إجابات كتاب التمارين

التوزيع الهندسي

إذا كان $X \sim Geo(\frac{1}{8})$، فأجد كلاً مما يأتي، مقرباً إجابتي إلى أقرب 3 منازل عشرية:

1) $P(X=4)$

$P(X=4)=\frac{1}{8}(\frac{7}{8})^3=\frac{343}{4096}\approx 0.084$

2) $P(X\leq 4)$

$P(X\leq 4)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)=\frac{1}{8}(\frac{7}{8})^3+\frac{1}{8}(\frac{7}{8})^2+\frac{1}{8}(\frac{7}{8})^1+\frac{1}{8}(\frac{7}{8})^0\approx 0.414$

3) $P(X\geq 2)$

$P(X\geq 2)=1-P(X<1)=1-P(X=1)=1-\frac{1}{8}(\frac{7}{8})^0=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

4) $P(3\leq X<5)$

$P(3\leq X<5)=P(X=3)+P(X=4)=\frac{1}{8}(\frac{7}{8})^2+\frac{1}{8}(\frac{7}{8})^3\approx 0.179$

5) $P(X<2)$

$P(X<2)=P(X=1)=\frac{1}{8}=0.125$

6) $P(X>5)$

$P(X>5)=1-P(X\leq 4)\approx 1-0.414=0.586$

7) $P(1<X<3)$

$P(1<X<3)=P(X=2)=\frac{1}{8}(\frac{7}{8})^1=\frac{7}{64}\approx 0.109$

8) $P(4<X\leq 6)$

$P(4<X\leq 6)=P(X=5)+P(X=6)=\frac{1}{8}(\frac{7}{8})^4+\frac{1}{8}(\frac{7}{8})^5\approx 0.137$

9) $P(2<X\leq 4)$

$P(2<X\leq 4)=P(X=3)+P(X=4)=18(78)2+18(78)3\approx 0.179$

أجد التوقع لكل من المتغيرات العشوائية الآتية:

(X~GeO(0.8) (10

E(X)=1p=10.8=108=1.25

((0.1) (1111X~Geo

E(X)=1p=10.1=10

((0.75) (12X~Geo

E(X)=1p=10.75=10075=43≈1.33

أطلق عماد رصاصة نحو هدف بصورة متكررة، ثم توقف عند إصابته الهدف أول مرة. إذا كان احتمال إصابته الهدف في كل مرة هو 0.7، فأجد كلاً مما يأتي:

(13) احتمال أن يصيب الهدف أول مرة في المحاولة العاشرة.

$P(X=10)=(0.7)(0.3)3\approx 0.00001$

(14) احتمال أن يطلق رصاصتين على الأقل حتى يصيب الهدف أول مرة.

$P(X\geq 2)=1-P(X<1)=1-P(X=1)=1-0.7(0.3)0=1-0.7=0.3$

(15) العدد المتوقع من الرصاصات التي سيطلقها عماد حتى يصيب الهدف أول مرة.

E(X)=1p=10.7=107≈1.4

دورت هديل مؤشر قرص بشكل متكرر، وكان القرص مقسّماً إلى 4 قطاعات متطابقة وملونة بالأحمر، والأخضر، والأزرق، والأصفر. إذا دلّ المتغير العشوائي X على عدد مرات تدوير مؤشر القرص حتى توقفه عند اللون الأصفر أول مرة، فأجد كلاً مما يأتي:

(16) احتمال أن تكون المرة الثالثة هي أول مرة يتوقف فيها مؤشر القرص عند اللون الأصفر.

$P(X=3)=(14)(34)2=964\approx0.14$

(17) احتمال أن تدور هديل مؤشر القرص أكثر من 4 مرات حتى يتوقف المؤشر عند اللون الأصفر أول مرة.

$P(X>4)=1-P(X\leq4)=1-(P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4))=1-1434$
$0+14341+14342+14343\approx0.32$

إذا كان X متغيراً عشوائياً هندسياً، وكان التوقع $E(X)=2$، فأجد كلاً مما يأتي:

(18) $(P(X=1)$

$E(X)=2\Rightarrow1p=2\Rightarrow p=12P(X=1)=12120=12$

(19) $(P(X>3)$

$P(X>3)=1-P(X\leq3)=1-(P(X=1)+P(X=2)+P(X=3))=1-12120+12121$
$+12122=1-(0.5+0.25+0.125)=1-0.875=0.125$