



نظرية (٤) :

الزاويتان المحيطيتان المرسومتان على نفس القوس

لهما نفس القياس.

البرهان :

نصل م أ ، م ب

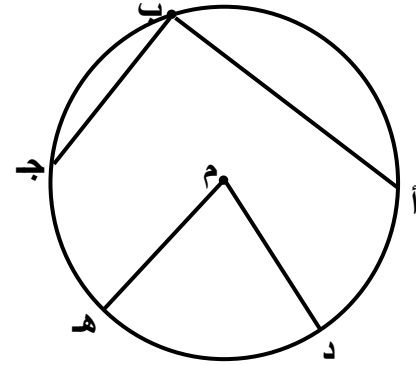
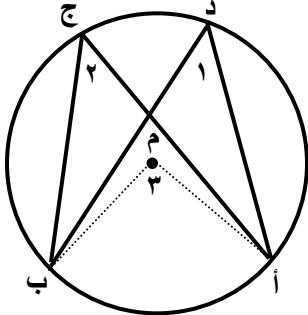
∠ أ م ب مركزية

$$\angle 2 = \angle 3 \quad \angle 1 > 2 \quad (\text{نظرية ٢})$$

$$\angle 2 = \angle 3 \quad \angle 2 > 2 \quad (\text{نظرية ٢})$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 1 = \angle 2 \quad (\text{بالقسمة على ٢})$$

$$\angle 2 = \angle 1 \quad \text{وهو المطلوب}$$



الزاوية (أ ب ج)
زاوية محيطية
رأسها على محيط الدائرة
وضلعاها وترين

الزاوية (د م هـ)
زاوية مركزية
رأسها مركز الدائرة
وضلعاها نصفي قطر

نظرية (٣) :

قياس الزاوية المحيطية المرسومة

على قطر يساوي ٩٠°

البرهان :

∠ أ م ب زاوية مركزية

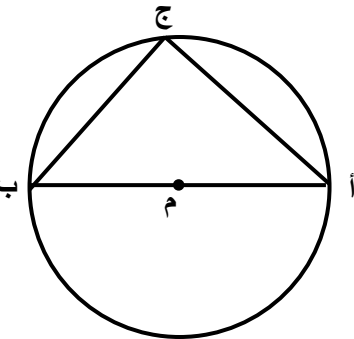
قياسها ١٨٠°

∠ أ ج ب محيطية على

نفس القوس

$$\therefore \text{قياس } \angle أ ج ب = \frac{1}{2} \times 180 \quad (\text{نظرية})$$

$$= 90^\circ \quad \text{وهو المطلوب}$$



نظرية (٢) :

قياس الزاوية المركزية يساوي ضعف

قياس الزاوية المحيطية المرسومة على نفس القوس

البرهان :

نصل ب م ونمده إلى د

∠ أ م ب متساوي الساقين

$$\angle 5 = \angle 1$$

$$\angle 5 + \angle 1 = \angle 3$$

(خارجة عن مثلث)

$$\text{إذا } \angle 3 = \angle 5 + \angle 1 = 2 \times \angle 5 \quad (1)$$

بالمثل في ∠ ب م ج

$$\angle 6 = \angle 2$$

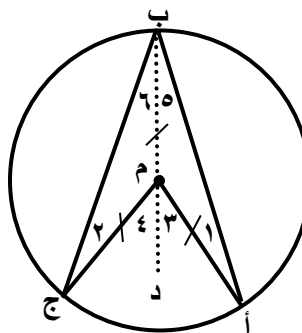
$$\angle 2 + \angle 6 = \angle 4$$

$$\text{إذا } \angle 4 = \angle 2 + \angle 6 = 2 \times \angle 2 \quad (2) \text{ بالجمع}$$

$$\angle 4 + \angle 2 = \angle 2 + \angle 5 + \angle 2 = 2 \times \angle 2 + \angle 5$$

$$2 \times (\angle 6 + \angle 5) = \text{عامل مشترك}$$

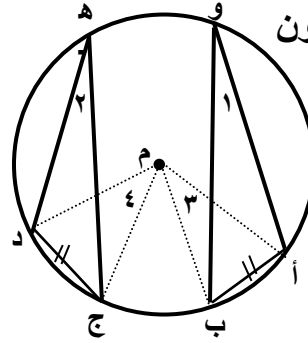
الزاوية المركزية = ٢ × الزاوية المحيطية وهو المطلوب



نظرية (٥) :

الزاويتان المحيطيتان المرسومتان على أوتار متطابقة أو أقواس متطابقة لهما نفس القياس.

البرهان:



نرسم \overline{MA} ، \overline{MB} ، \overline{MC} ، \overline{MD} فيتكون $\triangle AMB$ ، $\triangle CMD$ فيهما
 $MA = MC$ (أنصاف أقطار)
 $MB = MD$ (أنصاف أقطار)
 $AB = CD$ (معطى)

∴ يتطابق المثلثان بـ ٣ أضلاع

وينتج من التطابق أن $\angle 3 = \angle 4$

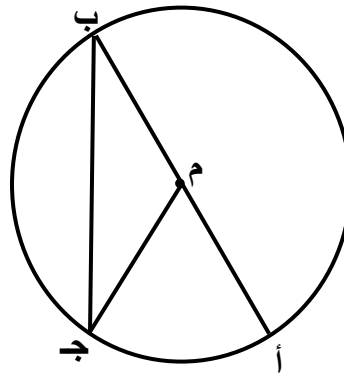
$\angle 3 = \angle 4$ (نظرية ٢)

$\angle 2 = \angle 1$ (نظرية ٢)

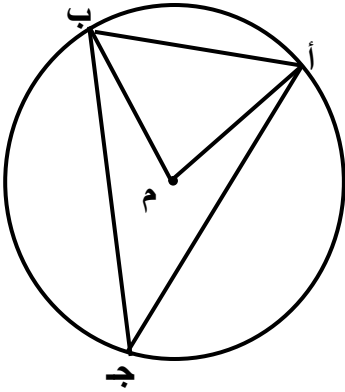
∴ $\angle 2 = \angle 1$ (بالقسمة على ٢)

$\angle 1 = \angle 2$ وهو المطلوب

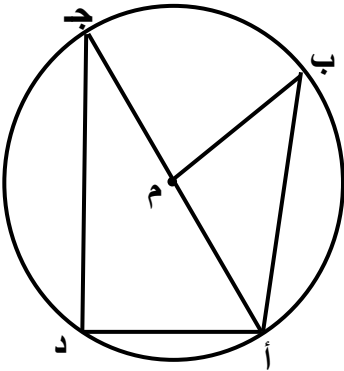
س(١) : برهن النظرية (٢) إذا كان أحد ضلعي الزاوية المحيطية قطرا للدائرة .



س(٢) : في الشكل إذا كان قياس $\angle C = 35^\circ$
 جد قياس كل من $\angle A$ ، $\angle B$ ، $\angle D$



س(٣) : في الشكل إذا كان قياس $\angle B = 80^\circ$
 وقياس $\angle A = 105^\circ$
 جد قياس كل من $\angle C$ ، $\angle D$ ، $\angle E$



س (٤) : جد قياس الزوايا المجهولة فيما يلي :

