الوحدة الثانية
التفاضل
ثاني ثانوي علمي
حل تدريبات الكتاب

اعداد المعلمة : ميسون الحسين

٠٧٩٨٩ ٥٩٠٧١

تدريب ١:

جد Δص في الحالات الآتية:

١) س$_{١}$ = ٤ ، س$_{٢}$ = ٣٫٧

الحل: Δص = ص$_{٢}$ − ص$_{١}$

= ٣٫٧ − ٤

= −٠٫٣

٢) إذا تغيرت س من س$_{١}$ = ن إلى س$_{٢}$ = ن + ١

الحل: Δص = ص$_{٢}$ − ص$_{١}$

= ن + ١ − ن = ١

تدريب ٢:

إذا كان ص = هـ(س) = ٥ − س^{٢} جد معدل التغير في الاقتران هـ إذا تغيرت س من ٢ إلى ٢٫١.

الحل: المطلوب $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$.

$\Delta ص$ = ص$_{٢}$ − ص$_{١}$

= هـ(س$_{٢}$) − هـ(س$_{١}$)

= هـ(٢٫١) − هـ(٢)

= ٥ − (٢٫١)^{٢} − (٥ − ٢^{٢})

= ٥ − ٤١٫٤ − ١

= ٤ − ١٤٫٤

= −١٤٫٤

$\Delta س$ = س$_{٢}$ − س$_{١}$

= ٢٫١ − ٢

= ٠٫١

معدل التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$

= $\frac{-١٤٫٤}{٠٫١}$ = −١٤٫٤

تدريب ٣: إذا كان هـ(س) = $\left[\frac{١}{٢}س - ١\right]$

فجد معدل التغير في الاقتران هـ في الفترة [٣، ٥].

الحل: معدل التغير = $\frac{هـ(٥) - هـ(٣)}{٥ - ٣}$

= $\frac{١ - صفر}{٢}$

= $\frac{١}{٢}$

تدريب ٤: إذا كان القاطع المار بالنقطتين (١، هـ(١)) ، (٣، هـ(٣)) يصنع زاوية قياسها ١٣٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، فجد معدل تغير الاقتران هـ في الفترة [١، ٣]

الحل: معدل التغير = $\frac{هـ(٣) - هـ(١)}{٣ - ١}$ = ظا١٣٥°

معدل التغير = ظا١٣٥° = −١.

تدريب ٥: يتحرك جسم على خط مستقيم حسب العلاقة ف(ن) = ٣ن^{٢} − ٤٨ن + ٢٠ حيث ف بعد الجسم بالأمتار عن نقطة ثابتة (و) ، (ن) الزمن بالثواني. احسب السرعة المتوسطة للجسم في الفترة الزمنية [١، ٤]

الحل: السرعة المتوسطة = $\frac{ف(٤) - ف(١)}{٤ - ١}$

= $\frac{٣(٤)^{٢} - ٤٨(٤) + ٢٠ - (٣ - ٤٨ + ٢٠)}{٣}$

= $\frac{٤٨ + ٤ - ١٩}{٣}$

= $\frac{٣٣}{٣}$ = ١١

تدريب ٦ :

اذا كان معدل التغير في الاقتران ق د في الفترة [١، ٤] يساوي ٦ ، وكان

ق(س) = ٣س - ق(س) + ٣ ، فجد معدل التغير في الاقتران ق في الفترة [١، ٤] .

الحل : معدل تغير الاقتران ق د = $\frac{\text{ق}(٤) - \text{ق}(١)}{٤ - ١}$

$$٦ = \frac{\text{ق}(٤) - \text{ق}(١)}{٣}$$

$$\boxed{١٨ = \text{ق}(٤) - \text{ق}(١)}$$

معدل تغير الاقتران ق = $\frac{\text{ق}(٤) - \text{ق}(١)}{٤ - ١}$

$$= \frac{٤ \times ٣ - \text{ق}(٤) + ٣ - (١ \times ٣ - \text{ق}(١) + ٣)}{٣}$$

$$= \frac{١٢ - \text{ق}(٤) + ٣ - ٣ + \text{ق}(١) - ٣}{٣}$$

$$= \frac{\text{ق}(١) + \text{ق}(٤) - ٩}{٣}$$

$$= \frac{(\text{ق}(١) - \text{ق}(٤)) - ٩}{٣}$$

$$= \frac{١٨ - ٩}{٣}$$

$$= \frac{٩}{٣}$$

$$= ٣$$

تدريب 1:

أجب عن كل مما يأتي:

1) اذا كان $f(s) = s^3 + 2s$، فجد $f'(-1)$.

2) اذا كان $f'(0) = 6$ فجد $\lim_{h \to 0} \frac{f(5h) - f(0)}{2h}$

الحل:

1) $f'(-1) = \lim_{s \to -1} \frac{f(s) - f(-1)}{s - (-1)}$

$= \lim_{s \to -1} \frac{s^3 + 2s - ((-1)^3 + 2(-1))}{s + 1}$

$= \lim_{s \to -1} \frac{s^3 + 2s - (-1 - 2)}{s + 1}$

$= \lim_{s \to -1} \frac{s^3 + 1}{s + 1} + \lim_{s \to -1} \frac{2s + 2}{s + 1}$

$= \lim_{s \to -1} \frac{(s+1)(s^2 - s + 1)}{s + 1} + \lim_{s \to -1} \frac{2(s+1)}{s + 1}$

$= (1 + 1 + 1) + 2 = 5$

2) نفرض أن $m = 5h \Leftarrow h = \frac{m}{5}$.

عندما $h \to 0$، فإن $m \to 0$.

$\lim_{h \to 0} \frac{f(0) - f(m)}{\frac{m}{5} \times 3}$

$\frac{5}{3} \times -\lim_{m \to 0} \frac{f(m) - f(0)}{m}$

$\frac{5}{3} \times -f'(0) = \frac{5}{3} \times -6 = -10$

تدريب 2: اذا كان

$h(s) = \frac{s}{1 + s}$ فجد $\frac{dh}{ds}$ عند $s = 2$.

الحل: $f'(2) = \lim_{s \to 2} \frac{f(s) - f(2)}{s - 2}$

$= \lim_{s \to 2} \frac{\frac{s}{1+s} - \frac{2}{3}}{s - 2}$

$= \lim_{s \to 2} \frac{\frac{3s - 2(s+1)}{3(s+1)}}{s - 2}$

$= \lim_{s \to 2} \frac{s - 2}{3(s+1)(s-2)} \times \frac{1}{s-2}$

$= \lim_{s \to 2} \frac{\cancel{s-2}}{3(s+1)} \times \frac{1}{\cancel{s-2}}$

$= \lim_{s \to 2} \frac{1}{3(s+1)}$

$= \frac{1}{3(2+1)}$

$= \frac{1}{3 \times 3}$

$= \frac{1}{9}$.

تدريب ٣ :

إذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٤س + ١ & ، -٢ \le س \le ١ \\ ٣س^{٢} + ٣ & ، ١ < س \le ٥ \end{cases}$

جد $ق'(-١)$ ، $ق'(١)$ إن وجدت .

الحل:

$$ق'(-١) = \lim_{س \to -١} \frac{ق(س) - ق(-١)}{س + ١}$$

$$= \lim_{س \to -١} \frac{٤س + ١ - (٤ \times -١ + ١)}{س + ١}$$

$$= \lim_{س \to -١} \frac{٤س + ٤}{س + ١}$$

$$= \lim_{س \to -١} \frac{٤(س + ١)}{س + ١} = \lim_{س \to -١} ٤ = ٤$$

$$ق'(-١) = ٤$$

عند $س = ١$ نجد النهاية من اليمين ومن اليسار

$$ق'(١)^{+} = \lim_{س \to ١^{+}} \frac{ق(س) - ق(١)}{س - ١}$$

$$= \lim_{س \to ١^{+}} \frac{٣س^{٢} + ٣ - ٥}{س - ١} = \lim_{س \to ١^{+}} \frac{٣س^{٢} - ٢}{س - ١}$$

$$= \lim_{س \to ١^{+}} \frac{٣(س - ١)}{س - ١} = ٣$$

$$ق'(١)^{-} = \lim_{س \to ١^{-}} \frac{٤س + ١ - ٥}{س - ١}$$

$$= \lim_{س \to ١^{-}} \frac{٤س - ٤}{س - ١} = \lim_{س \to ١^{-}} \frac{٤(س - ١)}{س - ١} = ٤$$

$ق'(١)$ غير موجودة لأن

$ق'(١)^{+} \neq ق'(١)^{-}$.

تدريب ٤ :

إذا كان $ق(س) = \frac{س}{س^{٢} + ٨}$ فجد $ق'(س)$ باستخدام تعريف المشتقة .

الحل:

$$ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\frac{ع}{ع^{٢} + ٨} - \frac{س}{س^{٢} + ٨}}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{ع(س^{٢} + ٨) - س(ع^{٢} + ٨)}{(ع^{٢} + ٨)(س^{٢} + ٨)} \times \frac{١}{(ع - س)}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{ع س^{٢} + ٨ع - ع^{٢} س - ٨س}{(ع^{٢} + ٨)(س^{٢} + ٨)} \times \frac{١}{(ع - س)}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{ع س^{٢} - ع^{٢} س + ٨ع - ٨س}{(ع^{٢} + ٨)(س^{٢} + ٨)} \times \frac{١}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{ع س(س - ع)}{(ع^{٢} + ٨)(س^{٢} + ٨)(ع - س)} + \frac{٨(س - ع)}{(ع^{٢} + ٨)(س^{٢} + ٨)(ع - س)}$$

$$= \lim_{ع \to س} (-ع س) + ٨) \times \frac{١}{(س^{٢} + ٨)^{٢}}$$

$$= (-س^{٢} + ٨) \times \frac{١}{(س^{٢} + ٨)^{٢}}$$

$$= \frac{-س^{٢} + ٨}{(س^{٢} + ٨)^{٢}}$$

تدريب ٥:

صفيحة معدنية فريدة الشكل تتمدد بانتظام محافظة على شكلها. جد معدل التغير في مساحة هذه الصفيحة بالنسبة إلى طولها، عندما يكون طولها ٢٠ سم.

الحل: المساحة $م(س) = س^2$

المطلوب $م'(٢٠)$.

$$م'(٢٠) = \text{نهـا}_{س \to ٢٠} \frac{م(س) - م(٢٠)}{س - ٢٠}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٢٠} \frac{س^2 - (٢٠)^2}{س - ٢٠}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٢٠} \frac{(س - ٢٠)(س + ٢٠)}{س - ٢٠}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٢٠} (س + ٢٠)$$

$$= ٢٠ + ٢٠$$

$$= ٤٠ \text{ سم}$$

تدريب ١ : إذا كان

$$د(س) = \begin{cases} \frac{ع}{س} + ١ ، & س \leq ٢ \\ ٥س - ١ ، & س > ٢ \end{cases}$$

فأجب عن كل مما يأتي :

١) ابحث في اتصال الاقتران د عند س = ٢

٢) ابحث في قابلية اشتقاق الاقتران د عند س = ٢ .

الحل : ١) د(٢) = $\frac{ع}{٢} + ١ = ٣$

٢) $\lim_{س \to ٢^+}$ د(س) = ٣

$\lim_{س \to ٢^-}$ د(س) = ٥ × ٢ − ١ = ٩

$\lim_{س \to ٢^+}$ د(س) ≠ $\lim_{س \to ٢^-}$ د(س) ⇐ $\lim_{س \to ٢}$ د(س) غير موجودة

⇐ د غير متصل عند س = ٢ .

٢) لأن د غير متصل عند س = ٢ فإنه غير قابل للاشتقاق عند س = ٢ .

تدريب ٢ : إذا كان

$$د(س) = \begin{cases} \sqrt{س + ١} ، & ٠ \leq س < ٣ \\ ع - ١ ، & ٣ \leq س \leq ٥ \end{cases}$$

فاجبْ عن قابلية الاقتران ق عند س = ٣ ، ٤

١ عند س = ٣

١) د(٣) = $ع^{٣} - ١ = ٣$

٢) $\lim_{س \to ٣^+}$ د(س) = ٣

$\lim_{س \to ٣^-}$ د(س) = $\sqrt{٣ + ١} = ٢$

$\lim_{س \to ٣^+}$ د(س) ≠ $\lim_{س \to ٣^-}$ د(س) ⇐ $\lim_{س \to ٣}$ د(س) غير موجودة

∴ د غير متصل عند س = ٣

∴ د غير قابل للاشتقاق عند س = ٣

٢ عند س = ٤

$س^{٣} - ١$ كثير حدود متصل عند س = ٤

د'(٤) = $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{د(س) - د(٤)}{س - ٤}$

= $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{س^{٣} - ١ - ١٥}{س - ٤}$

= $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{س^{٣} - ١٦}{س - ٤}$

= $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{(س - ٤)(س + ٤)}{س - ٤}$

= $\lim_{س \to ٤}$ (س + ٤)

= ٤ + ٤

= ٨ .

تدريب ١:

جد مشتقة كل من الاقترانات الآتية:

١) $هـ_١(س) = ٦$

$هـ'_١(س) =$ صفر .

٢) $هـ_٢(س) = -٤ س^{٥}$

$هـ'_٢(س) = -٨ س$.

٣) $هـ_٣(س) = \frac{س}{س^{٢}} = \frac{١}{س^{٢}}$ س .

$هـ'_٣(س) = \frac{١}{س^{٢}}$.

٤) اذا كان $هـ(س) = [٢ك+١] + |س|$

فجد $هـ'(٠,٤)$.

الحل: $[٢ك+١] = ٢$ طول س $= ٠,٤$

$|س| = س$ طول س $= ٠,٤$

$\therefore هـ(س) = ٢ + س$.

$هـ'(س) = ١$

$هـ'(٠,٤) = ١$.

تدريب ٢: اذا كان

$هـ(س) = ٥ س^{٤}(٢ك - \frac{٣}{ك})$ فجد $هـ'(-١)$.

الحل: $هـ(س) = ١٠ س^{٥} - ١٥ س^{٣}$

$هـ'(س) = ٥٠ س^{٤} - ٤٥ س^{٢}$

$هـ'(-١) = ٥٠ - ٤٥$

$= ٥$

تدريب ٣: أجب عن كل مما يأتي:

١) اذا كان $هـ(س) = ٢ س^{٣}(٤ك - ٥ك^{٢})$

فجد $هـ'(س)$.

الحل: $هـ(س) = ٨ س^{٤} - ١٠ س^{٥}$

$هـ'(س) = ٣٢ س^{٣} - ٥٠ س^{٤}$

تدريب ١ : اذا كان

$هـ(س) = (٤ - ٢س^{٣})(\frac{١}{٢}س + ٣)$ فجد $هـ'(س)$

حاصل ضرب اقترانين .

$هـ'(س) = (٤ - ٢س^{٣}) \times \frac{١}{٢} + (\frac{١}{٢}س + ٣) \times -٦س^{٢}$

$هـ'(س) = (٢ - س^{٣}) + -٣س^{٣} - ١٨س^{٢}$

$= ٢ - ٤س^{٣} - ١٨س^{٢}$.

تدريب ٢ : اذا كان

$ص = \frac{٦س + ١}{س^{٢} - ٤}$ فجد $\frac{دص}{دس}\Big|_{س=١}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{(س^{٢}-٤) \times ٦ - (٦س+١) \times ٢س}{(س^{٢}-٤)^{٢}}$

$\frac{دص}{دس}\Big|_{س=١} = \frac{(١-٤) \times ٦ - (٦+١) \times ٢}{(١-٤)^{٢}}$

$= \frac{-١٨ - ١٤}{٩} = \frac{-٣٢}{٩}$.

تدريب ٣ : جد $\frac{دص}{دس}$ لكل مما يأتي :

١) $ص = \frac{٧}{س^{٤}}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{-٧ \times ٤س^{٣}}{س^{٨}} = \frac{-٢٨}{س^{٥}}$.

٢) $ص = \frac{٢ - س^{٣}}{س} = \frac{٢}{س} - \frac{س^{٣}}{س}$

$ص = ٢س^{-١} - س^{٢}$.

$\frac{دص}{دس} = -٢س^{-٢} - ٢س$.

تدريب ٤ : اذا كان $هـ(س) = \begin{cases} \frac{٤}{١+س} & ، س \geq ١ \\ س + ١ & ، س < ١ \end{cases}$

فاحث في قابلية الاقتران هـ للاشتقاق عند $س = ١$

الحل: نبحث الاتصال عند $س = ١$

١) $هـ(١) = \frac{٤}{١+١} = ٢$.

٢) $\lim_{س \to ١^{-}} هـ(س) = \frac{٤}{١+١} = ٢$ ، $\lim_{س \to ١^{+}} هـ(س) = ٢$

$\lim_{س \to ١} هـ(س) = ٢$

٣) $\lim_{س \to ١} هـ(س) = هـ(١)$. $\therefore$ هـ متصل عند $س = ١$

$هـ'(س) = \begin{cases} \frac{-٤}{(١+س)^{٢}} & ، س < ١ \\ ١ & ، س > ١ \end{cases}$

$هـ'(١)^{+} = ١$

$هـ'(١)^{-} = \frac{-٤}{(١+١)^{٢}} = -١$

$هـ'(١)^{+} \neq هـ'(١)^{-} \Rightarrow$

$هـ'(١)$ غير موجودة .

تدريب ١:

١) إذا كان $ق(س) = ٥س^{٣} - ٤س^{٢} + ٦س + ١$

فجد $ق''(-١)$.

الحل: $ق'(س) = ١٥س^{٢} - ٨س + ٦$

$ق''(س) = ٣٠س - ٨$

$ق''(-١) = ٣٠(-١) - ٨$

$= -٣٠ - ٨ = -٣٨$.

٢) إذا كان $ق(س) = (س^{٤} - ٣س + ١)(س^{٤} + ٧)$

فجد $ق''(-١)$.

الحل:

$ق'(س) = (س^{٤} - ٣س + ١) \times ٤س^{٣} + (س^{٤} + ٧)(٨س^{٣} - ٣)$

$= ٤س^{٥} - ٦س^{٢} + ٤س + ٨س^{٥} + ٥٦س^{٣} - ٣س^{٢} - ٢١$

$ق'(س) = ١٢س^{٥} + ٥٦س^{٣} - ٩س^{٢} + ٤س - ٢١$

$ق''(س) = ٦٠س^{٤} + ١٦٨س^{٢} - ١٨س + ٤$

$ق''(-١) = ٦٠ + ١٦٨ + ١٨ + ٤$

$= ٢٤٨$

ويمكن إيجاد المشتقة الثانية باستخدام قانون حاصل ضرب اقترانين .

تدريب ٢: إذا كان $ق(س) = \frac{١}{١٠} س^{ن}$

وكان $ق''(س) = ٩س^{٣}$ ، فجد قيمة الثابت $ث$.

الحل: $ق'(س) = \frac{١}{١٠} \times ن \, س^{ن-١}$

$ق''(س) = \frac{١}{١٠} \times ن(ن-١) \, س^{ن-٢}$

$ق'''(س) = \frac{١}{١٠} \times ن(ن-١)(ن-٢) \, س^{ن-٣}$

$\frac{١}{١٠} \times ن(ن-١)(ن-٢) \, س^{ن-٣} = ث س^{٣}$

$ن - ٣ = ٣ \Leftarrow \boxed{ن = ٥}$

$ث = \frac{١}{١٠} \times ٥ (٥-١) (٥-٢)$

$= \frac{١}{١٠} \times ٥ \times ٤ \times ٣$

$ث = ٦$

تدريب ٣

إذا كان $f(س) = \begin{cases} س^{٣} & ، س \leq ٠ \\ هـ^{س} & ، س > ٠ \end{cases}$ فأجب عن كل مما يلي :

١) بين أن كلاً من $f'(٠)$ ، $f''(٠)$ موجودة ثم جد قيمة كل منها

٢) أكتب قاعدة كل من $f'(س)$ ، $f''(س)$ لجميع قيم س ∈ ح .

٣) بين أن $f'''(٠)$ غير موجودة .

الحل : f متصل عند س = ٠

$$f'(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} & ، س \leq ٠ \\ هـ^{س} & ، س > ٠ \end{cases}$$

$f'(٠)^{+} = f'(٠)^{-} = ٠ \Leftarrow f'(٠) = ٠$

$f'(س)$ متصل عند س = ٠

$$f''(س) = \begin{cases} ٦س & ، س \leq ٠ \\ هـ^{س} & ، س > ٠ \end{cases}$$

$f''(٠)^{+} = f''(٠)^{-} = ١$

$f''(س)$ متصل عند س = ١

$$f'''(س) = \begin{cases} ٦ & ، س < ٠ \\ ٠ & ، س > ٠ \end{cases}$$

$f''(٠)^{+} \neq f'''(٠)^{-} \Leftarrow f''(٠)$ غير موجودة .

تدريب ١:

اذا كان $f(s) = 2\sin s + 6s$ فجد $f'(\frac{\pi}{3})$.

الحل: $f'(s) = 2\cos s + 6$

$f'(\frac{\pi}{3}) = 2\cos\frac{\pi}{3} + 6$

$= 2 \times \frac{1}{2} + 6$

$= 1 + 6 = 7$

تدريب ٢:

اذا كان $f(s) = s\sin s$ فجد $f'(\frac{\pi}{2})$.

الحل: $f'(s) = s \times \cos s + \sin s \times 1$

$f'(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} \times \cos\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{2}$

$= \text{صفر} + 1$

$= 1$

تدريب ٣: اثبت قواعد الاشتقاق التالية

الاقتران: $f(s)$	المشتقة: $f'(s)$
$\csc s$	$-\csc s \cot s$
$\sec s$	$\sec s \tan s$
$\cot s$	$-\csc^2 s$.

١) $f(s) = \csc s = \frac{1}{\sin s}$

$f'(s) = \frac{-1 \times -\cos s}{\sin^2 s} = \frac{\cos s}{\sin^2 s}$.

$= \frac{\cos s}{\sin s} \times \frac{1}{\sin s}$

$= \cot s \times \csc s$.

٢) $f(s) = \sec s = \frac{1}{\cos s}$

$f'(s) = \frac{-1 \times -\sin s}{\cos^2 s} = \frac{\sin s}{\cos s} \times \frac{1}{\cos s}$

$= \tan s \sec s$.

٣) $f(s) = \cot s = \frac{\cos s}{\sin s}$.

$f'(s) = \frac{\sin s \times -\sin s - \cos s \times \cos s}{\sin^2 s}$

$= \frac{-\sin^2 s - \cos^2 s}{\sin^2 s}$

$= \frac{-(\sin^2 s + \cos^2 s)}{\sin^2 s} = \frac{-1}{\sin^2 s}$

$= -\csc^2 s$.

تدريب ٤: اذا كان

$f(s) = \csc s + \tan s$ فجد $f'(\frac{\pi}{6})$

الحل: $f'(s) = \csc s \cot s + \sec^2 s$.

$f'(\frac{\pi}{6}) = \csc\frac{\pi}{6} \cot\frac{\pi}{6} + \sec^2\frac{\pi}{6}$

$= \frac{1}{\sin\frac{\pi}{6}} \times \frac{1}{\tan\frac{\pi}{6}} + \left(\frac{1}{\cos\frac{\pi}{6}}\right)^2$

$= \frac{1}{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2$

$= \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{4}{3}$

$= \frac{6}{3} = 2$

تدريب ١ :

١) إذا كان ص = $(س^{٣} - س)^{٦}$ فجد $\frac{دص}{دس}$.

الحل: $\frac{دص}{دس} = ٦(س^{٣} - س)^{٥}(٣س^{٢} - ١)$

$= (١٨س^{٢} - ٦)(س^{٣} - س)^{٥}$.

٢) إذا كان $هـ(س) = ٢س + \frac{١}{س}$ ، $ه(س) = جاس$ فجد $(ه \circ هـ)'(س)$.

الحل: $هـ'(س) = ٢ - \frac{١}{س^{٢}}$

$ه'(س) = جتاس$.

$(ه \circ هـ)'(س) = ه'(هـ(س)) \times هـ'(س)$

$= ه'(جاس) \times جتاس$

$= (٢ - \frac{١}{جا^{٢}س}) \times جتاس$.

$= ٢جتاس - \frac{جتاس}{جا^{٢}س}$

$= ٢جتاس - \frac{جتاك}{جاك} \times \frac{١}{جاك}$

$= ٢جتاس - ظتاس قتاس$.

تدريب ٢ :

إذا كان ص = $(قاس + ظاس)^{٢}$ فجد $\frac{دص}{دس}$ عند س = ٠

الحل: $\frac{دص}{دس} = ٢(قاس + ظاس)(قاس ظاس + قا^{٢}س)$

$\frac{دص}{دس}|_{س=٠} = ٢(قا٠ + ظا٠)(قا٠ \times ظا٠ + قا^{٢}٠)$

$= ٢(١ + ٠)(١ \times ٠ + ١^{٢}) = ٢$.

تدريب ٣ : جد $ه'(س)$ لكل مما يلي :

١) $ه(س) = قا٤س$.

$ه'(س) = ٤قا٤س ظا٤س$.

٢) $ه(س) = (س^{٣} + ٢س - ٨)^{٧}$

$ه'(س) = ٧(س^{٣} + ٢س - ٨)^{٦}(٣س^{٢} + ٢)$

$= (٢١س^{٢} + ١٤)(س^{٣} + ٢س - ٨)^{٦}$.

٣) $ه(س) = جا^{٤}س = (جاس)^{٤}$

$ه'(س) = ٤(جاس)^{٣} \times جتاس \times ٢س$

$= ٨س جا^{٢}س جتاس$.

تدريب ٤ : اذا كان $د(س) = س^{٣} - ١ - \frac{١}{س^{٢}}$ فجد $د'(٧)$.

$س^{٣} - ١ = ٧$

$س^{٣} = ٨$

$س = ٢$

الحل : $د'(س) = ٣س^{٢} - (-٢)س^{-٣}$

$د'(٢) = ٣ \times ٤ - (-\frac{١}{٨}) \times ٤$

$د'(٢) = ١٢ - (-\frac{١}{٢})$

$د'(٢) = ١٢ + \frac{١}{٢}$

$د'(٢) = \frac{٢٥}{٢}$.

تدريب ١:

جد $\frac{دص}{دس}$ لكل مما يأتي:

١) $٣س^{٢} - ٤ص^{٢} = ٨$

$٦س - ٨ص \frac{دص}{دس} = ٠$

$\frac{٨ص}{٨ص} \frac{دص}{دس} = \frac{٦س}{٨ص}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{٣س}{٤ص}$

٢) $س^{٣}ص - ص^{٣} + ١ = س + ٢ص$

$س^{٣} \frac{دص}{دس} + ٣ص^{٢} - ٣ص^{٢} \frac{دص}{دس} = ١ + ٢\frac{دص}{دس}$

$س^{٣} \frac{دص}{دس} - ٣ص^{٢} \frac{دص}{دس} - ٢\frac{دص}{دس} = ١ - ٣ص^{٢}$

$\frac{دص}{دس}(س^{٣} - ٣ص^{٢} - ٢) = ١ - ٣ص^{٢}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{١ - ٣ص^{٢}}{س^{٣} - ٣ص^{٢} - ٢}$

٣) $س^{٢} + ص = ظا ص$

$٢س + \frac{دص}{دس} = قا^{٢}ص \frac{دص}{دس}$

$قا^{٢}ص \frac{دص}{دس} - \frac{دص}{دس} = ٢س$

$\frac{دص}{دس}(قا^{٢}ص - ١) = ٢س$

$\frac{دص}{دس} = \frac{٢س}{قا^{٢}ص - ١}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{٢س}{ظا^{٢}ص}$

تدريب ٢: جد $\frac{دص}{دس}$ لكل مما يأتي:

١) $٨\sqrt{ص} + جتا س = ٤$

$\frac{١}{٨\sqrt{ص}} \frac{دص}{دس} + -جا س = ٠$

$\frac{١}{٨\sqrt{ص}} \frac{دص}{دس} = جا س$

$\frac{دص}{دس} = ٨\sqrt{ص}\ جا س$

٢) $(س - ص)^{٢} - ص = ٠$

$٢(س - ص)(١ - \frac{دص}{دس}) - \frac{دص}{دس} = ٠$

$٢(س - ص) - ٢(س - ص)\frac{دص}{دس} - \frac{دص}{دس} = ٠$

$-٢(س - ص)\frac{دص}{دس} - \frac{دص}{دس} = -٢(س - ص)$

$\frac{دص}{دس}(-٢(س - ص) - ١) = -٢(س - ص)$

$\frac{دص}{دس} = \frac{-٢(س - ص)}{-٢(س - ص) - ١}$

تدريب ٣: اذا كان جتاص = س ،
ص ∈ (٠ ، π/٢) فأثبت أن

$$\frac{دص}{دس} = \frac{-١}{\sqrt{١-س^{٢}}}$$

الحل: $-حاص \frac{دص}{دس} = ١$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{-١}{حاص}$$

لكن $حا^{٢}ص + جتا^{٢}ص = ١$
$حا^{٢}ص = ١ - جتا^{٢}ص$
$حا^{٢}ص = ١ - س^{٢}$
$حاص = \sqrt{١-س^{٢}}$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{-١}{حاص}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{-١}{\sqrt{١-س^{٢}}}$$

تدريب ٤: اذا كان س = جا٣ن ،
ص = جتا٣ن فجد $\frac{دص}{دع}$ عندما ن = π/٣

الحل: $\frac{دس}{دن} = ٣ جتا٣ن$

$\frac{دص}{دن} = -٣ جا٣ن$.

$$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دن} \times \frac{دن}{دس}$$

$$= -٣ جا٣ن \times \frac{١}{٣ جتا٣ن}$$

$$= -\frac{حا٣ن}{جتا٣ن}$$

$$\frac{دص}{دس} = -ظا٣ن .$$

$$\frac{د^{٢}ص}{دع} = -٣ قا^{٢}٣ن \times \frac{دن}{دس}$$ (مشتق بالنسبة الى س)

$$= -\cancel{٣} قا^{٢}٣ن \times \frac{١}{\cancel{٣} جتا٣ن}$$

$$= -قا^{٢}٣ن \times قا٣ن$$

$$= -قا^{٣}٣ن$$

عندما ن = π/٣

$$\frac{د^{٢}ص}{دع} = -قا^{٣}(٣ \times \frac{\pi}{٣})$$

$$= -١ \times -١$$

$$= ١$$