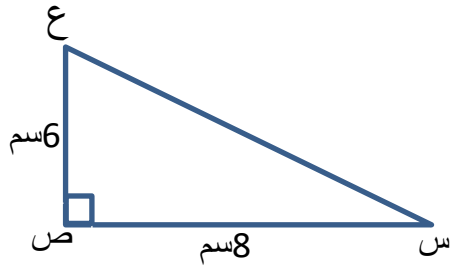
تهيئة

1) س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص، فيه: س ص = 8سم، ص ع =6سم،
جد طول س ع.



الحل:

$(\text{س ع})^2 = (\text{س ص})^2 + (\text{ص ع})^2$

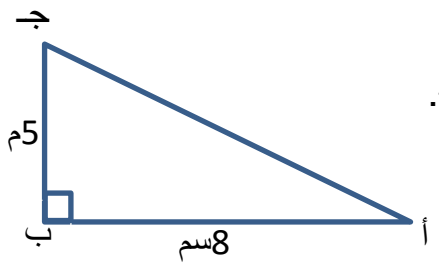
$(\text{س ع})^2 = 64 + 36$

$(\text{س ع})^2 = 100$ ومنه، س ع = 10سم

2) يقف حمزة على نقطة (أ) تبعد 12م عن قاعدة بناية ارتفاعها 5م.

أ) ارسم شكلاً هندسياً يوضح المسألة.

ب) جد البعد بين النقطة (أ) وقمة البناية.



الحل:

$(\text{أ جـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب جـ})^2$

$(\text{أ جـ})^2 = 64 + 25$

$(\text{أ جـ})^2 = 89$ ومنه، أ جـ = $\sqrt{89}$ = 9.43متراً تقريباً.

3) ما مجموع قياسات زوايا المثلث؟

الحل:

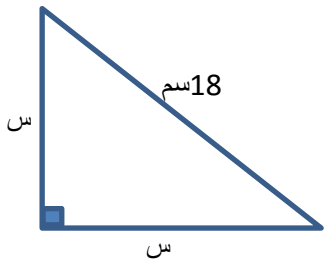
مجموع قياسات زوايا المثلث = **360°**

4) مثلث قائم الزاوية قياس احدى زواياه الحادة يساوي 35°، فما قياس الزاوية الثالثة؟

الحل:

قياس الزاوية الثالثة = 90° - 35° = 55°

5) جد طول الضلع المجهول في المثلث الآتي:



الحل:

$(18)^2 = (س)^2 + (س)^2$

$324 = 2س^2$

$س^2 = 162$ ومنه، س = $\sqrt{162}$ سم = **9** سم [2]

6) حل كلاً من المعادلات الآتية:

أ) $س^2 + 0.36 = 1$

الحل:

$س^2 = 1 - 0.36 = 0.64$

$س = 0.8$

ب) $\frac{س}{5} = 0.4$

الحل:

$س = 5 \times 0.4 = 2$

جـ) $\frac{3}{ص} = 2$

الحل:

ص × 2 = 3

2ص = 3 ومنه، ص = $\frac{3}{2}$ = 1.5

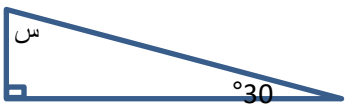
د) 5س + 3 = 2س – 90

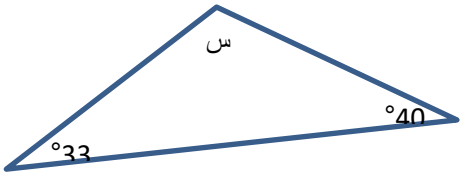
الحل:

5س - 2س = - 90 -3

3س = -93 ومنه ، س = -93 ÷ 3 = -31

7) ما قياس الزوايا المجهولة في المثلثات الآتية:





الحل:

في المثلث الأول:

س = 180° - (40° + 33°)

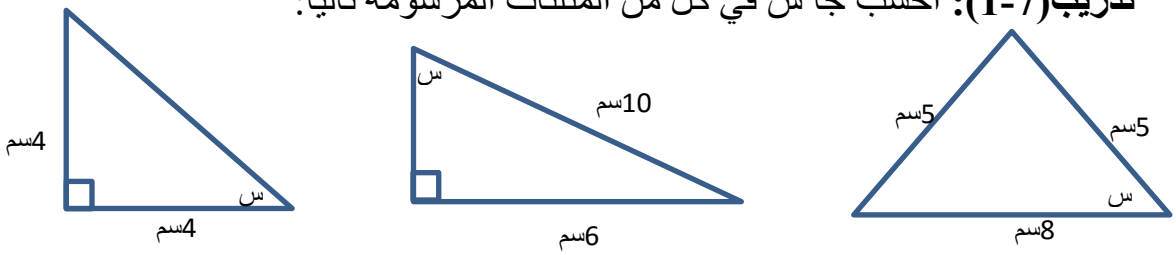
س = 180° - 73° = 107°

وفي المثلث الثاني:

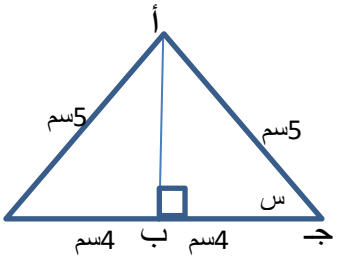
س = 90° - 30° = 60°

الدرس (7-1) جيب الزاوية الحادة

تدريب(7-1): احسب جا س في كل من المثلثات المرسومة تالياً:



الحل:

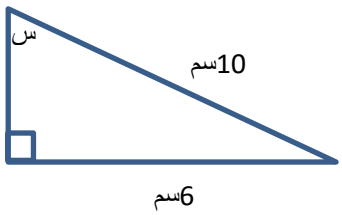


$(أ\ جـ)^2 = (أ\ ب)^2 + (ب\ جـ)^2$

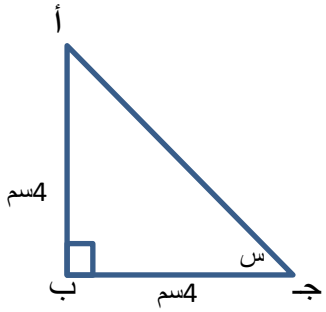
$25 = (أ\ ب)^2 + 16$

$(أ\ ب)^2 = 9$ ومنه $أ\ ب = 3$

$جا\ س = \frac{3}{5}$



$جا\ س = \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$



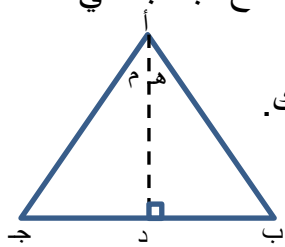
$(أ\ جـ)^2 = (أ\ ب)^2 + (ب\ جـ)^2$

$(أ\ جـ)^2 = 16 + 16$

$(أ\ جـ)^2 = 32$ ومنه، $أ\ جـ = [32 = 4\ [2$

$جا\ س = \frac{1}{2]}$

تدريب(2-7): في الشكل (7-6) أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع نصفت الزاوية أ بحيث تم اسقاط عمود من أ على منتصف الضلع ب جـ في النقطة د، أجب عما يأتي:



الشكل(7-6)

1) قياس كل من: آ أ ، آ ب ، آ جـ ، برر إجابتك.
2) قياس كل من: آ هـ ، آ م ، برر إجابتك.
3) في المثلثين أ د ب ، أ د جـ ماذا تلاحظ على أطوال الأضلاع المتناظرة، وقياسات الزوايا المتناظرة؟

الحل:

1) آ أ = 60°، آ ب = 60°، آ جـ =60°؛ لأن أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع.

2) آ هـ =30°، آ م= 30°؛ لأن أ د ينصف الزاوية أ.

3) أطوال الأضلاع المتناظرة متساوية في الطول، وقياسات الزوايا المتناظرة متساوية في القياس.

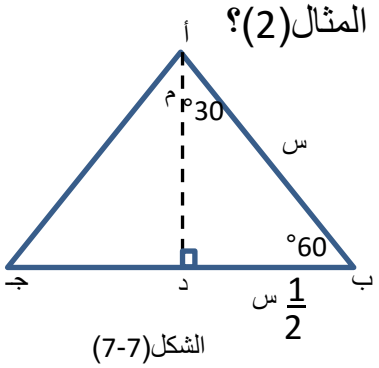
سؤال:

لماذا أ د لا - $\frac{\sqrt{3}}{2}$ س

الحل:

لأن أ د يمثل طول ضلع والطول لا يكون سالباً.

فكر: هل يمكنك استنتاج جا 30° و جا 60° من خلال حل المثال(2)؟



الشكل(7-7)

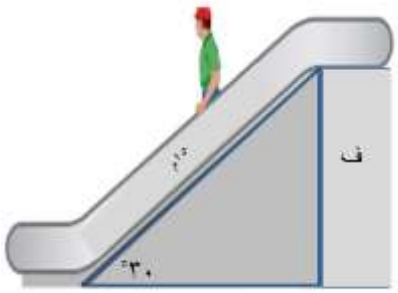
الحل:

جا 30° = $\frac{\frac{1}{2} \text{ س}}{\text{س}}$ = $\frac{1}{2}$

جا 60° = $\frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ س}}{\text{س}}$ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

تدريب (3-7) حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

يبين الشكل (7-1) سلم كهربائي طوله 15م، وقياس الزاوية التي يكونها مع الأرض 30°، جد ارتفاع السلم ف.



الشكل (٦-١)

الحل:

$$\text{جا } 30^\circ = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{ف}}{15}$$

$$\frac{\text{ف}}{15} = \frac{1}{2}$$

ومنه، ف ×2 = 1× 15

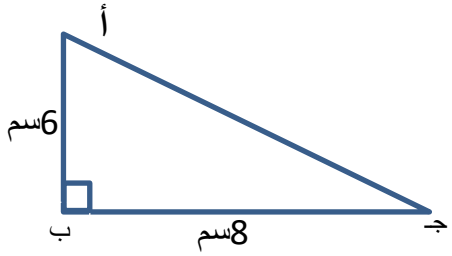
2ف = 15 ومنه، ف 7.5م

إجابات التمارين والمسائل

(1) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، فيه أ ب =6سم، ب جـ = 8سم، جد كلاً مما يأتي:

1) أجـ 2) جا أ 3) جا جـ

الحل:



1) $(\text{أ جـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب جـ})^2$

$(\text{أ جـ})^2 = 36 + 64$

$(\text{أ جـ})^2 = 100$ ومنه، أ جـ = 10سم

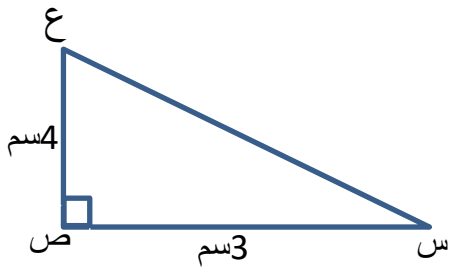
2) $\text{جا أ} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

3) $\text{جا جـ} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

(2) س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص، فيه س ص = 3سم، ص ع = 4سم، جد:

1)س ع 2) جا س 3) قياس الزاوية س باستخدام الآلة الحاسبة.

الحل:



1) $(\text{س ع})^2 = (\text{س ص})^2 + (\text{ص ع})^2$

$(\text{س ع})^2 = 9 + 16$

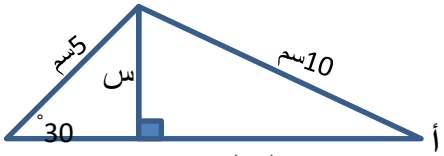
$(\text{س ع})^2 = 25$ ومنه، س ع = 5سم

2) جا س $= \frac{4}{5} = 0.8$

3) باستخدام الآلة الحاسبة قياس الزاوية س $= 53.1^\circ$

(3) أحسب جا أ، و جا ب، في الشكلين (7-12/أ) ، (7-12/ب).

الشكل (7-12/أ)



الشكل (7-12/ب)

الحل:

الشكل (7-12/أ)

$(\text{أ جـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب جـ})^2$

$225 = (\text{أ ب})^2 + 81$

$(\text{أ ب})^2 = 225 - 81 = 144$ ومنه، أ ب $= 12$

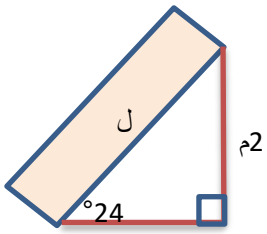
1) جا أ $= \frac{9}{15}$ ، جا ب $= \frac{12}{15}$

2) جا $30^\circ = 0.5 = \frac{\text{س}}{5}$ ومنه، طول الضلع المقابل (س) $= 2.5$سم

ومنه جا أ $= \frac{2.5}{10} = \frac{1}{4}$

(4) جد طول لوح تزلج يرتفع أحد طرفيه عن الأرض 2م،

ويصنع مع الأرض زاوية مقدارها 24°. أنظر الشكل (7-13)



الشكل (7-13)

الحل:

افرض أن طول لوح التزلج ل

جا24° = 0.4067 من الآلة الحاسبة

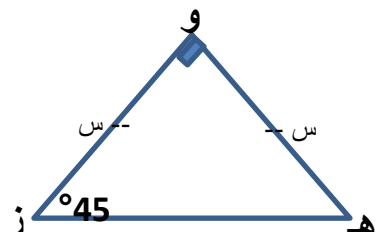
$0.4067 = \frac{2}{ل}$

ومنه، ل = $\frac{2}{0.4067}$

ومنه ل =4.92م

(5) هـ و ز مثلث قائم الزاوية في و، كما في الشكل (7-14)

أثبت أن جا 45° = $\frac{1}{\sqrt{2}}$



الشكل (7-14)

الحل:

$(هـ ز)^2 = (هـ و)^2 + (و ز)^2$

$(هـ ز)^2 = س^2 + س^2$

$(هـ ز)^2 = 2 س^2$ ومنه ، هـ ز = $س \sqrt{2}$

جا45° = $\frac{س}{س \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ وهو المطلوب.

(6) شجرة ارتفاعها 10م، كما في الشكل (7-15)، إذا كان جا هـ = 0,5 ، فجد طول المسافة بين قمة الشجرة ورأس الظل.

الحل:

افرض أن طول المسافة بين قمة الشجرة ورأس الظل ف

جا هـ = 0.5

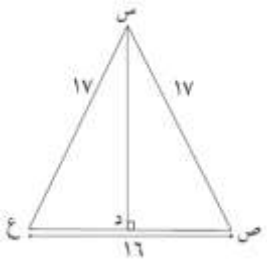
$0.5 = \frac{10}{ف}$

ومنه، ف = 20 م

الدرس(7-2) جيب تمام الزاوية الحادة

تدريب (7-4): في الشكل (7-20): إذا كان س ص = س ص ع = 16، فجد كلا مما يأتي:

جا ع ، جتا ع ، جتا < د س ع



الشكل (7-20)

الحل:

ص د = د ع = 8

$(س ع)^2 = (س د)^2 + (د ع)^2$

$(17)^2 = (س د)^2 + (8)^2$

$(س د)^2 = 289 - 64 = 225$

س د = 15

$جا ع = \frac{15}{17}$

$جتا ع = \frac{8}{17}$

$جتا < د س ع = \frac{15}{17}$

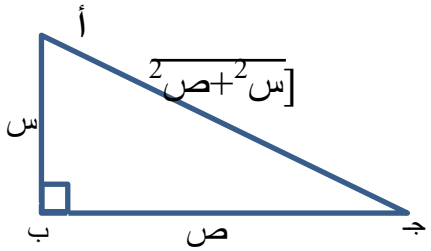
تدريب(7-5): أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، فيه أ ب = س، ب جـ = ص، جد:

1) < أ + < جـ 2) طول أ جـ 3) جتا أ

4) جا أ 5) جتا جـ 6) جا جـ

7) $جتا^2 أ + جتا^2(90^\circ - أ)$

الحل:



1) $< أ + < جـ = 90^\circ$

2) $(أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2$

$(أ جـ)^2 = س^2 + ص^2$

أ جـ = $[س^2 + ص^2]$

3) جتا أ = $\frac{س}{[س^2 + ص^2]}$

4) جا أ = $\frac{ص}{[س^2 + ص^2]}$

5) جتا جـ = $\frac{ص}{[س^2 + ص^2]}$

6) جا جـ = $\frac{س}{[س^2 + ص^2]}$

7) جتا^2 أ + جتا^2(90° - أ) = جتا^2 أ + جتا^{2}جـ

$$= \frac{س^2}{س^2 + ص^2} + \frac{ص^2}{س^2 + ص^2}$$

$$= \frac{س^2 + ص^2}{س^2 + ص^2} = 1$$

فكر: هل يمكنك استخدام تدريب (5-7) لإيجاد جا 45°، جتا 45°
(مساعدة: اختر < أ = 45°)

الحل:

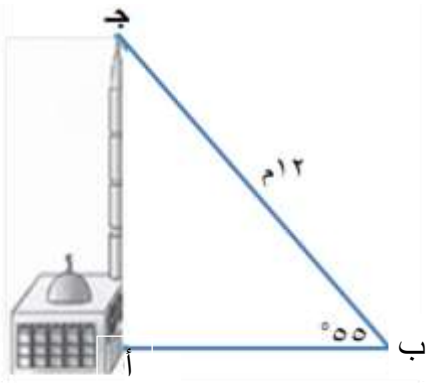
في حالة < أ = 45° المثلث يصبح متساوي الضلعين س = ص وخذ س =1

جا 45° = $\frac{س}{[س^2 + س^2]}$ = $\frac{1}{\sqrt{2}}$

جتا 45° = $\frac{س}{[س^2 + س^2]}$ = $\frac{1}{\sqrt{2}}$

تدريب(3): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

رصد شخص من النقطة ب مئذنة مسجد، حيث تبعد النقطة ب 12م عن قمة المئذنة، فإذا كان قياس <ب =55°، فجد:



الشكل (16-7)

1) بعد النقطة ب عن المسجد.

2) ارتفاع المئذنة عن سطح المسجد،

إذا كان ارتفاع المسجد 5م.

الحل:

1) بعد النقطة ب عن المسجد = أ ب

جتا55° = 0.5736

$\frac{\text{أ ب}}{12}$ = 0.5736

ومنه، أ ب = 12×0.5736

أ ب = **6.88م**

2) ارتفاع المئذنة عن الأرض = أ جـ

جا55° = 0.8192

$\frac{\text{أ جـ}}{12}$ = 0.8192

ومنه، أ جـ = 12×0.8192

أ جـ = **9.83م**

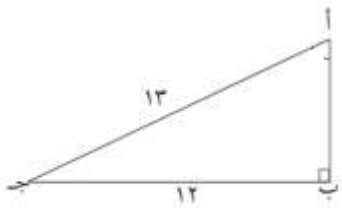
ارتفاع المئذنة عن سطح المسجد = ارتفاع المئذنة عن الأرض – ارتفاع المسجد

= 9.83م – 5م

= 4.83م

إجابات التمارين والمسائل

1) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، كما في الشكل (7-26)، فيه أ جـ =13سم، ب جـ = 12سم، جد كلاً مما يأتي:



الشكل (7-26)

أ) أب ب) جتا أ

جـ) جتا جـ د) جا أ

الحل:

أ) $(\text{أ جـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب جـ})^2$

$169 = (\text{أ ب})^2 + 144$

$(\text{أ ب})^2 = 169 - 144 = 25$

أ ب = 5سم

ب) جتا أ $= \frac{5}{13}$

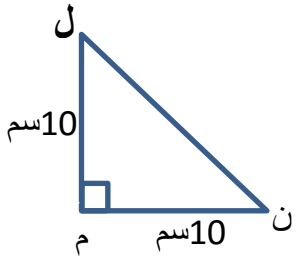
جـ) جتا جـ $= \frac{12}{13}$

د) جا أ $= \frac{12}{13}$

2) ل م ن مثلث متساوي الضلعين فيه ل م = ل ن = 10سم، م ن = 16سم، جد:

أ) جا م ب) جتا ن جـ) جتا م

الحل:



أ) $(\text{ل ن})^2 = (\text{ن م})^2 + (\text{م ل})^2$

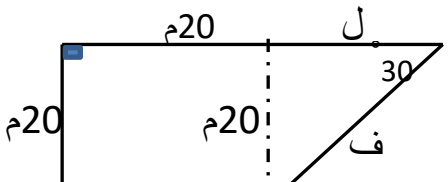
$(\text{ل ن})^2 = 100 + 100$

$(\text{ل ن})^2 = 200$ ومنه، ل ن $= 10\sqrt{2}$

جا م $= \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ، ب) جتا ن $= \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

جـ) جتا م $= \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

3) يمثل الشكل (7-26) قطعة أرض على شكل شبه منحرف. أحسب محيط قطعة الأرض.



الحل:

جا30° = 0.5 باستخدام الآلة الحاسبة

$\frac{20}{ف}$ = 0.5 ومنه، ف 40م

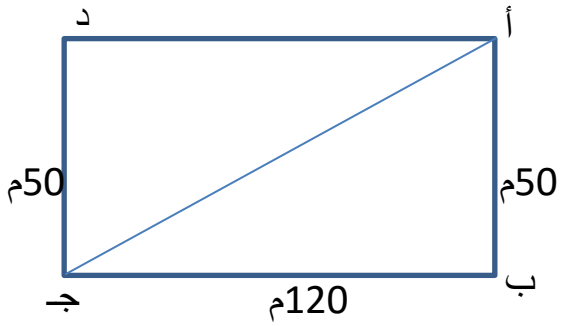
جتا30° = 0.866

$\frac{ل}{40}$ =0.866 ومنه، ل = 40×0.866 = 3.464م

المحيط = 20+20+40+3.464+20=103.464م

4) أ ب جـ د مستطيل فيه: أ ب = 50سم، ب جـ = 120سم، جد جتا < أ جـ د.

الحل:



$(أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2$

$(أ جـ)^2 = 2500 + 14400$

$(أ جـ)^2 = 16900$

أ جـ = 130م

جتا < أ جـ د = $\frac{50}{130} = \frac{5}{13}$

5) إذا كانت س زاوية حادة، بحيث جا س = جتا س، فما قيمة س؟

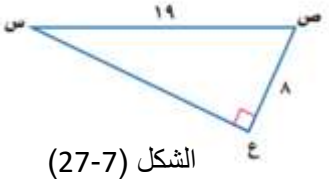
الحل:

جا س = جتا س هذا يعني المقابل للزاوية س = المجاور لها

وبذلك يكون المثلث القائم الزاوية متساوي الضلعين

ومنه، س= 45°

6) في الشكل (7-27) جد قياس الزاوية ص.



الشكل (7-27)

الحل:

جتا ص = $\frac{8}{19}$

جتا ص= 0.4211

ص = 65.1° باستخدام الآلة الحاسبة.

الدرس(7-3) ظل الزاوية الحادة

سؤال: من خلال مثال(7-11) هل يمكنك التوصل إلى علاقة بين جا أ، جتا أ، ظا أ؟

الحل:

ظا أ = $\frac{\text{جا أ}}{\text{جتا أ}}$

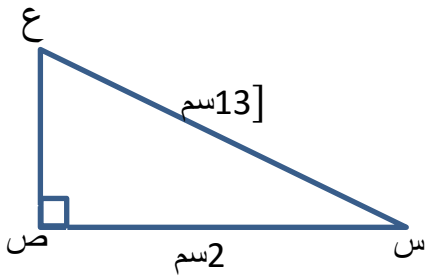
فكر: متى يكون ظا هـ = 1، حيث هـ زاوية حادة؟

الحل:

يكون ظا هـ = 1عندما يكون طول الضلع المقابل للزاوية الحادة مساوياً لطول الضلع المجاور وبذلك تكون هـ = 45°

تدريب (7-7): س ص ع مثلث قائم في ص، فيه: س ص = 2سم، س ع = 13]سم.

جد ظا س، ظا ع.



الحل:

(س ع)^2 = (س ص)^2 + (ص ع)^2

13 = 4 + (ص ع)^2

(ص ع)^2 = 9 ومنه، ص ع = 3سم

ظا س = $\frac{3}{2}$

ظا ع = $\frac{2}{3}$

ناقش: ناقش مع زملائك صحة العبارة الآتية:

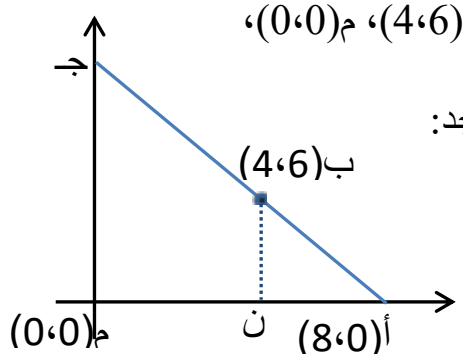
قالت رغد: إذا كانت هـ زاويه حادة، فإن: ظا هـ ≥ 1

الحل:

العبارة غير صحيحة؛ لأن ظا هـ يكون أكبر من واحد عندما يكون طول الضلع المقابل أكبر من طول الضلع المجاور للزاوية الحادة.

لاحظ في مثال(1) ظا أ < 1

تدريب (7-8): في الشكل (7-34) : أ(0،8)، ب(4،6)، م(0،0)، والنقطة جـ تقع على محور الصادات الموجب. جد:



الشكل (7-34)

أ) ظا ∠م أ جـ.

ب) احداثيا النقطة جـ.

الحل:

انزل عمود من النقطة ب على محور السينات عند النقطة ن

طول العمود ب ن = 6 وطول م ن = 4 وطول أ ن =4

أ) من المثلث أ ن ب ظاحم أ جـ = $\frac{6}{4}$ = $\frac{3}{2}$

ب) من المثلث أ م جـ ظاحم أ جـ = $\frac{\text{م جـ}}{8}$

$\frac{\text{م جـ}}{8}$ = $\frac{3}{2}$

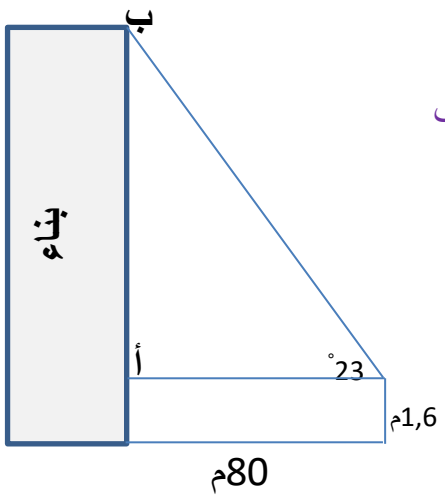
ومنه، م جـ = (3×8)÷2 =12

احداثيا النقطة جـ هي (0، 12)

تدريب(7-9): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

وقف أحمد على بعد 80م من قاعدة بناية، وكان قياس الزاوية المحصورة بين خط نظره المار بقمة البناية والخط الأفقي 23°، إذا كان طول أحمد 1,6م، كيف تساعد أحمد في حساب ارتفاع البناية؟

الحل:



الشكل (7-29)

ارتفاع البناية = طول أحمد + طول الضلع أ ب

$$\text{ظا } 23^\circ = \frac{\text{أ ب}}{80}$$

$$\frac{\text{أ ب}}{80} = 0.4245$$

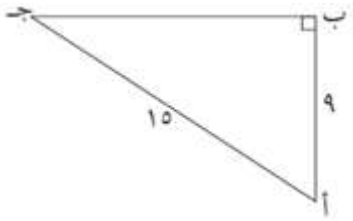
ومنه، أ ب = 80×0.4245

أ ب = 34 م تقريباً

ارتفاع البناية = 1.6 + 34=35.6م

إجابات التمارين والمسائل

1) يمثل الشكل (7-37) مثلث قائم الزاوية في ب، فيه أ جـ =15سم، أ ب = 9سم، جد كلاً مما يأتي:



الشكل (7-37)

أ) ب جـ　　ب) ظا أ

جـ) ظا جـ

الحل:

أ) $(\text{أ جـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب جـ})^2$

$225 = 81 + (\text{ب جـ})^2$

$(\text{ب جـ})^2 = 225 - 81 = 144$

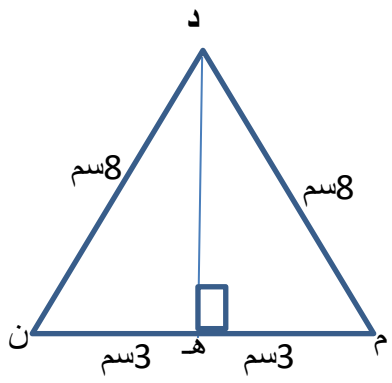
ب جـ = 12

ب) ظا أ $= \frac{12}{15}$

جـ) ظا جـ $= \frac{9}{15}$

2) د م ن مثلث متساوي الساقين فيه د م = د ن = 8 سم، م ن = 6سم، جد:

أ) ظا م　　ب) ظا ن



الحل:

أ) $(\text{د م})^2 = (\text{م هـ})^2 + (\text{هـ د})^2$

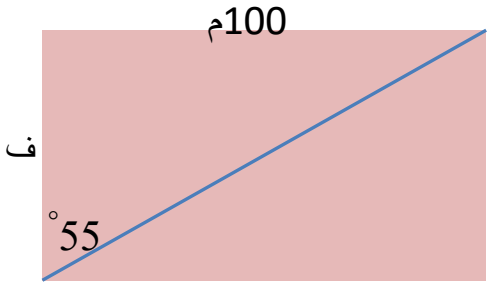
$64 = 9 + (\text{هـ د})^2$

$(\text{هـ د})^2 = 64 - 9 = 55$

هـ د $= \sqrt{55}$

أ) ظا م $= \frac{\sqrt{55}}{3}$　　ب) ظا ن $= \frac{\sqrt{55}}{3}$

3) قطعة أرض مستطيلة الشكل طولها 100م، فإذا كان قطر القطعة يصنع زاوية مقدارها 55° مع ضلعها الأصغر، كما في الشكل (7-39)، فما عرض قطعة الأرض.



الشكل (7-39)

الحل:

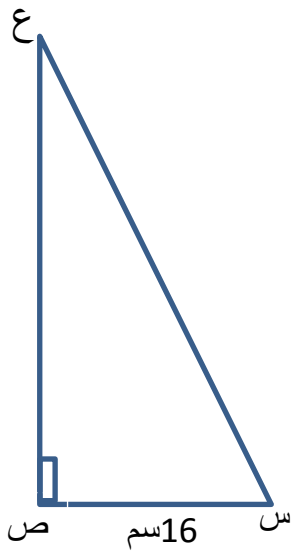
افرض عرض قطعة الأرض = ف

$$\text{ظا } 55^\circ = \frac{100}{\text{ف}}$$

$$1.4281 = \frac{100}{\text{ف}}$$

$$\text{ف} = \frac{100}{1.4281} = 70\text{م}$$

4) س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص، فيه: س ص = 16سم، و ظا س = 2، جد طول ع ص.

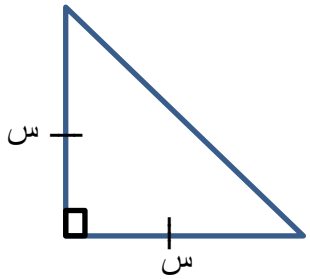


الحل:

ظا س = 2

$$\frac{\text{ع ص}}{16} = 2 \quad \text{ومنه، ع ص} = 16 \times 2 = 32$$

5) استخدم الشكل (7-39) في إيجاد: ظا 45°



الشكل (7-39)

الحل:

بما أن المثلث القائم متساوي الضلعين فإن قياس كل من الزاويتين الحادتين يساوي45°.

افرض أن طول كل من الضلعين المتساويين س

ظا 45° = $\frac{\text{س}}{\text{س}}$ = 1

6) المستقيم ص = 2س – 4، يقطع محوري السينات والصادات عند النقطتين (0،2)، (0،-4)، على الترتيب، ويشكل مثلثاً كما في الشكل (7-40)، وهـ تمثل الزاوية الحادة التي يصنعها المستقيم مع محور السينات. جد كلاً مما يأتي:

أ) جا هـ ب) جتا هـ جـ) ظا هـ

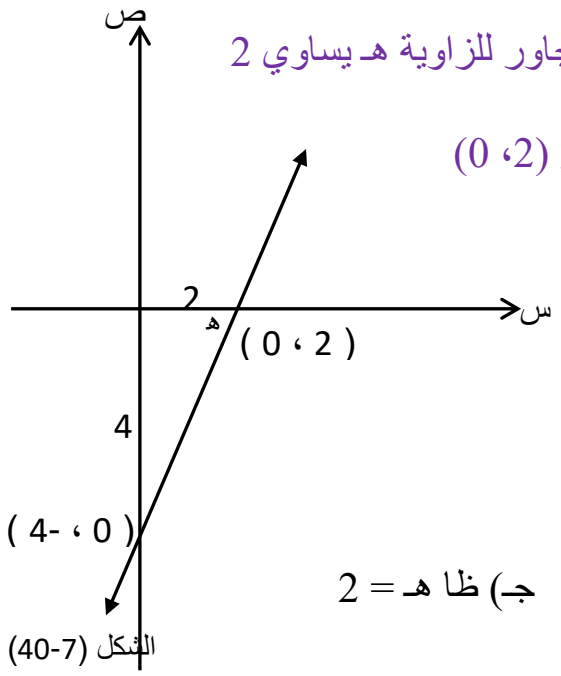
الحل:

من النقطة (0،-4) نجد أن طول الضلع المقابل للزاوية هـ يساوي 4

و من النقطة (2، 0) نجد أن طول الضلع المجاور للزاوية هـ يساوي 2

طول الوتر = المسافة بين النقطتين (0،-4) و (2، 0)

طول الوتر = $\sqrt{[(4- - 0)^2+(0-2)^2]}$



الشكل (7-40)

= $\sqrt{[20]}$ = 4 $\sqrt{[5]}$

أ) جا هـ = $\frac{1}{\sqrt{[5]}}$ ب) جتا هـ = $\frac{1}{2\sqrt{[5]}}$ جـ) ظا هـ = 2

الدرس(7-4) العلاقة بين النسب المثلثية

تدريب (7-10): أ) إذا كان جا س = 0,3584 فما قيمة جتا (90 - س)؟

ب) جد القيمة العددية للمقدار: جا 25° - جتا 65° .

الحل:

أ) جتا (90 - س) = جا س

جتا (90 - س) =0,3584

ب) جا 25° - جتا 65°

جا 25° - جا 25° = 0 وذلك لأن جتا 65° = جا (90 – 65) = جا 25°

ناقش: قام رائد بحل المثال(2) بالطريقة الآتية:

بما أن جا 5س = جتا 4س

فإن: 5س + 4س = 90°

ومنه 9س = 90°

س = 10°

ما رأيك بما قام به رائد؟ وكيف تفسر خطوات حله؟

الحل:

ما قام به رائد صحيح وذلك لأن جتا 4س = جا (90° -4س)

وحيث أن جا 5س = جتا 4س ⟸ جا 5س = جا (90° -4س)

ومنه، 5س = 90° -4س

ومنه، 5س + 4س = 90°

ومنه 9س = 90°

س = 10°

فكر: هل يوجد زاوية حادة قياسها س بحيث: جا س = جتا س؟

ما قياسها؟

الحل:

جا س = جتا س

جا س = جا (90° - س)

ومنه، س = 90° – س ومنه، 2س = 90° ومنه، س =45°

تدريب (7-11): إذا كانت س زاوية حادة، وكان جتا س = $\frac{5}{13}$ ، فما قيمة جا س؟

الحل: باستخدام العلاقة: جا^2 س + جتا^2 س = 1

جا^2 س + ($\frac{5}{13}$)^2 =1

جا^2 س = 1 – $\frac{25}{169}$

جا^2 س = $\frac{144}{169}$

جا س = $\frac{12}{13}$

تدريب(7-12): إذا كانت هـ زاوية حادة، وكان جا هـ = 5 جتا هـ، فجد:

أ) ظا هـ ب)جتا هـ

الحل:

أ) جا هـ = 5 جتا هـ

$\frac{\text{جا هـ}}{\text{جتا هـ}} = \frac{5\text{جتا هـ}}{\text{جتا هـ}}$ بقسمة الطرفين على جتا هـ

ظا هـ = 5

ب) جا^2 هـ + جتا^2 هـ = 1

(5 جتا هـ)^2 +جتا^2 هـ = 1

$25جتا^2 هـ + جتا^2 هـ = 1$

$26 جتا^2 هـ = 1$

$جتا^2 هـ = \frac{1}{26}$ ومنه، جتا هـ = $\frac{1}{\sqrt{26}}$

تدريب (7-13): حل المسائل الواردة في بداية الدرس.

أجب عن الآتي دون استخدام الآلة الحاسبة أو المثلث قائم الزاوية:

1) جد القيمة العددية للمقدار:

جا 33° - جتا 57°

2) إذا كان جا $17^\circ = 0,3$، فما قيمة جا 73°.

الحل:

1) جا 33° - جتا 57° = جا 33° - جا 33° = 0

وذلك لأن جتا 57° = جا $(90^\circ - 57^\circ)$ = جا 33°

2) جا 73° = جتا $(90^\circ - 73^\circ)$ = جتا 17°

$جا^2 س + جتا^2 س = 1$

$جا^2 17^\circ + جتا^2 17^\circ = 1$

$(0,3)^2 + جتا^2 17^\circ = 1$

$جتا^2 17^\circ = 1 - 0.09 = 0.91$

جتا $17^\circ = \sqrt{0.91} = 0.9539$

إجابات التمارين والمسائل

1) إذا كان جا س = 0,3746 ، فما قيمة جتا (90 - س)؟

الحل:

جتا (90° - س) = جا س = 0.3746

2) أثبت أن جا (30° + س) = جتا (60° - س)، س آ 60°

الحل:

جا (30° + س) = جتا(90° - (30° + س))

=جتا (90° -30° - س)

= جتا (60° - س)

3) إذا كانت س تمثل قياس زاوية حادة، وكان جا (90° - س) = 0,4 فجد:

أ) جتا س ب) جا س جـ) ظا س

الحل:

أ) جتا س = جا (90° - س) = 0,4

ب) جا^2 س + جتا^2 س = **1**

جا^2 س + $(0,4)^2$ = **1**

جا^2 س = 1 - 0.16 = 0.84

جا س = $\sqrt{0.84}$ = 0.9165

جـ) ظا س = $\frac{\text{جا س}}{\text{جتا س}}$ = $\frac{0.9165}{0.4}$ =2.2912

4) جد القيمة العددية لكل من المقادير الآتية:

أ) 3 جتا 19° - 3 جا 71°

الحل:

3 جتا 19° - 3 جا 71°

3 جتا 19° -3 جتا 19° = 0 وذلك لأن جا 71° = جتا $(90^\circ - 71^\circ) = 19^\circ$ جتا

ب) جتا^2 83° + جتا^2 7°

الحل:

جتا^2 83° + جتا^2 7°

جا^2 7° + جتا^2 7° = 1 وذلك لأن جتا 83° = جا $(90^\circ - 83^\circ) = 7^\circ$ جا

جـ) ظا 34° × ظا 56°

الحل:

ظا 34° × ظا 56°

$$= \frac{\text{جا } 34^\circ}{\text{جتا } 34^\circ} \times \frac{\text{جا } 56^\circ}{\text{جتا } 56^\circ}$$

$$= \frac{\text{جا } 34^\circ}{\text{جتا } 34^\circ} \times \frac{\text{جتا } 34^\circ}{\text{جا } 34^\circ} = 1$$

د) $$\frac{\text{جتا } 48^\circ}{\text{جا } 42^\circ}$$

الحل:

$$\frac{\text{جتا } 48^\circ}{\text{جا } 42^\circ} = \frac{\text{جا } 42^\circ}{\text{جا } 42^\circ} = 1$$

5) إذا كانت س زاوية حادة، وكان جا س = $\frac{3}{5}$ ، فجد جتا س، ظا س.

الحل:

$جا^2 س + جتا^2 س = 1$

$(\frac{3}{5})^2 + جتا^2 س = 1$

$\frac{9}{25} + جتا^2 س = 1$

$جتا^2 س = 1 - \frac{9}{25}$

$جتا^2 س = \frac{16}{25}$

1) $جتا س = \frac{4}{5}$

2) $ظا س = \frac{جا س}{جتا س} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$

6) إذا كانت س زاوية حادة، وكان جتا س = 2جا س، فجد

أ) ظا س ب) جتا س

الحل:

أ) جتا س = 2جا س

$\frac{جتا س}{جتا س} = \frac{2جا س}{جتا س}$ بقسمة الطرفين على جتا س

1 = 2ظا س ومنه، ظا س = $\frac{1}{2}$

ب) $جا^2 س + جتا^2 س = 1$

$جا^2 س + (2جا س)^2 = 1$

$جا^2 س + 4جا^2 س = 1$

$5\ جا^2 س = 1$

$جا^2 هـ = \frac{1}{5}$ ومنه، جا س = $\frac{1}{\sqrt{5}}$

لكن جتا س = $2جا\ س = \frac{2}{\sqrt{5}}$

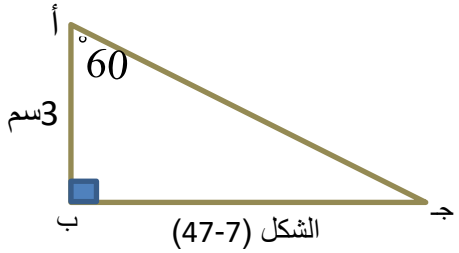
7) في حوار بين الطالبتين شذى ورشا، قالت شذى: يمكن أن نجد زاوية حادة، جيبها يساوي 2، وردت عليها رشا: لا يمكن ذلك. أي الطالبتين كلامها صحيح؟ برر ذلك.

الحل:

كلام الطالبة رشا هو الصحيح حيث أن جيب الزاوية الحادة أقل من واحد وأكبر من صفر لأنه ناتج عن قسمة طول الضلع المقابل للزاوية الحادة على طول الوتر، والوتر دائما أطول من طول الضلع المقابل.

الدرس (7-5) حل المثلث قائم الزاوية

فكر وناقش: في مثال(7-22): كيف تستطيع إيجاد طول ب جـ دون استخدام نظرية فيثاغورس.



الشكل (7-47)

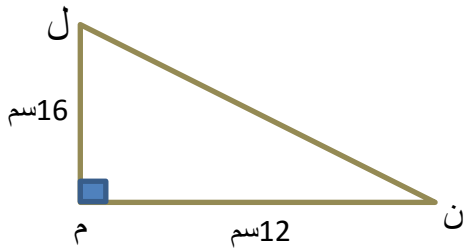
الحل:

ظا 60° = 1.732 من الآلة الحاسبة

$\frac{ب\ جـ}{3}$ = 1.732

ومنه، ب جـ = 3 × 1.732= 5.196 = 5.2 تقريباً

تدريب (7-14): حل المثلث ل م ن القائم الزاوية في م، الذي فيه: ل م = 16سم، م ن =12سم.



الحل:

$(\text{ل ن})^2 = (\text{ل م})^2 + (\text{م ن})^2$

$(\text{ل ن})^2 = (16)^2 + (12)^2$

$(\text{ل ن})^2 = 256 + 144 = 400$

ل ن = 20

ظا ل = $\frac{12}{16}$ = 0.75

ل = 37° من الآلة الحاسبة

م = 90° ، ن = $90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$

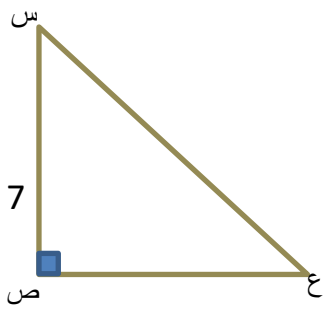
فكر وناقش: هل تستطيع حل مثلث قائم الزاوية إذا علمت قياسات زواياه فقط؟

الحل:

هناك عدد غير منته من الحلول؛ لأن هناك عدد غير منته من أطوال الاضلاع التي تحقق زوايا مثلث قائم الزاوية معلوم الزوايا، فمثلاً الاطوال: 3،4،5 و6،8،10 و 9، 12، 15 تحل مثلث قائم الزاوية لنفس الزوايا.

تدريب(7-15): حل المثلث س ص ع القائم الزاوية في ص، الذي فيه: س ص =7 سم،

و ظاس =1.



الحل:

ظاس =1

ومنه، ع ص = 7 = 1 $\frac{\text{ع ص}}{7}$

$(\text{س ع})^2 = (7)^2 + (7)^2$

$(س\ ع)^2 = 49 + 49 = 96$

$س\ ع = [\overline{96}] = 7$ [2]

ظاس =1

س = 45° ومنه ، ع = 45°

فكر: حل مثلث قائم الزاوية أطوال أضلاعه الثلاثة أعداد صحيحة متتالية.

الحل:

لتكن أطوال الأضلاع الثلاثة أعداد صحيحة متتالية هي س، س+1 ، س+2

$(س+2)^2 = (س+1)^2 + (س)^2$

$س^2+4س+4 = س^2+2س+1+ س^2$

$س^2+4س+4 = 2$ $س^2+2س+1$

$س^2-2س-3=0$

$(س-3)(س+1)=0$

إما س-3=0 ومنه، س =3 أو س+1=0 ومنه، س=-1 تهمل لأن س تمثل طول غير سالب.

وبالتالي: س=3، س+1 =4، س+2=5 هي أطوال أضلاع المثلث قائم الزاوية.

تدريب (7-16): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

وقف بشار عند النقطة (أ) التي تبعد 12متراً عن قمة سارية علم المدرسة، فإذا كان قياس الزاوية أ يساوي 40°، كما في الشكل (7-45). فجد:

أ) قياس الزاوية جـ.

ب) المسافة بين النقطة (أ) التي يقف عندها بشار، وقاعدة السارية.

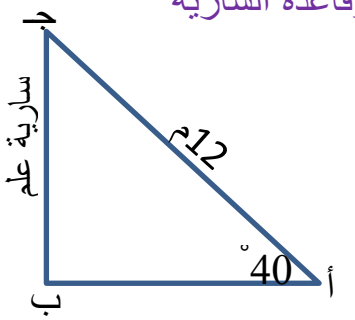
جـ) ارتفاع السارية.

الحل:

أ) قياس الزاوية جـ = 90° - 40° = 50°

ب) المسافة بين النقطة (أ) التي يقف عندها بشار، وقاعدة السارية

= طول أ ب



الشكل (7-45)

جتا 40° = 0.766 من الآلة الحاسبة

$$\frac{\text{أ ب}}{12} = 0.766$$

أ ب = 12 × 0.766 = 9.19م تقريباً

جـ) ارتفاع السارية = ب جـ

جا 40° = 0.6428 من الآلة الحاسبة

$$\frac{\text{ب جـ}}{12} = 0.6428$$

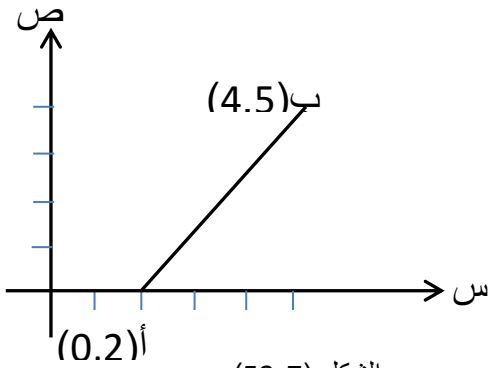
ب جـ = 12 × 0.6428 = 7.71م تقريباً.

إجابات التمارين والمسائل

1) أ ب قطعة مستقيمة تصل بين النقطتين أ(0,2)، و ب(5،4)، كما هو موضح في الشكل (7-53). أجب عما يأتي:

أ) جد طول القطعة المستقيمة أ ب.

ب) قياس الزاوية الحادة المحصورة بين القطعة المستقيمة أ ب ومحور السينات.

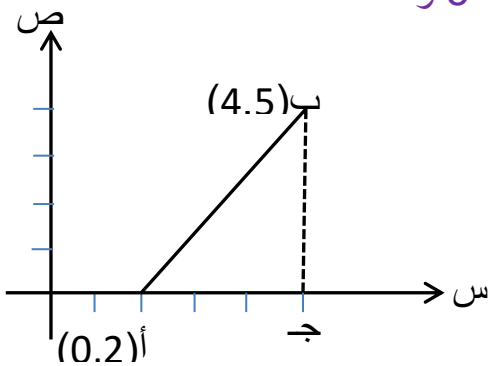


الشكل (7-53)

الحل:

أ) طول القطعة المستقيمة أ ب= $\sqrt{[(0-4)^2+(2-5)^2]}$

= $\sqrt{[16+9]}$ = 5 وحدات



ب) انزل عمود من النقطة ب على محور س

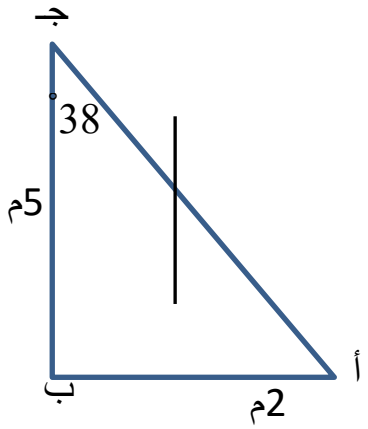
عند النقطة جـ فتكون جـ (5، 0)

ويكون طول العمود ب جـ =4 وحدات

الزاوية الحادة المحصورة بين القطعة المستقيمة أ ب ومحور السينات هي الزاوية أ

جا أ = $\frac{\text{ب جـ}}{\text{أ ب}}$ = $\frac{4}{5}$ = 0.8 ومن الآلة الحاسبة قياس الزاوية أ = 53.1°

2) يسي رجل مقتربًا من قاعدة عمود كهرباء يعلوه مصباح ارتفاعه 5م،، في اللحظة التي كان فيها طول ظل الرجل يساوي 2م، كان قياس الزاوية بين المصباح ورأس ظل الرجل 38° . جد المسافة بين الرجل وقاعدة العمود في تلك اللحظة.



الحل:

ظا 38° = $\frac{\text{أ ب}}{\text{ب جـ}}$

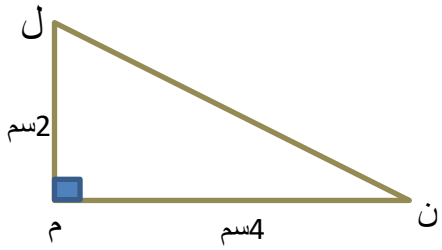
$\frac{\text{أ ب}}{5}$ =0.7813

أ ب = 0.7813 × 5 = 3.9م

المسافة بين الرجل وقاعدة العمود في تلك اللحظة = أ ب – 2 = 3.9 – 2=1.9م

3) حل المثلث القائم الزاوية في كل من الحالات الآتية:

أ) ل م ن مثلث قائم الزاوية في م، فيه: م ن = 4سم، ل م = 2سم.



الحل:

$(\text{ل ن})^2 = (\text{ل م})^2 + (\text{م ن})^2$

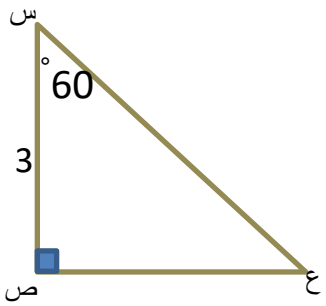
$(\text{ل ن})^2 = (2)^2 + (4)^2$

$(\text{ل ن})^2 = 4 + 16 = 20$ ومنه، ل ن = $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

ظا ل = $\frac{\text{ن م}}{\text{ل م}} = \frac{4}{2} = 2$ ومن الآلة الحاسبة ل = 63.4°

ن = 90° - 63.4° = 26.6°

ب) س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص، فيه: س ص = 3سم، وقياس الزاوية س يساوي 60°.



الحل:

ع = 90° - 60° = 30°

جتا 60° = 0,5 من الآلة الحاسبة.

$\frac{3}{\text{ع س}}$ = 0,5 ومنه، ع س × 0,5 = 3

ومنه، ع س = 6سم.

(ع س)^2 = (س ص)^2 + (ص ع)^2

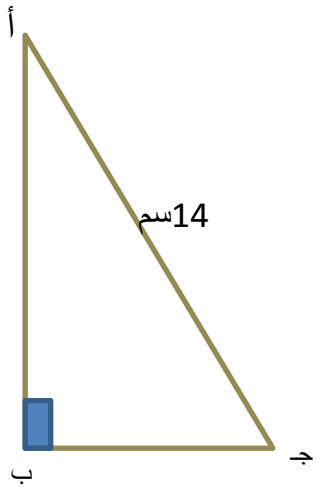
(6)^2 = (3)^2 + (ص ع)^2

(ص ع)^2 = 27

ص ع = 5,2 سم تقريباً.

جـ) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، فيه: جا جـ = 0,5 ، أ جـ = 14 سم.

الحل:



جا جـ = 0,5 ومنه، جـ = 30° من الآلة الحاسبة

قياس الزاوية أ = 90° - 30° = 60°

جا جـ = 0,5

$\frac{\text{ب جـ}}{14}$ = 0,5 ومنه، ب جـ = 14 × 0,5 = 7سم

(أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2

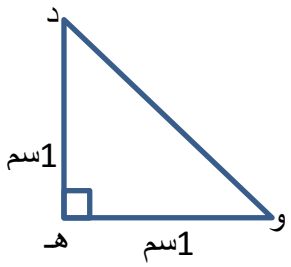
(14)^2 = (أ ب)^2 + (7)^2

$49 + {}^2(\text{أ ب}) = 196$

$(\text{أ ب})^2 = 196 - 49 = 147$ ومنه، أب = $\sqrt{147}$ = 12.12سم

د) د هـ و مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية في هـ، د هـ = 1 سم.

الحل:



ظا د = $\frac{1}{1}$ = 1

ومنه، قياس الزاوية د = 45° من الآلة الحاسبة

قياس الزاوية و = 90° - 45° = 45°

$(\text{د و})^2 = (\text{د هـ})^2 + (\text{هـ و})^2$

$(\text{د و})^2 = (1)^2 + (1)^2 = 2$ ومنه، د و = $\sqrt{2}$

الدرس(7-6) زوايا الارتفاع والانخفاض

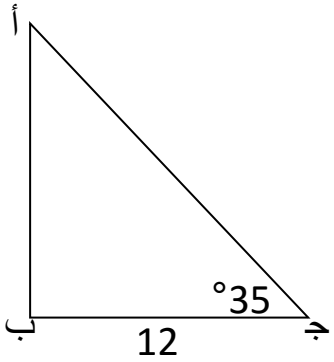
فكر وناقش: زاوية ارتفاع المنارة = زاوية انخفاض السفينة. برر ذلك.

الحل:

لأنها زاويتان متبادلتان.

تدريب(7-17): وجد أسامه الذي يقف على بعد 12 متراً من قاعدة شجرة أن زاوية ارتفاع قمة الشجرة 35°. ما ارتفاع هذه الشجرة؟

الحل:



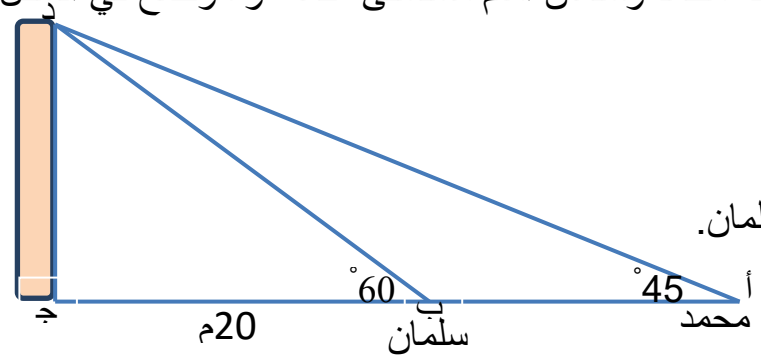
ارتفاع الشجرة = طول الضلع أ ب

ظا 35° = $\frac{\text{أ ب}}{12}$

$\frac{\text{أ ب}}{12}$ = 0.7002

أ ب = 0.7002 × 12 =8.4024م

تدريب(7-18): يقف محمد وسلمان أمام مستشفى، كما هو موضح في الشكل (7-60) ، جد:



الشكل (7-60)

أ) ارتفاع المستشفى.

ب) المسافة بين محمد وسلمان.

الحل:

ظا 60° = $\frac{\text{د جـ}}{20}$

$\frac{\text{د جـ}}{20}$ = 1.732 ومنه، د جـ = 1.732×20= 34.64م

ظا 45° = $\frac{\text{د جـ}}{\text{أ جـ}}$

$\frac{34.64}{\text{أ جـ}}$ =1 ومنه، أجـ = 34.64م

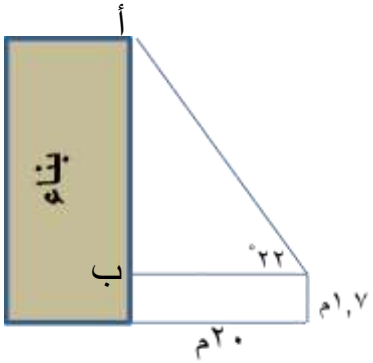
المسافة بين محمد وسلمان = أب

أ ب = أجـ - ب جـ

أ ب = 34.64 – 20 = 14.64م

تدريب(7-19): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

من نقطة تبعد 20 متراً،وقف شخص طوله 1,7متراً، ورصد قمة بناية، وكانت زاوية ارتفاعها 22°، جد ارتفاع هذه البناية.



الشكل (٧- ٥٤)

الحل:

ظا 22° = $\frac{\text{أ ب}}{20}$

$\frac{\text{أ ب}}{20}$ =0.4040

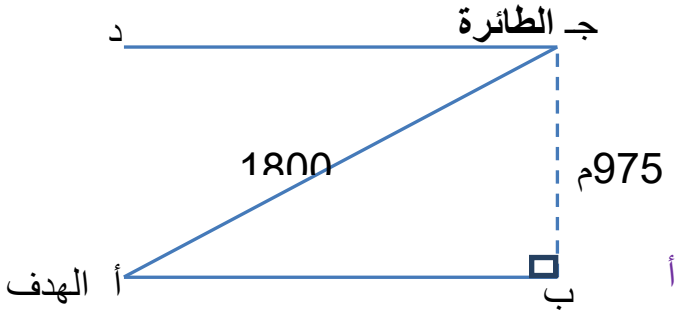
أ ب = 0.4040 × 20 = 8.08م

ارتفاع البناء = أ ب + طول الشخص

= 8.08 + 1.7 =9.78م

تدريب(7-20): رصد قائد طائرة حربية في لحظة ما هدفاً على الأرض، حيث كانت الطائرة على ارتفاع 975 متراً عن سطح الأرض، وتبعد1800 متراً عن ذلك الهدف. جد زاوية انخفاض الهدف.

الحل:



زاوية انخفاض الهدف = الزاوية د جـ أ

= الزاوية جـ أ ب بالتبادل

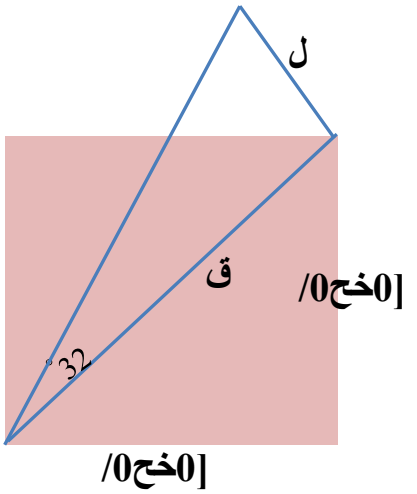
جا جـ أ ب = $\frac{975}{1800}$ = 0.5416

الزاوية جـ أ ب = 32.8°

إجابات التمارين والمسائل

1) حديقة مربعة الشكل، طول ضلعها [0خ2/0/ متراً، من أحد طرفي قطريها رصدت قمة عمود إنارة مثبت على الطرف الآخر لهذا القطر، فكانت زاوية ارتفاع قمة العمود 22°. ما ارتفاع عمود الإنارة؟

الحل:



ليكن القطر ق وارتفاع العمود ل

(ق)^2 = ([200])^2 + ([200])^2

(ق)^2 = 200 + 200 = 400

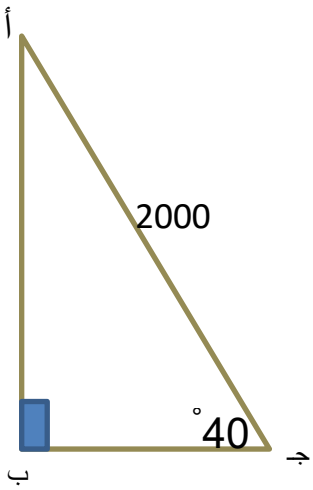
ق = [400] = 20م

$\frac{ل}{ق}$

ظا 22° =

$\frac{\text{ل}}{20}$ = 0.4040 ومنه، ل = 0.4040× 20 = 8.08م

2) رصد سامر طائرة عمودية من نقطة على سطح الأرض، فكانت زاوية ارتفاعها 40°، فإذا كان بعد الطائرة عن سامر في تلك الحظة يساوي 2000متراً، فما ارتفاع الطائرة عن الأرض حينّذك؟



الحل:

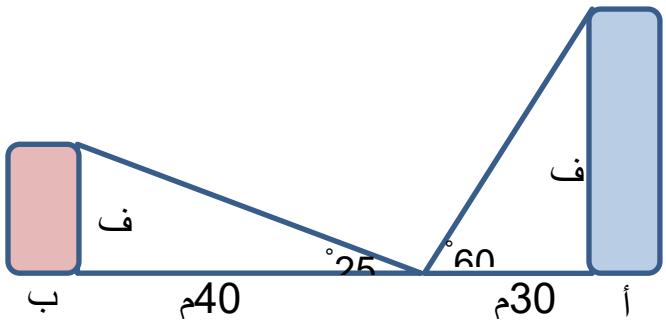
ارتفاع الطائرة عن الأرض = طول الضلع أ ب

جا 40° = $\frac{\text{أ ب}}{2000}$

$\frac{\text{أ ب}}{2000}$ = 0.6428 ومنه، أ ب = 2000×0.6428

أ ب = 1285.6م

3) وقف أكرم بين العمارتين أ، ب، على بعد 30م، 40م على الترتيب، أنظر الشكل (7-63). إذا كانت زاويتا ارتفاع كل من العمارتين هما 60°، 25°على الترتيب، فجد ارتفاع كل من العمارتين.



الشكل (7- 63)

الحل:

ظا60° = $\frac{\text{ف}_1}{30}$

$\frac{\text{ف}_1}{30}$ = 1.732 ومنه، ف$_1$ = 30×1.732 = 39.6م ارتفاع العمارة أ

ظا25° = $\frac{\text{ف}_2}{40}$

$\frac{\text{ف}_2}{40}$

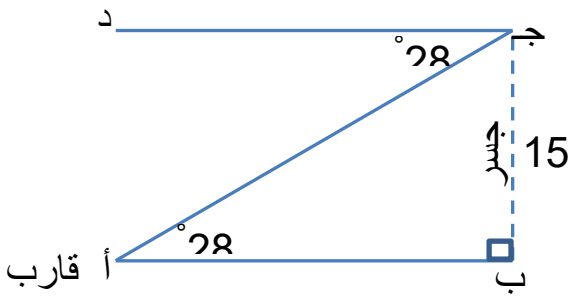
ارتفاع العمارة ومنه، ف$_2$ = 40×0.4663 = 18.652م = 0.4663

ب

4) يقف رجل على جسر يرتفع 15 متراً عن سطح نهر، وينظر الرجل إلى قارب صيد، إذا كانت زاوية انخفاض القارب 28°، فجد:

أ) المسافة بين القارب وأسفل الجسر.

ب) المسافة بين الرجل والقارب.



الحل:

أ) المسافة بين القارب وأسفل الجسر = أب

ظا 28° = $\frac{15}{\text{أ ب}}$

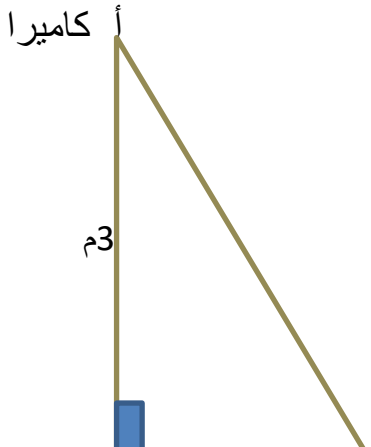
$\frac{15}{\text{أ ب}}$ = 0.5317 ومنه، أ ب = $\frac{15}{0.5317}$ = 28.2م

ب) المسافة بين الرجل والقارب = أ جـ

جا 28° = $\frac{15}{\text{أ جـ}}$

$\frac{15}{\text{أ جـ}}$ = 0.4695 ومنه، أ جـ = $\frac{15}{0.4695}$ = 31.9م

5) وضعت كاميرا للمراقبة على ارتفاع 3 أمتار فوق سطح غرفة لمراقبة المدخل الذي يبعد 5 أمتار عن الغرفة، جد زاوية ارتفاع الكاميرا.



الحل:

زاوية ارتفاع الكاميرا = الزاوية جـ

ظا جـ = $\frac{3}{5}$ = 0.6

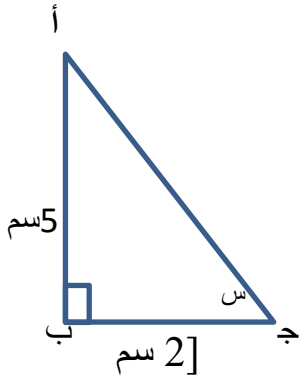
جـ = 31° من الآلة الحاسبة

مراجعة

1) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، فيه: ب جـ = [**2** سم ، أ ب = 5 سم، جد كلاً مما يأتي:

أ) جا أ ب) جتا أ جـ) ظا أ د) جا جـ

هـ) جتا جـ و) ظا جـ



الحل:

$(أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2$

$(أ جـ)^2 = (5)^2 + ([2])^2$

$(أ جـ)^2 = 25 + 2 = 27$

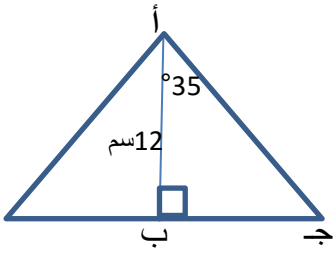
أ جـ = $\sqrt{[27]}$

أ) جا أ = $\frac{\sqrt{[2}}{\sqrt{27}}$ ب) جتا أ = $\frac{5}{\sqrt{27}}$ جـ) ظا أ = $\frac{[2}{5}$

د) جا جـ = $\frac{5}{\sqrt{27}}$ هـ) جتا جـ = $\frac{\sqrt{[2}}{\sqrt{27}}$ و) ظا جـ = $\frac{5}{[2}$

2) مثلث متساوي الساقين ارتفاعه 12سم، وقياس زاوية الرأس 70°، جد طول القاعدة.

الحل:



$\frac{ب جـ}{12}$

ظا35° =

$\frac{\text{ب جـ}}{12}$ =0.7002

ب جـ = 0.7002×12=8.4سم

طول القاعدة = 2×ب جـ = 16.8سم

3) إذا كانت س زاوية حادة، وكان جا (90° – س) = 0,4 ، فجد:

أ) جتا س ب) جا س جـ) ظا س د) جتا (90° – س)

الحل:

أ) جتا س = جا (90° – س) = 0,4

ب) جا^2 س + جتا^{2}س =1

جا^2 س + $(0.4)^2$ =1

جا^2 س +0.16 =1

جا^2 س = 1 – 0.16= 0.84

جا س = $\sqrt{0.84}$ = 0.9165

جـ) ظا س = $\frac{\text{جا س}}{\text{جتاس}}$ = $\frac{0.9165}{0.4}$ = 2.2912

د) جتا (90° – س) = جا س = 0.9165

4) إذا كان 4جا^{2}س = 3، حيث س زاوية حادة، فجد قيمة س.

الحل:

$4جا^2س = 3$

$جا^2س = \frac{3}{4}$ ومنه، جاس $= \frac{\sqrt{3}}{2}$

5) أثبت أن: $(جا س + جتا س)^2 = 1 + 2$ جا س جتا س.

الحل:

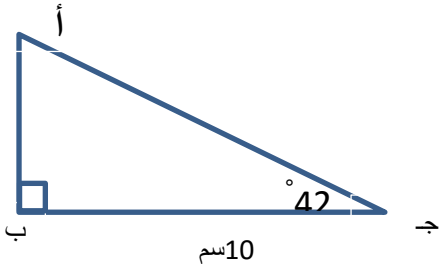
$(جا س + جتا س)^2 = جا^2 س + 2جاس جتاس + جتا^2س$

$= (جا^2 س + جتا^2س) + 2جاس جتاس$

$= 1 + 2$ جا س جتا س

6) حل المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب، فيه ب جـ = 10 سم، وقياس الزاوية جـ $= 42^\circ$.

الحل:



قياس الزاوية أ $= 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$

جتا $42^\circ = \frac{10}{أ جـ}$

$\frac{10}{أ جـ} = 0.7431$ ومنه، أ جـ $= \frac{10}{0.7431} = 13.45$ تقريباً

جا $42^\circ = \frac{أ ب}{13.5}$

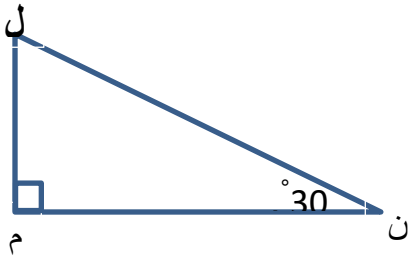
$\frac{أ ب}{13.5} = 0.6691$ ومنه، أ ب $= 13.5 \times 0.6691 = 9$ تقريباً

7) ل م ن مثلث قائم الزاوية في م، إذا كان قياس الزاوية ن $= 30^\circ$، فأجب عما يأتي:

أ) هل يمكن حل المثلث ل م ن؟

ب) هل يوجد حلول أخرى للمثلث؟

جـ) ما المعلومة اللازم توافرها ليكون الحل وحيداً؟



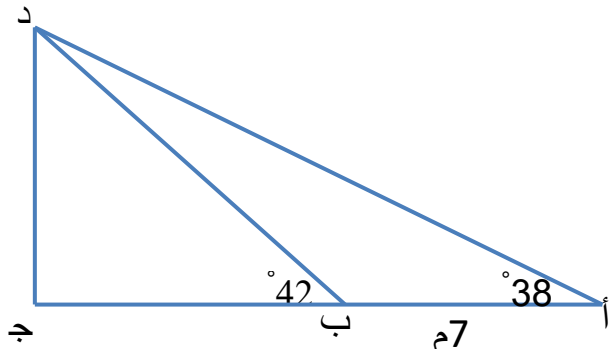
الحل:

أ) نعم

ب) هناك عدد غير منتهٍ من الحلول.

جـ) طول أحد الأضلاع

8) رصد هاشم قمة سارية علم، من نقطة أ بزاوية ارتفاع قياسها 38°، ثم تقدم 7م نحو السارية، ورصد قمة السارية مرة أخرى بزاوية ارتفاع قياسها 42°، جد ارتفاع السارية.



الحل:

$\text{ظا } 38^\circ = \frac{\text{د جـ}}{\text{أ جـ}}$

$\frac{\text{د جـ}}{\text{أ جـ}} = 0.7813$

د جـ = 0.7813× أ جـ

د جـ = 0.7813× (7 + ب جـ) .....(1)

$\text{ظا } 42^\circ = \frac{\text{د جـ}}{\text{ب جـ}}$

$\frac{\text{د جـ}}{\text{ب جـ}} = 0.9004$

د جـ = 0.9004× ب جـ .....(2)

0.7813× (7 + ب جـ) = 0.9004× ب جـ

5.4691 + 0.7813 ب جـ = 0.9004ب جـ

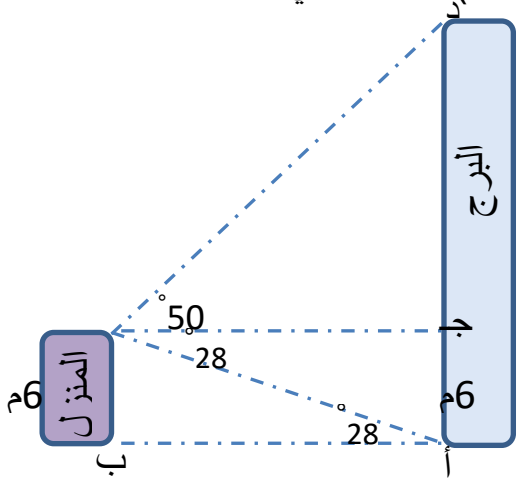
5.4691 = 0.9004ب جـ - 0.7813 ب جـ

5.4691 = 0.1191ب جـ ومنه، ب جـ = $\frac{5.4691}{0.1191}$ = 45.92م

د جـ = 0.7813× (7 + ب جـ) .....(1)

د جـ = 0.7813× (7 + 45.92) = 41.35م

9) يسكن شخص في منزل ارتفاعه 6أمتار، يقابله برج. رصد هذا الشخص من فوق منزله قمة البرج فكانت زاوية ارتفاعه 50°، ورصد أسفل البرج فكانت زاوية الانخفاض 28°، أنظر الشكل (7-64). جد ما يأتي:



أ) البعد بين المنزل والبرج.

ب) ارتفاع البرج.

الحل:

أ)البعد بين المنزل والبرج = أ ب

ظا 28° = $\frac{6}{\text{أ ب}}$

$\frac{6}{\text{أ ب}}$=0.5317

أ ب = $\frac{6}{0.5317}$ = 11.28م

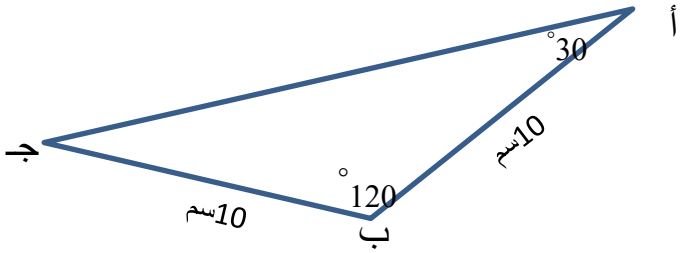
ب) ارتفاع البرج = د جـ + 6

ظا 50° = $\frac{\text{د جـ}}{11.28}$

$\frac{\text{د جـ}}{11.28}$=1.1917 ومنه، د جـ = 1.1917×11.28=13.44م

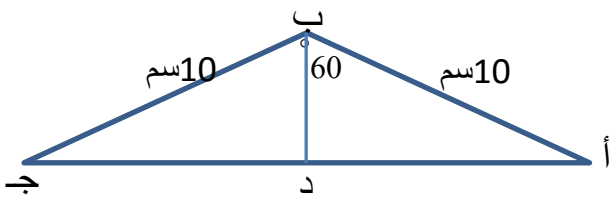
ارتفاع البرج = د جـ + 6 = 19.44م

10) في الشكل (7-64)، أ ب جـ مثلث منفرج الزاوية فيه: قياس الزاوية أ يساوي 30° وقياس الزاوية ب يساوي 120°، إذا كان طول أب = طول ب جـ = 10، أحسب محيط هذا المثلث.



الشكل (7- 64)

الحل:



$$\text{جا } 60^\circ = \frac{\text{أ د}}{10}$$

$$\frac{\text{أ د}}{10} = 0.866$$

أ د = 0.866×10=8.66سم

أ جـ = 2× أ د = 17.32سم لأن ب د ينصف أ جـ

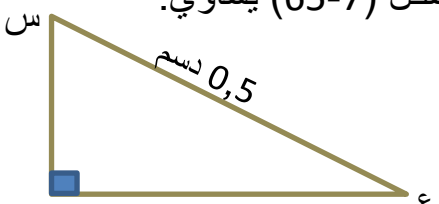
المحيط = أ ب + ب جـ + أ جـ

= 10 + 10 + 17.32 =37.32سم

اختبار ذاتي

1) يتكون هذا السؤال من 5 فقرات من نوع الاختيار من متعدد، ولكل منها أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح، أنقل إلى دفترك رقم الفقرة، وأمامه رمز البديل الصحيح:

(1) جتا س في المثلث المرسوم في الشكل (7-65) يساوي:



الشكل (7-65)

أ) 1.33 ب) 0.80

جـ) 0.75 د) 0.60

(2) $\frac{\text{جا } 24^\circ}{\text{جا } 66^\circ}$ تساوي:

أ) 1 ب) 2 جا 24° جـ) ظا 24° د) ظا 66°

(3) القيمة العددية للمقدار: $\frac{\text{جا } 30^\circ}{\text{جتا } 60^\circ}$ + ظا 45°، يساوي:

أ) 5 ب) 4

جـ) 2 د) 1

(4) إذا كان 3 جا س = 6 جتا س، حيث س زاوية حادة، فإن ظا س يساوي:

أ) 6 ب) 3

جـ) 2 د) $\frac{1}{2}$

(5) إذا كان ظا س = 5، فإن ظا (90° - س) يساوي:

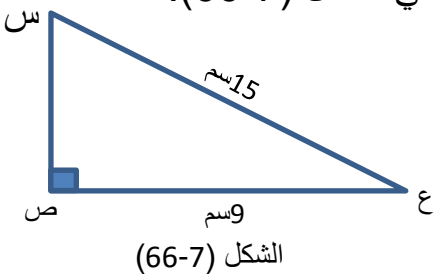
أ) 5 ب) 0.75

جـ) 1 د) $\frac{1}{5}$

الحل:

(1) د **(2)** جـ **(3)** جـ **(4)** جـ **(5)** د

2) جد قياس الزاوية س في المثلث المرسوم في الشكل (7-66).



الشكل (7-66)

الحل:

جا س = $\frac{\text{ع ص}}{\text{ع س}}$ = $\frac{9}{15}$ = 0.6

س = 36.87°

3) في مثلث قائم الزاوية، إذا كان جيب زاوية حادة مساوياً لجيب تمامها، فماذا يمكن أن تستنتج عن هذا المثلث؟ برر إجابتك.

الحل:

جا س = جتا س

$\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

طول الضلع المقابل للزاوية س = طول الضلع المجاور للزاوية س

أي أن المثلث متساوي الساقين وزواياه 45° ، 45° ، 90°

4) جد القيمة العددية للمقادير الآتية:

أ) جتا 55° – جا 35°

الحل:

جا 35° = جتا(90° - 35°) = جتا55°

جتا 55° – جا 35° = جتا 55° – جتا 55° = 0

ب) جتا^2 3 س + جتا^2 (90° - 3 س)، حيث 0° < س < 30° .

الحل:

جتا(90° - 3 س) = جا3س

جتا^2 3 س + جتا^2 (90° - 3 س)= جتا^2 3 س + جا^2 3 س = 1

5) حل المعادلة: جتا 3 س – جا 7س = 0، حيث 7 س يمثل قياس زاوية حادة.

الحل:

جتا 3 س – جا 7س = 0

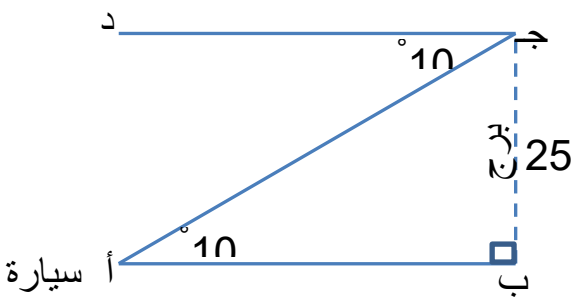
جتا 3 س = جا 7س

جتا 3 س = جتا (90° - 7 س)

3س = 90° - 7 س ومنه، 3س + 7س = 90°

10س = 90° ومنه، س = 9°

6) رصدت جنى سيارة من قمة برج ارتفاعه 25متر عن سطح الأرض، وكانت زاوية الانخفاض 10˚ ، جد:



أ) بعد السيارة عن قاعدة البرج.

ب) بعد السيارة عن قمة البرج.

الحل:

أ) بعد السيارة عن قاعدة البرج = أ ب

$$\text{ظا}10^\circ = \frac{25}{\text{أ ب}}$$

$$0.1763 = \frac{25}{\text{أ ب}}$$

$$\text{أ ب} = \frac{2}{0.1763} = 141.8\text{م}$$

ب) بعد السيارة عن قمة البرج = أ جـ

$$\text{جا}10^\circ = \frac{25}{\text{أ جـ}}$$

$$0.1736 = \frac{25}{\text{أ جـ}}$$

$$\text{أ جـ} = \frac{2}{0.1736} = 144\text{م}$$