الرعد في الرياضيات

الصف التاسع

الوحدة الثالثة

الأقتران التربيعي

أ. رعد الخمايسة
0775052929

الاقتران التربيعي ورسم منحناه

تعريف: $ق(س) = أ س^2 + ب س + جـ$ يسمى اقتران تربيعي بحيث $أ$: معامل $س^2$، $ب$: معامل $س$، $جـ$: الحد المطلق

ليكن $ق(س) = أ س^2 + ب س + جـ$ اقتران تربيعي فإن

① $أ > 0$ نستنتج أن منحنى الاقتران $ق(س)$ مفتوح لأعلى ويكون له قيمة صغرى عند $س = \frac{-ب}{2أ}$ وهي $ق(\frac{-ب}{2أ})$

ويكون مدى الاقتران $\{ص : ص \geq ق(\frac{-ب}{2أ})\}$

② $أ < 0$ نستنتج أن منحنى الاقتران $ق(س)$ مفتوح لأسفل ويكون له قيمة عظمى عند $س = \frac{-ب}{2أ}$ وهي $ق(\frac{-ب}{2أ})$ ويكون مدى الاقتران $\{ص : ص \leq ق(\frac{-ب}{2أ})\}$

③ معادلة محور التماثل هي $س = \frac{-ب}{2أ}$ وتسمى نقطة تقاطع $ق$ مع محور التماثل بـ نقطة الرأس للمنحنى وإحداثياتها $(\frac{-ب}{2أ}, ق(\frac{-ب}{2أ}))$

(*): معادلة محور التماثل $\Leftarrow س = \frac{-ب}{2أ}$ و نقطة الرأس $\Leftarrow (\frac{-ب}{2أ}, ق(\frac{-ب}{2أ}))$

م. رعد الحايسة 0775052929

خطوات رسم منحنى الأقتران التربيعي

١) أكتب المعاملات P ، $ب$ ، $جـ$ للأقتران المعطى

٢) جد معادلة محور التماثل $س = \frac{-ب}{٢P}$

٣) جد $هـ(\frac{-ب}{٢P})$ وعليه نحدد الرأس

٤) نكون جدول ، بحيث نختار قيم اكبر وأقل من الإحداثي السيني للرأس

٥) نعيّن النقاط في المستوى البياني ونصل بينها بخط منحني

تدريب ١ : حدد الأقتران التربيعي في كل مما يأتي ، وأكتب معامل كل من $س^٢$ ، $س$ والحد المطلق في كل منها

أ) $هـ(س) = ٢س^٢$ الحل : تربيعي $P = ٢$ ، $ب = ٠$ ، $جـ = ٠$

ب) $ق(س) = س^{\frac{١}{٢}} - س^٢$ الحل : ليس تربيعي

جـ) $ك(س) = س^٢ - ٥س + \frac{١}{٢}$ الحل : تربيعي

$P = ١$ ، $ب = -٥$ ، $جـ = \frac{١}{٢}$

تدريب ٢ : أرسم منحنى الأقتران $هـ(س) = س^٢ + ٤س - ٥$

الحل : $P = ١$ ، $ب = ٤$ ، $جـ = -٥$ (مفتوح لأعلى لأنه $P > ٠$)

$س = \frac{-ب}{٢P} \Leftarrow س = \frac{-٤}{١ \times ٢} = -٢$

$هـ(-٢) = (-٢)^٢ + ٤ \times (-٢) - ٥$ ∴ الرأس $(-٢ ، -٩)$

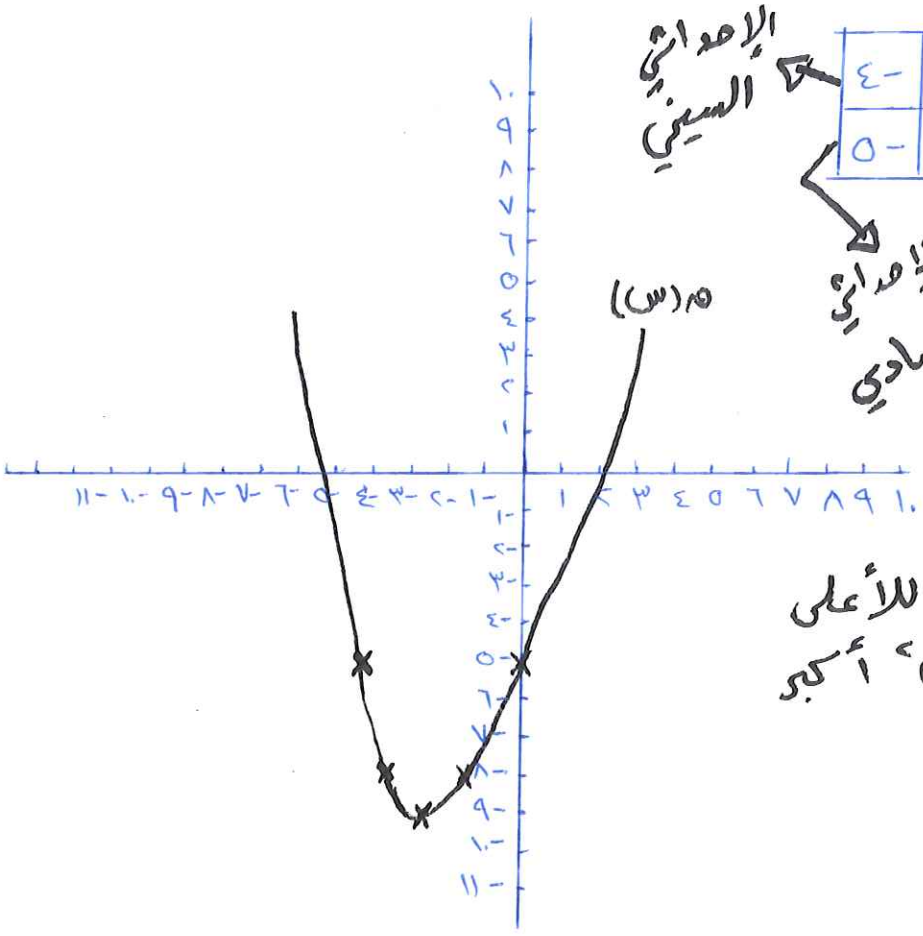
$= ٤ - ٨ - ٥ = -٩$

م. رعد الخايسة 0775052929

س	٠	-١	-٢	-٣	-٤
ه(س)	-٥	-٨	-٩	-٨	-٥

الإحداثي السيني

الإحداثي الصادي



* الأقتران مفتوح للأعلى لأنه معامل س^{٢} أكبر من صفر

تدريب ٣

إذا كان ه أقترانا" تربيعيا" حيث ه(س) = س^{٢} + ٢س :-

أ) هل منحنى الإقتران ه مفتوح إلى أعلى أم إلى اسفل

الحل : أ = ١ > ٠ ∴ مفتوح إلى أعلى

ب) هل للأقتران ه قيمة صغرى أم قيمة عظمى ، جدها

الحل : يوجد له قيمة صغرى لأنه أ > ٠

$$س = \frac{-ب}{٢أ} = \frac{-٢}{١ \times ٢} = -١$$

∴ القيمة الصغرى = ه(-١) = (-١)^{٢} + ٢ × -١ = ١ - ٢ = -١

م. رعد الخمايسة

0775052929

جـ) ما مدى الإقتران هـ ؟

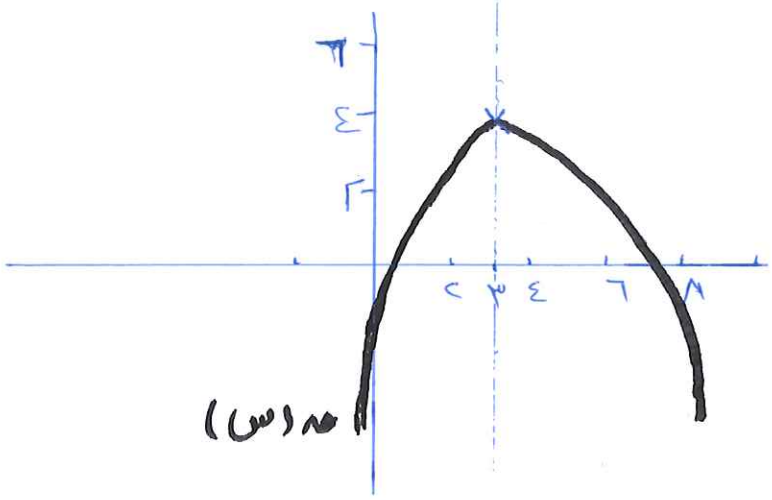
الحل: بما أن $ق > ٠$ فإن المدى $= \{ص : ص \geq -١\}$

تدريب (٤)

إذا كان هـ اقترانا" تربيعيا" قيمته العظمى تساوي ٤ و معادلة محور تماثله هي $س = ٣$

أرسم رسما" تقريبيا" لمنحنى هـ ؟

الحل: بما أن الاقتران له قيمة عظمى فأنه منحناه مفتوح لأسفل ورأسه (٤،٣)



* تدريب ٥ & تدريب ٦
يحتاج حلها أستخدام الحاسوب وبرنامج Excell

م. رعد الخمايسة

0775052929

تمارين ومسائل

١) أي الاقترانات الآتية أقتران تربيعي ؟

أ) $ه(س) = س^{\frac{1}{2}} + س$ ، $س > ٠$

ب) $و(س) = س(س-١) + ٥$

ج) $ل(س) = ٢س + ١$

د) $ع(س) = س^{٢}(٣ - س^{٢}) + س + ٤$

الحل :

أ) ليس تربيعي

ب) $و(س) = س^{٢} - س + ٥$ أقتران تربيعي

ج) ليس تربيعي

د) $ع(س) = ٣س^{٢} - س^{٤} + س + ٤$ ليس تربيعي

٢) ما معادلة محور التماثل للإقتران $ه(س) = س^{٢} + ٠,٢٥ + س$

الحل: $س = \frac{-ب}{٢أ} = \frac{-١}{٢ \times ١} = \frac{-١}{٢}$

٣) ما مجال ومدى الأقتران التربيعي $ه(س) = ١ - س^{٢}$

الحل : مجال الأقتران التربيعي هو $(ح)$

$س = \frac{-ب}{٢أ} = \frac{٠}{-٢} = ٠$ ، $ه(٠) = ١ - ٠ = ١$

بما أن $أ < ٠$ فأن المدى $\{ص : ص \leq ١\}$

٤) إذا كانت $ه : ح \to ح$ حيث $ه(س) = س^{٢} - ٥س + ٤$ فجد

① $ه(-٢) = (-٢)^{٢} - ٥ \times (-٢) + ٤ = ٤ + ١٠ + ٤ = ١٨$

② $ه(١) = (١)^{٢} - ٥ \times ١ + ٤ = ١ - ٥ + ٤ = ٠$

③ $ه(٤) = (٤)^{٢} - ٥ \times ٤ + ٤ = ١٦ - ٢٠ + ٤ = ٠$

م. وعد الخمايسة

0775052929

٥) جد معادلة محور التماثل ، وراس المنحنى ، والقيمة العظمى أو القيمة الصغرى ، والمجال والمدى لكل من الإقترانات الآتية

أ) ل(س) = س^{٢} + ٦س - ٧

الحل: أ = ١ ، ب = ٦ ، جـ = -٧

معادلة محور التماثل $س = \frac{-ب}{٢أ} = \frac{-٦}{٢ \times ١} = \frac{-٦}{٢} = -٣$

ل(-٣) = (-٣)^{٢} + ٦ × -٣ - ٧ = -١٦ الرأس (-٣ ، -١٦)

أ > ٠ للأقتران قيمة صغرى قيمتها ل(-٣) = -١٦

المجال : ح المدى = { ص : ص ≥ -١٦ }

ب) م(س) = ٢س - س^{٢} + ٤

الحل: أ = -١ ، ب = ٢ ، جـ = ٤

معادلة محور التماثل $س = \frac{-ب}{٢أ} = \frac{-٢}{٢ \times -١} = ١$

م(١) = ٢ × ١ - (١)^{٢} + ٤ = ٢ - ١ + ٤ = ٥ ∴ الرأس (١ ، ٥)

أ > ٠ للأقتران قيمة عظمى قيمتها م(١) = ٥

المجال : ح المدى : { ص : ص ≤ ٥ }

جـ) هـ(س) = س^{٢}

الحل: أ = ١ ، ب = ٠ ، جـ = ٠

معادلة محور التماثل $س = \frac{-ب}{٢أ} = \frac{٠}{٢ \times ١} = ٠$

هـ(٠) = ٠ ∴ الرأس (٠ ، ٠)

أ > ٠ للأقتران قيمة صغرى قيمتها هـ(٠) = ٠

المجال : ح المدى : { ص : ص ≥ ٠ }

أ. رعد الخمايسة

0775053929

٦) أرسم منحنى الأقترانات الآتية :-

أ) $هـ(س) = (س + ٢)^٢ - ١$ "فك الأقواس"

الحل : $هـ(س) = س^٢ + ٤س + ٤ - ١$

$هـ(س) = س^٢ + ٤س + ٣$

$أ = ١$ ، $ب = ٤$ ، $جـ = ٣$ «مفتوح للأعلى»

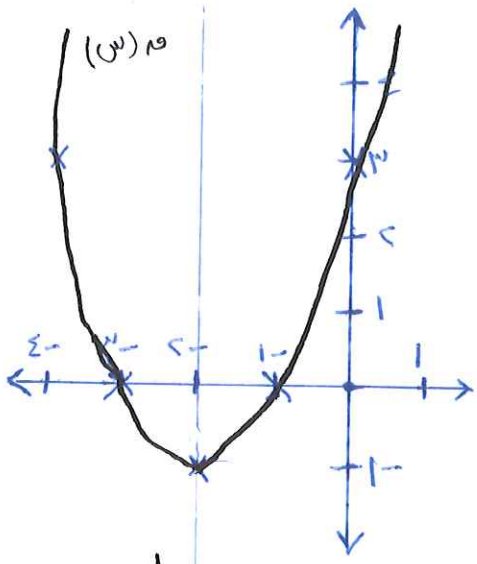
$س = \frac{-ب}{٢أ} = \frac{-٤}{١ \times ٢} = -٢$

$هـ(-٢) = (-٢ + ٢)^٢ - ١ = -١$

∴ الرأس $(-٢ ، -١)$

س	٠	-١	-٢	-٣	-٤
هـ(س)	٣	٠	-١	٠	٣

الرأس



ب) $هـ(س) = س^٢ - ٢س + ٤$

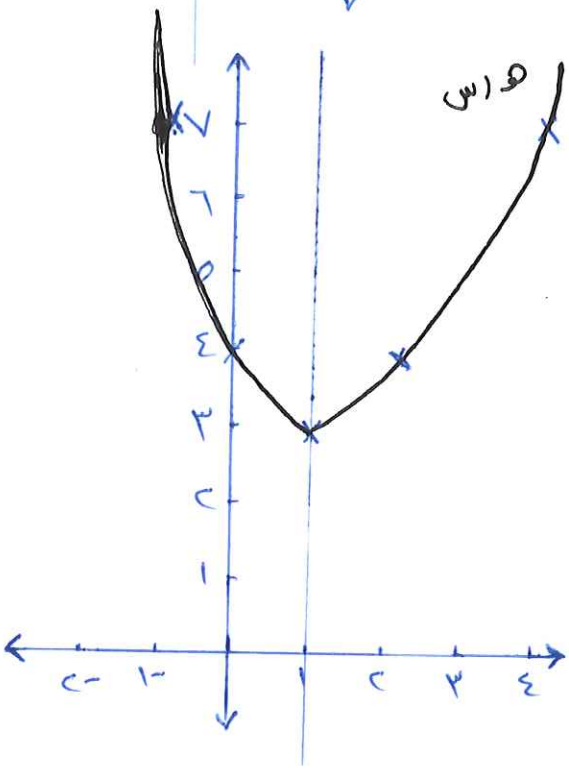
الحل : $أ = ١$ ، $ب = -٢$ ، $جـ = ٤$

$س = \frac{-ب}{٢أ} = \frac{٢}{١ \times ٢} = ١$

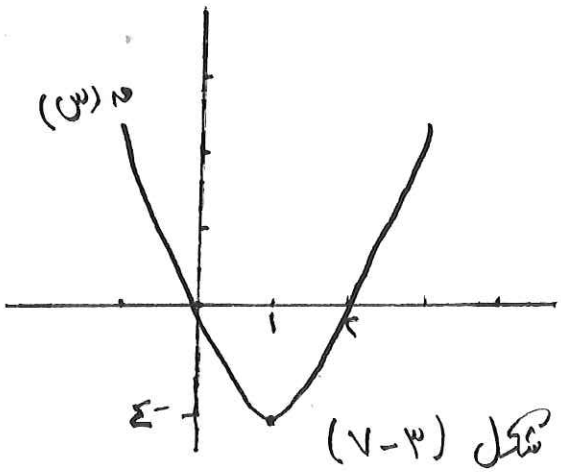
$هـ(١) = (١)^٢ - ٢ \times ١ + ٤ = ٣$

س	-١	٠	١	٢	٣
هـ(س)	٧	٤	٣	٤	٧

الرأس



٧) يبين الشكل (٣-٧) منحنى الإقتران هـ ، أكتب قاعدة الإقتران هـ معتمداً على الرسم



شكل (٣-٧)

م. رعد الخمايسة

0775052929

الحل : قاعدة الإقتران التربيعي $ق(س) = أ س^2 + ب س + جـ$

منحنى ق يمر بـ $(0,0)$ ، $(2,0)$ ، $(1,-4)$

$ق(0) = 0$

$أ \times 0 + ب \times 0 + جـ = 0$ ⟹ $\boxed{جـ = 0}$

$ق(2) = 0$

$أ \times (2)^2 + ب \times 2 = 0$

$4أ + 2ب = 0$ ——— (1) معادلة

$ق(1) = -4$

$أ \times (1)^2 + ب \times 1 = -4$

$أ + ب = -4$ ——— (2) معادلة

الآن نقوم بحل المعادلتين بالحذف

$أ + ب = -4$ ← $-2أ - 2ب = 8$

$4أ + 2ب = 0$

$2أ = 8$

$\boxed{أ = 4}$

الآن نعوض في (2)

$4 + ب = -4$

$ب = -4 - 4$

$ب = -8$

$\therefore ق(س) = 4س^2 - 8س$

0775052929

٨) إذا علمت أنه منحنى الإقتران التربيعي يقطع محور السينات عندما س = -٢ ، س = ٢ ويمر بـ (١ ، -٣) جد قاعدة الإقتران ق .

الحل : قاعدة الإقتران ق(س) = أ س^{٢} + ب س + جـ

ق يمر بـ (-٢ ، ٠) ، (٢ ، ٠) ، (١ ، -٣)

ق(-٢) = ٠

٤أ - ٢ب + جـ = ٠ — ①

ق(٢) = ٠

٤أ + ٢ب + جـ = ٠ — ②

ق(١) = -٣

أ + ب + جـ = -٣ — ③

نقوم بحل المعادلات بالحذف وينتج

أ = ١ ، ب = ٠ ، جـ = -٤

ق(س) = س^{٢} - ٤

٩) قذف جسم إلى الأعلى وفق العلاقة ف(ن) = ٨٠ ن - ٥ ن^{٢} حيث ف : الإرتفاع بالأمتار ، ن : الزمن بالثواني . جد أقصى إرتفاع يصل إليه الجسم

الحل: المطلوب هو الاحداثي الصادي لرأس الاقتران التربيعي

ن = $\frac{-ب}{٢أ}$ = $\frac{-٨٠}{-١٠ \times ٥}$ = $\frac{٨٠}{١٠}$ = ٨

ف(٨) = ٨٠ × ٨ - ٥ × (٨)^{٢} = ٦٤٠ - ٣٢٠ = ٣٢٠ م

١٠) جد العددين اللذين مجموعهما ٤٠ وحاصل ضربهما أكبر ما يمكن؟

الحل: العدد الأول = س ، العدد الثاني = ٤٠ - س

ق(س) = س × (٤٠ - س) = ٤٠ س - س^{٢}

س = $\frac{-ب}{٢أ}$ = $\frac{-٤٠}{-٢ \times ١}$ = $\frac{٤٠}{٢}$ = ٢٠ ∴ العددان (٢٠ ، ٢٠)

0775052929

١١) اتفقت شركة استيراد وتصدير مع أحد المصانع على أستيراد نوع منه الماكنات ، بشرط أن يكون مقدار ما تربحه الشركة م مقدراً بالاف الدنانير مرتبطاً بالزمن الازم للأستيراد (ن) مقدراً بالأسابيع حسب العلاقة م(ن) = ٤ن - ن٢
ما الزمن الازم لتحصيل الشركة على أكبر ربح ممكن ؟

الحل : م(ن) = ٤ن - ن٢ إقتران تربيعي

أكبر ربح هو القيمة العظمى للإقتران

ن = $\frac{-ب}{٢أ}$ = $\frac{-٤}{-٢ \times ٢}$ = ٢ أسبوعان

م(٢) = ٤ × ٢ - (٢)٢ = ٨ - ٤ = ٤ الاف أكبر ربح

١٢) حل المسألة الواردة في بداية الدرس

الحل : ٢س + ٢ص = ٢٠ نقسم على ٢

س + ص = ١٠

ص = ١٠ - س

المساحة = الطول × العرض

= س × ص = س (١٠ - س) = (١٠س - س٢)

م(س) = ١٠س - س٢

س = $\frac{-ب}{٢أ}$ = $\frac{-١٠}{-٢ \times ٢}$ = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥

ص = ١٠ - س = ٥

الأبعاد (٥ ، ٥)

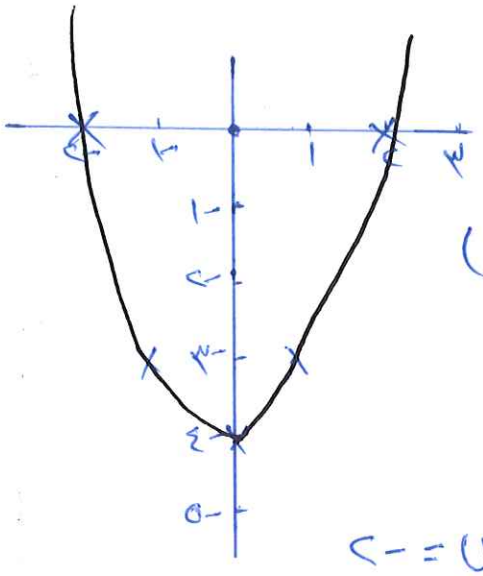
0775052929

م. رعد الخمايسة

أصفار الاقتران التربيعي

تعريف : إذا كان هـ اقتران تربيعي فإن الإحداثي السيني لنقط تقاطع منحنى الإقتران مع محور السينات تمثل اصفار هذا الإقتران أي أنه : العدد س$_1$ يسمى صفراً للإقتران هـ إذا كان هـ(س$_1$) = ٠ حيث س$_1$ عدد حقيقي

تدريب (١): ارسم منحنى الإقتران هـ بيانياً ، حيث هـ(س) = س^2 - ٤ ثم أعتمد على الرسم في إيجاد اصفار الإقتران هـ .



الحل : أ = ١ ، ب = ٠ ، جـ = -٤

س = $\frac{-ب}{٢أ}$ = $\frac{٠}{١ \times ٢}$ = ٠

هـ(٠) = ٠ - ٤ = -٤ ∴ الرأس (٠ ، -٤)

س	٢	١	٠	-١	-٢
هـ(س)	٠	-٣	-٤	-٣	٠

∴ أصفار الإقتران : س = ٢ ، س = -٢

تدريب (٢): إذا علمت أنه العدد (٧) صفر للإقتران هـ(س) = أ س^2 - ٤ س - ٢١ فجد قيمة الثابت (أ) .

الحل : بما أنه العدد ٧ صفراً لـ هـ(س) فإنه

هـ(٧) = ٠

أ × (٧)^2 - ٤ × ٧ - ٢١ = ٠

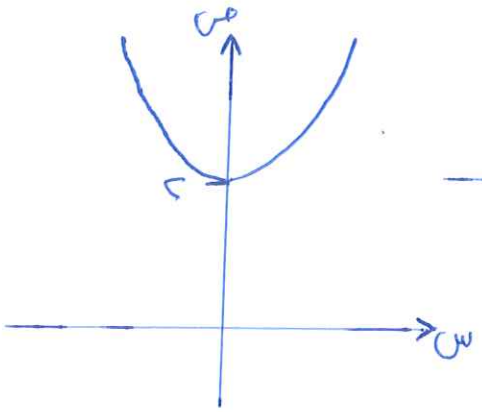
٤٩ أ - ٢٨ - ٢١ = ٠ ⟸ أ = ١

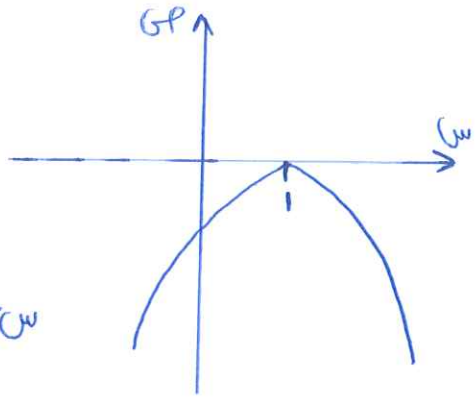
م . رعد الخمايسة
0775052929

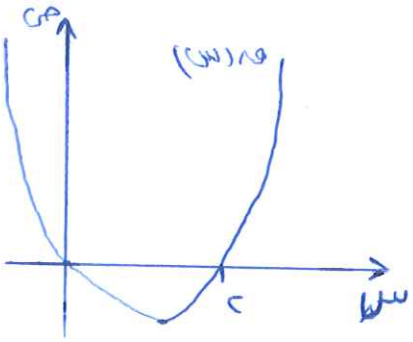
تمارين ومسائل

الدرس ٣

١) الشكل (٣-١١) يبين منحنيات ثلاثة أقترانات تربيعية. ما اصفار كل منها :







الحل :

س = ٠ ، س = ٢ ، س = ١ ، لا يوجد ∅

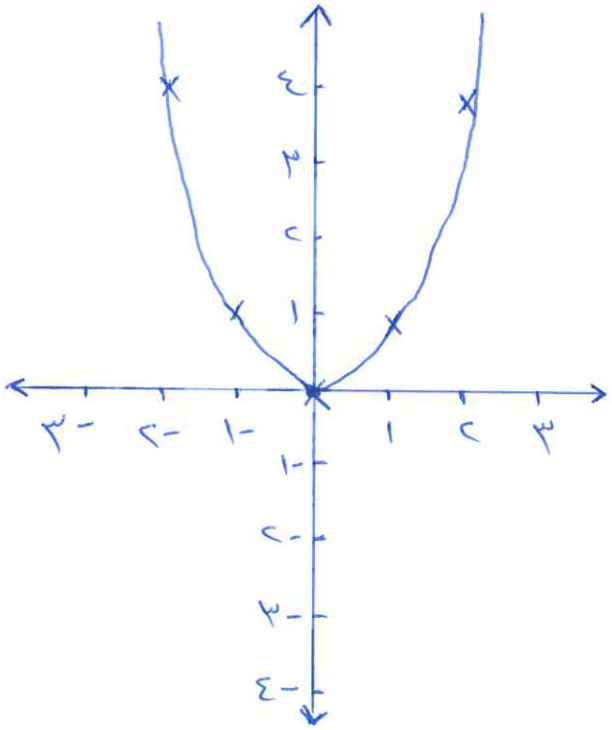
٢) هل العدد (١) صفر للإقتران ه(س) = ٥ س^{٢} + س - ٦ ؟ برر إجابتك

الحل : ه(١) = ٥ (١)^{٢} + ١ - ٦ = ٦ - ٦ = صفراً

بما أنه ه(١) = ٠ فإن العدد (١) صفراً لـ ه(س)

٣) ارسم منحنى الإقترانات الآتية ، ثم جد أصفار كل منها :-

أ) ه(س) = س^{٢}



الحل : أ = ١ ، ب = ٠ ، جـ = ٠

س = $\frac{-ب}{٢أ}$ = $\frac{٠}{١ \times ٢}$ = ٠

ه(٠) = ٠

س	٢	١	٠	-١	-٢
ه(س)	٤	١	٠	١	٤

أصفار ه(س)

س = ٠

م. رعد الخماسة

0775052929

ب) $هـ(س) = س - \frac{1}{2}س^2$

الحل : $أ = -\frac{1}{2}$ ، $ب = 1$ ، $جـ = 0$

$$س = \frac{-ب}{2أ} = \frac{-1}{2 \times -\frac{1}{2}} = 1$$

$$هـ(1) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

س	٣	٢	١	٠	-١
هـ(س)	$-\frac{3}{2}$	٠	$\frac{1}{2}$	٠	$-\frac{3}{2}$

أصفار $هـ(س)$:- $س = 0$ ، ٢

جـ) $ل(س) = ٤ + س^2 - ٤س$

الحل : $أ = 1$ ، $ب = -٤$ ، $جـ = ٤$

$$س = \frac{-ب}{2أ} = \frac{٤}{2 \times 1} = ٢$$

$$ل(٢) = ٤ + ٤ - ٨ = ٠$$

س	٤	٣	٢	١	٠
هـ(س)	٤	١	٠	١	٤

أصفار $ل(س)$:- $س = ٢$

٤) إذا كانت العدد ٢ صفراً للاقتران $هـ(س) = أس^2 + بس + ٦$
وكانت $هـ(١) = ٢$ فجد قيمة كل من العددين $أ$ ، $ب$

الحل : $هـ(٢) = ٠$

$$٤ \times أ + ٢ب + ٦ = ٠$$

$$٤أ + ٢ب + ٦ = ٠ \quad \text{بترتيب}$$

$$٤أ + ٢ب = -٦ \quad \text{——} (1)$$

0775052929

$ق(1) = 2$

$أ + ب + 6 = 2$

$أ + ب = 2 - 6$

$أ + ب = -4$ ← (3) الآن نحل المعادلتين

$3أ + 2ب = -6$ ← (4) $3أ + 2ب = -6$

$أ + ب = -4$ $\times -2$ $\quad -2أ - 2ب = 8$

$أ = 2$

نعوض قيمة $أ$ في المعادلة (3):

$1 + ب = -4$

$ب = -4 - 1$ ⇐ $\boxed{ب = -5}$

٥) يتغير بعدا مستطيل ، بحيث يبقى محيطه ٢٤ سم .
جد طوله عندما تصبح مساحته ٢٠ سم^2

الحل :- $2س + 2ص = 24$

$2ص = 24 - 2س$ نقسم على (2)

$ص = 12 - س$

المساحة $= س \times ص = س(12 - س) = 12س - س^2$

$20 = 12س - س^2$ الآن نرتب

$س^2 - 12س + 20 = 0$

نرسم ونجد أصفار $ق(س) = س^2 - 12س + 20$

وينتج الطول $س = 10$ سم

٦) أضيف مربع العدد الموجب س إلى العدد ٥٢ وطرح منه الناتج ١٠ أمثال س وكانه ناتج الطرح صفراً .
كيف يمكنه معرفة قيمة (س)

0775052929

الحل : $س^{٢} + ٢٥ - ١٠ س = ٠$

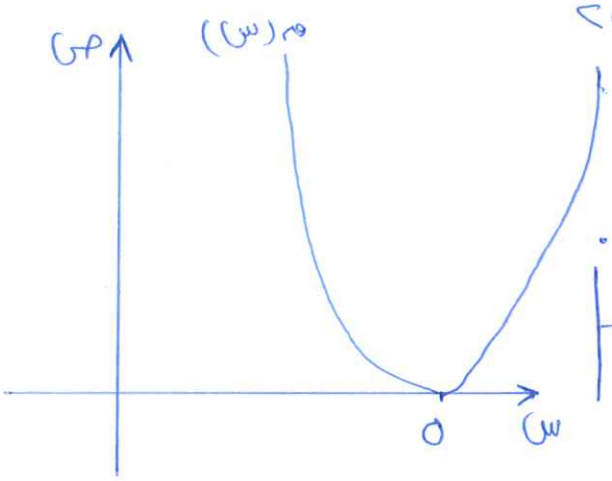
نرسم $م(س) = س^{٢} - ١٠ س + ٢٥$ ونجد أصفار $م(س)$

$أ = ١$ $ب = -١٠$ $جـ = ٢٥$

$س = \frac{-ب}{٢أ} = \frac{١٠}{١ \times ٢} = ٥$

$م(٥) = ٢٥ - ٥٠ + ٢٥ = ٠$

س	٧	٦	٥	٤	٣
$م(س)$	٤	١	٠	١	٤



∴ $س = ٥$

التعب يزول ... والإنجاز يبقى

جميل أن نتحدى الوقت ونعلم يقيناً أن الدقيقة تسجل لنا إنجازاً عظيماً

Be patient ... the lesson's you learn today will benefit you tomorrow.

م. رعد الخايسة

0775052929

الدرس ٣

الوحدة ٣

حل المعادلة التربيعية بيانياً

تعريف

الصورة العامة للمعادلة التربيعية في متغير واحد هي
$أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$ حيث $أ \neq ٠$ ويسمى العدد $س_{١}$
حلاً أو جذراً للمعادلة إذا كان $أ س_{١}^{٢} + ب س_{١} + جـ = ٠$

خطوات حل المعادلة التربيعية بالرسم :

١) كتابة قاعدة الإقتران التربيعي الذي تكونه المعادلة مراقبة له

٢) ارسم $ه(س)$

٣) حدد أصفار $ه(س)$ من الرسم فتكون هذه الأصفار هي جذور المعادلة .

تدريب (١): حل المعادلة التربيعية $٢س - س^{٢} - ١ = ٠$ بالرسم

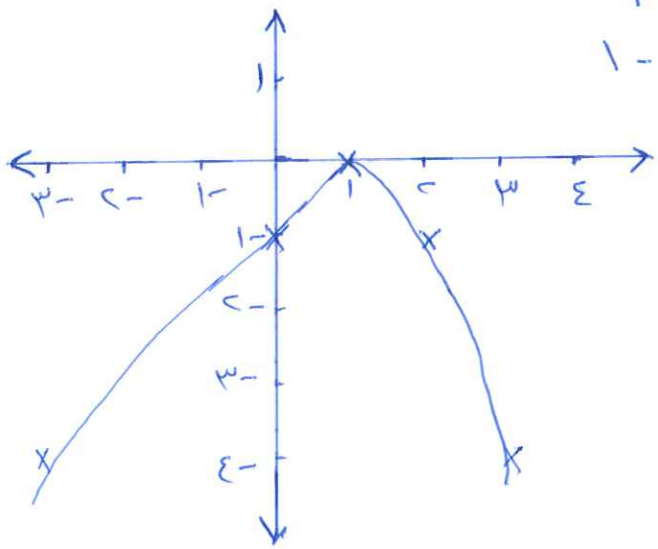
الحل :- $ه(س) = ٢س - س^{٢} - ١$

$أ = -١$ ، $ب = ٢$ ، $جـ = -١$

$س = \frac{-ب}{٢أ} = \frac{-٢}{-١ \times ٢} = ١$

$ه(١) = ٢ - ١ - ١ = ٠$

س	٣	٢	١	٠	-١
$ه(س)$	-٤	-١	٠	-١	-٤



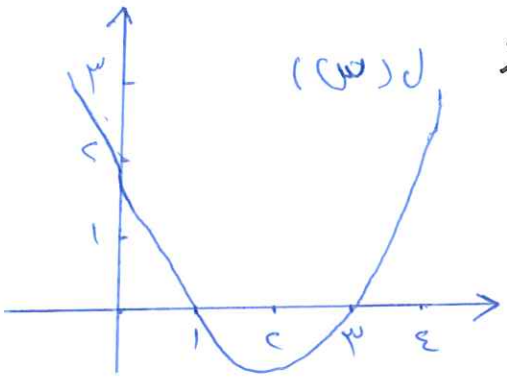
$س = ١$ جذر المعادلة

$\therefore$ مجموعة حل المعادلة $\{١\}$

م. رعد الخمايسة

0775052929

تدريب (٢): يبين الشكل ، منحنى الإقتران التربيعي ل ، جد جذري المعادلة التربيعية المرافقة للإقتران ل .



الحل : جذور المعادلة

س = ١ ، س = ٣

تدريب (٣): جد نقطة (نقاط) تقاطع منحنى الإقتران هـ (س) = س^{٢} مع منحنى الإقتران ل (س) = ٨ س - س^{٢}

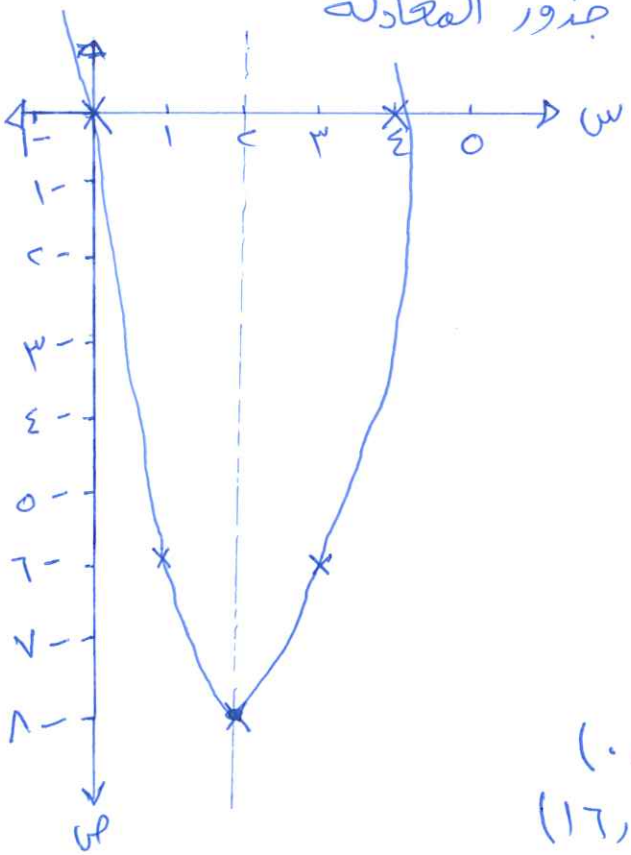
الحل :

يتقاطع المنحنيان عندما هـ (س) = ل (س)

س^{٢} = ٨ س - س^{٢} نرتب المعادلة

س^{٢} - ٨ س + س^{٢} = ٠ نبسط

٢ س^{٢} - ٨ س = ٠ نجد جذور المعادلة



ليكن هـ (س) = ٢ س^{٢} - ٨ س

أ = ٢ ، ب = -٨ ، جـ = ٠

س = $\frac{-ب}{٢أ}$ = $\frac{٨}{٤}$ = ٢

هـ (٢) = ٢ × ٢ - ٤ × ٢ = -٨

س	٠	١	٢	٣	٤
هـ (س)	٠	-٦	-٨	-٦	٠

جذور المعادلة

س = ٠ ، س = ٤

نقاط التقاطع (٠ ، هـ (٠)) ← (٠ ، ٠)

(٤ ، هـ (٤)) ← (٤ ، ١٦)

م . رعد الحمايسة

0775052929

تمارين
& مسائل

١) يبين الشكل (٣-١٦) رسم منحنى الإقترانات التربيعية هـ ، ح ، ل على الترتيب ، جد جذور المعادلة المرافقة :-

الحل :

أنظر للأشكال في الكتاب ☺

① هـ (س) ⟵ س = -١

② ح (س) ⟵ س = ٢ ، -٢

③ ل (س) ⟵ لا يوجد ∅

٢) إذا قطع منحنى الإقتران التربيعي هـ محور السينات عندما س = -١ ، س = ٥ فما جذور المعادلة التربيعية المرافقة للإقتران هـ ؟

الحل : جذور المعادلة س = -١ ، س = ٥

٣) يحتاج برنامج Excel

٤) يزيد طول مستطيل على عرضة بمقدار ٧ سم ، إذا علمت أن مساحته ٦٠ سم٢ ، جد كلاً من طولة وعرضة

الحل : المساحة = الطول × العرض

٦٠ = س (س + ٧) = س٢ + ٧س نرتب

س٢ + ٧س - ٦٠ = ٠ ليكن هـ (س) = س٢ + ٧س - ٦٠

نقوم برسمة ونجد جذورة فينتج

س = ٥ ، س = -١٢ مرفوضة

∴ العرض س = ٥

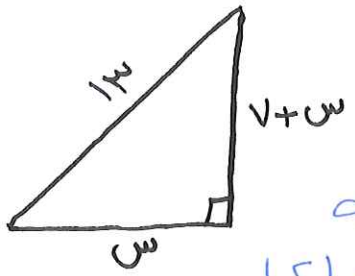
الطول س + ٧ = ٥ + ٧ = ١٢

يفضل أستخدام برنامج للرسم لأنة القيم كبيرة جداً

م. رعد الخايسة

0775052929

٥) حديقة على شكل مثلث قائم الزاوية ، طول ضلعها الأكبر ١٣ م ، يزيد طول أحد ضلعي القائمة على طول الضلع الآخر بمقدار ٧ م ، جد طول ضلعي القائمة .



الحل : فيثاغورس

$(١٣)^{٢} = س^{٢} + (س+٧)^{٢}$

$١٦٩ = س^{٢} + س^{٢} + ١٤س + ٤٩$ نرتب

$٢س^{٢} + ١٤س - ١٢٠ = ٠$ نقسم على (٢)

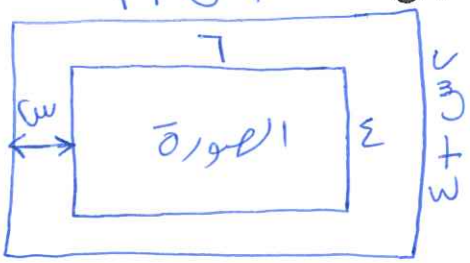
$س^{٢} + ٧س - ٦٠ = ٠$

نرسم الأقتران المرافق للمعادلة ونجد الجذور ويفضل استخدام برنامج للرسم لأنه القيم ستكون كبيرة

$س = ٥$ ، $س = -١٢$ مرفوضة

∴ طول ضلعي القائمة ٥ ، ١٢

٦) حل المسألة الواردة في بداية الدرس :



الحل : مساحة الصورة مع الأطار

$(٢س+٦)(٢س+٤)$

$٤س^{٢} + ٨س + ١٢س + ٢٤$

مساحة الأطار مع الصورة

= مساحة مثلثي الصورة

$٤س^{٢} + ٨س + ١٢س + ٢٤ = ٢ \times ٢٤$ نرتب

$٤س^{٢} + ٢٠س - ٢٤ = ٠$ نقسم على (٤)

$س^{٢} + ٥س - ٦ = ٠$

نرسم الأقتران المرافق للمعادلة ونجد الجذور

$س = ١$ ، $س = -٦$ مرفوضة

0775052929

٧) جد نقطة تقاطع منحنى كل من الإقترانين
$ه(س) = س^٢$ ، $ل(س) = ٦س - ٩$

الحل : يتقاطع المنحنيان $ه$ ، $ل$ عندما $ه = ل$

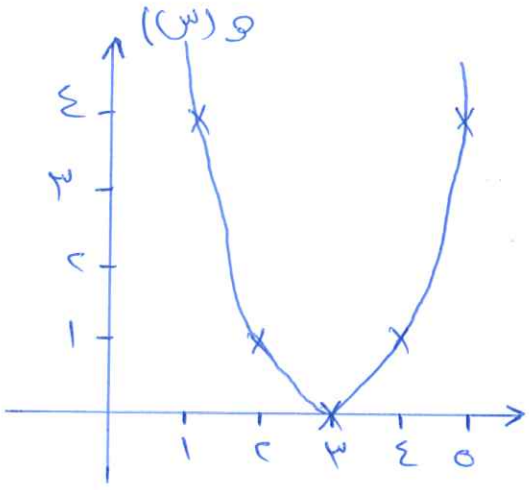
$س^٢ = ٦س - ٩$ نرتب

$س^٢ - ٦س + ٩ = ٠$ نجد جذور المعادلة

$هـ(س) = س^٢ - ٦س + ٩$

$أ = ١$ ، $ب = -٦$ ، $جـ = ٩$

$س = \frac{-ب}{٢أ} = \frac{٦}{١ \times ٢} = ٣$



$هـ(٣) = ٩ - ١٨ + ٩ = ٠$

س	١	٢	٣	٤	٥
ه(س)	٤	١	٠	١	٤

جذر المعادلة $س = ٣$

نقطة التقاطع : $(٣ ، ه(٣)) = (٣ ، ٩)$

* Difficult Road's Often lead to beautiful destination's.

* الطرقات الصعبة دائماً ما تؤدي إلى أماكن رائعة

م. رعد الخابسة

0775052929

الدرس ٤ — الوحدة ٣

حل المعادلة التربيعية بالتحليل إلى العوامل

خطوات حل المعادلة التربيعية بالتحليل :-

١) نكتب المعادلة على صورة $أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$
أي نصفر المعادلة

٢) نحلل الطرف الأيمن إلى العوامل الأولية

٣) نستخدم الخاصية الصفرية

٤) نقوم بحل المعادلتين الخطيتين

تدريب (١): حل المعادلتين التربيعيتين الآتيتين

أ) $س^{٢} - ٧ س + ١٠ = ٠$

الحل : $(س - ٥)(س - ٢) = ٠$

وعليه إما $س - ٥ = ٠ \Leftarrow س = ٥$

أو إما $س - ٢ = ٠ \Leftarrow س = ٢$

∴ مجموعة الحل $\{٢ ، ٥\}$

ب) $٣ س^{٢} = ٨ س - ٤$

الحل : $٣ س^{٢} - ٨ س + ٤ = ٠$

$(٣ س - ٢)(س - ٢) = ٠$

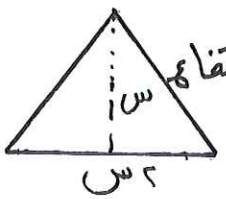
$٣ س - ٢ = ٠ \Leftarrow ٣ س = ٢ \Leftarrow س = \frac{٢}{٣}$

$س - ٢ = ٠ \Leftarrow س = ٢$

مجموعة الحل $\{\frac{٢}{٣} ، ٢\}$

تدريب (٢): بطاقة مثلثة الشكل ، إذا علمت أن طول قاعدتها يساوي مثلي ارتفاعها ، وكانت مساحتها ٦٤ سم^{٢} ، جد ارتفاعها ؟

تذكر: مساحة المثلث $= \frac{١}{٢} \times$ القاعدة $\times$ الارتفاع



م. رعد الخمايسة
0775052929

الحل: $\frac{1}{2} \times 2س \times س = 64$ $\Leftarrow$ $س^2 = 64$

$\Leftarrow$ $س^2 - 64 = 0$

$\therefore$ $س^2 - 64 = 0$ نحلل

$(س - 8)(س + 8) = 0$

$س - 8 = 0$ $\leftarrow$ $س = 8$

$س + 8 = 0$ $\leftarrow$ $س = -8$ مرفوضة

$\therefore$ الأرتفاع $= 8$

تدريب (3) : حل المسألة الواردة في بداية الدرس

الحل: $4س + 2ص = 72$ نقسم على 4

$س + ص = 18$

$ص = 18 - س$

لكن $س^2 + ص^2 = 164$

$س^2 + (18 - س)^2 = 164$

$س^2 + 324 - 36س + س^2 = 164$ نبسط

$2س^2 - 36س + 160 = 0$ نقسم على (2)

$س^2 - 18س + 80 = 0$

$(س - 8)(س - 10) = 0$

$س = 8$ ، $س = 10$

$ص = 8$ ، $ص = 10$

نستطيع قص الشريط $\leftarrow$ 32 ، 40

م. رعد الخايسة

0775052929

تمارين ومسائل

١) إذا كانت العدد (١) جذراً للمعادلة $س^{٢} - ٤س + جـ = ٠$
جد قيمة (جـ) ثم جد الجذر الثاني

الحل : (١) جذراً للمعادلة $\leftarrow$ $(١)^{٢} - ٤ \times ١ + جـ = ٠$

$١ - ٤ + جـ = ٠ \leftarrow -٣ + جـ = ٠ \Leftarrow \boxed{جـ = ٣}$

$س^{٢} - ٤س + ٣ = ٠$

$(س - ٣)(س - ١) = ٠$

$س - ٣ = ٠ \leftarrow \boxed{س = ٣}$ الجذر الثاني

٢) حل كل من المعادلات التربيعية الآتية بالتحليل إلى العوامل

أ) $س^{٢} + س - ٢٠ = ٠$

الحل : $(س + ٥)(س - ٤) = ٠$

$س + ٥ = ٠ \leftarrow س = -٥$ مجموعة الحل $\{-٥، ٤\}$

$س - ٤ = ٠ \leftarrow س = ٤$

ب) $س^{٢} + ٧س = ٠$

الحل : $س(س + ٧) = ٠$

$س = ٠$ مجموعة الحل $\{٠، -٧\}$

$س + ٧ = ٠ \leftarrow س = -٧$

جـ) $س(س - ١) = ٦$

الحل : $س^{٢} - س = ٦$

$س^{٢} - س - ٦ = ٠$

$(س - ٣)(س + ٢) = ٠$ مجموعة الحل $\{٣، -٢\}$

$س - ٣ = ٠ \leftarrow س = ٣$

$س + ٢ = ٠ \leftarrow س = -٢$

م. رعد الخابية

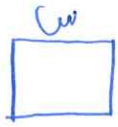
0775052929

٣) إذا كانت س+٧ ، س-٥ هما العاملين الأوليين الناتجين عن تحليل المعادلة التربيعية المرافقة للإقتران التربيعي ه فأكتب قاعدة الإقتران ه .

الحل : ه(س) = (س+٧)(س-٥) = س^{٢}-٥س+٧س-٣٥

ه(س) = س^{٢}+٢س-٣٥

٤) ينوي وليد رسم صورة جدارية مربعة الشكل على سور المدرسة جد طول ضلعها إذا علمت أنه ناتج طرح محيطها من مساحتها يساوي (٥) ؟



الحل : المساحة = س×س = س^{٢}

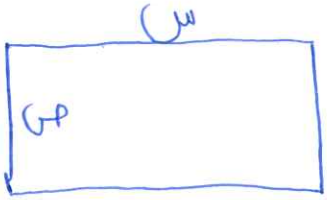
المحيط = ٤س

س^{٢}-٤س = ٥ ⇐ س^{٢}-٤س-٥ = ٠ ⇐

(س-٥)(س+١) = ٠

س-٥ = ٠ ⇐ **س = ٥** و س+١ = ٠ ⇐ **س = -١** مرفوضة

٥) سياج محدني طولة ٢٠ م يحيط بمبنى مستطيل الشكل مساحتة ٢١ م^{٢} جد ابعاد المبنى



الحل : ٢س+٢ص = ٢٠ نقسم على (٢)

س+ص = ١٠ ⇐ ص = ١٠-س

المساحة = الطول × العرض

٢١ = س × (١٠-س)

٢١ = ١٠س-س^{٢}

س^{٢}-١٠س+٢١ = ٠

(س-٧)(س-٣) = ٠ ⇐ س = ٧ ، س = ٣

الأبعاد ٧ ، ٣

م. رعد الخابسة

0775052929

حل المعادلة التربيعية بإكمال المربع

خطوات حل المعادلة بطريقة إكمال المربع

١) اجعل الحد المطلق في الطرف الأيسر من المعادلة
٢) اجعل معامل س^{٢} يساوي (١) إذا كانت معاملة ليست (١)
٣) أضف مربع نصف معامل س لكل من الطرفين
٤) حلل المقدار الثلاثي في الطرف الأيمن وأكتبه كمربع كامل (س ± ثابت)^{٢}
٥) خذ الجذر التربيعي للطرفين، سينتج معادلتان خطيتان
٦) نحل المعادلتين الخطيتين ونحصل على جذور المعادلة

ملاحظة * $\sqrt{س^{٢}} = |س|$

* $|س| = ٢$ فإن $س = ٢$ أو $س = -٢$

تدريب (١): حل المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

أ) $(٢س - ١)^{٢} = ١٠٠$

الحل: نأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$\sqrt{(٢س-١)^{٢}} = \sqrt{١٠٠}$

$٢س - ١ = ١٠ \longleftarrow ٢س = ١١ \longleftarrow س = \frac{١١}{٢}$

أو

$٢س - ١ = -١٠ \longleftarrow ٢س = -٩ \longleftarrow س = \frac{-٩}{٢}$

التحقق

عند $س = \frac{١١}{٢} \longleftarrow (٢ \times \frac{١١}{٢} - ١)^{٢} = (١١ - ١)^{٢} = ١٠٠$ ✓

عند $س = \frac{-٩}{٢} \longleftarrow (٢ \times \frac{-٩}{٢} - ١)^{٢} = (-٩ - ١)^{٢} = ١٠٠$ ✓

P. رعد الخايسة
0775052929

ب) $س^{٢} - ٨س + ١٥ = ٠$

الحل : $س^{٢} - ٨س = -١٥$ معامل $س^{٢} = ١$

$س^{٢} - ٨س + ١٦ = -١٥ + ١٦$ نضيف $(\frac{-٨}{٢})^{٢} = ١٦$ للطرفين

$(س - ٤)^{٢} = ١$ نأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$\sqrt{(س-٤)^{٢}} = \sqrt{١}$

$س - ٤ = ١ \leftarrow$ $س = ١ + ٤ = ٥$

أو $س - ٤ = -١ \leftarrow$ $س = -١ + ٤ = ٣$

مجموعة الحل $\{٣ ، ٥\}$

التحقق

$س = ٥ \leftarrow ٥^{٢} - ٨ \times ٥ + ١٥ = ٢٥ - ٤٠ + ١٥ = ٠$ ✓

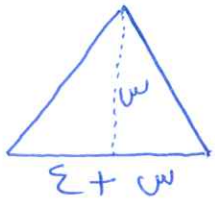
$س = ٣ \leftarrow ٣^{٢} - ٨ \times ٣ + ١٥ = ٩ - ٢٤ + ١٥ = ٠$ ✓

تدريب (٢) : حل المسألة الواردة في بداية الدرس :

الحل : مساحة المثلث $= \frac{١}{٢} \times$ القاعدة $\times$ الارتفاع

$٤٨ = \frac{١}{٢} \times س \times (س + ٤)$

$٤٨ = \frac{١}{٢} س^{٢} + ٢س$



$\frac{١}{٢} س^{٢} + ٢س = ٤٨$ أجعل معامل $(س^{٢})$ يساوي (١) حيث نضرب د (٢)

$س^{٢} + ٤س = ٩٦$ نضيف للطرفين $(\frac{٤}{٢})^{٢} = ٤$

$س^{٢} + ٤س + ٤ = ٩٦ + ٤$

$(س + ٢)^{٢} = ١٠٠$ خذ جذر للطرفين

$\sqrt{(س+٢)^{٢}} = \sqrt{١٠٠}$

$\therefore س + ٢ = ١٠ \leftarrow$ $س = ١٠ - ٢ = ٨$

أو $س + ٢ = -١٠ \leftarrow$ $س = -١٠ - ٢ = -١٢$ مرفوض

$\therefore$ ارتفاع المثلث $= ٨$

م. رعد الخمايسة

0775052929

تمارين ومسائل

١) جد جذور المعادلة $(٢س-١)^{٢} = ٢٥$

الحل: $(٢س-١)^{٢} = ٢٥$

$٢س-١ = ٥ \leftarrow ٢س = ٥+١ = ٦ \leftarrow س = \frac{٦}{٢} \leftarrow س = ٣$

أو $٢س-١ = -٥ \leftarrow ٢س = -٥+١ = -٤ \leftarrow س = \frac{-٤}{٢} \leftarrow س = -٢$

جذور المعادلة $\{٣، -٢\}$

٢) أستخدم طريقة أكمال المربع في حل المعادلات الآتية:

أ) $س^{٢} - ٤س - ١٢ = ٠$

الحل: $س^{٢} - ٤س = ١٢$ نضيف $(\frac{-٤}{٢})^{٢} = ٤$

$س^{٢} - ٤س + ٤ = ١٢ + ٤ \leftarrow (س-٢)^{٢} = ١٦$

$(س-٢)^{٢} = ١٦$

$س-٢ = ٤ \leftarrow س = ٦$

أو $س-٢ = -٤ \leftarrow س = -٢$

مجموعة الحل $\{٦، -٢\}$

ب) $٢س^{٢} - س = ٠$ نقسم على (٢)

الحل: $س^{٢} - \frac{١}{٢}س = ٠$ نضيف $(\frac{\frac{١}{٢}}{٢})^{٢} = (\frac{١}{٤})^{٢} = \frac{١}{١٦}$

$س^{٢} - \frac{١}{٢}س + \frac{١}{١٦} = \frac{١}{١٦}$

$(س - \frac{١}{٤})^{٢} = \frac{١}{١٦} \leftarrow (س - \frac{١}{٤})^{٢} = \frac{١}{١٦}$

$س - \frac{١}{٤} = \frac{١}{٤} \leftarrow س = \frac{١}{٢}$

أو $س - \frac{١}{٤} = -\frac{١}{٤} \leftarrow س = ٠$

مجموعة الحل $\{٠، \frac{١}{٢}\}$

جـ) $س^{٢} - ٦س = ٧$ نضيف للطرفين $(\frac{-٦}{٢})^{٢} = ٩$

الحل: $س^2 - 6س + 9 = 7 + 9$

$(س-3)^2 = 16$ ← $\sqrt{(س-3)^2} = \sqrt{16}$

$س - 3 = 4$ ← $س = 7$

أو $س - 3 = -4$ ← $س = -1$

مجموعة الحل $\{-1، 7\}$

د) $4س - 2س^2 + 6 = 0$

الحل: $-2س^2 + 4س = -6$ نقسم على (-2)

$س^2 - 2س = 3$ نضيف $(\frac{-2}{2})^2 = 1$

$س^2 - 2س + 1 = 3 + 1$

$س^2 - 2س + 1 = 4$ ⇐ $(س-1)^2 = 4$

$\sqrt{(س-1)^2} = \sqrt{4}$

$س - 1 = 2$ ← $س = 3$

أو $س - 1 = -2$ ← $س = -1$

مجموعة الحل $\{-1، 3\}$

هـ) $س^2 + 9 = 10س$

الحل: $س^2 - 10س = -9$ نضيف $(\frac{-10}{2})^2 = 25$

$س^2 - 10س + 25 = -9 + 25$

$(س-5)^2 = 16$ ⇐ $\sqrt{(س-5)^2} = \sqrt{16}$

$س - 5 = 4$ ← $س = 9$ أو $س - 5 = -4$ ← $س = 1$

و) $8س - 2س^2 = 16$

الحل: $-2س^2 + 8س = 16$ نقسم على (-2)

$س^2 - 4س = -8$ نضيف $(\frac{-4}{2})^2 = 4$

$س^2 - 4س + 4 = -8 + 4$

$(س-2)^2 = -4$

بما أن المقدار $(س-2)^2$ لا يمكن أن يكون سالباً مهما كانت قيمة (س) فإنه لا يوجد حل حقيقي للمعادلة وعليه مجموعة الحل $\varnothing$

٣) هل يمكن الحصول على عددين موجبين مجموعهما ١٠ و مجموع مربعيهما ٥٨ ؟ برر إجابتك

الحل : العدد الأول = س وعلية العدد الثاني = ١٠ - س

$س^2 + (١٠ - س)^2 = ٥٨$

$س^2 + ١٠٠ - ٢٠س + س^2 = ٥٨$

$٢س^2 - ٢٠س = ٥٨ - ١٠٠ = -٤٢$ نقسم على (٢)

$س^2 - ١٠س = -٢١$ نضيف $(\frac{-١٠}{٢})^2 = ٢٥$

$س^2 - ١٠س + ٢٥ = -٢١ + ٢٥$

$(س - ٥)^2 = ٤ \Leftarrow \boxed{(س-٥)^2 = ٤}$

$س - ٥ = ٢ \longleftarrow س = ٥ + ٢ = ٧$

$س - ٥ = -٢ \longleftarrow س = -٢ + ٥ = ٣$

∴ العددان ٣ ، ٧

٤) هل يمكنك ايجاد حل حقيقي لكل من المعادلات الآتية مبرراً إجابتك .

أ) $٢س^2 - ١٢س + ٢٠ = ٠$

الحل : $٢س^2 - ١٢س = -٢٠$ نقسم على (٢)

$س^2 - ٦س = -١٠$ نضيف $(\frac{-٦}{٢})^2 = ٩$

$س^2 - ٦س + ٩ = -١٠ + ٩$

$(س - ٣)^2 = -١$ لا يوجد حل حقيقي لأنه المقدار $(س-٣)^2$ لا يمكن أن يساوي سالب

ب) $(س + ١)^2 = -١٠$

الحل : لا يوجد حل حقيقي لأنه المقدار $(س+١)^2$ لا يمكن أن يكون سالب لأي قيمة د (س)

م. رعد الخمايسة

0775052929

الدرس ٦ — الوحدة ٣

حل المعادلة التربيعية بالقانون العام

مميز المعادلة التربيعية

$\Delta = ب^2 - 4أجـ$

نستطيع من خلال إيجاد مميز المعادلة التربيعية معرفة حل للمعادلة جذرانه أو جذر أو لا يوجد لها جذور بحيث :

١) المميز = صفراً" يوجد جذر وحيد

٢) المميز > صفراً" يوجد جذرانه مختلفانه ((مميز موجبه))

٣) المميز < صفراً" لا يوجد جذور حقيقية ((مميز سالبه))

خطوات حل المعادلة باستخدام القانون العام :-

١) نكتب المعادلة على صورة $أ س^2 + ب س + جـ = 0$ بجعل الطرف الأيسر صفراً"

٢) نجد $أ$ ، $ب$ ، $جـ$

٣) الجذور $س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4أجـ}}{2أ}$

تدريب (١) : حل المعادلة $2س^2 + 5س + 2 = 0$ باستخدام القانون العام

الحل : $أ = 2$ ، $ب = 5$ ، $جـ = 2$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4أجـ}}{2أ} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times 2}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-5 \pm 3}{4}$$

$$س_1 = \frac{-5 + 3}{4} = \frac{-1}{2} \quad ، \quad س_2 = \frac{-5 - 3}{4} = -2$$

∴ مجموعة الحل $= \{\frac{-1}{2} ، -2\}$

أ. رعد الخمايسة
0775052929

تدريب (٢): جد قيمة المميز، ثم حدد عدد الجذور لكل من المعادلات الآتية

أ) $س^{٢} - ٩س = -٢١$

الحل: $س^{٢} - ٩س + ٢١ = ٠$ $\quad أ = ١$ ، $ب = -٩$ ، $جـ = ٢١$

$\Delta = ب^{٢} - ٤أجـ = ٨١ - ٤ \times ١ \times ٢١ = -٣$ $\quad \Delta < ٠$ لا يوجد جذور

ب) $٢س^{٢} + ١١س + ١٥ = ٠$

الحل: $أ = ٢$ ، $ب = ١١$ ، $جـ = ١٥$ $\quad \Delta = ب^{٢} - ٤أجـ$

$\Delta = ١٢١ - ٤ \times ٢ \times ١٥ = ١٢١ - ١٢٠ = ١$ $\quad \Delta > ٠$ يوجد جذران مختلفان

جـ) $٩س^{٢} + ٢٤س + ١٦ = ٠$

الحل: $أ = ٩$ ، $ب = ٢٤$ ، $جـ = ١٦$ $\quad \Delta = ب^{٢} - ٤أجـ$

$\Delta = ٥٧٦ - ٤ \times ٩ \times ١٦ = ٠$ $\quad \Delta = ٠$ يوجد جذر واحد

تدريب (٣): إذا كانت للمعادلة $س^{٢} - ٨هـ س + ٤ = ٠$ حل واحد فما قيمة (قيم) الثابت (هـ) ؟

الحل: $أ = ١$ $\quad ب = -٨هـ$ $\quad جـ = ٤$

بما أنه للمعادلة حل وحيد فإنه قيمة المميز (صفراً)

$\Delta = ب^{٢} - ٤أجـ$

$٠ = ٦٤هـ^{٢} - ٤ \times ١ \times ٤$

$٠ = ٦٤هـ^{٢} - ١٦$

$٦٤هـ^{٢} = ١٦$ نقسم على ٦٤

$هـ^{٢} = \frac{١٦}{٦٤} = \frac{١}{٤}$ خذ الجذر للطرفين

$هـ = \pm\sqrt{\frac{١}{٤}}$ $\longleftarrow$ $هـ = \frac{١}{٢}$ ، $-\frac{١}{٢}$

م. رعد الخماسية

0775052929

تمارين
& مسائل

١) جد جذور المعادلة المعادلة $س^{٢} - ٣س = ١٠$

الحل : $س^{٢} - ٣س - ١٠ = ٠$ ← $أ = ١$ ، $ب = -٣$ ، $جـ = -١٠$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ} = \frac{٣ \pm \sqrt{٩ - ٤ \times ١ \times -١٠}}{٢ \times ١} = \frac{٣ \pm ٧}{٢}$$

$$س_{١} = \frac{٣ + ٧}{٢} = ٥ \quad ، \quad س_{٢} = \frac{٣ - ٧}{٢} = -٢$$

مجموعة الحل $\{٥ ، -٢\}$

٢) أستخدم القانون العام لحل المعادلات التربيعية الآتية

أ) $س^{٢} - ٦س + ٥ = ٠$

الحل : $أ = ١$ ، $ب = -٦$ ، $جـ = ٥$ $\quad \Delta = ٣٦ - ٤ \times ١ \times ٥ = ١٦$

$$س_{١} = \frac{٦ + \sqrt{١٦}}{٢} = ٥ \quad س_{٢} = \frac{٦ - \sqrt{١٦}}{٢} = ١$$

ب) $٣س^{٢} - ٤س = ٣$

الحل : $٣س^{٢} - ٤س - ٣ = ٠$ $\quad أ = ٣$ ، $ب = -٤$ ، $جـ = -٣$

$\Delta = ب^{٢} - ٤أجـ$ ← $\Delta = ١٦ - ٤ \times ٣ \times -٣ = ٥٢$

$$س_{١} = \frac{٤ + \sqrt{٥٢}}{٢} \quad ، \quad س_{٢} = \frac{٤ - \sqrt{٥٢}}{٢}$$

جـ) $٣س + ٣س^{٢} = -٤$

الحل : $٣س^{٢} + ٣س + ٤ = ٠$ $\quad أ = ٣$ ، $ب = ٣$ ، $جـ = ٤$

$\Delta = ب^{٢} - ٤أجـ$ ← $\Delta = ٩ - ٤ \times ٣ \times ٤ = -٣٩$

$\Delta < ٠$ ليس لها جذور حقيقية

د) $س^{٢} - ٨س + ١٦ = ٠$

الحل : $أ = ١$ ، $ب = -٨$ ، $جـ = ١٦$ $\quad \Delta = ٠$

$س_{١} = \frac{٨ + ٠}{٢} = ٤ \quad س_{٢} = \frac{٨ - ٠}{٢} = ٤$ جذر مكرر

∴ يوجد حل واحد لهذه المعادلة هو $\{٤\}$

م. رعد الخمايسة $\quad$ 0775052929

٣) عددان حقيقيان حاصل ضربهما ٧٧ ، ويزيد أحدهما على الآخر بمقدار ٤ ، جد العددين

الحل : العدد الأول = س وعليه العدد الثاني = س + ٤

س (س + ٤) = ٧٧

$س^2 + ٤س - ٧٧ = ٠$ $\quad$ أ = ١ ، ب = ٤ ، جـ = -٧٧

$\Delta = ب^2 - ٤أجـ = ١٦ - ٤ \times ١ \times (-٧٧) = ٣٠٨$

$س_1 = \frac{-ب + \sqrt{\Delta}}{٢أ} = \frac{-٤ + ١٨}{٢} = ٧$

$س_2 = \frac{-ب - \sqrt{\Delta}}{٢أ} = \frac{-٤ - ١٨}{٢} = -١١$

العددان (٧ ، ١١) ، (-١١ ، -٧)

٤) هل يمكن إيجاد حل حقيقي للمعادلة $١٤س^2 - ٣٠س = ٠$

الحل : أ = ١٤ ، ب = -٣٠ ، جـ = ٠

$\Delta = ب^2 - ٤أجـ = ٩٠٠ - ٤ \times ١٤ \times ٠ = ٩٠٠$

$\Delta > ٠$ يوجد جذران مختلفان حقيقيان

٥) جد قيمة المميز ، ثم حدد عدد الحلول الحقيقية لكل معادلة:

أ) $س^2 + س + ٩ = ٠$

الحل : أ = ١ ، ب = ١ ، جـ = ٩ $\quad$ $\Delta = ب^2 - ٤أجـ$

$\Delta = ١ - ٤ \times ١ \times ٩ = ١ - ٣٦ = -٣٥$ لا يوجد حلول حقيقية

ب) $٢س^2 + ١١س + ٦ = ٠$

الحل : أ = ٢ ، ب = ١١ ، جـ = ٦

$\Delta = ب^2 - ٤أجـ = ١٢١ - ٤ \times ٢ \times ٦ = ١٢١ - ٤٨ = ٧٣$

$\Delta > ٠$ يوجد حلّان مختلفان .

م . رعد الخمايسة $\quad$ 0775052929

٦) يقفز خالد من فوق منصة للقفز من بركة سباحة وتمثل المعادلة ل = -٥ن^{٢} + ٨ن + ٦ أرتفاع خالد (ل) بالأمتار بعد (ن) ثانية . أستعمل المميز لتعرف إذا كان خالد سيصل إلى ارتفاع ٨٠ متراً ، فسّر اجابتك ؟

الحل : ل = -٥ن^{٢} + ٨ن + ٦ = ٨٠

-٥ن^{٢} + ٨ن - ١٤ = ٠

أ = -٥ ، ب = ٨ ، جـ = -١٤ $\Delta = ب^{٢} - ٤أجـ$

٦٤ - ٤ × -٥ × -١٤ = ٦٤ - ٨٠٠ = -٧١٦

لا يستطيع لأنة ليس هناك جذور للمعادلة ، بمعنى لا نستطيع إيجاد الزمن (ن)

٧) حل المسألة الواردة في بداية الدرس .

الحل : ٠,١ س^{٢} + ٠,٥ س + ١,٧ = ٠

أ = ٠,١ ب = ٠,٥ جـ = ١,٧

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{\Delta}}{٢أ}$ $\Delta = ب^{٢} - ٤أجـ$

$\Delta = ٠,٢٥ - ٤ \times ٠,١ \times ١,٧ = ٠,٢٥ - ٠,٦٨ = -٠,٤٣$

لا يوجد حلول لأنة المميز سالب

مراجعة

١) تأمل الشكل (٣-١٧) في الكتاب واجب عما يلي

أ) ما مجال ومدى الإقتران هـ ؟

الحل : المجال ← ح ، المدى ← {ص : ص ≥ -١}

ب) جد قيمة (س) التي يأخذ عندها الإقتران قيمة صغرى

الحل : س = ١

جـ) جد معادلة محور التماثل للإقتران هـ

الحل : س = ١

د) جد أحداثي رأس منحنى الإقتران هـ

الحل : (١ ، -١)

هـ) ما إشارة مميز المعادلة المرافقة للإقتران هـ

الحل : موجب

و) جد نقاط تقاطع منحنى هـ مع محوري الإحداثيات

الحل : (٠ ، ٠) ، (٠ ، ٢)

ز) كم عدد الجذور الحقيقية للمعادلة المرافقة للإقتران هـ

الحل : جذران

ح) ما قيمة هـ (-١)

الحل : هـ (-١) = ٤

ط) ما أصفار الإقتران هـ ؟

الحل : س = ٠ ، س = ٢

٢) إذا كان للإقتران هـ صفر وحيد ، حيث هـ (س) = ٩ س٢ + ٣٦ س + ب

فما قيمة الثابت ب ؟

الحل : للإقتران (صفر) وحيد ، المعادلة المرافقة له مميزها صفر

$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Leftarrow 36^2 - 4 \times 9 \times b = 0$

$36^2 - 4 \times 9 \times b = 0 \Leftarrow 36^2 = 4 \times 9 \times b \Leftarrow b = 1$

م. رعد النجايسة

0775052929

٣) أطلق مدفع قذيفة بسرعة ابتدائية مقدارها ١٩,٦ م/ث من سطح الأرض ، فإذا كانت المسافة التي تقطعها القذيفة (ف) بالأمتار بعد (ن) من الثواني معطاة بالعلاقة :

ف = $-٤,٩ن^{٢} + ١٩,٦ن$

أ) جد أقصى ارتفاع تصل إليه القذيفة من سطح الأرض

ب) متى تصل القذيفة إلى سطح الأرض

الحل :

أ) $أ = -٤,٩$ ، $ب = ١٩,٦$

$ن = \frac{-ب}{٢أ} = \frac{-١٩,٦}{-٤,٩ \times ٢} = \frac{١٩,٦}{٩,٨} = ٢$

ف(٢) = $-٤,٩ \times (٢)^{٢} + ١٩,٦ \times (٢) = ١٩,٦$ م

ب) تصل الأرض عندما ف = ٠

$-٤,٩ن^{٢} + ١٩,٦ن = ٠$

$-٤,٩ن(ن - ٤) = ٠$

$-٤,٩ن = ٠ \leftarrow ن = ٠$ مرفوض

أو $ن - ٤ = ٠ \leftarrow \boxed{ن = ٤}$ موعد الوصول

٤) حل المعادلات الآتية

أ) $(س + ٥)^{٢} = ٤٩$ خذ الجذر للطرفين

الحل $\sqrt{(س+٥)^{٢}} = \sqrt{٤٩}$

$س + ٥ = ٧ \leftarrow س = ٧ - ٥ = ٢$

أو $س + ٥ = -٧ \leftarrow س = -٧ - ٥ = -١٢$

مجموعة الحل $\{٢, -١٢\}$

أ. رعد الخمايسة 0775052929

ب) $٣ - س^{٢} = ٢س$ الحل: نرتب

$س^{٢} + ٢س - ٣ = ٠$

$(س + ٣)(س - ١) = ٠$

مجموعة الحل $\{-٣، ١\}$

$س + ٣ = ٠ \leftarrow س = -٣$ أو $س - ١ = ٠ \leftarrow س = ١$

ج) $س^{٢} + ٦س + ٧ = ٠$

الحل: $أ = ١$ ، $ب = ٦$ ، $جـ = ٧$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{\Delta}}{٢أ}$ $\quad \Delta = ب^{٢} - ٤أجـ$

$= ٣٦ - ٤ \times ١ \times ٧ = ٨$

$س_{١} = \frac{-٦ + \sqrt{٨}}{٢}$ ، $س_{٢} = \frac{-٦ - \sqrt{٨}}{٢}$

د) $٤س^{٢} + ١٢ = ١٦س$

الحل: $٤س^{٢} - ١٦س + ١٢ = ٠$ نقسم على (٤)

$س^{٢} - ٤س + ٣ = ٠ \leftarrow (س - ١)(س - ٣) = ٠$

$\leftarrow س - ١ = ٠ \leftarrow س = ١$ أو $س - ٣ = ٠ \leftarrow س = ٣$

هـ) $٢٠ = ١٢س - ٢س^{٢}$

الحل: $٢س^{٢} - ١٢س + ٢٠ = ٠$ نقسم على (٢)

$س^{٢} - ٦س + ١٠ = ٠$

$أ = ١$ ، $ب = -٦$ $\quad جـ = ١٠$

$\Delta = ب^{٢} - ٤أجـ$

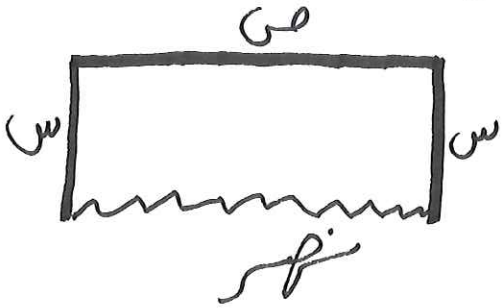
$= ٣٦ - ٤ \times ١ \times ١٠ = -٤$

$\Delta < ٠$ ليس لها جذور حقيقية

م. رعد الخايسة

07750529٢9

٥) أقيم سياج طولة ٤٠٠ م حول قطعة أرض مستطيلة الشكل وتقع على ضفة نهر مستقيم ، فإذا لم نسيج الواجهة الواقعة على ضفة النهر ، جد أبعاد قطعة الأرض بحيث تكون مساحتها أكبر ما يمكن .



الحل : ص + ٢ س = ٤٠٠ (طول السياج)

ص = ٤٠٠ - ٢ س

المساحة = الطول × العرض

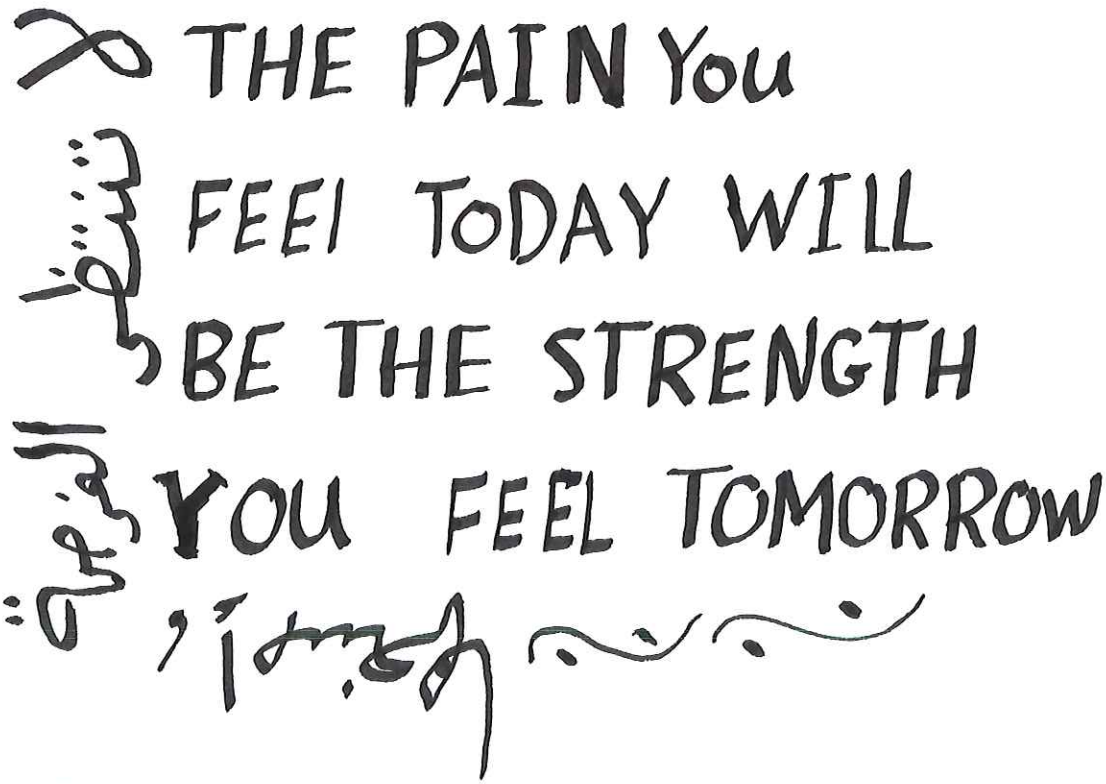
= س × ص

= س (٤٠٠ - ٢ س) = ٤٠٠ س - ٢ س^{٢}

$س = \frac{-ب}{٢أ} = \frac{-٤٠٠}{-٢ \times ٢} = \frac{٤٠٠}{٤} = ١٠٠$

ص = ٤٠٠ - ٢ س ⇐ ص = ٤٠٠ - ٢ × ١٠٠ = ٢٠٠

أبعاد القطعة (٢٠٠ ، ١٠٠)



0775052929

P. رعد الخماسية

السؤال الأول: جد قيمة (س) في كل من الآتي متبعًا الطريقة المحددة للحل:

1) $س^3 - 144س = 0$ (التحليل)

.....

.....

.....

2) $2س^2 + 13س - 7 = 0$ (التحليل)

.....

.....

.....

3) $2س^2 - 2س - 18 = 0$ (إكمال مربع)

.....

.....

.....

4) $س^2 + 6س - 15 = -1$ (القانون العام)

.....

.....

.....

5) $س^2 - \frac{1}{2} س + \frac{1}{4} = 0$ (التحليل)

.....

.....

.....

السؤال الثاني: إذا كان ق (س) = $س^2 - 2س - 3$ مثل الاقتران بيانيًا ثم أجب عن الأسئلة الآتية:

1) معادلة محور التماثل

.....

2) إحداثيات الرأس

.....

3) هل للاقتران قيمة صغرى أم كبرى وما هي؟

.....

4) مجال الاقتران

.....

5) مدى الاقتران

.....

6) المعادلة المرافقة للاقتران ق(س)

.....

7) إشارة مميز المعادلة المرافقة للاقتران

.....

8) أصفار الاقتران

.....

9) نقاط تقاطع الاقتران مع محور الصادات

.....