

إجابات كتاب التمارين

قوانين اللوغاريتمات

إذا كان: $\log_a 3 \approx 0.528$ ، وكان: $\log_a 7 \approx 0.936$ فأجد كلاً ممّا يأتي:

$$(1) \log_a 37$$

$$\log_a 37 = \log_a 3 - \log_a 7 \approx 0.528 - 0.936 \approx -0.408$$

$$(2) \log_a 21$$

$$\log_a 21 = \log_a 3 \times 7 = \log_a 3 + \log_a 7 \approx 0.528 + 0.936 \approx 1.464$$

$$(3) \log_a 3 \log_a 7$$

$$\log_a 3 \log_a 7 \approx 0.528 \cdot 0.936 \approx 0.528 \cdot 0.936 \approx 0.56$$

$$(4) \log_a 17$$

$$\log_a 17 = \log_a 1 - \log_a 7 \approx 0 - 0.936 \approx -0.936$$

$$(5) \log_a 441$$

$$\log_a 441 = \log_a 21^2 = 2 \log_a 21 = 2 \log_a (3 \times 7) = 2(\log_a 3 + \log_a 7) \approx 2(0.528 + 0.936) \approx 2 \times 1.464 \approx 2.928$$

$$(6) \log_a 4927$$

$$\log_a 4927 = \log_a 49 - \log_a 27 = \log_a 7^2 - \log_a 3^3 = 2 \log_a 7 - 3 \log_a 3 \approx 2(0.936) - 3(0.528) \approx 1.872 - 1.584 \approx 0.288$$

$$(7) \log_a (7a^2)$$

$$\log_a (7a^2) = \log_a 7 + \log_a a^2 = \log_a 7 + 2 \log_a a \approx 0.936 + 2 \approx 2.936$$

$$(8) \log_a 814$$

$$\log_a 814 = \log_a 344 = \log_a 3 \approx 0.528$$

$$(9) (\log_a 3)(\log_a 7)$$

$$(\log a_3)(\log a_7) \approx 0.528 \times 0.936 \approx 0.494$$

أكتب كل مقدار لوغاریتمي ممّا يأتي بالصورة المطولة، علمًاً بأنّ المتغيرات جميعها تمثّل أعداداً حقيقة موجبة:

$$(10) \log_a x^7$$

$$\log_a x^7 = 7 \log_a x$$

$$(11) \log_a(acb)$$

$$\log_a(acb) = \log_a ac - \log_a b = \log_a a + \log_a c - \log_a b = 1 + \log_a c - \log_a b$$

$$(12) \log_a(x)$$

$$\log_a(x) = \log_a x^{12} = 12 \log_a x$$

$$(13) \log_a(xyz)$$

$$\log_a(xyz) = \log_a(xy) - \log_a z = \log_a(x) + \log_a(y) - \log_a z = \log_a x^{12} + \log_a y^{12} - \log_a z = 12 \log_a x + 12 \log_a y - \log_a z$$

$$(14) \log_a x^{1x3y4}$$

$$\log_a x^{1x3y4} = \log_a 1 - \log_a x^{3y4} = \log_a 1 - (\log_a x^3 + \log_a y^4) = 0 - (3 \log_a x + 4 \log_a y) = -3 \log_a x - 4 \log_a y$$

$$(15) \log_a x^{128x77}$$

$$\log_a x^{128x77} = \log_a x^{128} + \log_a x^{77} = \log_a 2x = \log_a 2 + \log_a x$$

$$(16) \log_a(x-1y2)4(x5y-2)3$$

$$\log_a(x-1y2)4(x5y-2)3 = \log_a x - \log_a 8x^{15}y^6 - 6 = \log_a x - 19y^{14} = \log_a x - 19 + \log_a y^{14} = -19 \log_a x + 14 \log_a y$$

$$(17) \log_a x^{2y3z3}$$

$$\log_a x^{2y3z3} = \log_a x^{2y3z3} = \log_a x^{32z32} = \log_a x^{32} - \log_a z^{32} = \log_a x +$$

$$\log_{32}y - \log_{32}z = \log_a x + 32\log_a y - 32\log_a z$$

$$(18) \log_a(x-y+z)^9, \quad y-x < z$$

$$\log_a(x-y+z)^9 = 9\log_a(x-y+z)$$

أكتب كل مقدار لوغاریتمي ممّا يأتي بالصورة المختصرة، علماً بأنّ المتغيرات جميعها تُمثّل أعداداً حقيقة موجبة:

$$(19) \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x - \log_a y = \log_a x - \log_a y$$

$$(20) \log_b(b-1) + 2\log_b b, \quad b > 1$$

$$\log_b(b-1) + 2\log_b b = \log_b(b-1) + \log_b b^2 = \log_b(b-1)b^2$$

$$(21) \log_a x - \log_a 1x$$

$$\log_a x - \log_a 1x = \log_a x - \log_a 1 = \log_a x$$

$$(22) \log_a(x^2 - 25) - \log_a(x+5), \quad x > 5$$

$$\begin{aligned} \log_a(x^2 - 25) - \log_a(x+5) &= \log_a(x^2 - 25)(x+5) = \log_a(x+5)(x-5)(x+5) \\ &= \log_a(x-5) \end{aligned}$$

$$(23) 3\log_b 1 - \log_b b$$

$$3\log_b 1 - \log_b b = 3(0) - 1 = -1$$

$$(24) 8\log_b x + 4\log_b y - 12\log_b z$$

$$\begin{aligned} 8\log_b x + 4\log_b y - 12\log_b z &= \log_b x^8 + \log_b y^4 - \log_b z^{12} = \log_b x^8 y^4 z^{-12} \\ &= \log_b x^8 y^4 z^{-12} \end{aligned}$$

(25) إيرادات: يمثل الاقتران: $T(a) = 10 + 20 \log_6(a + 1)$ مبيعات شركة (بآلاف الدنانير) من منتج جديد، حيث a المبلغ (بآلاف الدنانير) الذي تنفقه الشركة على إعلانات

المنتج، و $a \geq 0$. وتعني القيمة: $T(1) \approx 17.7$ إنفاق 1000 JD على الإعلانات يحقق إيرادات قيمتها 177000 JD من بيع المنتج. أجد قيمة إيرادات الشركة بعد إنفاقها مبلغ 11 ألف دينار على الإعلانات، علماً بأنّ $\log_6 2 \approx 0.3869$.

$$T(a)=10+20\log_6(a+1)f(11)=10+20\log_6(11+1)=10+20\log_6(12)=10+20\log_6(6\times 2)=10+20(\log_6 6 + \log_6 2) \approx 10+20(1+0.3869) \approx 10+20(1.3869) \approx 10+27.738 \approx 37.738$$

قيمة إيرادات الشركة بعد إنفاقها مبلغ على الإعلانات هو $JD 37738$.