أتدرب وأحل المسائل

قاعدة السلسلة

أتدرَّب وأحُلُّ المسائل

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

(1) $f(x) = (1 + 2x)^4$

$f'(x) = 4\,(1 + 2x)^3\,(2)$

$= 8\,(1 + 2x)^3$

(2) $f(x) = (3 - 2x^2)^{-5}$

$f'(x) = -5\,(3 - 2x^2)^{-6}\,(-4x)$

$= 20x\,(3 - 2x^2)^{-6}$

$= 20x(3 - 2x2)6$

(3) $f(x) = (x2 - 7x + 1)32$

$f'(x) = 32\,(x2 - 7x + 1)12\,(2x - 7)$

$= 32\,(2x - 7)\,x2 - 7x + 1$

(4) $f(x) = 7 - x$

$f'(x) = -127 - x$

(5) $f(x) = 4(2 + 8x)^4$

$f'(x) = 16(2 + 8x)^3\,(8)$

$= 128(2 + 8x)^3$

(6) $f(x) = 14x - 83$

$f(x) = (4x - 8)-13$

$f'(x) = -13\ (4x - 8)-43\ \ (4)$

$= -43\ (4x - 8)-43$

$= -43(4x - 8)43$

(7) $f(x) = 5 + 3x3$

$f'(x) = 9x225 - 3x3$

(8) $f(x) = x + (x - 3)^2$

$f'(x) = 12x + 2(x - 3)$

(9) $f(x) = 2x - x53 + (4 - x)^2$

$f(x) = (2x - x5)13 + (4 - x)^2$

$f'(x) = 13(2x - x5)-23\ (2 - 5x^4) + 2(4 - x)\ (-1)$

$= 2 - 5x43(2x - x5)23 - 8 + 2x$

(10) $f(x) = (x + 5)^4$

$f'(x) = 4\ (x + 5)^3\ x\ 12x$

$= 2(x + 5)3x$

(11) $f(x) = (2x - 5)3$

$f'(x) = 3(2x - 5)2\ (2)2\ (2x - 5)3$

$= 3(2x - 5)2\ (2x - 5)3 = 3\ 2x - 5$

(12) $f(x) = (2x^3 - 3x^2 + 4x + 1)^5$

$f'(x) = 5(2x^3 - 3x^2 + 4x + 1)^4\ (6x^2 - 6x + 4)$

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

(13) $f(x) = 1(4x + 1)2\ ,\ x = 14$

$f(x) = (4x + 1)^{-2}$

$f'(x) = -2\ (4x + 1)^{-3}\ (4)$

$= 8(4x + 1)3$

$f'(14) = -8(4\ x\ 14 + 1)3 = -1$

(14) $f(x) = 25 - x2\ \ ,\ x = 3$

$f'(x) = -x\ 25 - x2$

$f'(3) = -3\ 25 - (3)2 = -34$

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد dydx لكلّ ممّا يأتي:

(15) y=5u2+3u, u=x3+1

dydu=10u+3dudx=3x2dydx=dydu×dudx=(10u+3)×3x2=(10(x3+1)+3)×3x2=(10x3+13)×3x2=30x5+39x2

(16) y=2u+53, u=x2−x

y=(2u+5)13dydu=13(2u+5)−23(2)=23(2u+5)−23dudx=2x−1 dydx=dydu×dudx=23(2u+5)−23×(2x−1)=23(2(x2−x)+5)−23×(2x−1)=4x−23(2x2−2x+5)23

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد dydx لكلّ ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

(17) y=3u2−5u+2, u=x2−1, x=2

dydu=6u−5dudx=2xdydx=dydu×dudx=(6u−5)×(2x)=(6(x2−1)−5)×(2x)

dydx|x=2=(6(4−1)−5)×(4)=52

(18) y=(1+u2)3, u=2x−1, x=1

dydu=3(1+u2)2(2u)=6u(1+u2)2dudx=2dydx=dydu×dudx=6u

(1+u2)2×(2)=12(2x−1)(1+(2x−1)2)2

dydx|x=1=12(2−1)(1+(2−1)2)2=48

صناعة: يمثل الاقتران: $C(x)$ = 1000 x2 - 0.1x تكلفة إنتاج x من منتج معين (بآلاف الدنانير):

(19) أجد معدل تغير تكلفة الإنتاج بالنسبة إلى عدد القطع المُنتجة.

C′(x)=1000(2x−0.1)2x2−0.1x=1000x−50x2−0.1x

(20) أجد معدل تغير تكلفة الإنتاج بالنسبة إلى عدد القطع المُنتجة عندما يكون عدد القطع المنتجة 20 قطعة.

C′(20)=1000(20)−50(20)2−0.1(20)=19950398≈1000

علوم: يمثل الاقتران: N(t) = 400 (1 - 3(t2+2)2) عدد الخلايا البكتيرية بعد t يوماً في مجتمع بكتيري:

(21) أجد معدل تغير N بالنسبة إلى t عندما $t = 1$.

N(t)=400(1−3(t2+2)−2)N′(t)=400(6(t2+2)−3(2t))=4800t(t2+2)3N′(1)=4800(1+2)3≈178

(22) أجد معدل تغير N بالنسبة إلى t عندما $t = 4$.

N′(4)=4800(4)(16+2)3≈3

إذا كان: g(2)=−3, g′(2)=6, h(3)=2, h′(3)=−2 ، فأجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي عندما $x = 3$:

(23) f(x)=g(h(x))

f′(x)=g′(h(x))×h′(x)f′(3)=g′(h(3))×h′(3)=g′(2)×−2=6×−2=−12

(24) f(x)=(h(x))3

$h'(x)=f'(g(x))\times g'(x)h'(2)=f'(g(2))\times g'(2)=f'(3)\times -1$