الفصل الأول : طرائق العد

أولا مبدأ العد Counting Principle

>> تدريب (١) صفحة ٢٢٣

محل لبيع الخضروات والفواكه يحتوي على أربعة أصناف من الفاكهة (موز ، برتقال ، تفاح ، دراق) ، وصنفين من الخضروات (كوسا ، بطاطا). دخلت أم رامي المحل لشراء صنف واحد من الفواكه، وصنف آخر من الخضروات. ما الخيارات المتوافرة لها ؟

الحل :

*عدد طرق اختيار الفواكه = ٤ طرق

*عدد طرق اختيار الخضروات = ٢ طريقة

∴ عدد طرق اختيار نوع واحد من الفواكه ونوع واحد من الخضروات = ٤ × ٢ = ٨ طرق ✓

>> تدريب (٢) صفحة ٢٢٤ "سؤال مقدمة الدرس"

لدى محمد أربعة أنواع من القمصان، وثلاثة أنواع من البناطيل، ونوعان من الأحذية، فهل يكفيه ذلك إذا أراد كل يوم ارتداء لباس مختلف عن اليوم الذي سبقه مدة شهر كامل؟

الحل :

بداية جد عدد الطرق لاختيار نوع واحد من كل صنف .. إذا كان الناتج أكبر من ٣٠ ، فيكفيه ذلك أما إذا كان الناتج أقل من ٣٠ فلن يكفيه ذلك.

* عدد طرق اختيار القمصان = ٤ طرق
* عدد طرق اختيار البناطيل = ٣ طرق
* عدد طرق اختيار الأحذية = ٢ طريقة

∴ عدد طرق اختيار القمصان والبناطيل والأحذية = ٤ × ٣ × ٢ = ٢٤ طريقة

أي أن هذه الخيارات تكفيه ارتداء لباس مختلف لمدة ٢٤ يوم فقط

إذن ؛ لا تكفيه هذه الخيارات ارتداء لباس مختلف لمدة شهر . ✓

ملاحظة تجد **شرح** هذه الوحدة وحلول أسئلة سنوات سابقة على **قناتي في اليوتيوب** باسم "**سلسبيل الخطيب**"

>> تدريب (٣) صفحة ٢٢٤ "يُرجى الانتباه والتركيز في هذا التدريب"

بكم طريقة يمكن تكوين عدد من ٣ منازل من مجموعة الأعداد الفردية التي هي أكبر من ٤ ، وأقل من أو تساوي ١٥، في حال :

أ) سُمِحَ بتكرار الأرقام؟ ب) لم يُسمح بتكرار الأرقام؟

الحل :

بداية جد مجموعة الأعداد الفردية التي هي أكبر من ٤ ، وأقل من أو تساوي ١٥

مجموعة الأعداد الفردية هي : {٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ ، ١٣ ، ١٥}

ملاحظة :: لاحظ في مجموعة الأعداد أن هناك أعداد مكونة من منزلتين ، وهي : {١١ ، ١٣ ، ١٥}
وأن هناك مجموعة مكونة من منزلة واحدة وهي :{٥ ، ٧ ، ٩} ، والعدد المطلوب تكوينه من ٣ منازل ..
إذن نحل كما يلي :-

أ) بما أن التكرار مسموح به ، إذن

➢ نأخذ المجموعة {٥ ، ٧ ، ٩}

عدد طرق اختيار منزلة الآحاد = عدد طرق اختيار منزلة العشرات = عدد طرق اختيار منزلة المئات

* عدد طرق اختيار منزلة الآحاد = ٣ طرق
* عدد طرق اختيار منزلة العشرات = ٣ طرق
* عدد طرق اختيار منزلة المئات = ٣ طرق

∴ عدد الطرق الاختيار لهذه المجموعة = ٣ × ٣ × ٣ = ٢٧ طريقة ✓

وهذه هي الأعداد : {٩٩٩ ، ٧٧٧ ، ٥٥٥ ، ٩٩٧ ، ٩٩٥ ، ٩٧٩ ، ٩٥٩ ، ٧٩٩، ٥٩٩ ، ٧٧٩ ، ٧٧٥ ، ٧٩٧ ، ٧٥٧ ، ٩٧٧ ، ٥٧٧ ، ٥٥٩ ، ٥٥٧ ، ٥٩٥ ، ٥٧٥ ، ٩٥٥ ، ٧٥٥ ، ٩٧٥ ، ٩٥٧ ، ٧٥٩ ، ٧٩٥ ، ٥٧٩ ، ٥٩٧}

➢ نأخذ منزلة الآحاد من المجموعة {٥ ، ٧ ، ٩} ، ومنزلتي العشرات والمئات من المجموعة {١١ ، ١٣ ، ١٥}

إذن ،

* عدد طرق اختيار منزلة الآحاد = ٣ طرق
* عدد طرق اختيار منزلتي العشرات والمئات = ٣ طرق

∴ عدد الطرق الاختبار لهاتين المجموعتين = ٣ × ٣ = ٩ طرق ✓

وهذه هي الأعداد : {١١٥ ، ١١٧ ، ١١٩ ، ١٣٥ ، ١٣٧ ، ١٣٩ ، ١٥٥ ، ١٥٧ ، ١٥٩}

⮘ نأخذ منزلتي الآحاد والعشرات من المجموعة {١١ ، ١٣ ، ١٥}، ومنزلة المئات من المجموعة {٥ ، ٧ ، ٩}

إذن ،

* عدد طرق اختيار منزلتي الآحاد والعشرات = ٣ طرق

* عدد طرق اختيار منزلة المئات = ٣ طرق

∴ عدد الطرق الاختبار لهاتين المجموعتين = ٣ × ٣ = ٩ طرق ✓

وهذه هي الأعداد : {٥١١ ، ٧١١ ، ٩١١ ، ٥١٣ ، ٧١٣ ، ٩١٣ ، ٥١٥ ، ٧١٥ ، ٩١٥}

إذن ، عندما يكون التكرار مسموح به فإن:

عدد طرق اختيار عدد مكون من ٣ منازل من مجموعة الأعداد :{٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ ، ١٣ ، ١٥}

يساوي = ٢٧ + ٩ + ٩ = ٤٥ طريقة ✓

وهذه هي الأعداد الكلية : {٩٩٩ ، ٧٧٧ ، ٥٥٥ ، ٩٩٧ ، ٩٩٥ ، ٩٧٩ ، ٩٥٩، ٧٩٩ ، ٥٩٩ ، ٧٧٩ ، ٧٧٥ ، ٧٩٧ ، ٧٥٧ ، ٩٧٧ ، ٥٧٧ ، ٥٥٩ ، ٥٥٧ ، ٥٩٥ ، ٥٧٥ ، ٩٥٥ ، ٧٥٥ ، ٩٧٥ ، ٩٥٧ ، ٧٥٩ ، ٧٩٥ ، ٥٧٩ ، ٥٩٧ ، ١١٥ ، ١١٧ ، ١١٩ ، ١٣٥ ، ١٣٧ ، ١٣٩ ، ١٥٥ ، ١٥٧ ، ١٥٩ ، ٥١١ ، ٧١١ ، ٩١١ ، ٥١٣ ، ٧١٣ ، ٩١٣ ، ٥١٥ ، ٧١٥ ، ٩١٥}.

ب) بما أن التكرار غير مسموح به ؟

⮘ نأخذ المجموعة {٥ ، ٧ ، ٩}

* عدد طرق اختيار منزلة الآحاد = ٣ طرق

* عدد طرق اختيار منزلة العشرات = ٢ طرق

* عدد طرق اختيار منزلة المئات = ١ طرق

∴ عدد الطرق الاختيار لهذه المجموعة = ٣ × ٢ × ١ = ٦ طرق ✓

وهذه هي الأعداد : {٩٧٥ ، ٩٥٧ ، ٧٩٥ ، ٧٥٩ ، ٥٩٧ ، ٥٧٩}

⮘ في المجموعة {١١ ، ١٣ ، ١٥} نهمل العدد ١١ لأن الرقم ١ مكرر .. فتصبح المجموعة لدينا {١٣ ، ١٥}

إذن هنا ، نأخذ منزلة الآحاد من المجموعة {٥ ، ٧ ، ٩} ومنزلتي العشرات والمئات من المجموعة {١٣ ، ١٥}

مع **الانتباه بعدم تكرار الرقم ٥** ، حيثُ أنه يوجد في كلا المجموعتين .. فتكون الأعداد هي :

{١٣٥ ، ١٣٧ ، ١٣٩ ، ١٥٧ ، ١٥٩} .. اهملنا هنا العدد ١٥٥ لأنه مكرر الرقم ٥

إذن عدد طرق الاختيار لهاتين المجموعتين = ٥ طرق ✓

➢ نأخذ منزلتي الآحاد والعشرات من المجموعة {١٣ ، ١٥} ومنزلة المئات من المجموعة {٥ ، ٧ ، ٩}

مع **الانتباه بعدم تكرار الرقم ٥** ، حيثُ أنه يوجد في كلا المجموعتين .. فتكون الأعداد هي :

{٥١٣ ، ٧١٣ ، ٧١٥ ، ٩١٣ ، ٩١٥} .. اهملنا هنا العدد ٥١٥ لأنه مكرر الرقم ٥

إذن عدد طرق الاختيار لهاتين المجموعتين = ٥ طرق ✓

إذن ، عندما يكون التكرار غير مسموح به فإن:

عدد طرق اختيار عدد مكون من ٣ منازل من مجموعة الأعداد :{٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ ، ١٣ ، ١٥}

يساوي = ٦ + ٥ + ٥ = ١٦ طريقة

وهذه هي الأعداد : {٩٧٥ ، ٩٥٧ ، ٧٩٥ ، ٧٥٩ ، ٥٩٧ ، ٥٧٩ ، ١٣٥ ، ١٣٧ ، ١٣٩ ، ١٥٧ ، ١٥٩ ، ٥١٣ ، ٧١٣ ، ٧١٥ ، ٩١٣ ، ٩١٥}

>> تدريب (٤) صفحة ٢٢٦

بكم طريقة يمكن أن يجلس ٦ طلاب على ٦ مقاعد موضوعة بطريقة مستقيمة؟

الحل :

*عدد طرق جلوس الطالب الأول = ٦ طرق

*عدد طرق جلوس الطالب الثاني = ٥ طرق

*عدد طرق جلوس الطالب الثالث = ٤ طرق

*عدد طرق جلوس الطالب الرابع = ٣ طرق

*عدد طرق جلوس الطالب الخامس = ٢ طريقة

*عدد طرق جلوس الطالب السادس = ١ طريقة

إذن عدد الطرق = ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٦! = ٧٢٠ طريقة

** ويُمكنك مُباشرة الإجابة بـ (٦!) = ٧٢٠ طريقة ✓

حيثُ أن المضروب يستخدم في إيجاد عدد طرق ترتيب (ن) من الأشياء في (ن) من الأماكن.

ملاحظة تجد شرح هذه الوحدة وحلول أسئلة سنوات سابقة على **قناتي في اليوتيوب** باسم **"سلسبيل الخطيب"**

https://www.youtube.com/playlist?list=PLr7_x6WWhDpTYpJz7sTMc5yaH9SJhr6GW

رابط القناة 👆

<< تدريب (٥) صفحة ٢٢٧

حلّ كلا من المعادلات الآتية:

١) (ن!) = ١٢٠ ‏ ‏ ‏ ‏ ٢) ١٠ + ٣ (ن!) = ١٦

٣) (٢ن + ١)! = ١٢٠ ‏ ‏ ‏ ‏ ٤) (ن + ١)! ÷ (ن – ١)! = ٣٠

الحل :

١) هنا قم بالضرب تصاعديا من العدد (١) وصولا لناتج يعطيك ١٢٠ ... أكبر هذه الأعداد يكون (ن) كما يلي :

١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ = ١٢٠ ... بما أن أكبر الأعداد ٥ ، إذن ن = ٥ ✓

٢) ~~١٠~~ + ٣(ن!) = ١٦ ‏ ‏ تعامل مع (ن!) كـ (س) مثلا .. معادلة قم بحلّها..

~~-١٠~~ ‏ ‏ -١٠

٣ (ن!) = ٦ ‏ ‏ الآن اقسم طرفي المعادلة على ٣ ،، فتصبح :

ن! = ٢ ‏ ‏ إذن ، ن = ٢ ✓

٣) (٢ن + ١)! = ١٢٠ ‏ ‏ كمبتدئ في الحل .. يمكنك فرض ٢ن + ١ = س ... الآن أصبح لديك

(س)! = ١٢٠ ‏ ‏ وبعد ذلك جد س كما تعلمت .. إذن س = ٥

تمام .. الآن فرضنا س = ٢ن + ١ ، إذن

٥ = ٢ن + ١ .. معادلة خطية ؛ حلها (اطرح ١ من طرفي المعادلة) ، إذن

٤ = ٢ن ‏ ‏ بالقسمة على ٢ .. إذن ، ن = ٢ ✓

☝ ويُمكنك الحل بطريقة أخرى .. فكر في الطرف الأيسر من المعادلة ، الآن ١٢٠ = ٥! ، إذن :

(٢ن + ١)! = ٥! ‏ ‏ ومنه ٢ن + ١ = ٥ ‏ ‏ ومنه ٢ن = ٤ ‏ ‏ ومنه ن = ٢ ✓

٤) (ن + ١)! ÷ (ن – ١)! = ٣٠

تعلمت أن :: ن! = ن (ن – ١) (ن – ٢) (ن – ٣)! وهكذا ..

وأيضا : (ن + ١) ! = (ن + ١) (ن + ١ – ١) (ن + ١ – ٢)! و هكذا .. إذن تصبح

(ن + ١)! = (ن + ١) (ن) (ن – ١)!   ، إذن :

$$\frac{(\text{ن} + ١)!}{(\text{ن} - ١)!} = ٣٠$$

$$\frac{(\text{ن} + ١)\,(\text{ن})\,\cancel{(\text{ن} - ١)!}}{\cancel{(\text{ن} - ١)!}} = ٣٠$$

(ن + ١) (ن) = ٣٠ .. الآن فك الأقواس.. قم بتوزيع (ن) على القوس الأول .. فيصبح لديك

ن^{٢} + ن = ٣٠ .. هذه عبارة تربيعية ، لحلها .. اجعل الطرف الأيسر يساوي صفر وذلك بنقل ٣٠ على الطرف الأيمن

ن^{٢} + ن – ٣٠ = ٠ .. الآن حلل العبارة .. ابحث عن عددين حاصل ضربهم -٣٠ ، ومجوعهم +١

(ن + ٦) (ن – ٥) = ٠

إما : ن + ٦ = ٠   ومنه   ن = -٦   وهذه تهمل ×

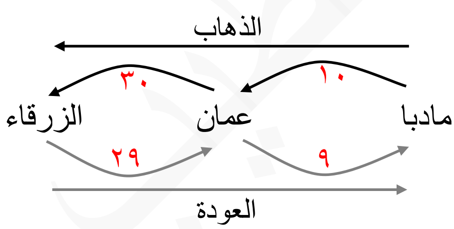
أو : ن – ٥ = ٠   ومنه   ن = ٥   وهذه تعتمد ✓

إذن ، ن = ٥ ✓

الأسئلة

١) تعمل ١٠ حافلات لنقل الركاب بين مدينتي مادبا وعمان، وتعمل ٣٠ حافلة أخرى بين مدينتي عمان والزرقاء. فإذا أراد راكب أن يسافر من مادبا إلى الزرقاء مرورا بعمان، ثم يعود سالكا الطريق نفسه، فبكم طريقة يمكنه عمل ذلك شريطة ألا يركب الحافلة نفسها في أثناء رحلته؟

الحل :



➢ جد عدد الطرق الذهاب

*عدد طرق اختيار الركوب من مادبا إلى عمان = ١٠ طرق

*عدد طرق اختيار الركوب من عمان إلى الزرقاء = ٣٠ طريقة

∴ عدد طرق الذهاب = ١٠ × ٣٠ = ٣٠٠ طريقة ✓

ملاحظة تجد **شرح** هذه الوحدة وحلول أسئلة سنوات سابقة على **قناتي في اليوتيوب** باسم **"سلسبيل الخطيب"**

➢ جد عدد الطرق العودة "هناك شرط في السؤال ألا يركب الحافلة نفسها" ، إذن :

*عدد طرق اختيار الركوب من الزرقاء إلى عمان = ٢٩ طريقة

*عدد طرق اختيار الركوب من عمان إلى مادبا = ٩ طرق

∴ عدد طرق العودة = ٢٩ × ٩ = ٢٦١ طريقة ✓

∴ عدد طرق الذهاب والعودة = ١٠ × ٣٠ × ٢٩ × ٩ = ٣٠٠ × ٢٦١ = ٧٨٣٠٠ طريقة ✓

٢) محل لبيع المجمدات الغذائية ، فيه ٣ أنواع مختلفة من الأسماك، و٤ أنواع مختلفة من اللحوم الحمراء ، ونوعان مختلفان من الدجاج. بكم طريقة يمكن لأحد الزبائن أن يشتري نوعا واحدا من كل من الأسماك واللحوم الحمراء والدجاج؟

الحل :

*عدد طرق اختيار نوع واحد من الأسماك = ٣ طرق

*عدد طرق اختيار نوع واحد من اللحوم الحمراء = ٤ طرق

*عدد طرق اختيار نوع واحد من الدجاج = ٢ طريقة

∴ عدد الطرق = ٣ × ٤ × ٢ = ٢٤ طريقة ✓

٣) اتبعت دائرة السير في إحدى الدول نظاما لترقيم السيارات مُستخدمة الأرقام ١ ⟵ ٩ ، بحيث تحتوي لوحة السيارة على ٤ أرقام، وحرفين من أحراف الهجاء. كم سيارة يمكن ترقيمها بهذه الطريقة، علما بأن عدد أحرف الهجاء ٢٨ حرفا، وتكرار الأرقام مسموح به، خلافا لتكرار الأحرف؟

الحل :

الرقم الأول	الرقم الثاني	الرقم الثالث	الرقم الرابع

هُنا التكرار مسموح

*عدد طرق اختيار الرقم الأول = ٩ طرق

*عدد طرق اختيار الرقم الثاني = ٩ طرق

*عدد طرق اختيار الرقم الثالث = ٩ طرق

*عدد طرق اختيار الرقم الرابع = ٩ طرق

∴ عدد طرق اختيار الأرقام = ٩ × ٩ × ٩ × ٩ = ٦٥٦١ طريقة ✓

*عدد طرق اختيار الحرف الأول = ٢٨ طريقة

*عدد طرق اختيار الحرف الثاني = ٢٧ طريقة

الحرف الأول	الحرف الثاني

هُنا التكرار غير مسموح

∴ عدد طرق اختيار الأحرف = ٢٨ × ٢٧ = ٧٥٦ طريقة ✓

∴ عدد السيارات التي يمكن ترقيمها بهذه الطريقة = ٩ × ٩ × ٩ × ٩ × ٢٨ × ٢٧ = ٤٩٦٠١١٦ سيارة

٤) جد قيمة كل مما يأتي

أ) ٦!   ب) ٣! + ٥! + ٢!

جـ) ٢! + ٠!   د) ٤٢ × ٣!

الحل :

أ) ٦! = ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٧٢٠

ب) ٣! + ٥! + ٢! = (٣×٢×١) + (٥×٤×٣×٢×١) + (٢×١) = ٦ + ١٢٠ + ٢ = ١٢٨

جـ) ٢! + ٠! = (٢×١) + ١ = ٢ + ١ = ٣

د) ٤٢ × ٣! = ٤٢ × (٣×٢×١) = ٤٢ × ٦ = ٢٥٢

٥) حل كلا من المعادلات الآتية:

أ) ٢ × (ن!) = ٤٨   ب) ١٠٠ – (ن!) = -٢٠   جـ) (٣ن + ١)! = ٢

الحل :

أ) ٢ × (ن!) = ٤٨   بقسمة طرفي المعادلة على ٢ ، ينتج ن! = ٢٤ ومنه ن = ٤ ✓

ب) ~~١٠٠~~ – (ن!) = -٢٠   اطرح ١٠٠ من طرفي المعادلة

~~-١٠٠~~   -١٠٠

- (ن!) = -١٢٠   ومنه   ن! = ١٢٠   ومنه   ن = ٥ ✓

جـ) (٣ن + ١)! = ٢   فكر في الطرف الأيسر من المعادلة الآن (٢) يساوي (٢!) ، إذن

(٣ن + ١)! = ٢!

٣ن + ١ = ٢   ومنه   ٣ن = ١   ومنه ن = $\frac{١}{٣}$ ✓

ملاحظة تجد **شرح** هذه الوحدة وحلول أسئلة سنوات سابقة على **قناتي في اليوتيوب** باسم **"سلسبيل الخطيب"**