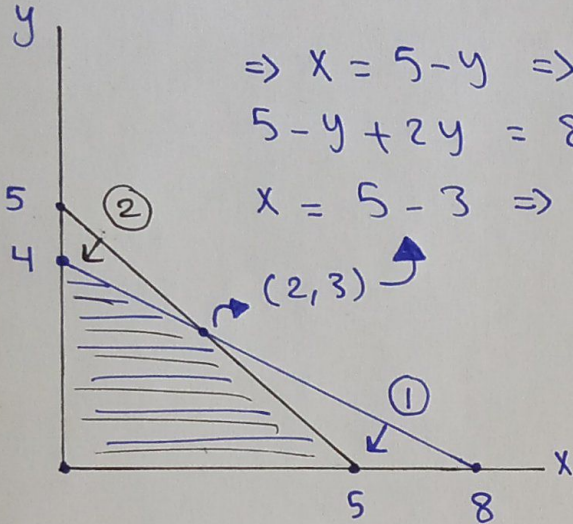
* أكبر قيمة للربح تكون عند $(4, 6)$ و $(10, 3)$ و بإمكاننا أن نختار أي واحدة منهما و تطبقها لأنها يعطيان نفس الربح

* النقطة $(6, 5)$ من داخل المنطقة الحد يكون عندها الربح 16

* الخاصية : أكبر وأصغر قيمة للاعتزان الهدف تكون عند رؤوس المنطقة وقد تكون تقاطع داخل المنطقة لها نفس القيمة ولكن لنا توجد تقاطع في المنطقة تتجاوز أكبر وأصغر قيمة.

جد اقتران الهدف الذي صورتها $G = ax + by$ حيث a, b عددا حقيقيان وله أكبر قيمة عند النقطة $(2, 3)$ وهي 18

فمن القيود التالية: ① $x + 2y \leq 8$, ② $x + y \leq 5$, $x, y \geq 0$



$$\Rightarrow x = 5 - y \Rightarrow$$

$$5 - y + 2y = 8 \Rightarrow y = 3$$

$$x = 5 - 3 \Rightarrow x = 2$$

(x, y)	$G = ax + by$
$(0, 0)$	0
$(0, 4)$	$4b$
$(5, 0)$	$5a$
$(2, 3)$	$2a + 3b = 18$

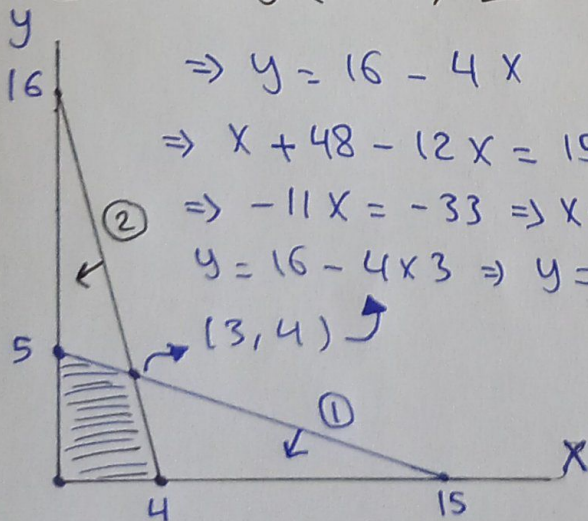
$$5a < 18 \Rightarrow a < 3.6 \quad 4b < 18 \Rightarrow b < 4.5$$

$$(a, b) = (3, 4) \Rightarrow G = 3x + 4y$$

جد قيم n (حيث n عدد صحيح موجب) والتي يجعل للاقتران ③

الهدف $D = 3x + ny$ أكبر قيمة عند $(3, 4)$ فممن الشروط

① $x + 3y \leq 15$, ② $4x + y \leq 16$, $x \geq 0$, $y \geq 0$



$$\Rightarrow y = 16 - 4x$$

$$\Rightarrow x + 48 - 12x = 15$$

$$\Rightarrow -11x = -33 \Rightarrow x = 3$$

$$y = 16 - 4 \times 3 \Rightarrow y = 4$$

(x, y)	$D = 3x + ny$
$(0, 0)$	0
$(0, 5)$	$5n$
$(4, 0)$	12
$(3, 4)$	$9 + 4n$ (الأكبر)

$$9 + 4n > 5n \Rightarrow 9 > n \Rightarrow n \in [1, 9)$$

* حلول أسئلة اختبار نهاية الوحدة الأولى ٥٥

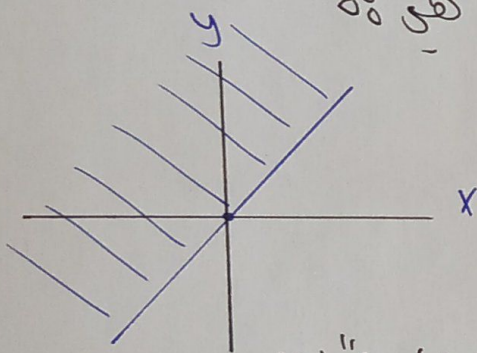
* ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة ٥٥

1) الزوج الذي يمثل حلاً للمتباينة $-10 < 7y - 8x$ هو ٥

$\Rightarrow 7 \times 5 - 8 \times 2 > -10$ a) (3, 2) b) (3, 1)

$35 - 16 > -10 \Rightarrow 19 > -10$ c) (-4, -7) d) (2, 5)

2) المتباينة التي لها التمثيل البياني التالي هي ٥٥



a) $x - y \leq 0$ b) $x - y \geq 0$

c) $x + y \leq 0$ d) $x + y \geq 0$

3) المتباينة التي يكون الزوج المرتب (1, 2) حلاً لها هي ٥٥

$\Rightarrow 2 - 13 \times 1 \leq -6$ a) $2x + 7y < 2$ b) $x - 11y \geq -2$

$-11 \leq -6$ c) $y - 13x \leq -6$ d) $2y - x > 9$

4) الزوج الذي يمثل حلاً للنظام $2x - y \geq -3, y + 5x < 7$ هو ٥٥

$\Rightarrow 0 + 5 \times 0 < 7$

$\Rightarrow 0 < 7$ --- ①

a) (3, 2)

b) (0, 0)

$\Rightarrow 2 \times 0 - 0 \geq -3$

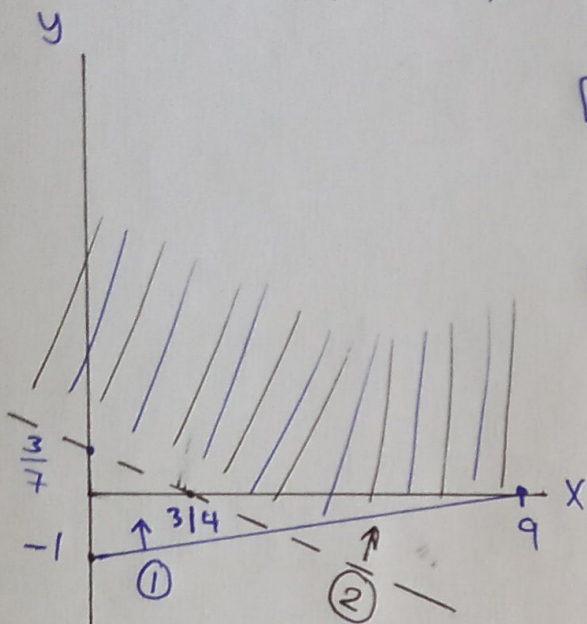
$0 \geq -3$ --- ②

c) (-4, -2)

d) (2, 8)

⊛ حل لكلمة "من أنظمة المتباينات الخطية التالية" ٥٩

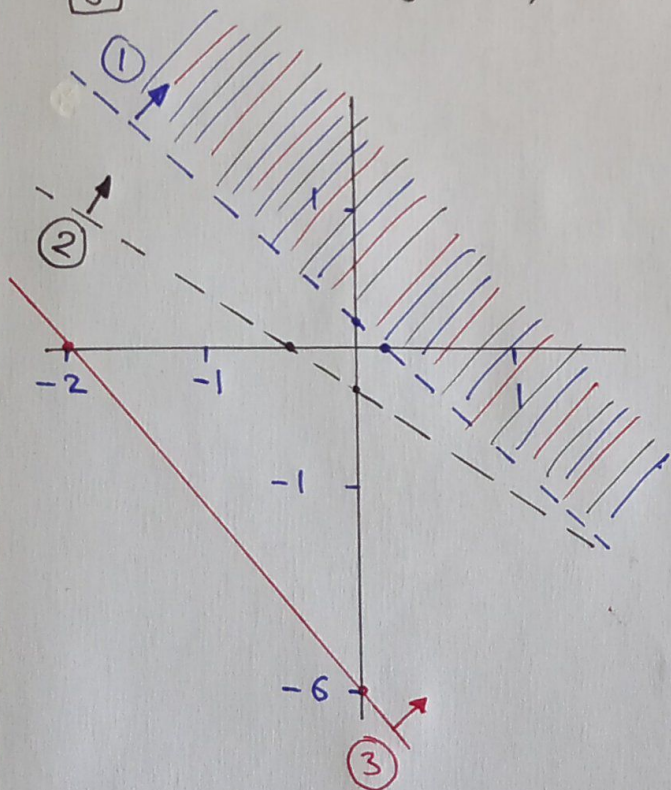
5 $x - 8y \leq 9$, $4x + 7y > 3$



1 $0 - 8y = 9 \Rightarrow y = -\frac{9}{8}$
 $x - 0 = 9 \Rightarrow x = 9$

2 $0 + 7y = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{7}$
 $4x + 0 = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$

6 $12x + 10y > 1$, $-5x - 8y < 2$, $3x + y \geq -6$



1 $(0, \frac{1}{10})$ $(\frac{1}{12}, 0)$

2 $(0, -\frac{1}{4})$ $(-\frac{2}{5}, 0)$

3 $(0, -6)$ $(-2, 0)$

(*) عدد الطالبات x (*) عدد الطلاب y

(*) لا يقل العدد الكلي عن 5 ولا يزيد عن 15

(*) لا يقل عدد الطلاب عن نصف عدد الطالبات.

7 اشرح بالكلمات معنى $2y \geq x$

ضعفي عدد الطلاب أكبر من أو يساوي عدد الطالبات أو أن عدد الطلاب أكبر من أو يساوي نصف عدد الطالبات.

8 إذا كان عدد الطالبات 6، فما العدد الممكن للطلاب؟

3 فما فوق (أي 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) لأنه لا يقل عن نصف الـ 6

9 جد جميع الحلول الممكنة للنظام حيث m, n صحيحان وموجبان

$$\textcircled{1} m + n > 4 \quad \textcircled{2} 3m + 7n \leq 21$$

$$\Rightarrow m = 4 - n$$

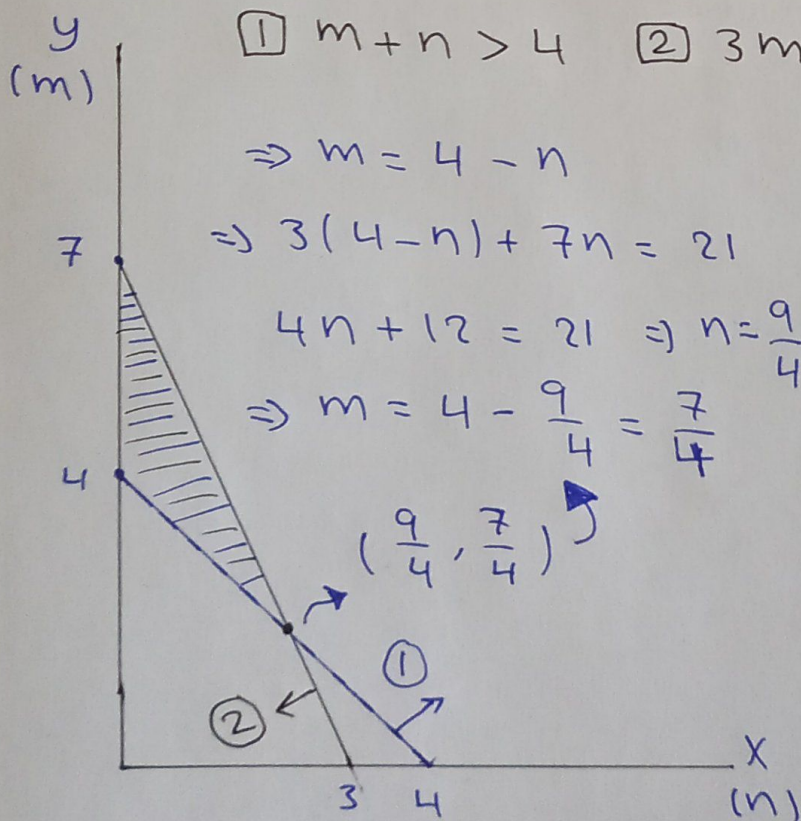
$$\Rightarrow 3(4 - n) + 7n = 21 \quad \textcircled{*} \text{ قيم } m, n \text{ المتصلة}$$

$$4n + 12 = 21 \Rightarrow n = \frac{9}{4}$$

$$(1, 4)$$

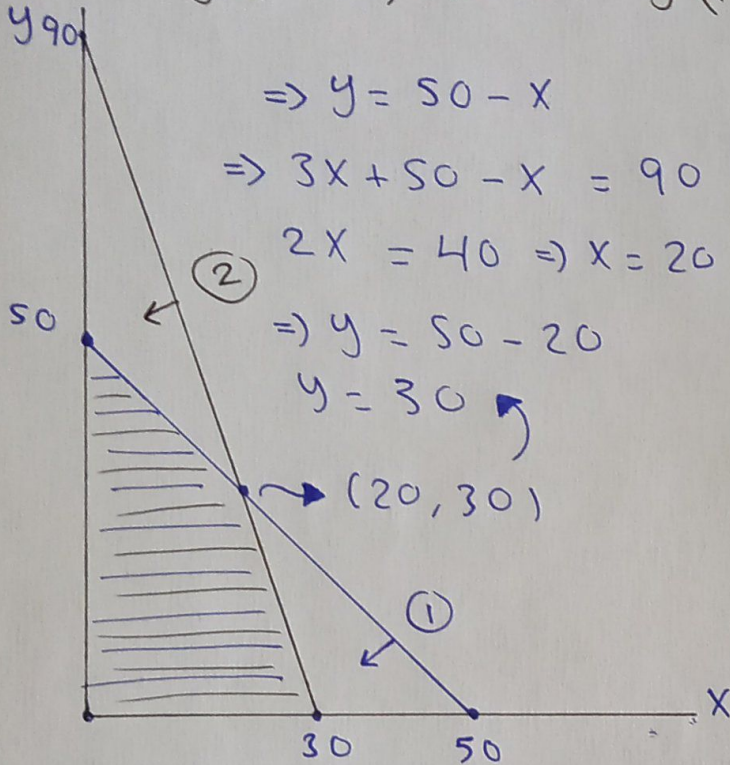
$$\Rightarrow m = 4 - \frac{9}{4} = \frac{7}{4}$$

$$\left(\frac{9}{4}, \frac{7}{4}\right)$$



10) جد أكبر قيمة للاقتران $P = 4x + y$ ضمن القيود التالية 8

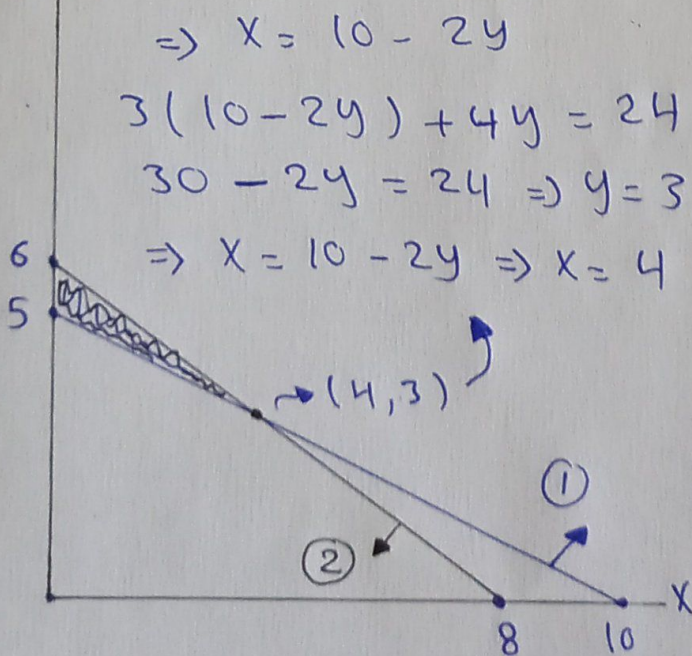
① $x + y \leq 50$, ② $3x + y \leq 90$, ③ $x, y \geq 0$



(x, y)	$P = 4x + y$
$(0, 0)$	0
$(30, 0)$	120 (أكبر قيمة)
$(0, 50)$	50
$(20, 30)$	110

11) جد أصغر قيمة للاقتران $C = 200x + 500y$ ضمن القيود 8

① $x + 2y \geq 10$, ② $3x + 4y \leq 24$, ③ $x, y \geq 0$



(x, y)	$C = 200x + 500y$
$(0, 5)$	2500
$(0, 6)$	3000
$(4, 3)$	2300 (أقل قيمة)

القطعة النسبية	القطعة الوقت	
1h	2h	زمن المعالجة في A
1h	1h	زمن المعالجة في B
JD 15	JD 20	مقدار الربح

12) x : القطعة الأولى

y : القطعة النسبية

ساعات عمل الماكينة A لا تزيد

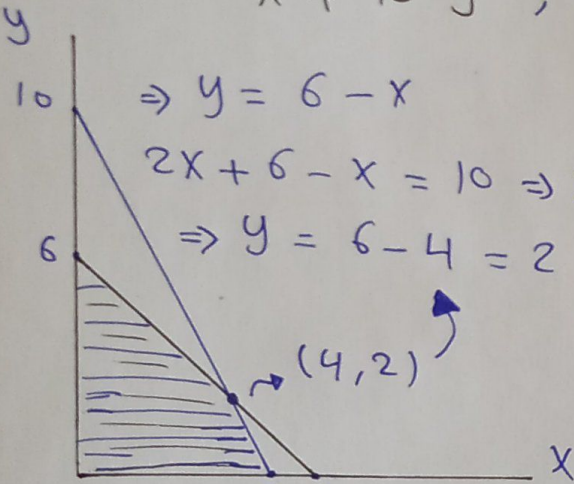
عن 10 ساعات و الماكينة B

لا تزيد عن 6 ساعات .

جد عدد القطع اللازم إنتاجها لتحقيق أكبر ربح

$$z = 20x + 15y \quad (1) \quad 2x + y \leq 10$$

$$(2) \quad x + y \leq 6$$



$$(x, y) \quad z = 20x + 15y$$

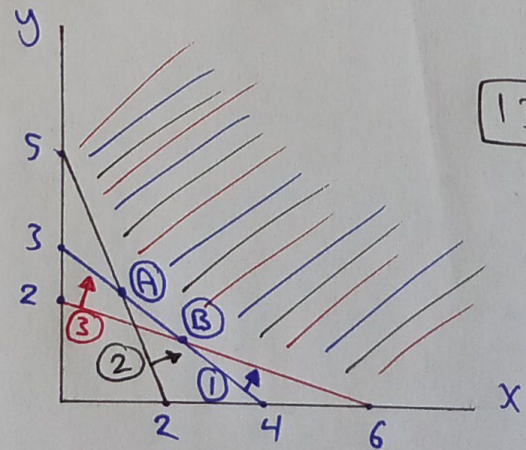
$$(5, 0) \quad 100$$

$$(4, 2) \quad 110 \rightarrow \text{أكبر ربح}$$

$$(0, 6) \quad 90$$

$$(0, 0) \quad 0$$

كمية	طحين الشوفان	الطحين العادي	
	0.8	0.5	السعر
فئتا A	4 وحدات	3 وحدات	
فئتا B	2 وحدات	5 وحدات	
فئتا C	3 وحدات	1 وحدة	



y : طحين شوفان

x : طحين عادي

$$C = 0.5x + 0.8y$$

$$A = \left(\frac{8}{7}, \frac{15}{7} \right)$$

$$(13) \quad (x, y) = \left(\frac{12}{5}, \frac{6}{5} \right)$$

$$(1) \quad 3x + 4y \geq 12$$

$$(2) \quad 5x + 2y \geq 10$$

$$(3) \quad x + 3y \geq 6$$

$$B = \left(\frac{12}{5}, \frac{6}{5} \right)$$

و قيمتها هي JD 2.16

