للتميز عنوان

درب الكمال
للدورات التدريبية

متخصصون في دورات الثانوية العامة الفروع الأكاديمية والمهنية

جبل عمان الدوار الثالث خلف فندق حياة عمان
0795344707 - 0795038532

الرياضيات

الأدبي والفندقي حسب المنهاج الجديد

3م

الوحدة الثانية

التفاضل

حصريا" على شبكة منهاجي

الأستاذ
أحمد حسن

(الفهرس)

الرقم	الموضوع	ارقام الصفحات
①	معدّل التغير	(١-٩)
②	المشتقة الاولى باستخدام التعريف العام	(١٠-١٦)
③	قواعد الاشتقاق السريع	(١٧-٣٠)
④	اشتقاق الدالة النوع الأول	(٣١-٣٨)
	النوع الثاني	(٣٩-٤٣)
⑤	امثلة على جواب المشتقة الاولى اذا كان مكتوب جاهز باستخدام التعريف العام	(٤٣-٤٤)
⑥	ومشتقة بسيطة لصنع دائرة	(٤٥)

علمتني الرياضيات:
أن الانتقال من جهة لأخرى يغير من قيمتي
وانه حتى كبر المقام صغر كل شيء

شبكة فواكه التعليمية

تمنياتي: أحمد ن

Scanned by CamScanner

معدّل التغير :

اذا تغيرت $س$ من $(س_1)$ الى $(س_2)$

فانه ينتج تغير في $ص$ من $(ص_1)$ الى $(ص_2)$

حيث أن :

① التغير في $س$: رمزه $\Delta س$ (دلتا)

$$\Delta س = س_2 - س_1 \neq \text{صفر}$$

② التغير في $ص$: التغير في الاقتران : رمزه $\Delta ص$

$$\Delta ص = ص_2 - ص_1$$

أو

$$\Delta ص = ق(س_2) - ق(س_1)$$

③ $$\text{معدّل التغير} = \frac{\Delta ص}{\Delta س}$$

خطوات الحل : نكوّن جدول المعطيات

المعطيات
الأب : $ق(س) = \ldots$
الابن : من : $س_1 =$
الابن : الى : $س_2 =$

هام جداً :

اسعاد الدرس :

معدّل التغير هو ميل الخط المستقيم او ميل القاطع ، او السرعة المتوسطة

حيث ان : ميل الخط المستقيم = ميل القاطع $= \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

السرعة المتوسطة : $ع = \frac{\Delta ف}{\Delta ن}$

امثلة ① إذا كان :

$ص = ق(س) = س^3 + س + 2$

وتغيرت $س$ من (0) الى (2)

أوجد : ⓐ التغير في $س$

ⓑ التغير في $ص$

ⓒ معدّل التغير في $ق(س)$

الحل :

المعطيات
الأب : $ق(س) = س^3 + س + 2$
الابن : من : $س_1 = 0$
الابن : الى : $س_2 = 2$

ⓐ $\Delta س = س_2 - س_1 = 2 - 0 = 2$

ⓑ $\Delta ص = ق(س_2) - ق(س_1)$

$= ق(2) - ق(0)$

$= (2^3 + 2 + 2) - (0^3 + 0 + 2)$

$= (8 + 2 + 2) - (2) = 12 - 2 = 10$

ⓒ $\text{معدّل التغير} = \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{10}{2} = 5$

② إذا كان :

$ص = ق(س) = (2س - 3)^2 + 5س - 1$

وتغيرت $س$ من (1) الى (4)

أوجد : ⓐ التغير في $س$

ⓑ التغير في الاقتران

ⓒ معدّل التغير في الاقتران

الحل :

المعطيات
الأب : $ق(س) = (2س - 3)^2 + 5س - 1$
الابن : من : $س_1 = 1$
الابن : الى : $س_2 = 3$

Scanned by CamScanner

(أ) $\Delta س = س_2 - س_1$

$= 3 - 1 = 2$

(ب) $\Delta ص = ق(س_2) - ق(س_1)$

$= ق(3) - ق(1)$

$= (2(3)^3 + 5(3)^2 - (3) - 1) - (2(1)^3 + 5(1)^2 - (1) - 1)$

$= (54 + 45 - 3 - 1) - (2 + 5 - 1 - 1)$

$= (96) - (5) = 91$

(جـ) معدّل التغير $= \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{91}{2}$

(أ) $\Delta ص = ق(س_2) - ق(س_1)$

$= ق(1) - ق(-1)$

$= (2(1)^3 + 5(1)^2 - (1) - 1) - (2(-1)^3 + 5(-1)^2 - (-1) - 1)$

$= (2 + 5 - 1 - 1) - (-2 + 5 + 1 - 1)$

$= 5 - 3 = 2$

(ب) معدّل التغير $= \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{2}{2}$

$= 1$

---

(٣) إذا كان: $ق(س) = 2س^3 + 5س^2 - س - 1$

وتغيرت $س$ من (-1) بمقدار (2)

أوجد: (أ) $\Delta ص$

(ب) معدّل التغير في الاقتران $ق(س)$.

الحل:

الأب	$ق(س) = 2س^3 + 5س^2 - س - 1$
الابن	من: $س_1 = -1$
الابن	الى: $س_2 = ؟$ ثم نعطي له عبارة

بمقدار مقداها $\Delta س = 2$

الآن نطبق قانون $\Delta س$ حتى نجد $س_2$

$\Delta س = س_2 - س_1$

$2 = س_2 - (-1)$

$2 = س_2 + 1$

$س_2 = 1$

---

(٤) إذا كان:

$ص = ق(س) = \begin{cases} 2س + 1 & ، س > -2 \\ س^2 + 9 & ، -2 \le س < 2 \\ 5 & ، س = 2 \end{cases}$

وتغيرت $س$ بمقدار (3) حيث ان $س_1 = 1$

أوجد: (أ) $\Delta ص$

(ب) معدّل التغير في الاقتران:

الأب	$ق(س) = \begin{cases} 2س + 1 & ، س > -2 \\ س^2 + 9 & ، -2 \le س < 2 \\ 5 & ، س = 2 \end{cases}$
الابن	من: $س_1 = 1$
الابن	الى: $س_2 = ؟$ وعبارة بمقدار

مقداها $\Delta س = 3$

الآن: نطبق:

$\Delta س = س_2 - س_1$

$3 = س_2 - 1$

$س_2 = 4$

(أ) $\Delta ص = ق(س_2) - ق(س_1)$

$= ق(4) - ق(1)$

$= (4^2 + 9) - (2(1) + 1)$

$= 25 - 3 = 22$

Scanned by CamScanner

$\Delta ص = ه(١) - ه(-٢)$

تقع في $س = -٢$ ← جوابها ⑤

تقع في $س = ١$ ← جوابها: $س + ٩$

$١ + ٩ = ١٠$

$١٠ - ٥ = ⑤$

ب) معدّل التغير $= \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{٥}{٣}$

⑤ إذا كان:

$ه(س) = ٢ + س - ٢س^{٣} + ٢$

وتغيرت $س$ من (١) الى (٣)

وكان التغير في الاقتران يساوي (٤٨)

عامية الثابت ٢ ؟

الحل:

الأب	$ه(س) = ٢ + س - ٢س^{٣} + ٢$
الابن	من: $س_١ = ١$
الابن	الى: $س_٢ = ٣$
الطلوب	$\Delta ص = ٤٨$

هذا مفتاح الحل

نجده ونساوي الجواب بـ (٤٨)

$\Delta ص = ه(س_٢) - ه(س_١)$

$= ه(٣) - ه(١)$

$= (٢(٣)^{٣} - ٢(٣) + ٢) - (٢(١)^{٣} - ٢(١) + ٢)$

$= (٥٤ - ٦ + ٢) - (٢ - ٢ + ٢)$

$= ٥٠ - ٢ = ٤٨$

لكن: معطى لنا أن $\Delta ص = ٤٨$

$\frac{٤٨}{٢٤} = \frac{٢٤ع}{٢٤}$

$ع = ٢$

⑥ إذا كان:

$ه(س) = \frac{٤ع}{س + ٢}$

وتغيرت $س$ من (-١) الى (٢)

وكان معدّل التغير في $ه(س)$ يساوي ٥

عامية الثابت $ع$ ؟

الحل:

الأب	$ه(س) = \frac{٤ع}{س + ٢}$
الابن	من: $س_١ = -١$
الابن	الى: $س_٢ = ٢$
الطلوب	معدّل التغير $= ٦$

هذا مفتاح الحل

نجد $\Delta س = س_٢ - س_١$

$= ٢ - (-١) = ٢ + ١ = ③$

نجد $\Delta ص = ه(س_٢) - ه(س_١)$

$= ه(٢) - ه(-١)$

$= \left(\frac{٤ع}{٢ + ٢}\right) - \left(\frac{٤ع}{-١ + ٢}\right)$

$= \left(\frac{٤ع}{٤}\right) - \left(\frac{٤ع}{١}\right)$

$= ٤ع - ٤ع = -٣ع$

نظرية: معدّل التغير $= \frac{\Delta ص}{\Delta س}$

معطى

$\frac{-٣ع}{٣} = ٦$

$-ع = ٦$

$ع = -٦$

Scanned by CamScanner

⑦ إذا كان :
ص = ق(س) ، وتغيرت س من (٣) الى (٥) ، وكان معدّل التغير في ق(س) يساوي (٤) ، اوجدي : ق(٥)
علمًا ان : ق(٣) = -٣

الحل :
المعطيات
ص = ق(س)
الابن : من : س١ = ٣
الابن : الى : س٢ = ٥
معدّل التغير = ٤
ق(٣) = -٣

الطلوب ؟ ق(٥)

هذا مفتاح الحل .

نجد : Δس = س٢ - س١
= ٥ - ٣ = ٢

نجد : Δص = ق(س٢) - ق(س١)
= ق(٥) - ق(٣)
= ق(٥) - (-٣)
= ق(٥) + ٣

نعلم : معدّل التغير = Δص / Δس

٤/١ ≠ (ق(٥) + ٣)/٢

بالضرب التبادلي : ق(٥) + ٣ = ١٢
ق(٥) = ١٢ - ٣
ق(٥) = ٩

⑧ إذا كان :
ص = ق(س) ، وتغيرت س من (٣) الى (م) .
وكان معدّل التغير يساوي (٥) .
وكان ق(م) = ١٢ ، ق(٣) = ٢
جـ : قيمة الثابت م ؟

الحل :
المعطيات
الابن : ق(س)
الابن : من : س١ = ٣
الابن : الى : س٢ = م
معدّل التغير = ٥
ق(م) = ١٢ ، ق(٣) = ٢

الطلوب م ؟

هذا مفتاح الحل

نجد : Δس = س٢ - س١
= م - ٣

ونجد : Δص = ق(س٢) - ق(س١)
= ق(م) - ق(٣)
= ١٢ - ٢ = ١٠

نعلم : معدّل التغير = Δص / Δس

٥/١ ≠ ١٠/(م - ٣)
١٠ = ٥(م - ٣)
١٠ = ٥م - ١٥
١٠ + ١٥ = ٥م
٢٥ = ٥م
م = ٢٥/٥ = ٥

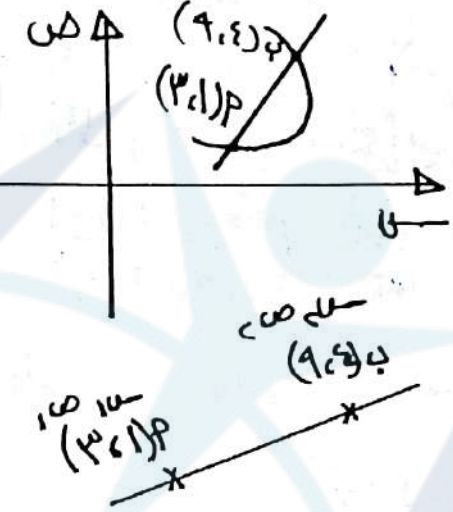
Scanned by CamScanner

مهارات الرياضيات

مجموع اوراق عمل في مبحث الرياضيات

الفرع : الثاني الثانوي الادبي — **وحدة التفاضل**

⑨ أوجدي ميل القاطع $\overleftrightarrow{AB}$ في الشكل المجاور

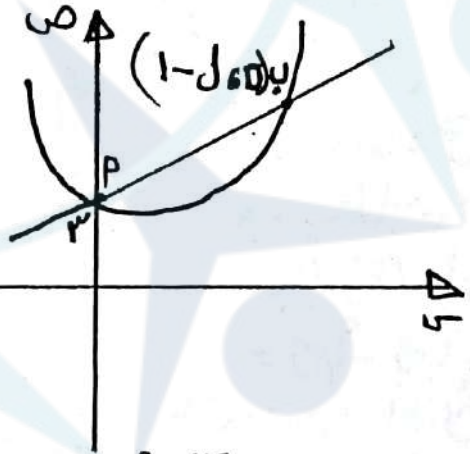


الحل:

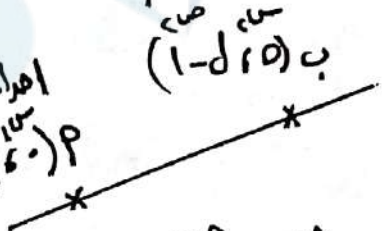
$$\text{ميل القاطع} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{٤ - ١}{٩ - ٣} = \frac{٣}{٦}$$

$$= \frac{١}{٢}$$

⑩ في الشكل المجاور ، اذا كان ميل القاطع $\overleftrightarrow{AB}$ يساوي (٨) . فما قيمة الثابت ل ؟



الحل:



$$\text{ميل القاطع} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$$

$$٨ = \frac{(ل-١) - (٠)}{(٥) - (٣)}$$

$$٨ = \frac{ل - ١ - ٣}{٥}$$

$$٨ \times ٥ = ل - ٤$$

$$٤٠ + ٤ = ل$$

$$ل = ٤٤$$

⑪ اذا كان :

$$\text{ق}(س) = س^٢ + س - ٥$$

اوجدي ميل القاطع $\overleftrightarrow{AB}$

حيث $A(٣، \text{ق}(٣))$

$B(٤، \text{ق}(٤))$.

الحل: ميل القاطع $= \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$

$$= \frac{\text{ق}(٤) - \text{ق}(٣)}{٤ - ٣}$$

$$= \frac{(٤)^٢ + ٤ - ٥ - ((٣)^٢ + ٣ - ٥)}{١}$$

$$= \frac{(١٦ + ٤ - ٥) - (٩ + ٣ - ٥)}{١}$$

$$= \frac{(١٥) - (٧)}{١}$$

$$= ٨$$

اجراءاتنا لأننا نتبع حل محلول لعمار ان

(١٢) إذا كان :

$$هـ(س) = \begin{cases} س - ٢ ، & س > ٥ \\ م س ، & س < ٥ \\ ٤ ، & س = ٥ \end{cases}$$

وكان : ميل القاطع $أ ب$ يساوي (٦)

حيث $أ(٥ ، هـ(٥))$ ، $ب(٣ ، هـ(٣))$

عين قيمة الثابت $م$ ؟

الحل:

$أ(س_١ ، ص_١)$ ، $ب(س_٢ ، ص_٢)$

ميل القاطع $= \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

$$٦ = \frac{هـ(٣) - هـ(٥)}{٣ - ٥}$$

$$٦ = \frac{(٤) - (٣ \times ٢)}{-٢}$$

توضيح :

$هـ(٣)$ تقع في $س < ٥$ نعوض في $م س$

$\therefore هـ(٣) = ٣ \times ٢ = ٦$ (١٢)

$هـ(٥)$ ، من كون $س = ٥$ (٤) جوابها

$$\therefore \frac{٦}{١} = \frac{٤ - ٣ م ٢}{-٣}$$

$$-١٨ = ٤ - ٣ م ٢$$

$$-٤ \quad -٤$$

$$\frac{-٢٢}{-٢} = \frac{-١٤}{-٢}$$

$م = ٧$

(١٣) إذا كان :

$هـ(س) = ك(س) - س^٢$

وكان معدل التغير في $ك(س)$ خلال الفترة $[١ ، ٣]$ يساوي (٢٠)

أوجد معدل التغير في $هـ(س)$ خلال نفس الفترة ؟

بنطرح $س^٢$ بدون

الحل: $هـ(س) = ك(س) - س^٢$

الجواب معدل التغير له معطى (٢٠) ∴ هذا جاهز نتركه

تعالا ونسميه امتحان

$\forall س \quad ل(س) = س^٢$

من $س_١ = ١$

إلى $س_٢ = ٣$ (أنه لنفس الفترة)

نجد $\Delta س = س_٢ - س_١$

$= ٣ - ١ = ٢$ ✓

نجد $\Delta ص = ل(س_٢) - ل(س_١)$

$= ل(٣) - ل(١)$

$= (٣)^٢ - (١)^٢$

$= ٩ - ١ = ٨$ ✓

∴ معدل التغير لـ $ل(س) = \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{٨}{٢} = ٤$

∴ الجواب النهائي: معدل التغير لـ $هـ(س)$ = معدل التغير لـ $ك(س) - س^٢$

$= ٢٠ - ٤ = ١٦$

Scanned by CamScanner

(١٤) إذا كان :

$ق(س) = ٣هـ(س) + س^٣ - ٥$

وكان معدّل التغير في $هـ(س)$ خلال الفترة $[٠, ٢]$ يساوي (٥)

احسبي معدّل التغير لـ $ق(س)$ خلال نفس الفترة ؟

الحل: $ق(س) = ٣هـ(س) + س^٣ - ٥$

جواب معدّل التغير معطى لنا جاهز (٥) نتركه ونذهب

تعالا: ولسه $ل(س)$

$ل(س) = س^٣ - ٥$

من : $س_١ = ٠$

الى : $س_٢ = ٢$

لأنه نقل الفترة.

نجد: $\Delta س = س_٢ - س_١$

$= ٢ - ٠ = ٢$

نجد: $\Delta ص = ل(٢) - ل(٠)$

$= (٢^٣ - ٥) - (٠^٣ - ٥)$

$= (٨ - ٥) - (٠ - ٥)$

$= ٣ - (-٥)$

$= ٣ + ٥ = ٨$

∴ معدّل التغير لـ $ل(س) = \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{٨}{٢}$

$= ٤$

الجواب النهائي :

معدّل التغير لـ $ق(س)$ = ٣ × معدّل التغير لـ $هـ(س)$ + معدّل التغير لـ $س^٣ - ٥$

$= ٣ \times ٥ + ٤$

$= ١٥ + ٤ = ١٩$

---

(١٥) مكعب من الثلج يذوب فينقص حول حلقه من (٢) الى (٤)

أوجدي : (أ) التغير في حول حلقه المكعب

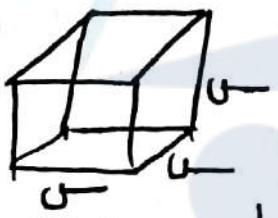
(ب) التغير في حجم المكعب.

(ج) التغير في مساحة المكعب.

(د) معدّل التغير في حجم المكعب

(هـ) معدّل التغير في مساحة المكعب

الحل:

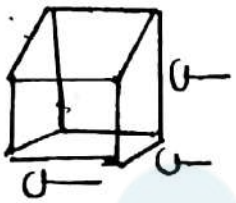


معطيات الحجم	معطيات المساحة
$ق(س) = هـ(س) = س^٣$	$م(س) = هـ(س) = ٦س^٢$
من : $س_١ = ٤$	من : $س_١ = ٤$
الى : $س_٢ = ٢$	الى : $س_٢ = ٢$

ونجيب عن الفرع كل واحد من حسب وقته

---

(١٤) درجة بسيطة عن المكعب



حفظ :

طول ضلع المكعب = س .

حجم المكعب : $ق(س) = س^٣$

مساحة اوجه المكعب : $م(س) = ٦س^٢$

Scanned by CamScanner

ملحظة: التغير في طول الضلع دائماً $\Delta س$
اما اي تغير آخر يكون $\Delta ص$.

(أ) $\Delta س = س_2 - س_1$
$= ٢ - ٤ =$ (-٢)

(ب) $\Delta ص = ق(س_2) - ق(س_1)$ (حجم)
$= ق(٢) - ق(٤)$
$= (٢)^3 - (٤)^3$
$= ٨ - ٦٤ =$ (-٥٦)

(ج) $\Delta ص$ (مساحة) $= ق(س_2) - ق(س_1)$
$= ق(٢) - ق(٤)$
$= ٦(٢)^2 - ٦(٤)^2$
$= ٦ \times ٤ - ٦ \times ١٦$
$= ٢٤ - ٩٦ =$ (-٧٢)

(د) معدّل التغير (حجم) $= \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{-٥٦}{-٢}$
$=$ (٢٨)

(هـ) معدّل التغير (مساحة) $= \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{-٧٢}{-٢}$
$=$ (٣٦)

(*) درجة بسيطة عن المربع

ملحظة:
طول ضلع المربع $= س$
مساحة المربع $= م(س) = س^2$
محيط المربع $= ل(س) = ٤س$

(١٦) مربع يتمدد بالحرارة فيزداد طول ضلعه من (٣) الى (٥) .

أوجد: (أ) التغير في طول ضلع المربع .
(ب) التغير في مساحة المربع .
(ج) التغير في محيط المربع .
(د) معدّل التغير في مساحة المربع .
(هـ) معدّل التغير في محيط المربع .

معطيات (مساحة)	معطيات (محيط)
$م(س) = ق(س) = س^2$	$ل(س) = ق(س) = ٤س$
من: $س_1 = ٣$	من: $س_1 = ٣$
الى: $س_2 = ٥$	الى: $س_2 = ٥$

(أ) التغير في طول ضلع المربع $\Delta س$
$\Delta س = س_2 - س_1$
$= ٥ - ٣ =$ (٢)

(ب) $\Delta ص$ (مساحة) $= ق(س_2) - ق(س_1)$
$= ق(٥) - ق(٣)$
$= (٥)^2 - (٣)^2 = ٢٥ - ٩ =$ (١٦)

(ج) $\Delta ص$ (محيط) $= ق(س_2) - ق(س_1)$
$= ق(٥) - ق(٣)$
$= (٤ \times ٥) - (٤ \times ٣) = ٢٠ - ١٢ =$ (٨)

(د) معدّل التغير (مساحة) $= \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{١٦}{٢} =$ (٨)

(هـ) معدّل التغير (محيط) $= \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{٨}{٢} =$ (٤)

Scanned by CamScanner

(١٧) يتحرك جسيم حسب العلاقة :
$ف(ن) = ن^3 + ٦ن + ١$
اصبح : السرعة المتوسطة خلال الفترة الزمنية $[٠ ، ٢]$ ث

الحل : السرعة المتوسطة رمزها $\overline{ع}$

$$\overline{ع} = \frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{ف(ن_٢) - ف(ن_١)}{ن_٢ - ن_١}$$

$$= \frac{ف(٢) - ف(٠)}{٢ - ٠}$$

$$= \frac{(٢^3 + ٦(٢) + ١) - (٠^3 + ٦(٠) + ١)}{٢}$$

$$= \frac{(٨ + ١٢ + ١) - (٠ + ٠ + ١)}{٢}$$

$$= \frac{٢١ - ١}{٢} = \frac{٢٠}{٢} = ١٠ \text{ م/ث}$$

(١٨) يتحرك جسيم حسب العلاقة :
$ف(ن) = ن^2 + ٢ن - ٣$
وكانت سرعته المتوسطة خلال الفترة الزمنية $[١ ، ٣]$ ث تساوي (٨ م/ث)
عن أي قيمة للثابت $أ$ ؟

الحل : السرعة المتوسطة $\overline{ع} = \frac{\Delta ف}{\Delta ن}$

$$\overline{ع} = \frac{ف(ن_٢) - ف(ن_١)}{ن_٢ - ن_١}$$

$$٨ = \frac{ف(٣) - ف(١)}{٣ - ١}$$

$$٨ = \frac{(٣^2 أ + ٤(٣) - ٣) - (١^2 أ + ٤(١) - ٣)}{٢}$$

$$٨ = \frac{(٩أ + ١٢ - ٣) - (أ + ٤ - ٣)}{٢}$$

$$٨ = \frac{(٩أ + ٩) - (أ + ١)}{٢}$$

$$١٦ = ٨أ + ٨ \Leftarrow ١٦ = ٨أ + ٨$$

$$٨ = ٨أ \Leftarrow$$

$$أ = ١$$

(١٩) إذا كان :
جسيم يتحرك حسب العلاقة :
$ف(ن) = \frac{٢أ}{ن + ١}$
وكانت سرعته المتوسطة تساوي (٩ م/ث) خلال الفترة الزمنية $[٠ ، ١]$ ث
عن أي قيمة $أ$ ؟

الحل : $\overline{ع} = \frac{\Delta ف}{\Delta ن}$

$$٩ = \frac{ف(ن_٢) - ف(ن_١)}{ن_٢ - ن_١}$$

$$٩ = \frac{ف(١) - ف(٠)}{١ - ٠}$$

$$٩ = \frac{\left(\frac{٢أ}{١ + ١}\right) - \left(\frac{٢أ}{٠ + ١}\right)}{١}$$

$$٩ = \frac{\left(\frac{٢أ}{٢}\right) - (٢أ)}{١}$$

$$٩ = أ - ٢أ \Leftarrow -أ = ٩$$

$$أ = -٩$$

Scanned by CamScanner

مهارات الرياضيات

وحدة التفاضل

مجموعة أوراق عمل في مبحث الرياضيات

الفرع : ثاني ثانوي أدبي وإدارة معلوماتية والتعليم الصحي

المشتقة الأولى باستخدام التعريف العام :

١ رموزها :

الاقتران	المشتقة الأولى
$ق(س)$	$ق'(س)$
$هـ(س)$	$هـ'(س)$
$ص$	$ص'$
$ص$	$\frac{د ص}{د س}$

٢ أسماؤها : ① قد تُطلب صريحة .
اوجدي $ق'(س)$ .....
② قد تُطلب بـ: ميل المماس .

٣ قانونها

$$ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$$

لا تُستخدم هذا القانون إلا اذا طلب السؤال ايجاد المشتقة الأولى باستخدام التعريف العام للمشتقة الاولى .

خطوات الحل على القانون :

① نكتب القانون: $ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

② القانون فارغ: $ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{(\quad) - (\quad)}{هـ}$

③ نعوض: $ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{(\quad) - (\text{السؤال الي جاء})}{هـ}$

④ نقلك الاقواس : ونضيع بعد اختصار عوامل $(هـ)$ مكان كل $هـ$ تبقى العدد حزر

امثلة :

١ : اذا كان :
$ق(س) = ٦س + ٣$
أوجدي : $ق'(س)$ باستخدام التعريف العام للمشتقة الاولى ؟

الاجابة :

① قانون: $ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

② فارغ: $ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{(\quad) - (\quad)}{هـ}$

③ نعوض: $ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{٦(س+هـ)+٣ - (٦س+٣)}{هـ}$

④ نقلك الاقواس :
$ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{٦س + ٦هـ + ٣ - ٦س - ٣}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{٦هـ}{هـ}$

$ق'(س) = ٦$

٢ : اذا كان :
$ق(س) = ٨ - ٥س$.
اوجدي : $ق'(س)$ باستخدام التعريف العام للمشتقة الاولى ؟

الاجابة ← للخلف

تميز بـ : أحمد حسن

Scanned by CamScanner

مهارات الرياضيات

وحدة التفاضل

مجموعة أوراق عمل في مبحث الرياضيات

الفرع : ثاني ثانوي أدبي وإدارة معلوماتية والتعليم الصحي

① قانون: $د'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{د(س+هـ) - د(س)}{هـ}$

② فارغ: $د'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{(\quad)-(\quad)}{هـ}$

③ تعويض: $د'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{(8-د(س+هـ))-(8-د(س))}{هـ}$

④ تعلم الاقواس:

$د'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{8 - د(س+هـ) - 8 + د(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{-د(س+هـ) + د(س)}{هـ} = -(-د(س)) = د(س)$

∴ $د'(س) = د(س)$

٣| إذا كان:

$د(س) = س^٣ - ٤$

أوجدي: $د'(س)$ باستخدام التعريف العام للمشتقة الأولى ؟

الإجابة:

① قانون: $د'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{د(س+هـ) - د(س)}{هـ}$

② فارغ: $د'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{(\quad)-(\quad)}{هـ}$

③ تعويض: $د'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{(س+هـ)^٣ - ٤) - (س^٣ - ٤)}{هـ}$

هام جداً: في السؤال التربيعي نحتاج لـ:

① $(س+هـ)^٢ = س^٢ + هـ^٢ + ٢سهـ$

② تخرج $(هـ)$ عامل مشترك وتختصر مع $(هـ)$ في المقام

③ يبقى حرف $(هـ)$ نضع بدلاً عنها صفراً

لنعود الآن لخطوة (٤)

④ نقل الاقواس:

$د'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{س^٣ + هـ^٣ + ٣س^٢هـ + ٣سهـ^٢ - ٤ - س^٣ + ٤}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{هـ^٣ + ٣س^٢هـ + ٣سهـ^٢}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{هـ(هـ^٢ + ٣س^٢ + ٣سهـ)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} (هـ^٢ + ٣س^٢ + ٣سهـ)$

$= ٠ + ٣س^٢ + ٠ = ٣س^٢$

∴ $د'(س) = ٣س^٢$

٤| إذا كان:

$د(س) = ٣س - س^٣$

أوجدي: $د'(٤)$ باستخدام التعريف العام للمشتقة الأولى ؟

الإجابة:

* هنا المطلوب $د'(٤)$ ← يفضل أن نجد أولاً $د'(س)$ ثم نعوض العدد (٤).

الآن إلى الخطوات:

① قانون: $د'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{د(س+هـ) - د(س)}{هـ}$

② فارغ: $د'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{(\quad)-(\quad)}{هـ}$

تميز بـ : أحمد حسن

Scanned by CamScanner

مهارات الرياضيات

وحدة التفاضل

مجموعة أوراق عمل في مبحث الرياضيات

الفرع : ثاني ثانوي أدبي وإدارة معلوماتية والتعليم الصحي

③ نعوض :

$$\text{حدَ}(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{(3(س+هـ)^2 - (س+هـ)) - (3س^2 - س)}{هـ}$$

④ تربيعي نتبع نفس الأسلوب :

نفك الأقواس

$$\text{حدَ}(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{3(س^2 + 2سهـ + هـ^2) - (س+هـ) - (3س^2 - س)}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{3س^2 + 6سهـ + 3هـ^2 - س - هـ - 3س^2 + س}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{6سهـ + 3هـ^2 - هـ}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{هـ(6س + 3هـ - 1)}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to 0} (6س + 3هـ - 1)$$

$$= 6س - 1$$

$$\therefore \text{حدَ}(س) = 6س - 1$$

استنتاج المطلوب :

$$\text{حدَ}(4) = 6 \times 4 - 1 = 23$$

هام جداً : في السؤال العكسي نحتاج لـ :

① $(س+هـ)^3 = س^3 + هـ^3 + 3س^2هـ + 3سهـ^2$

② نخرج (هـ) عامل مشترك ونختصره مع (هـ) مخرج التفاضل .

③ يمكن مرحلتي (هـ)، ($هـ^2$) فضعهما بدلاً منهما أصفاراً .

نعود لخطوة (④) :

④ نفك الأقواس :

$$\text{حدَ}(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{هـ^3 + 3س^2هـ + 3سهـ^2 + 3س^2هـ + 3هـ^2 + 3سهـ^2}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{هـ^3 + 3س^2هـ + 3سهـ^2}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{هـ(هـ^2 + 3س^2 + 3سهـ)}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to 0} (هـ^2 + 3س^2 + 3سهـ)$$

$$= (0)^2 + 3س^2 + 3س(0)$$

$$= 0 + 3س^2 + 0$$

$$= 3س^2$$

$$\therefore \text{حدَ}(س) = 3س^2$$

هـ: إذا كان :

$$\text{حدَ}(س) = س^3 + 5$$

أوجدي : حدَ(س) باستخدام التعريف لها

للمرة الأولى ؟

الإجابة :

① قانون : $\text{حدَ}(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{\text{حدَ}(س+هـ) - \text{حدَ}(س)}{هـ}$

② فارغ : $\text{حدَ}(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{(\quad) - (\quad)}{هـ}$

③ نعوض : $\text{حدَ}(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{(س+هـ)^3 + 5 - (س^3 + 5)}{هـ}$

تهيز بـ : أحمد حسن

Scanned by CamScanner

⑥ إذا كان: ص = ٢س³ − ١

أوجد $\frac{ص}{س}$ عندما س = ١ باستخدام التعريف العام للمشتقة الأولى.

الحل: نجد أولاً $\frac{ص}{س}$ ثم نفوض العدد (١)

① قانون: $\frac{ص}{س} = \lim_{هـ \to 0} \frac{د(س+هـ) - د(س)}{هـ}$

② فارغ: $\frac{ص}{س} = \lim_{هـ \to 0} \frac{(\quad) - (\quad)}{هـ}$

③ نفوض: $\frac{ص}{س} = \lim_{هـ \to 0} \frac{٢(س+هـ)^{٣} - ١ - (٢س^{٣} - ١)}{هـ}$

④ نقلع:

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{٢س^{٣} + ٦س^{٢}هـ + ٦سهـ^{٢} + ٢هـ^{٣} - ١ - ٢س^{٣} + ١}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{٦س^{٢}هـ + ٦سهـ^{٢} + ٢هـ^{٣}}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{هـ(٦س^{٢} + ٦سهـ + ٢هـ^{٢})}{هـ}$$

$$= ٦س^{٢} + ٦س(٠) + ٢(٠)^{٢}$$

$$= ٦س^{٢} + ٠ + ٠$$

$$\therefore \left[\frac{ص}{س}\right]_{س=١} = ٦س^{٢} \Rightarrow ٦(١)^{٢} = ٦$$

⑦ إذا كان: $د(س) = \frac{٣}{س}$ ، س ≠ صفر

أوجد: د′(س) باستخدام التعريف العام للمشتقة الأولى ؟

الحل:

① قانون: $د'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{د(س+هـ) - د(س)}{هـ}$

② فارغ: $د'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{(\quad) - (\quad)}{هـ}$

③ نفوض: $د'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{\frac{٣}{س+هـ} - \frac{٣}{س}}{هـ}$

④ بتوحيد المقامات:

- نفتح (٦) أقواس
- نقفز آخر حرف (هـ)
- ثم نختصر حرف (هـ)

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{(٣)(س) - (٣)(س+هـ)}{(س+هـ)(س)} \quad \text{نقفز بالحل}$$

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{٣س - ٣س - ٣هـ}{(س+هـ)(س)هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{-٣هـ}{(س+هـ)(س)هـ}$$

$$= \frac{-٣}{(س+٠)(س)} = \frac{-٣}{س^{٢}}$$

Scanned by CamScanner

⑧ إذا كان : $د(س) = \frac{٥}{١-س}$ ، $س \neq ١$

أوجد : $د'(٤)$ باستخدام التعريف العام للنهاية الأولى ؟

الحل: ① قانون : $د'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{د(س+هـ) - د(س)}{هـ}$

② فارغ : $د'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{(\quad)-(\quad)}{هـ}$

③ بعوض : $د'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{\left(\frac{٥}{١-(س+هـ)}\right) - \left(\frac{٥}{١-س}\right)}{هـ}$

④ بتوحيد المقامات :

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٥(١-س) - ٥(١-س-هـ)}{(١-س-هـ)(١-س)}$ ÷ هـ

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٥ - ٥س - ٥ + ٥س + ٥هـ}{(١-س-هـ)(١-س)(هـ)}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٥هـ}{(١-س-هـ)(١-س)(هـ)}$

$= \frac{٥}{(١-س)(١-س)}$

$د'(س) = \frac{٥}{(١-س)^٢}$

$\therefore د'(٤) = \frac{٥}{(١-٤)^٢} = \frac{٥}{٩}$

⑨ إذا كان :

$د(س) = ٧٥س$ ، $س \in ح$

أوجد : $د'(س)$ باستخدام التعريف العام للنهاية الأولى

الحل: ① قانون : $د'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{د(س+هـ) - د(س)}{هـ}$

② فارغ : $د'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{(\quad)-(\quad)}{هـ}$

③ بعوض : $د'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{٧٥(س+هـ) - ٧٥س}{هـ}$

④ نضرب بالمرافق : لأنه جذر يتبعي:

$د'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{٧٥(س+هـ) - ٧٥س}{هـ} \times \frac{\sqrt{٧٥(س+هـ)} + \sqrt{٧٥س}}{\sqrt{٧٥(س+هـ)} + \sqrt{٧٥س}}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{(٧٥(س+هـ)) - (٧٥س)}{(هـ)(\sqrt{٧٥(س+هـ)} + \sqrt{٧٥س})}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٥(س+هـ) - ٥س}{(هـ)(\sqrt{٧٥(س+هـ)} + \sqrt{٧٥س})}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٥س + ٥هـ - ٥س}{(هـ)(\sqrt{٧٥(س+هـ)} + \sqrt{٧٥س})}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٥هـ}{(هـ)(\sqrt{٧٥(س+هـ)} + \sqrt{٧٥س})}$

$= \frac{٥}{\sqrt{٧٥س} + \sqrt{٧٥س}} = \frac{٥}{٢\sqrt{٧٥س}}$

Scanned by CamScanner

(١٠) إذا كان:
$\text{ق}(س) = \sqrt{٤٧ - س - ٣}$ ، $س < \frac{٣}{٤}$
أوجد: $\text{ق}'(٣)$ باستخدام التعريف العام للمشتقة الأولى ؟

الحل: ① قانون: $\text{ق}'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{\text{ق}(س+هـ) - \text{ق}(س)}{هـ}$

② فارغ: $\text{ق}'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{(\quad) - (\quad)}{هـ}$

③ تفويض: $\text{ق}'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{\sqrt{٤٧ - ٣ - (س+هـ)} - \sqrt{٤٧ - ٣ - س}}{هـ}$

④ نضرب بمرافقة: مرافقة $= \sqrt{٤٧ - ٣ - (س+هـ)} + \sqrt{٤٧ - ٣ - س}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٤٧ - ٣ - (س+هـ) - ٤٧ + ٣ + س}{هـ(\sqrt{٤٧ - ٣ - (س+هـ)} + \sqrt{٤٧ - ٣ - س})}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{-هـ}{هـ(\sqrt{٤٧ - ٣ - (س+هـ)} + \sqrt{٤٧ - ٣ - س})}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{-١}{\sqrt{٤٧ - ٣ - (س+هـ)} + \sqrt{٤٧ - ٣ - س}}$

$= \frac{-١}{\sqrt{٤٧ - ٣ - س} + \sqrt{٤٧ - ٣ - س}}$

$= \frac{-١}{٢\sqrt{٤٧ - ٣ - س}}$

$\therefore \text{ق}'(٣) = \frac{-١}{٢\sqrt{٤٧ - ٣ - ٣}} = \frac{-١}{٢\sqrt{٤٧ - ٦}} = \frac{-١}{٢\sqrt{٤١}}$

(١١) إذا كان:
$\text{ق}(س) = ١٦$
أوجد: $\text{ق}'(س)$ باستخدام التعريف العام للمشتقة الأولى ؟

الحل:
① قانون: $\text{ق}'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{\text{ق}(س+هـ) - \text{ق}(س)}{هـ}$

② تفويض: $\text{ق}'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{(١٦) - (١٦)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٠}{هـ}$ صفر = صفر.

عزيزي الطالب/ الطالبة:
يمكنك استخدام القانون الآخر
$\text{ق}'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{\text{ق}(ع) - \text{ق}(س)}{ع - س}$
لإيجاد المشتقة الأولى باستخدام التعريف العام للمشتقة الأولى.

Scanned by CamScanner

مسائل تربط بين: معدّل التغير ومعدّل التغير الآني

هام جداً: $\text{ه}'(\text{س}) = \text{نهـا}_{\text{هـ}\to 0} (\text{معدّل التغير})$

(أو) $\text{ه}'(\text{س}) = \text{نهـا}_{\Delta\text{س}\to 0} (\text{معدّل التغير})$

أمثلة: إذا كان

(١) معدّل التغير في الفترة $[\text{س}, \text{س}+\text{هـ}]$ عندما تتغير س

$\text{ه}(\text{س})$ عندما تتغير س من (س) إلى $(\text{س}+\text{هـ})$ يساوي:

$3\text{س}^2 + 3\text{س}\,\text{هـ} + \text{هـ}^2$

أوجد: $\text{ه}'(\text{س})$

الحل: معطى لنا معدّل التغير جاهز

ويساوي: $3\text{س}^2 + 3\text{ك}\,\text{هـ} + \text{هـ}^2$

$\therefore \text{ه}'(\text{س}) = \text{نهـا}_{\text{هـ}\to 0} (\text{معدّل التغير})$

$= \text{نهـا}_{\text{هـ}\to 0} (3\text{س}^2 + 3\text{ك}\,\text{هـ} + \text{هـ}^2)$

$= 3\text{س}^2 + 3\text{س}(0) + (0)^2$

$= 3\text{س}^2 + 0 + 0$

$= 3\text{س}^2$

(٢) إذا كان: التغير في الفترة $\Delta\text{س}$ عندما تتغير س $= \text{ه}(\text{س})$

من (س) إلى $(\text{س}+\text{هـ})$ يساوي:

$2\text{س}\,\text{هـ} - 5\text{هـ} + \text{هـ}^2$

أوجد: (أ) معدّل التغير.

(ب) $\text{ه}'(\text{س})$

(جـ) $\text{ه}'(6)$

الحل: معطى لنا: التغير في الفترة $\Delta\text{ص} = 2\text{ك}\,\text{هـ} - 5\text{هـ} + \text{هـ}^2$

$\text{س}_1 = \text{س}$

$\text{س}_2 = \text{س} + \text{هـ}$

نجد: $\Delta\text{س} = \text{س}_2 - \text{س}_1 = \text{س} + \text{هـ} - \text{س} = \text{هـ}$

(أ) معدّل التغير $= \frac{\Delta\text{ص}}{\Delta\text{س}} = \frac{2\text{ك}\,\text{هـ} - 5\text{هـ} + \text{هـ}^2}{\text{هـ}}$

$= \frac{\text{هـ}(2\text{س} - 5 + \text{هـ})}{\text{هـ}}$

معدّل التغير $= 2\text{س} - 5 + \text{هـ}$

(ب) $\text{ه}'(\text{س}) = \text{نهـا}_{\text{هـ}\to 0} (\text{معدّل التغير})$

$= \text{نهـا}_{\text{هـ}\to 0} (2\text{س} - 5 + \text{هـ})$

$= 2\text{س} - 5 + 0$

$\text{ه}'(\text{س}) = 2\text{س} - 5$

(جـ) $\text{ه}'(6) = 2 \times 6 - 5$

$= 12 - 5 = 7$

Scanned by CamScanner

مهارات الرياضيات

وحدة التفاضل

مجموعة أوراق عمل في مبحث الرياضيات

الفرع : الأدبي والإدارة المعلوماتية

قواعد الاشتقاق السريع:

قاعدة (١):

إذا كان: $ق(س) = جـ$ ← ثابتة

فإن: $ق'(س) =$ صفر

أمثلة:

$ق(س)$	$ق'(س)$
١) $ق(س) = ٥$	$ق'(س) =$ صفر
٢) $ق(س) = -٢$	$ق'(س) =$ صفر
٣) $ق(س) = \frac{١}{٤}$	$ق'(س) =$ صفر
٤) $ق(س) = \sqrt{١٢}$	$ق'(س) =$ صفر
٥) $ق(س) = \pi^{٢}$	$ق'(س) =$ صفر
٦) $ق(س) = P^{٥}$ ، P ثابتة	$ق'(س) =$ صفر
٧) $ق(س) = ب^{٦}$ ، ب ثابتة	$ق'(س) =$ صفر
٨) $ق(س) = جـ^{١٢}$ ، جـ ثابتة	$ق'(س) =$ صفر

قاعدة (٢):

إذا كان: $ق(س) = س^{ن}$

فإن: $ق'(س) = ن\ س^{ن-١}$

↓

نُنزل الأسّ ونطرح من الأسّ واحد.

أمثلة:

$ق(س)$	$ق'(س)$
١) $ق(س) = س^{٦}$	$ق'(س) = ٦\ س^{٦-١} = ٦\ س^{٥}$
٢) $ق(س) = س^{١٢}$	$ق'(س) = ١٢\ س^{١١}$
٣) $ق(س) = س^{٨}$	$ق'(س) = ٨\ س^{٧}$
٤) $ق(س) = ٢\ س^{٥}$	$ق'(س) = ٥ \times ٢\ س^{٤} = ١٠\ س^{٤}$
٥) $ق(س) = ٦\ س^{٣}$	$ق'(س) = ٣ \times ٦\ س^{٢} = ١٨\ س^{٢}$
٦) $ق(س) = ٤\ س^{٧}$	$ق'(س) = ٧ \times ٤\ س^{٦} = ٢٨\ س^{٦}$
٧) $ق(س) = ٥\ س$	$ق'(س) = ٥$

قاعدة (٣): مشتقة المجموع والطرح:

إذا: $ق(س) = هـ(س) \pm ل(س)$

$ق'(س) = هـ'(س) \pm ل'(س)$

= نشتق كل لوحده

أمثلة:

$ق(س)$	$ق'(س)$
١) $ق(س) = ٣\ س^{٧} + ٤\ س^{٦}$	$ق'(س) = ٢١\ س^{٦} + ٢٤\ س^{٥}$
٢) $ق(س) = س^{٨} - ١٢\ س^{٣}$	$ق'(س) = ٨\ س^{٧} - ٣٦\ س^{٢}$
٣) $ق(س) = س^{٤} + ٧$	$ق'(س) = ٤\ س^{٣}$

تمنياتي بـ: أحمد حسن

Scanned by CamScanner

مهارات الرياضيات

وحدة التفاضل

مجموعة أوراق عمل في مبحث الرياضيات

الفرع : الأدبي والإدارة المعلوماتية

٤) $ق(س)=٢س^{٥}-٣س^{٢}+٧س-١$	$ق'(س)=١٠س^{٤}-٦س+٧$
٥) $ق(س)=٤س^{٦}+٣س^{٣}-٦س$	$ق'(س)=٢٤س^{٥}+٩س^{٢}-٦$
٦) $ق(س)=٣س^{٧}+١١س^{٣}-٨س$	$ق'(س)=١٤س^{٦}+٣٣س^{٢}-٨$
٧) $ق(ص)=-٧ص+١$	$ق'(ص)=-٧$
٨) $ق(س)=-٣-٦س$	$ق'(س)=-٦$
٩) $ق(س)=٧س^{٢}-٥$	$ق'(س)=١٤س$
١٠) $ق(س)=\frac{١}{٨}س^{٨}+س$ م: نابعة	$ق'(س)=س^{٧}+٠$ $=س^{٧}$
١١) $ق(س)=\frac{١}{٩}س^{٩}+ب^{٣}+د^{٥}$ ب، د: ثابتة	$ق'(س)=\frac{٩}{٩}س^{٨}+٠+٠$ $=س^{٨}$
١٢) $ق(س)=\frac{١}{س^{٥}}$	$ق'(س)=-٥س^{-٥-١}=-٥س^{-٦}$ $=\frac{-٥}{س^{٦}}$
١٣) $ق(س)=\frac{-٧}{س}$	$ق'(س)=-٧س^{-١-١}=-٧س^{-٢}$ $=\frac{-٧}{س^{٢}}$
١٤) $ق(س)=-٢س^{-٣}$	$ق'(س)=-٦س^{-٣-١}=-٦س^{-٤}$ $=\frac{-٦}{س^{٤}}$
١٥) $ق(س)=٨س^{-١١}$	$ق'(س)=-٨٨س^{-١٢}=\frac{-٨٨}{س^{١٢}}$
١٦) $ق(س)=-٣س^{-٧}+٤س^{-٣}$	$ق'(س)=٢١س^{-٨}-١٢س^{-٤}$ $=\frac{٢١}{س^{٨}}-\frac{١٢}{س^{٤}}$
١٧) $ق(س)=٤س^{-٧}+١١س^{٢}$	$ق'(س)=-٢٨س^{-٨}+٢٢س$ $=\frac{-٢٨}{س^{٨}}+٢٢س$
١٨) $ق(س)=\frac{١}{٤}س^{٤}$	$ق'(س)=\frac{١}{٤}\times ٤س^{٣}=س^{٣}$

قاعدة (٤): مشتقة حاصل الضرب:

فإن: $ق(س)=هـ(س)\times ل(س)$

$ق'(س)=هـ(س)\times ل'(س)+ل(س)\times هـ'(س)$

$=$ (الأول) (مشتقة الثاني) + (الثاني) (مشتقة الأول)

أمثلة:

① إذا كان: $ق(س)=(س^{٣}+١)(٢س)$

أوجدي: $ق'(س)$ ؟

الإجابة: العملية (×): نشتقه يتكون من (4) أقواس

$ق'(س)=$ (الأول)(مشتقة الثاني) + (الثاني)(مشتقة الأول)

$=(س^{٣}+١)(٢)+(٢س)(٣س^{٢})$

$=٢س^{٣}+٢+٦س^{٣}$

$=٨س^{٣}+٢$

② إذا كان: $ق(س)=(س^{٥}+٣)(٤س-١)$

أوجدي: $ق'(س)$ ؟

تميز بـ : أحمد حسن

Scanned by CamScanner

مهارات الرياضيات

وحدة التفاضل

مجموعة أوراق عمل في مبحث الرياضيات

الفرع : الأدبي والإدارة المعلوماتية

الإجابة: العملية ⊗: نشتقه بقانون ضرب (4) أقواس

$$\text{مقدار}(س) = (\text{اول})(\text{مشتقة ثاني}) + (\text{ثاني})(\text{مشتقة اول})$$

$$= (س^5 + 3)(4) + (4س - 1)(5س^4)$$

$$= 4س^5 + 12 + 20س^4 - 5س^4$$

$$= 24س^5 + 15س^4 + 12 .$$

③ إذا كان:

$$ص = (س^6 - س^4)(س^3 + س^2)$$

أوجدي: $\frac{د ص}{د س}$ ؟

الإجابة: العملية ⊗: نشتقه بقانون ضرب (4) أقواس

$$\frac{د ص}{د س} = (\text{اول})(\text{مشتقة ثاني}) + (\text{ثاني})(\text{مشتقة اول})$$

$$= (س^6 - س^4)(3س^2 + 2) + (س^3 + س^2)(6س^5 - 4س^3)$$

$$= 3س^8 - 2س^6 - 3س^4 + 2س^2 + 6س^8 - 4س^6 + 6س^7 - 4س^5$$

$$= 9س^8 + 6س^7 - 6س^6 - 4س^5 - 3س^4 + 2س^2 .$$

④ إذا كان:

$$\text{مقدار}(س) = (س^4 + 2)(س^3 - 1)$$

أوجدي: مقدار(1) ؟

الإجابة: العملية ⊗: نشتقه بقانون ضرب (4) أقواس .

مقدار(س) = (اول)(مشتقة ثاني) + (ثاني)(مشتقة اول)

مقدار(ع) = $(س^4 + 2)(3ع^2) + (س^3 - 1)(4ع^3)$

للداخلي فقط الأقواس، لأن المطلوب هو مقدار(1) .

∴ مقدار(1) = $(1^4 + 2)(3ع^2) + (1^3 - 1)(4ع^3)$

$= (1+2)(3) + (1-1)(4)$

$= 3 \times 3 + 0 \times 4$

$= 9 + 0 = 9$ ⑨ .

⑤ إذا كان:

$$ص = (2س - 3)(س + 6)$$

أوجدي: ميل المماس عند س = 2 ؟

الإجابة: عبارة ميل المماس معناها $\frac{د ص}{د س}$.

$$\frac{د ص}{د س} = (\text{اول})(\text{مشتقة ثاني}) + (\text{ثاني})(\text{مشتقة اول})$$

$= (2)(س + 6) + (1)(س - 3)$.

∴ ميل المماس $= (2)(2+6) + (1)(2-3)$

$= (4)(8) + (1)(-1)$

$= 32 - 1$

$= 31$ ⑪

تميز بـ : أحمد حسن

Scanned by CamScanner

مهارات الرياضيات

وحدة التفاضل

مجموعة أوراق عمل في مبحث الرياضيات

الفرع : الأدبي والإدارة المعلوماتية

قاعدة (٥) : مشتقة حاصل القسمة :

الحالة (١) : إذا كان $هـ(س) = \frac{و(س)}{ل(س)}$ ← بسط يحوي (س) ← $و(س)$ ، مقام يحوي (س) ← $ل(س)$

فإن :

$$هـ'(س) = \frac{(\text{مقام})(\text{مشتقة البسط}) - (\text{بسط})(\text{مشتقة المقام})}{(\text{مقام})^{٢}}$$

الحالة (٢) : إذا كان : $هـ(س) = \frac{ب}{ل(س)}$ ← $ب$ ثابتة لا يحوي (س) ، مقام يحوي (س) ← $ل(س)$

فإن :

$$هـ'(س) = \frac{-(\text{الثابتة})(\text{مشتقة المقام})}{(\text{المقام})^{٢}}$$

الحالة (٣) : إذا كان : $هـ(س) = \frac{و(س)}{ب}$ ← بسط يحوي (س) ← $و(س)$ ، $ب$ ثابتة لا يحوي (س)

فإن : $هـ'(س) = \frac{\text{مشتقة البسط فقط}}{\text{الثابتة نفسها}}$

أمثلة : ① إذا كان : $هـ(س) = \frac{١ + ٥س}{٣ - ٥س}$ ← بسط يحوي (س) ، مقام يحوي (س)

أوجد : $هـ'(س)$ ؟

الإجابة :

$$هـ'(س) = \frac{(\text{مقام})(\text{مشتقة البسط}) - (\text{بسط})(\text{مشتقة المقام})}{(\text{مقام})^{٢}}$$

$$= \frac{(٣ - ٥س)(٥) - (١ + ٥س)(-٥)}{(٣ - ٥س)^{٢}}$$

$$= \frac{١٥ - ٢٥س + ٥ + ٢٥س}{(٣ - ٥س)^{٢}}$$

$$= \frac{٢٠}{(٣ - ٥س)^{٢}}$$

② إذا كان : $هـ(س) = \frac{٦ - س}{س^{٢} + ١}$ ← بسط يحوي (س) ، مقام يحوي (س)

أوجد : $هـ'(س)$ ؟

الإجابة :

$$هـ'(س) = \frac{(\text{مقام})(\text{مشتقة البسط}) - (\text{بسط})(\text{مشتقة المقام})}{(\text{مقام})^{٢}}$$

$$= \frac{(س^{٢} + ١)(-١) - (٦ - س)(٢س)}{(س^{٢} + ١)^{٢}}$$

$$= \frac{-س^{٢} - ١ - ١٢س + ٢س^{٢}}{(س^{٢} + ١)^{٢}}$$

$$= \frac{س^{٢} - ١٢س - ١}{(س^{٢} + ١)^{٢}}$$

تميز بـ : أحمد حسن

Scanned by CamScanner

مهارات الرياضيات

وحدة التفاضل

مجموعة أوراق عمل في مبحث الرياضيات

الفرع : الأدبي والإدارة المعلوماتية

③ إذا كان : $\text{قا}(س) = \frac{س^5 + س}{3 - س - 2}$ ، أوجد قا(هـ) ؟

الإجابة :

$$\text{قا}(س) = \frac{(\text{مقام})(\text{مشتقة البسط}) - (\text{بسط})(\text{مشتقة المقام})}{(\text{مقام})^2}$$

$$= \frac{(3س - 2)(5س^4 + 1) - (س^5 + س)(3)}{(3س - 2)^2}$$

بما أن المطلوب : قا(صفر) ، فلا داعي لفك الأقواس بل نعوض مباشرة

$$\text{قا}(0) = \frac{(3 \times 0 - 2)(5 \times 0^4 + 1) - (0^5 + 0)(3)}{(3 \times 0 - 2)^2}$$

$$= \frac{(-2)(0 + 1) - (0)(3)}{(-2)^2}$$

$$= \frac{-2 \times 1 - 0}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

⑤ إذا كان : $\text{قا}(س) = \frac{-2}{س^5 - 3س^2 + 7}$ ، أوجد قا(س) ؟

الإجابة :

$$\text{قا}(س) = \frac{-(\text{الثابت})(\text{مشتقة المقام})}{(\text{المقام})^2}$$

$$= \frac{-(-2)(5س^4 - 3 \times 2س)}{(س^5 - 3س^2 + 7)^2}$$

$$= \frac{2(5س^4 - 6س)}{(س^5 - 3س^2 + 7)^2}$$

$$= \frac{10س^4 - 12س}{(س^5 - 3س^2 + 7)^2}$$

⑥ إذا كان : $\text{قا}(س) = \frac{س^7 + 3س^2 - 3}{12}$ ، أوجد قا(س) ؟

الإجابة :

$$\text{قا}(س) = \frac{\text{مشتقة البسط}}{\text{الثابت المشتق}}$$

$$= \frac{7س^6 + 6س}{12}$$

④ إذا كان : $\text{قا}(س) = \frac{5}{س^4 + 3س - 1}$ ، أوجد قا(س) ؟

الإجابة :

$$\text{قا}(س) = \frac{-(\text{الثابت})(\text{مشتقة المقام})}{(\text{المقام})^2}$$

$$= \frac{-(5)(4س^3 + 3)}{(س^4 + 3س - 1)^2} = \frac{-20س^3 - 15}{(س^4 + 3س - 1)^2}$$

تميز بـ : أحمد حسن

Scanned by CamScanner

مهارات الرياضيات

وحدة التفاضل

مجموعة أوراق عمل في مبحث الرياضيات

الفرع : الأدبي والإدارة المعلوماتية

---

(٧) إذا كان :

$$ص = \frac{س^3 + 6س^2 - 8\sqrt{2}س + 11}{3}$$ ← بسط كل حد على ٣

أوجد : $\frac{د ص}{د س}$ ؟

الإجابة :

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{\text{مشتقة البسط}}{\text{الثابت نفسه}}$$

$$= \frac{3س^2 + 12\sqrt{2}س - 8}{3}$$

---

(٨) إذا كان :

$$ص = \frac{س^3 + 5}{3}$$ ، أوجد : ميل المماس عند $س = 4$ ؟

الإجابة : عبارة ميل المماس معناها $\frac{د ص}{د س}$

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{\text{مشتقة البسط}}{\text{الثابت نفسه}}$$

$$= \frac{3س^2}{3}$$

$$\therefore \frac{د ص}{د س} = س^2$$

$$\therefore \text{ميل المماس} = (4)^2 = 16$$

اشتقاق الجذور

هذا الدرس مشروح مرة سابقة في درس السلسلة

يوجد نوعين من الجذور :

١ الجذر التربيعي :

$$ص = \sqrt{ع(س)}$$

مشتقة = مشتقة ما بداخل الجذر / ٢ الجذر نفسه

$$= \frac{ع'(س)}{2\sqrt{ع(س)}}$$

← حفظ

٢ الجذر غير التربيعي :

يكون على صورة :

$$ص = \sqrt[ن]{س^م}$$

نتبع :

① نحوله إلى كسر : $ص = س^{\frac{م}{ن}}$

② نشتق كما تعودنا :

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{م}{ن} س^{\frac{م}{ن} - 1}$$

③ نرتب : $\frac{د ص}{د س} = \frac{\text{الداخلي}}{\text{الخارجي}}$ ← الخارج / الداخل

تميز بـ : أحمد حسن

Scanned by CamScanner

مهارات الرياضيات

وحدة التفاضل

مجموعة أوراق عمل في مبحث الرياضيات

الفرع : الأدبي والإدارة المعلوماتية

أمثلة: ① إذا كان: $ص = \sqrt{س^3 + 5س}$

أوجدي: $\frac{د ص}{د س}$ ؟

الإجابة: $ص = \sqrt{س^3 + 5س}$ جذر تربيعي

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{\text{مشتقه ما بداخل الجذر}}{2 \times \text{الجذر لنفسه}}$$

$$= \frac{3س^2 + 5}{2\sqrt{س^3 + 5س}}$$

② إذا كان:

$$ع(س) = \sqrt{س^5 - س^2 + 4س}$$

أوجدي: $ع'(س)$ ؟

الإجابة: $ع(س) = \sqrt{س^5 - س^2 + 4س}$ جذر تربيعي

$$ع'(س) = \frac{\text{مشتقه ما بداخل الجذر}}{2 \times \text{الجذر لنفسه}}$$

$$= \frac{5س^4 - 2س + 4}{2\sqrt{س^5 - س^2 + 4س}}$$

③ إذا كان:

$$ع(س) = \sqrt{س} + س^5 - س^2 + 4س - 1$$

أوجدي: $ع'(س)$ ؟

الإجابة: $ع'(س) = \frac{\text{مشتقه ما بداخل الجذر}}{2 \times \text{الجذر لنفسه}} + 5س^4 - 2س + 4$

$$= \frac{1}{2\sqrt{س}} + 5س^4 - 2س + 4$$

④ إذا كان:

$$ع(س) = \sqrt[3]{س^5}$$

أوجدي: $ع'(س)$ ؟

الإجابة: $ع(س) = \sqrt[3]{س^5}$

هذا جذر غير تربيعي

1) نحوله إلى كسر: $ع(س) = س^{\frac{5}{3}}$

نطرح $1 - \frac{5}{3}$

2) نشتقه: $ع'(س) = \frac{5}{3} س^{\frac{2}{3}}$

$$= \frac{5}{3} س^{\frac{2}{3}}$$

3) نرتبه: $ع'(س) = \frac{5}{3} \sqrt[3]{س^2}$

⑤ إذا كان:

$$ع(س) = \sqrt[4]{س^7}$$

أوجدي: $ع'(س)$ ؟

الإجابة: $ع(س) = \sqrt[4]{س^7}$

هذا جذر غير تربيعي

تميز بـ : أحمد حسن

Scanned by CamScanner

مهارات الرياضيات

وحدة التفاضل

مجموعة أوراق عمل في مبحث الرياضيات

الفرع : الأدبي والإدارة المعلوماتية

١ نحوله الى كسر : $ق(س) = س^{\frac{٧}{٤}}$

٢ نشتقه : $ق'(س) = \frac{٧}{٤} س^{\frac{٧}{٤}-١}$

$= \frac{٧}{٤} س^{\frac{٣}{٤}}$

٣ نرتب : $ق'(س) = \frac{٧}{٤} \sqrt[٤]{س^{٣}}$

⑥ اذا كان :

$ص = \sqrt[٤]{س^{٥}} + \sqrt[٥]{س^{٧}}$

أوجدي : ميل المماس عند $س = ١$ ؟

الاجابة : $ص = \sqrt[٤]{س^{٥}} + \sqrt[٥]{س^{٧}}$

هذا جذر تربيعي

١ نحوله الى كسر : $ص = س^{\frac{٥}{٤}} + س^{\frac{٧}{٥}}$

٢ نشتقه : $\frac{دص}{دس} = \frac{٥}{٤} س^{\frac{٥}{٤}-١} + \frac{٧}{٥} س^{\frac{٧}{٥}-١}$

$= \frac{٥}{٤} س^{\frac{١}{٤}} + \frac{٧}{٥} س^{\frac{٢}{٥}}$

٣ نرتب : $\frac{دص}{دس} = \frac{٥}{٤} \sqrt[٤]{س} + \frac{٧}{٥} \sqrt[٥]{س^{٢}}$

∴ ميل المماس $= \frac{٥}{٤} \sqrt[٤]{(١)} + \frac{٧}{٥} \sqrt[٥]{(١)^{٢}}$ عند $س = ١$

$= \frac{٥}{٤} \times ١ + \frac{٧}{٥} \times ١$

$= \frac{٥ \times ٥}{٤ \times ٥} + \frac{٧ \times ٤}{٥ \times ٤}$

$= \frac{٥٣}{٢٠}$

⑦ اذا كان :

$ق(س) = ٣ \sqrt[٥]{س^{٤} + ٥} + \sqrt[٥]{س^{٦}}$

أوجدي : $ق'(٣)$ ؟

الاجابة :

$ق(س) = ٣ \sqrt[٥]{س^{٤} + ٥} + \sqrt[٥]{س^{٦}}$

جذر تربيعي — جذر تربيعي

١ نحوله الى كسر :

$ق(س) = ٣ (س^{٤} + ٥)^{\frac{١}{٥}} + س^{\frac{٦}{٥}}$

٢ نشتقه : مشتق الداخل × مشتق الخارج

$ق'(س) = ٣ \times \frac{١}{٥} (س^{٤} + ٥)^{\frac{١}{٥}-١} \times ٢س + \frac{٦}{٥} س^{\frac{٦}{٥}-١}$

$= \frac{٦س}{٥ \sqrt[٥]{(س^{٤}+٥)^{٤}}} \times ٣ = \frac{٦}{٥} س^{\frac{١}{٥}}$

٣ نرتب :

$ق'(س) = \frac{٦س ٣}{٥ \sqrt[٥]{(س^{٤}+٥)^{٤}}} + \frac{٦}{٥} \sqrt[٥]{س}$

$\therefore ق'(٣) = \frac{٦ \times ٣}{٥ \sqrt[٥]{(٣)^{٤}+٥}} + \frac{٦}{٥} \sqrt[٥]{(٣)^{١}}$

$= \frac{٦}{٥} \sqrt[٥]{٢} + \frac{٦}{٨٧}$

$= \frac{٦}{٥} \sqrt[٥]{٢} + \frac{٢}{٣}$

$= \frac{٦}{٥} \sqrt[٥]{٢} + ٢$

تميز بـ : أحمد حسن

Scanned by CamScanner

مهارات الرياضيات

وحدة التفاضل

مجموعة أوراق عمل في مبحث الرياضيات

الفرع : الأدبي والإدارة المعلوماتية

اشتقاق الاقترانات الأساسية:

$ق(س)$	$ق'(س)$
① $ق(س) = جا س$	$ق'(س) = جتا س$
② $ق(س) = جتا س$	$ق'(س) = -جا س$
③ $ق(س) = ظا س$	$ق'(س) = قا^2 س$

أمثلة:

① إذا كان $ق(س) = جا س + جتا س - ظا س$

أوجد: $ق'(س)$ ؟

الجواب: $ق'(س) = جتا س - جا س - قا^2 س$

② إذا كان:

$ق(س) = س^5 جا س$ (اول × ثاني)

أوجد: $ق'(س)$ ؟

الجواب:

$ق'(س) = (اول)(مشتقة الثاني) + (الثاني)(مشتقة الاول)$

$= (س^5)(جتا س) + (جا س)(5س^4)$

$= س^5 جتا س + 5س^4 جا س$

③ إذا كان:

$ق(س) = جا س + جتا س - ظا س + 12$

أوجد: $ق'(س)$ ؟

الجواب:

$ق'(س) = 3 جتا س - 6 جا س - 12 قا^2 س$

④ إذا كان:

$ق(س) = \frac{3}{جا س + ظا س}$ ← ثابت ← مقام ← بسط

أوجد: $ق'(س)$ ؟

الجواب:

$ق'(س) = \frac{-(الثابت)(مشتقة المقام)}{(المقام)^2}$

$= \frac{-(3)(جتا س + قا^2 س)}{(جا س + ظا س)^2}$

⑤ إذا كان:

$ص = \frac{جا س + جتا س}{9}$ ← ثابت ← بسط

أوجد: $\frac{ص}{س}$ ؟

الجواب:

$\frac{ص}{س} = \frac{مشتقة البسط}{الثابت}$

⑥ إذا كان:

$ق(س) = \frac{س^5 جا س}{أ}$ ← ثابت ← بسط

أوجد: $ق'(س)$ ؟

الجواب:

$ق'(س) = \frac{(اول)(مشتقة الثاني) + (الثاني)(مشتقة الاول)}{أ}$

$= \frac{(س^5)(جتا س) + (جا س)(5س^4)}{أ}$

$= \frac{س^5 جتا س + 5س^4 جا س}{أ}$

⑦ إذا كان:

$ق(س) = 5 جتا س - \frac{1}{2} جا س + س^5 - 7$

أوجد: $ق'(س)$ ؟

الجواب: $ق'(س) = 5 جا س - \frac{1}{2} جتا س + 5س^4 - 0$

تعليم بـ : أحمد حسن

Scanned by CamScanner

مهارات الرياضيات

وحدة التفاضل

مجموعة أوراق عمل في مبحث الرياضيات

الفرع : الأدبي والإدارة المعلوماتية

$\frac{ص}{س} = \frac{جتا + جا}{٩}$:

⑦ إذا كان :

$ق(س) = \sqrt{جا + جتا}$ ← هذا جذر تربيعي

أوجدي : $ق'(س)$ ؟

الجواب : $ق'(س) = \frac{\text{مشتقه ما بداخل الجذر}}{٢ \times \text{الجذر نفسه}}$

$= \frac{جتا - جا}{٢\sqrt{جا + جتا}}$

⑧ إذا كان :

$ص = (هـ^{٣س} + جتا س)(ظا س)$

أول — ثاني

أوجدي : $\frac{ص}{س}$ ؟

الجواب : $\frac{ص}{س} = (\text{أول})(\text{مشتقة الثاني}) + (\text{الثاني})(\text{مشتقة الأول})$

$= (جا + جتا)(قا^٢) + (ظا)(جتا - جا)$

تعميم : عند اشتقاق الدائريات

مشتقة الدائري (بقاء الزاوية) (مشتقة الزاوية)

⑨ إذا كان :

$ق(س) = جا\pi + جتا\frac{\pi}{٤}$.

أوجدي : $ق'(س)$ ؟

الجواب :

$ق(س) = جا\pi + جتا\frac{\pi}{٤}$

لكن يوجد حرف (س) في ثابت .

$\therefore ق(س) = صفر + صفر$

$= صفر$.

Scanned by CamScanner

مهارات الرياضيات

مجموع اوراق عمل في مبحث الرياضيات

الفرع : الثاني الثانوي الأدبي — **وحدة التفاضل**

أمثلة تدريبية على قواعد الاشتقاق :

① إذا كان : $و(س) = \frac{15}{1+3س^2} + جتاس$

أوجد : $و'(س)$ ؟

الحل : $و'(س) = \frac{-(15)(6س)}{(1+3س^2)^2} + جتاس$

$= \frac{-90س}{(1+3س^2)^2} + جتاس$.

② إذا كان :

$ص = \frac{س^3+س^2-2}{9} + \frac{4-س}{3-2س}$.

أوجد : $\frac{ص}{س}$ ؟

الحل : $\frac{ص}{س} = \frac{(3س^2+2س)(9)-(-2)(-4)}{(3-2س)^2} + \frac{3س^2+2س}{9}$

$= \frac{8-24س-24س}{(3-2س)^2} + \frac{3س^2+2س}{9}$

$= \frac{8}{(3-2س)^2} + \frac{3س^2+2س}{9}$.

③ إذا كان :

$و(س) = (س^2+1)^{\frac{1}{2}}(5س-2)^{\frac{1}{3}} + \sqrt{1-3س}$

أوجد : $و'(س)$ ؟

الحل : $و'(س) = (س^2+1)^{\frac{1}{2}}(5)(\frac{1}{3})(5س-2)^{-\frac{2}{3}} + (5س-2)^{\frac{1}{3}}(\frac{1}{2})(1+س^2)^{-\frac{1}{2}}(2س) + \frac{-3}{2\sqrt{1-3س}}$

$= \frac{5}{3}(5س-2)^{-\frac{2}{3}} + \frac{س}{\sqrt{1+س^2}} - \frac{3}{2\sqrt{1-3س}}$.

④ إذا كان :

$ص = (1+س^3)^{\frac{1}{2}}(2-س) - جتا(1+2س)$.

أوجد : $\frac{ص}{س}$ ؟

الحل :

$\frac{ص}{س} = \frac{1}{2}(1+س^3)^{-\frac{1}{2}}(3س^2)(2-س) + (1+س^3)^{\frac{1}{2}}(-1) + جا(1+2س)(2)$

$= \frac{3س^2(2-س)}{2\sqrt{1+س^3}} - \sqrt{1+س^3} + 2جا(1+2س)$

$= \frac{3س^2-س^3}{2\sqrt{1+س^3}} - \frac{2+2س^3}{2\sqrt{1+س^3}} + 2جا(1+2س)$

$= \frac{-3س^3+3س^2-2}{2\sqrt{1+س^3}} + 2جا(1+2س)$.

⑤ إذا كان :

$و(س) = س^3 - 2س + 1$.

أوجد : ⓐ $و'(1)$ ؟

ⓑ معادلة المماس $(ل)$ التي تجعل $و'(س) = 7$

الحل : $و(س) = س^3 - 2س + 1$

نجد : $و'(س) = 3س^2 - 2$

ⓐ $و'(1) = 3(1)^2 - 2 = 3-2 = 1$ ✓

ⓑ $و'(س) = 3س^2 - 2$

نعلم أن $و'(س) = 7$ لنجد $س$

$7 = 3س^2 - 2$

$9 = 3س^2$

$3 = س^2$

$س = \pm\sqrt{3}$

$س = \sqrt{3}$ أو $س = -\sqrt{3}$

Scanned by CamScanner

⑥ إذا كان :

$ص = (٢س - ١)(٣ + ٢س)^{٢}$

أوجدي : ⓐ $\frac{د ص}{د س}$ عند $(٢ ، ٢١)$ ؟

ⓑ صيغة $ق(س_١)$ التي تجعل $ميل_{ط} = ميل_{١}$ مماسًا (١٢) ؟

الحل: $ص = (٢س - ١)(٣ + ٢س)^{٢}$

$\frac{د ص}{د س} = (٢)(٣ + ٢س)^{٢} + (٢س - ١)(٢)(٢)(٣ + ٢س)$

$= ٤س - ٢ + ٦ + ٤س$

$\frac{د ص}{د س} = ٨س + ٤$

ⓐ $\frac{د ص}{د س}]_{(٢ ، ٢١)} = ٨(٢) + ٤ = ١٦ + ٤ = ٢٠$

نأخذ فقط $س$ ، $ص$

ⓑ $ميل_{ط} = ميل_{١}$ هو نفسه $\frac{د ص}{د س} = ٨س + ٤$

$١٢ = ٨س_{١} + ٤$

$٨س_{١} = ٨$

$س_{١} = ١$

⑦ إذا كان :

$ه(س) = \frac{س}{س^{٢} + ٤}$

أوجدي : ⓐ $ه'(-١)$ ؟

ⓑ $ق(س_١)$ التي تجعل $ميل_{ط} = ميل_{١}$ مماسًا $(صفر)$ ؟

الحل: $ه(س) = \frac{س}{س^{٢} + ٤}$

$ه'(س) = \frac{(س^{٢} + ٤)(١) - (س)(٢س)}{(س^{٢} + ٤)^{٢}}$

$= \frac{س^{٢} + ٤ - ٢س^{٢}}{(س^{٢} + ٤)^{٢}} = \frac{-س^{٢} + ٤}{(س^{٢} + ٤)^{٢}}$

$ه'(س) = \frac{-س^{٢} + ٤}{(س^{٢} + ٤)^{٢}}$

ⓐ $ه'(-١) = \frac{-(-١)^{٢} + ٤}{((-١)^{٢} + ٤)^{٢}} = \frac{-١ + ٤}{(١ + ٤)^{٢}}$

$= \frac{٣}{(٥)^{٢}} = \frac{٣}{٢٥}$

ⓑ $ه'(س) = \frac{-س^{٢} + ٤}{(س^{٢} + ٤)^{٢}}$

نعوض صفر لنا جوابا

$\frac{صفر}{١} \neq \frac{-س^{٢} + ٤}{(س^{٢} + ٤)^{٢}}$

$-س^{٢} + ٤ = صفر$

$-س^{٢} = -٤$

$س^{٢} = ٤$

$س = ٢$ ، $س = -٢$

Scanned by CamScanner

⊛ إذا كان :
$هـ(٢) = ١$ ، $ل(٢) = ٤$
$هـ'(٢) = ٥$ ، $ل'(٢) = ٣$
إعتمدي على ذلك للإجابة عما يلي :

⑧ إذا كان :
$و(س) = هـ(س) + ل(س) - س^{٢} + ٥$
أوجدي : $و'(٢)$ ؟
الحل: $و'(س) = هـ'(س) + ل'(س) - ٢س + ٠$
$و'(٢) = هـ'(٢) + ل'(٢) - ٢(٢)$
$= ٥ + ٣ - ٤ = ٤$ ⑭

⑨ إذا كان :
$و(س) = ٣هـ(س) - ٤ل(س) + س^{٣}$
أوجدي : $و'(٣)$ ؟
الحل: $و'(س) = ٣هـ'(س) - ٤ل'(س) + ٣س^{٢}$
$و'(٢) = ٣هـ'(٢) - ٤ل'(٢) + ٣(٣)^{٢}$
$= ٣ \times ٥ - ٤ \times ٣ + ٣ \times ٤$
$= ١٥ - ١٢ + ١٢ = ١٥$ ⑮

⑩ إذا كان :
$و(س) = هـ(س) \cdot ل(س) - ٥س$
أوجدي : $و'(٢)$ ؟
الحل: $و'(س) = هـ(س) \cdot ل'(س) + ل(س) هـ'(س) - ٥$
$و'(٢) = هـ(٢) \cdot ل'(٢) + ل(٢) هـ'(٢) - ٥$
$= ١ \times ٣ + ٤ \times ٥ - ٥$
$= ٣ + ٢٠ - ٥ = ١٨$ ⑱

⑪ إذا كان : $و(س) = \frac{هـ(س)}{ل(س)}$ بسط يحوي $(س)$ ، مقام يحوي $(س)$
أوجدي : $و'(٢)$ ؟
الحل: $و'(س) = \frac{ل(س) هـ'(س) - (هـ(س))(ل'(س))}{(ل(س))^{٢}}$
$و'(٢) = \frac{ل(٢) \times هـ'(٢) - هـ(٢) \times ل'(٢)}{(ل(٢))^{٢}}$
$= \frac{٣ \times ١ - ٥ \times ٤}{(٤)^{٢}} = \frac{٣ - ٢٠}{١٦} = \frac{-١٧}{١٦}$

⑫ إذا كان : $و(س) = \frac{٨}{هـ(س)} + \sqrt{هـ(س) + ل(س)}$ بقية
أوجدي : $و'(٢)$ ؟
الحل: $و'(س) = \frac{-٨ \times هـ'(س)}{(هـ(س))^{٢}} + \frac{هـ'(س) + ل'(س)}{٢\sqrt{هـ(س) + ل(س)}}$
$و'(٢) = \frac{-٨ \times هـ'(٢)}{(هـ(٢))^{٢}} + \frac{هـ'(٢) + ل'(٢)}{٢\sqrt{هـ(٢) + ل(٢)}}$
$= \frac{-٨ \times ٥}{(١)^{٢}} + \frac{٣ + ٥}{٢\sqrt{١ + ٤}}$
$= -٣٥ + \frac{٨^{٤}}{٥\sqrt{٥}} = -٣٥ + \frac{٤}{\sqrt{٥}}$

Scanned by CamScanner

(١٢) إذا كان :
$ق(١) = ٣$ ، $هـ(١) = ٢$
$ق'(١) = ٤$ ، $هـ'(١) = ٦$
اعتمدي على ذلك للإجابة عما يلي :

(١٣) ما قيمة : $(ق + هـ)'(١)$ ← لرقم خارجي لتشتق العملية
⊕ كل لوحده

الحل : $ق'(١) + هـ'(١)$
$= ٤ + ٦$ ⑩

(١٤) ما قيمة : $\left[٢ق - ٣هـ + س^{٣} \right]'_{س=١}(١)$ ← لرقم خارجي لتشتق كل لوحده

الحل : $٢ق'(١) - ٣هـ'(١) + ٣(١)^{٢}$
$٢ \times ٤ - ٣ \times ٦ + ٣$
$= ٨ - ١٨ + ٣ = -١٠ + ٣$ ⑦

(١٥) ما قيمة : $(ق \times هـ)'(١)$ ← لرقم خارجي لتشتق بقانون
ق اول ، هـ ثاني

الحل : $ق(١) \times هـ'(١) + هـ(١) \times ق'(١)$
ثاني مشتقة اول ، اول مشتقة ثاني

$٣ \times ٦ + ٢ \times ٤$
$= ١٨ + ٨$ ⑯

(١٦) ما قيمة : $\left(\frac{ق}{هـ} \right)'(١)$ ← لرقم خارجي لتشتق .

الحل : مقام مضروب بمشتقة المقام ، بقانون
$$\frac{هـ(١) \times ق'(١) - ق(١) \times هـ'(١)}{(هـ(١))^{٢}}$$
مربع

$$= \frac{٢ \times ٤ - ٣ \times ٦}{ج(٢)} = \frac{٨ - ١٨}{٤} = \frac{-١٠}{٤}$$
$= \frac{-٥}{٢}$ ⑤

(١٧) $\left(\frac{٣}{ق} + \frac{هـ}{٧} \right)'(١)$ ← لرقم خارجي لتشتق

الحل : $\frac{-(٣) \times ق'(١)}{(ق(١))^{٢}} + \frac{هـ'(١)}{٧}$

$= \frac{-٤ \times ٣}{ج(٣)} + \frac{٦}{٧}$
$= \frac{-٣٦}{٢٧} + \frac{٦}{٧}$
$= \frac{-٨}{٢١} + \frac{١٨}{٢١} = \frac{-١٠}{٢١}$

(١٨) ما قيمة : $((ق \times هـ)(١))'$ ← لرقم داخلي لتشتق الجواب صفر لانه مشتقة عدد

الحل : $(ق(١) \times هـ(١))'$
$(٣ \times ٢)' = (٦)' =$ صفر

(١٩) ما قيمة : $(س^{٢} هـ + ق(١))'(١)$ ← لرقم خارجي لتشتق
اول ثاني ، ثابت مشتقة عدد

الحل : $س^{٢} \times هـ'(١) + هـ(١) \times ٢س + صفر$
عند ١ ، عند ١

$(١)^{٢} \times هـ'(١) + هـ(١) \times ٢(١)$
$١ \times ٦ + ٢ \times ٢ = ٦ + ٤$ ⑩

Scanned by CamScanner

استعاقة السلسلة:

النوع الأول: مشتقة (قوس) قوة

٣ حروف

∴ نفتح ٣ بيوت

$ص = (ق(س))^{ن}$

فإن: $\frac{د ص}{د س} = (ن)(ق(س))^{ن-1}$ (ق'(س))

نرتب $= (ن)(ق'(س))(ق(س))^{ن-1}$

① إذا كان: $ص = (-س^{٢}+٥)^{٣}$ قوة (قوس)

أوجد: $\frac{د ص}{د س}$ ؟

الحل: $\frac{د ص}{د س} = (٣)(-س^{٢}+٥)^{٢}(-٢س)$

$= (٣)(-٢س)(-س^{٢}+٥)^{٢}$

$= (-٦س)(-س^{٢}+٥)^{٢}$

② إذا كان: $ص = (\frac{٥}{س^{٣}}+س^{٣}-١)^{٤}$

أوجد $\frac{د ص}{د س}$ ؟ قوة (قوس)

الحل: نفتح (٣) بيوت

$\frac{د ص}{د س} = (٤)(\frac{٥}{س^{٣}}+س^{٣}-١)^{٣}(\frac{-١٥}{س^{٤}}+٣س^{٢})$

$= (٤)(\frac{٥}{س^{٣}}+٣س^{٢})(\frac{٥}{س^{٣}}+س^{٣}-١)^{٣}$

③ إذا كان: $ص = (جا٢س + ظا س)^{٩}$

أوجد: $\frac{د ص}{د س}$ ؟ قوة (قوس)

الحل: $\frac{د ص}{د س} = (٩)(جا٢س+ظا س)^{٨}$ (ظا(٢س)(٢)+قا^٢ س)

مشتقة

$= (٩)(جا٢س+ظا س)^{٨}(٢ظا٢س+قا^٢ س)$

$= (٩)(٢ظا٢س+قا^٢ س)(جا٢س+ظا س)^{٨}$

④ إذا كان: $ق(س) = (\frac{٥-س}{س^{٢}+١}+٤)^{٦}$

أوجد: ق'(س) ؟ قوة (قوس)

الحل: نفتح (٣) بيوت

$ق'(س) = (٦)(\frac{٥-س}{س^{٢}+١}+٤)^{٥}$ $\frac{(س^{٢}+١)(-١)-(٥-س)(٢س)}{(س^{٢}+١)^{٢}}$

$= (٦)(\frac{٥-س}{س^{٢}+١}+٤)^{٥}(\frac{-س^{٢}-١-١٠س+٢س^{٢}}{(س^{٢}+١)^{٢}})$

$= (٦)(\frac{٥-س}{س^{٢}+١}+٤)^{٥}(\frac{س^{٢}-١٠س-٥}{(س^{٢}+١)^{٢}})$

$= (٦)(\frac{٥-س+٤س^{٢}+٤}{س^{٢}+١})^{٥}(\frac{س^{٢}-١٠س-٥}{(س^{٢}+١)^{٢}})$

Scanned by CamScanner

⑤ إذا كان:
$هـ(س) = (س^3 + 2س - 1)^3$
أوجد: ⓐ $هـ'(0)$ ؟
ⓑ ميل $ظا_س$ عند $س = 0$ ؟
ⓒ المتجه الأول عند $(0، -1)$ ؟

الحل: $(قوة)^{قوة}$ نضع (3) بيوت
$هـ'(س) = (3)(س^3 + 2س - 1)^2 (3س^2 + 2)$
مشتقة
$هـ'(س) = (3)(3س^2 + 2)(س^3 + 2س - 1)^2$
الحل الفروع:
ⓐ $هـ'(0) = (3)(3(0)^2 + 2)((0)^3 + 2(0) - 1)^2$
$= (3)(0 + 2)(-1)^2$
$= 3 \times 2 \times 1 = 6$
ⓑ ميل $ظا_س$ عند $س = صفر$
معناها $هـ'(0)$ = وجدناها
⟸ فرع ⓐ الجواب ⑥
ⓒ المتجه الأول عند $(0، -1)$
معناها $هـ'(0)$
وجدناها
نفس جواب فرع ⓐ
⑥

⑥ إذا كان:
$ص = (\frac{5}{س} + س^2 - 6)^4$
أوجد: ⓐ $\frac{د ص}{د س}$ عندما $س = 1$ ؟
ⓑ ميل $ظا_س$ عند $س = 1$ ؟
ⓒ المتجه الأول عند $(1، 0)$ ؟

الحل: $(قوة)^{قوة}$ نضع (4) بيوت
$\frac{د ص}{د س} = (4)(\frac{5}{س} + س^2 - 6)^3 (\frac{-5}{س^2} + 2س)$
مشتقة
$= (4)(\frac{5}{س} + س^2 - 6)^3 (\frac{-5}{س^2} + 2س)$
$\frac{د ص}{د س} = (4)(\frac{-5}{س^2} + 2س)(\frac{5}{س} + س^2 - 6)^3$
ⓐ $[\frac{د ص}{د س}]_{س=1} = (4)(\frac{-5}{(1)^2} + 2(1))(\frac{5}{1} + (1)^2 - 6)^3$
$= (4)(-5 + 2)(5 + 1 - 6)^3$
$= (4)(-3)(0)^3 = -12 \times 0 = 0$ (12)
ⓑ ميل $ظا_س$ عند $س = 1$ ؟
معناها $[\frac{د ص}{د س}]_{س=1}$ ⟸ نفس الجواب لفرع ⓐ (12)
ⓒ المتجه الأول عند $(1، 0)$ ؟
$[\frac{د ص}{د س}]_{س=1}$ ⟸ الجواب نفس فرع ⓐ (12)
س نأخذ صفة أول من النقطة
ص

Scanned by CamScanner

⑦ إذا كان : $ق(س) = (٣س - ٢)^{٤}$

أوجد قيمة $(س_١)$ التي تجعل $ق'(س_١) = ١٢$

الحل : $ق'(س) = ٤(٣س - ٢)^{٣}(٣)$ قوس قوة

نفتح (٣) بيوت

$ق'(س) = (٤)(٣)(٣س - ٢)^{٣}$

$ق'(س) = (١٢)(٣س - ٢)^{٣}$

معطى لنا جوابها ⑫

$\therefore \frac{١٢}{١٢} = \frac{١٢(٣س - ٢)^{٣}}{١٢}$

$١ = (٣س - ٢)^{٣}$

نأخذ الجذر التكعيبي للطرفين :

$\sqrt[٣]{١} = \sqrt[٣]{(٣س - ٢)^{٣}}$

$١ = ٣س - ٢$

$+٢ \quad +٢$

$\frac{٣}{٣} = \frac{٣س}{٣}$

$س_١ = ١$

⑧ إذا كان : $ص = (٢س - ٤)^{٣}$

أوجد قيم $(س_١)$ التي تجعل ميل المماس مساويًا للعدد (٥٤)

الحل : $ص = (٢س - ٤)^{٣}$ قوس قوة

نفتح (٣) بيوت

$\frac{د ص}{د س} = (٣)(٢س - ٤)^{٢}(٢)$

$= (٣)(٣)(٢س - ٤)^{٢}$

$\frac{د ص}{د س} = (٦)(٢س - ٤)^{٢}$

لكن معطى لنا ميل المماس يساوي (٥٤)

$\frac{د ص}{د س} = (٦)(٢س - ٤)^{٢}$

$\frac{٥٤}{٦} = \frac{٦(٢س - ٤)^{٢}}{٦}$

$٩ = (٢س - ٤)^{٢}$

للطرفين نعطي جوابين هذي ٧

$\sqrt{٩} = \sqrt{(٢س - ٤)^{٢}}$

$\pm ٣ = ٢س - ٤$

اما : $+٣ = ٢س - ٤$

$+٤ \quad +٤$

$\frac{٧}{٢} = \frac{٢س}{٢}$

$س = \frac{٧}{٢}$

او : $-٣ = ٢س - ٤$

$+٤ \quad +٤$

$\frac{١}{٢} = \frac{٢س}{٢}$

$س = ١$

Scanned by CamScanner

⑨ إذا كان :
$ص = س^{٢}_{\text{اول}} (٥س - ١)^{٣}_{\text{ثاني}}$
اوجد : $\frac{ص}{س}$ ؟

الحل : $\frac{ص}{س} = (\text{اول})(\text{مشتقة ثاني}) + (\text{ثاني})(\text{مشتقة اول})$
$= (س^{٢})(٣)(٥س-١)^{٢}(٥) + (٥س-١)^{٣}(٢س)$
$= (س^{٢})(٣)(٥)(٥س-١)^{٢} + (٢س)(٥س-١)^{٣}$
$= (١٥س^{٢})(٥س-١)^{٢} + (٢س)(٥س-١)^{٣}$

⑩ إذا كان :
$ق(س) = (٢ - ٩س - ٢)^{٢}$.
اوجد $م$ التي تجعل $ق(١) = ٠$
الحل : $ق(س)$ قوة نضع (٣) بيوت
$ق(س) = (٢)(٢ - ٩س - ٢)^{١}(-٩)$ مشتقة
$= (٢)(-٩)(٢ - ٩س - ٢)$
$ق(س) = (-١٨)(٢ - ٩س - ٢)$
$ق(١) = (-١٨)(٢ - ٩(١) - ٢) = ٠$
$(-١٨)(٢ - ٩م - ٢) = ٠$
اما : $-١٨ = ٠$ او : $٢ - ٩م - ٢ = ٠$
$م = ٠$ $م = ٢$

إستعاق الدائريات اذا جاءت العوة فوق حرف الألف

خطوات: ① نضع العوة فوق كل الاقران الدائري فوق قوس .
② نشتق بضرب (٣) بيوت .

امثلة
① إذا كان :
$ص = جا^{٥} س$.
أوجد : $\frac{ص}{س}$ ؟
الحل : ① نضع العوة فوق كل الاقران
$ص = (جا س)^{٥}$
② نشتق : $\frac{ص}{س} = (٥)(جا س)^{٤}(جتا س)$ مشتقة
$= (٥)(جتا س)(جا س)^{٤}$.

③ إذا كان :
$ص = جتا(-س^{٣} - ٥س)^{٦}$.
أوجد : $\frac{ص}{س}$ ؟
الحل : ① $ص = (جتا(-س^{٣} - ٥س))^{٦}$
② نشتق :
$\frac{ص}{س} = (٦)(جتا(-س^{٣} - ٥س))^{٥}(-جا(-س^{٣} - ٥س))(-٣س^{٢} - ٥)$
بقاء
$= (٦)(جتا(-س^{٣} - ٥س))^{٥}(٣س^{٢} + ٥)جا(-س^{٣} - ٥س)$
$= (٦)(٣س^{٢} + ٥)جا(-س^{٣} - ٥س)(جتا(-س^{٣} - ٥س))^{٥}$

Scanned by CamScanner

③ إذا كان : $ص = ظا^{10}(٥س - ٢)$

أوجدي : $\frac{د ص}{د س}$ ؟

الحل : ① $ص = (ظا(٥س-٢))^{10}$

② لسعة : $\frac{د ص}{د س} = (10)(ظا(٥س-٢))^{9}(قا^{2}(٥س-٢))(٥)$

$= (10)(٥)(ظا(٥س-٢))^{9}(قا^{2}(٥س-٢))$

④ إذا كان : $ق(س) = جا^{3}(٢-س) + ظتا^{7}(٢-س)$

أوجدي : $\frac{د ق}{د س}$ ؟

الحل : ① $ق(س) = (جا(٢-س))^{3} + (ظتا(٢-س))^{7}$

② لسعة : $ق'(س) = (3)(جا(٢-س))^{2}(جتا(٢-س))(-1) + (7)(ظتا(٢-س))^{6}(-قتا^{2}(٢-س))(-1)$

$= (3)(جا^{2}(٢-س))(جتا(٢-س)) + (7)(ظتا^{6}(٢-س))(قتا^{2}(٢-س))$

⑤ إذا كان : $ق(س) = س^{3} ظا^{4} س$

أوجدي : $ق'(س)$ ؟

الحل : $ق(س) = س^{3}_{\text{اول}} \times ظا^{4}_{\text{ثاني}} س$

$ق'(س) = س^{3}_{\text{اول}} (ظا^{4}_{\text{ثاني}} س)$ لسعة $+ (ظا^{4}_{\text{ثاني}} س)(3س^{2}_{\text{اول}})$ لسعة

$= س^{3}(4)(ظا^{3} س)(قا^{2} س) + (ظا^{4} س)(3س^{2})$

$= 4س^{3}(ظا^{3} س)(قا^{2} س) + 3س^{2} ظا^{4} س$

⑥ إذا كان : $ص = (جتا^{2} س + 1)^{3}$ قوة

أوجدي : $\frac{د ص}{د س}$ ؟ نفتح ٣ بسوت

الحل : $\frac{د ص}{د س} = (3)(جتا^{2} س + 1)^{2}(2)(جتا س)(-جا س)$

$= (3)(جتا^{2} س + 1)^{2}(-2جتا س جا س)$

$= (3)(جتا^{2} س + 1)^{2}(-جتا 2س)$

Scanned by CamScanner

اشتقاق الجذور

① اذا كان الجذر تربيعي .

فإن : $\text{مـ}(س) = \frac{\text{مشتقة ما بداخل الجذر}}{2 \times \text{الجذر نفسه}}$

② اذا كان الجذر من تربيعي :

$ص = \sqrt[ن]{س^م}$ نتبع :

① نحوله لكسر : $ص = (س)^{\frac{م}{ن}}$

② نشتق كما تعودنا .

③ نرتبه ونرجعه لجذر .

امثلة : ① إذا كان :

$\text{مـ}(س) = \sqrt{3س^2 + 5س - 3}$ ← جذر تربيعي.

أوجدي : $\text{مـ}'(س)$ ؟

الحل : $\text{مـ}'(س) = \frac{\text{مشتقة ما بداخل الجذر}}{2 \times \text{الجذر نفسه}}$

$= \frac{6س + 5}{2\sqrt{3س^2 + 5س - 3}}$

② إذا كان :

$ص = \sqrt{\text{جا}س + \text{جتا}س - \text{ظا}س}$

أوجدي : $\frac{د ص}{د س}$ ؟ هذا جذر تربيعي .

الحل : $\frac{د ص}{د س} = \frac{\text{مشتقة ما بداخل الجذر}}{2 \times \text{الجذر نفسه}}$

$= \frac{\text{جتا}س + (-\text{جا}س) - \text{قا}^2س}{2\sqrt{\text{جا}س + \text{جتا}س - \text{ظا}س}}$

$= \frac{\text{جتا}س - \text{جا}س - (1 + \text{ظا}^2س)}{2\sqrt{\text{جا}س + \text{جتا}س - \text{ظا}س}}$ قا^{2}س = 1 + ظا^{2}س

③ إذا كان :

$ص = \sqrt[3]{س^5}$

أوجدي : $\frac{د ص}{د س}$ ؟

الحل : هذا جذر من تربيعي ، نتبع 3 خطوات

① نحوله لكسر : $ص = س^{\frac{5}{3}}$

② نشتق : $\frac{د ص}{د س} = \frac{5}{3} س^{\frac{5}{3} - 1}$

$= \frac{5}{3} س^{\frac{2}{3}}$

③ نحوله لكسر : $\frac{5}{3} \sqrt[3]{س^2}$.

④ إذا كان :

$ص = \sqrt[4]{(س^2 + 5س - 1)^7}$

أوجدي : $\frac{د ص}{د س}$ ؟ هذا جذر من تربيعي

الحل :

① نحوله لكسر : $ص = (س^2 + 5س - 1)^{\frac{7}{4}}$

② نشتق : $\frac{د ص}{د س} = \frac{7}{4}(س^2 + 5س - 1)^{\frac{3}{4}}(2س + 5)$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{7}{4}(س^2 + 5س - 1)^{\frac{3}{4}}(2س + 5)$

③ نحوله لكسر :

$\frac{د ص}{د س} = \frac{7}{4} \times \sqrt[4]{(س^2 + 5س - 1)^3}(2س + 5)$

Scanned by CamScanner

⑤ إذا كان :
$ق(س) = \sqrt[5]{(س^5-2)^9} + \sqrt[5]{(2س+3)^5}$
أوجد : $ق'(س)$ ؟

الحل : هذه جذور من نوع بعينه

① نحولهم لكسر : $\frac{9}{5}$
$ق(س) = (س^5-2)^{\frac{9}{5}} + (2س+3)^{\frac{5}{5}}$

② نشتق : $\frac{9}{5}-1 = \frac{4}{5}$ ، $\frac{5}{5}-1$
$ق'(س) = (\frac{9}{5})(س^5-2)^{\frac{4}{5}}(5س^4) + (\frac{5}{5})(2س+3)^{\frac{0}{5}}(2)$
$= (\frac{9}{5})(س^5-2)^{\frac{4}{5}}(5س^4) + (1)(2)$

③ نحوله لجذر :
$= (\frac{9}{5})\sqrt[5]{(س^5-2)^4}(5س^4) + 2$
$= (\frac{9}{5})\sqrt[5]{(س^5-2)^4}(5س^4) + 2 \times \frac{1}{\sqrt[5]{(2س+3)^5}}$
$= (\frac{9}{5})(\sqrt[5]{(س^5-2)^4})(5س^4) + \frac{10}{\sqrt[5]{(2س+3)^5}}$

⑥ إذا كان :
$ق(س) = \sqrt[4]{س^5+5س+1} - \sqrt[4]{(4س+1)^5}$
أوجد : $ق'(صفر)$ ؟

الحل : $ق(س) =$ جذر تربيعي - جذر تربيعي

① $ق(س) = \sqrt[4]{س^5+5س+1} - (4س+1)^{\frac{5}{4}}$.

② نشتق :
$ق'(س) = \frac{5س^4+5}{4\sqrt[4]{س^5+5س+1}^3} - (\frac{5}{4})(4)(4س+1)^{\frac{1}{4}}$
$= \frac{5س^4+5}{4\sqrt[4]{س^5+5س+1}^3} - 5(4س+1)^{\frac{1}{4}}$
$= \frac{5س^4+5}{4\sqrt[4]{(4س+1)^1}^3} - 5\sqrt[4]{(4س+1)^1}$
$\therefore ق'(0) = \frac{5(0)^4+5}{4\sqrt[4]{(0)^5+5(0)+1}^3} - 5\sqrt[4]{(4(0)+1)^1}$
$= \frac{5}{4} - 5\sqrt[4]{(1)^1}$
$= \frac{5}{4} - 5 \times 1$
$= \frac{5}{4} - \frac{20}{4} =$ صفر .

⑦ إذا كان :
$ص = \sqrt[3]{س} + \sqrt{س^2-36}$.
أوجد : $\frac{د ص}{د س}$ عندما $س = 8$ ؟

الحل : ① $ص = س^{\frac{1}{3}} + (س^2-36)^{\frac{1}{2}}$

② نشتق : $\frac{د ص}{د س} = \frac{1}{3}س^{\frac{-2}{3}} + \frac{2س}{2\sqrt{س^2-36}}$
$= \frac{1}{3\sqrt[3]{س^2}} + \frac{س}{\sqrt{س^2-36}}$

Scanned by CamScanner

(٣) نرتبه:

$$\frac{ds}{dx} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{x}{\sqrt{x^3-6}}$$

$$\therefore \left[\frac{ds}{dx}\right]_{x=8} = \frac{1}{3\sqrt[3]{(8)^2}} + \frac{8}{\sqrt{(8)^3-6}}$$

$$= \frac{1}{3(4)} + \frac{8}{\sqrt{512-6}}$$

$$= \frac{1}{12} + \frac{8}{\sqrt{506}}$$

$$= \frac{1}{12} + \frac{8}{1} \times \frac{1}{22\sqrt{1}} = \frac{1}{12} + \frac{4}{11}$$

$$= \frac{11}{132} + \frac{48}{132} = \frac{59}{132}$$

(٨) إذا كان:

$$ق(x) = جا(5x^4+5)$$

أوجدي: $ق'(x)$ ؟

الحل: $ق'(x) = جتا(5x^4+5) \left(\frac{x-4}{\sqrt{5x^4+5}}\right)$

$$= \left(\frac{x}{\sqrt{5x^4+5}}\right) جتا(5x^4+5)$$

(٩) إذا كان:

$$ص = جتا(\sqrt{x^5-3x})$$

أوجدي: $\frac{ds}{dx}$ بأبسط صورة ؟

الحل: $\frac{ds}{dx} = -جا(\sqrt{x^5-3x}) \left(\frac{5x^4-3}{2\sqrt{x^5-3x}}\right)$

$$= \left(\frac{5x^4-3}{2\sqrt{x^5-3x}}\right) -جا(\sqrt{x^5-3x})$$

(١٠) إذا كان:

$$هـ(3) = 4$$

$$هـ'(3) = 5$$

وكان: $ق(x) = \sqrt{هـ(x)} - x^2 + 5$

أوجدي: $ق'(3)$ ؟

الحل: $ق'(x) = \frac{\text{المقدار ما بداخل الجذر}}{2 \times \text{الجذر نفسه}} - 2x + 0$

$$ق'(x) = \frac{هـ'(x)}{2\sqrt{هـ(x)}} - 2x$$

$$\therefore ق'(3) = \frac{هـ'(3)}{2\sqrt{هـ(3)}} - 2(3)$$

$$= \frac{5}{2\sqrt{4}} - 6$$

$$= \frac{5}{2 \times 2} - 6$$

$$= \frac{5}{4} - \frac{4 \times 6}{4 \times 1}$$

$$= \frac{5}{4} - \frac{24}{4} = \frac{-19}{4}$$

Scanned by CamScanner

النوع الثاني: إشتقاق السلسلة

ص بدلالة ع بدلالة س

$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$

$\frac{ص}{س} = \left(\frac{ص}{ع}\right) \times \left(\frac{ع}{س}\right)$

نبدل حرف ع بدلالة س — يبقى كما هو

يكون بالسؤال ٣ رموز

أمثلة: ① إذا كان: $ع = س^2 - 1$ ، $ص = ع^5 + 3$

أوجدي $\frac{ص}{س}$ ؟

الحل: ٣ رموز ← إشتقاق السلسلة ②

$\frac{ص}{س} = \left(\frac{ص}{ع}\right) \times \left(\frac{ع}{س}\right)$

$= (5ع^4) \times (2س)$

نبدله من السؤال بدلالة س — يبقى كما هو

$= (5(س^2-1)^4) \times (2س)$

② إذا كان: $ص = \frac{3}{م^2} + م^2$ ، $م \neq 0$

$م = س^2 + س$

أوجدي: $\frac{ص}{س}$ ؟

الحل: ٣ رموز ← إشتقاق السلسلة ②

$\frac{ص}{س} = \left(\frac{ص}{م}\right) \times \left(\frac{م}{س}\right)$

$= \left(-\frac{6}{م^3} + 2م\right) \times (2س + 1)$

نبدل حرف (م) بدلالة س

$= \left(-\frac{6}{(س^2+س)^3} + 2(س^2+س)\right) \times (2س+1)$

$= \left(\frac{-6}{(س^2+س)^3} + 2(س^2+س)\right)(2س+1)$

③ إذا كان: $ص = \sqrt{3ك + 2}$ ، $ك = \frac{6}{س+1}$

أوجدي: $\frac{ص}{س}$ ؟

الحل: ٣ رموز ← إشتقاق السلسلة ③

$\frac{ص}{س} = \left(\frac{ص}{ك}\right) \times \left(\frac{ك}{س}\right)$

$= \left(\frac{3}{2\sqrt{3ك+2}}\right) \times \left(\frac{-6(2س)}{(س+1)^2}\right)$

نبدله من السؤال بدلالة س

$= \left(\frac{3}{2\sqrt{3\left(\frac{6}{س+1}\right)+2}}\right)\left(\frac{-12س}{(س+1)^2}\right)$

Scanned by CamScanner

④ إذا كان :

$ص = (٢م+١)(٣-م)$

$م = -س^{٢} + ٧س$ ، $س = ١$

أوجدي : $\frac{ص}{س}$ ؟

الحل : (٣) رموز ⟸ استعمال ① لسلسلة

$$\frac{ص}{س} = \left(\frac{ص}{م}\right) \times \left(\frac{م}{س}\right)$$

$$= \left((٢م+١)(-١) + (٣-م)(٢)\right)\left(-٢س + ٧\right)$$

$$= (-٢م - ١ + ٦ - ٢م)(-٢س + ٧)$$

$$= (-٤م + ٥)(-٢س + ٧)$$

نبدله بدلالة س

$$= (-٤(-س^{٢} + ٧س) + ٥)(-٢س + ٧)$$

$$= (٤س^{٢} - ٢٨س + ٥)(-٢س + ٧)$$

⑤ إذا كان : $س = ٣$

$ص = (ل^{٢} + ٥)$ ، $ل = جا ٢س$

أوجدي : $\frac{ص}{س}$ ؟

الحل : ٣ رموز ⟸ استعمال ① لسلسلة

$$\frac{ص}{س} = \left(\frac{ص}{ل}\right) \times \left(\frac{ل}{س}\right)$$

$$= (٢)(ل^{٢} + ٥)^{١}(ل)(هتا(٢س))(٢)$$

$$= (٦ل)(ل^{٢} + ٥)^{٢}(٢ هتا ٢س)$$

نبدله عوض ل بدلالة س

$$= ٦(جا ٢س)(جا^{٢} ٢س + ٥)^{٢}(٢ هتا ٢س)$$

⑥ إذا كان :

$ص = ٢ع^{٢} + ٣ع$ ، $ع = \frac{٣}{س}$

أوجدي : $\frac{ص}{س}$ عندما $س = ١$ ؟

الحل : ٣ رموز ⟸ استعمال ① لسلسلة

$$\frac{ص}{س} = \left(\frac{ص}{ع}\right) \times \left(\frac{ع}{س}\right)$$

$$= (٤ع + ٣) \times \left(\frac{-٣}{س^{٢}}\right)$$

نبدله بدلالة س

$$= \left(٤\left(\frac{٣}{س}\right) + ٣\right)\left(\frac{-٣}{س^{٢}}\right)$$

$$\therefore \left[\frac{ص}{س}\right] = \left(٤\left(\frac{٣}{١}\right) + ٣\right)\left(\frac{-٣}{(١)^{٢}}\right)$$

$س = ١$

$$= (١٢ + ٣)(-٣)$$

$$= ١٥ \times -٣$$

$$= -٤٥$$

Scanned by CamScanner

(٧) إذا كان: $ص = (٢ - ٣س^{٢})^{٥}$ ، $س = ٣ - م$ ، $م \to ٢$

أوجد: $\frac{د ص}{د س}$ عندما $م = ٢$ ؟

الحل: ٣ رموز ⟸ استعمال السلسلة ②

$$\frac{د ص}{د س} = \left(\frac{د ص}{د م}\right) \times \left(\frac{د م}{د س}\right)$$

$$= (٥)(٢ - ٣م^{٢})^{٤}(-٦م)(-١)$$

$$= (٣٠)(٢ - ٣م^{٢})^{٤}(م)$$

$$= (٣٠)(٢ - ٣(٢)^{٢})^{٤}(٢)$$

$$= (٣٠)(٢ - ١٢)^{٤}(٢)$$

$$= (٣٠)(-١٠)^{٤}(٢)$$

$$= ٣٠ \times ١٠^{٤} \times ٢$$

$$= ٣ \times ٨١ \times ١٠ = ٢٤٣٠$$

(٨) إذا كان: $ص = \frac{ع^{٢}}{١ + ٤ع^{٣}}$ ، $\frac{د ع}{د س} = ٥$

أوجد: $\frac{د ص}{د س}$ عندما $ع = -١$ ؟

الحل: ٣ رموز ⟸ استعمال السلسلة ②

$$\frac{د ص}{د س} = \left(\frac{د ص}{د ع}\right) \times \left(\frac{د ع}{د س}\right)$$

$$= \frac{(١ + ٤ع^{٣})(٢ع) - (ع^{٢})(١٢ع^{٢})}{(١ + ٤ع^{٣})^{٢}} \times (٥)$$

$$= \frac{(٢ع + ٤ع^{٤}) - (١٢ع^{٤})}{(١ + ٤ع^{٣})^{٢}} (٥)$$

$$= \frac{(٢ع - ٨ع^{٤})}{(١ + ٤ع^{٣})^{٢}} (٥)$$

$$= \frac{(٢(-١) - ٨(-١)^{٤})}{(١ + ٤(-١)^{٣})^{٢}} (٥)$$

$$= \frac{(-٢ - ٨)}{(١ - ٤)^{٢}} (٥)$$

$$= \frac{(-١٠)}{(-٣)^{٢}} (٥)$$

$$= \frac{(-١٠)}{٩} (٥)$$

$$= -\frac{٥٠}{٩}$$

(٩) إذا كان: $ص = ٩ع^{٢} - ٦ع$ ، $\frac{د س}{د ع} = ٣$

وكان $\frac{د ص}{د س}$ عندما $ع = ٣$ تساوي (٤)

فما قيمة الثابت م ؟

الحل: ٣ رموز ⟸ استعمال السلسلة ②

$$\frac{د ص}{د س} = \left(\frac{د ص}{د ع}\right) \times \left(\frac{د ع}{د س}\right)$$

$$= (١٨ع - ٦)\left(\frac{١}{٣}\right)$$

$$\left[\frac{د ص}{د س}\right]_{ع=٣} = (١٨(٣) - ٦)\left(\frac{١}{٣}\right)$$

$$= ٤٨\left(\frac{١}{٣}\right)$$

$$= ١٦$$

بما أنها معطاه

$$\frac{د ع}{د س} = \frac{١}{٣}$$

$$\frac{د س}{د ع} = \frac{٣}{١}$$

$$\frac{د س}{د ع} = ٣$$

(معطى)

بما أنها مطلوبة

$$\frac{د ص}{د ع} = ٤$$

$$١٨ع - ٦ = ٤$$

$$١٨ع = ١٠$$

$$ع = \frac{١٠}{١٨} = \frac{٥}{٩}$$

$$ع = ٩م^{٢} - ٦م$$

$$\frac{٥}{٩} = ٩م^{٢} - ٦م$$

$$٩ \times \frac{٥}{٩} = ٩م^{٢} - ٦م$$

$$٥ = ٩م^{٢} - ٦م$$

$$٩م^{٢} - ٦م - ٥ = ٠$$

$$(٣م - ٥)(٣م + ١) = ٠$$

$$م = \frac{٥}{٣} \quad \text{أو} \quad م = -\frac{١}{٣}$$

(١٠) إذا كان: $ص = (٣ + ٤س^{٣})^{٥}$ ، $س = ٢ - ٣م$

أوجد: $\frac{د ص}{د س}$ عندما $م = ١$ ؟

الحل: ٣ رموز ⟸ استعمال السلسلة ②

$$\frac{د ص}{د س} = \left(\frac{د ص}{د م}\right) \times \left(\frac{د م}{د س}\right)$$

$$= (٥)(٣ + ٤س^{٣})^{٤}(١٢س^{٢})\left(-\frac{١}{٣}\right)$$

$$= (-٢٠)(٣ + ٤س^{٣})^{٤}(س^{٢})$$

$$= (-٢٠)(٣ + ٤(-١)^{٣})^{٤}(-١)^{٢}$$

$$= (-٢٠)(٣ - ٤)^{٤}(١)$$

$$= (-٢٠)(-١)^{٤}(١)$$

$$= -٢٠$$

$$\left[\frac{د ص}{د س}\right]_{م=١} = (-٢٠)$$

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{(٣ + ٤ع^{٣})(٢ع) - (ع^{٢})(١٢ع^{٢})}{(٣ + ٤ع^{٣})^{٢}}$$

$$= \frac{(٦ع + ٤ع^{٤}) - (١٢ع^{٤})}{(٣ + ٤ع^{٣})^{٢}}$$

$$= \frac{(٦ع - ٨ع^{٤})}{(٣ + ٤ع^{٣})^{٢}}$$

$$= \frac{(٦(-١) - ٨(-١)^{٤})}{(٣ + ٤(-١)^{٣})^{٢}}$$

$$= \frac{(-٦ - ٨)}{(٣ - ٤)^{٢}}$$

$$= \frac{(-١٤)}{(-١)^{٢}}$$

$$= \frac{(-١٤)}{١}$$

$$= -١٤$$

$$\left[\frac{د ص}{د س}\right]_{ع=-١} = -١٤$$

Scanned by CamScanner

(١٠) إذا كان : $ص = جا^{٣}(٢م+١)$ ، $م = س^{٣}$

أوجد : $\frac{ص}{س}$ ؟

الحل: ٣ رموز ⟸ ١ تحقق لسلسلة (٢)

$$\frac{ص}{س} = \left(\frac{ص}{م}\right) \times \left(\frac{م}{س}\right)$$

$$= (٣)(جا(٢م+١))^{٢}(جتا(٢م+١))(٢) \times (٣س^{٢})$$

$$= (٣)(جا(٢(٣س^{٢})+١))^{٢}(جتا(٢(٣س^{٢})+١))(٢)(٣س^{٢})$$

$$= (٣)(جا(٦س^{٢}+١))^{٢}(جتا(٦س^{٢}+١))(٦س)$$

(١١) إذا كان :

$ص = ظا(ع^{٢}+١)$ ، $ع = ٥س$

أوجد : $\frac{ص}{س}$ ؟

الحل: ٣ رموز ⟸ ١ تحقق لسلسلة (٢)

$$\frac{ص}{س} = \left(\frac{ص}{ع}\right) \times \left(\frac{ع}{س}\right)$$

$$= (قا^{٢}(ع^{٢}+١))(ع)(٥)$$

$$= (٥ع)(قا^{٢}(ع^{٢}+١))$$

$$= (٥(٥س))(قا^{٢}((٥س)^{٢}+١))$$

$$= (٢٥س)(قا^{٢}(٢٥س^{٢}+١))$$

$$\therefore \frac{ص}{س} = (٢(٥س))(قا^{٢}(٥س^{٢}+١))(٥)$$

$$= (١٠س)(قا^{٢}(٢٥س^{٢}+١))(٥)$$

(١٢) إذا كان :

$ص = \frac{م}{م^{٢}+٢م}$ ، $م = س^{٢}+٣س$

وكان $\frac{ص}{س}$ عندما $س = ١$ يساوي $(\frac{٦}{٩})$ ، فما قيمة الثابت $ب$ ؟

الحل: ٣ رموز ⟸ ١ تحقق لسلسلة (٢)

$$\frac{ص}{س} = \left(\frac{ص}{م}\right) \times \left(\frac{م}{س}\right)$$

$$= \left(\frac{(م^{٢}+٢م)(ب)-(ب م+٢)(٢م+٢)}{(م^{٢}+٢م)^{٢}}\right)(٢س+٣)$$

$$\frac{ص}{س} = \left(\frac{(ب س^{٢}+٣ب س)+٢)-(ب س^{٢}+٣ب س+٢)(٢س^{٢}+٦س+٢)}{(س^{٢}+٣س)^{٢}+٢(س^{٢}+٣س)^{٢}}\right)(٢س+٣)$$

$$\left[\frac{ص}{س}\right]_{س=١} = \left(\frac{(ب+٣ب)+٢)-(ب+٣ب+٢)(٢+٦+٢)}{(١+٣)^{٢}+٢(١+٣)^{٢}}\right)(٢+٣)$$

$$\frac{٦}{٩} = \left(\frac{-٩ب-٢}{١٦+٥}\right)(٥)$$

$$\frac{٦}{١} \times \frac{-٣٥}{٣١} \Leftarrow (٥)\left(\frac{-٩ب-٢}{٣١}\right) = ٦$$

$$\frac{-٣٥}{٣٥} ب = \frac{١٢٦}{-٣٥} \Leftarrow ب = \frac{١٢٦}{-٣٥}$$

Scanned by CamScanner

أمثلة على جواب المتعة الأولى
اذا كان قانون المتعة الأولى باستخدام النقرئ لعام مكون جاهزاً

① بما $\frac{\text{حد}(س+هـ)-\text{حد}(س)}{هـ}$ = حد'(س)
هـ → صفر

الجواب : متعة مابعد الناقص

② أو بما $\frac{\text{حد}(ع)-\text{حد}(س)}{ع-س}$ = حد'(س)
ع → س

الجواب : متعة مابعد الناقص

أمثلة ① ما قيمة : $\lim_{هـ \to 0} \frac{\text{حد}(٣+هـ)-\text{حد}(٣)}{هـ}$

الجواب : متعة مابعد الناقص حد'(٣)

② اذا كان :
$\text{حد}(س) = س^{٣} + \frac{٥}{س}$ ، $س \neq ٠$
عناصية : $\lim_{هـ \to 0} \frac{\text{حد}(١+هـ)-\text{حد}(١)}{هـ}$

الحل : الجواب متعة مابعد الناقص
حد'(١)
نجد : حد'(س) = $٣س^{٢} + \frac{-٥ \times ١}{س^{٢}}$
∴ حد'(١) = $٣(١)^{٢} + \frac{-٥ \times ١}{(١)^{٢}}$
= ٣ + ٥ - = -٢

③ اذا كان : $\text{حد}(س) = س^{٣} + جتا ٣س$
عناصية : $\lim_{هـ \to 0} \frac{\text{حد}(س+هـ)-\text{حد}(س)}{هـ}$

الحل : الجواب : متعة مابعد الناقص
حد'(س)
نشتق (بقاء) لمتعة
حد'(س) = $٣س^{٢} + -جا(٣س)(٣)$
= $٣س^{٢} + -(٣)جا(٣س)$

④ إذا كان :
حد'(٤) = ٦ ، حد(٤) = ٧ حدين
عناصية : بما $\frac{\text{حد}(٤)-\text{حد}(٤+هـ)}{٢هـ}$
هـ → صفر

الحل : شكل مرتب : نخرج (-١) ونعكسه
(-١) × بما $\frac{\text{حد}(٤+هـ)-\text{حد}(٤)}{٢هـ}$
هـ → صفر
$= -\frac{١}{٢} \times$ بما $\frac{\text{حد}(٤+هـ)-\text{حد}(٤)}{هـ}$
هـ → صفر
$= -\frac{١}{٢} \times$ (متعة مابعد الناقص)
$= -\frac{١}{٢} \times$ حد'(٤) $= -\frac{١}{٢} \times ٦ =$ (-٣)

⑤ إذا كان : حد(س) = $٢س^{٣} - ١$.
وكانت : بما $\frac{\text{حد}(٣+هـ)-\text{حد}(٣)}{٤هـ}$ = ١٢
هـ → صفر
عناصية الثابت ٢ ؟ حدين

الحل : بما $\frac{\text{حد}(٣+هـ)-\text{حد}(٣)}{٤هـ}$ = ١٢
هـ → صفر
$\frac{١}{٤} \times$ (بما $\frac{\text{حد}(٣+هـ)-\text{حد}(٣)}{هـ}$) = ١٢
$\frac{١}{٤} \times$ (متعة مابعد الناقص) = ١٢
$\frac{١}{٤} \times$ حد'(٣) = ١٢ ⇐ ١٢ = $\frac{١}{٤} \times ٢٤$
٢٤ = ٢٤

حد(س) = $٢س^{٣}$
حد'(س) = $٦س^{٢}$
حد'(٣) = $٦(٣)^{٢}$
= ٥٤

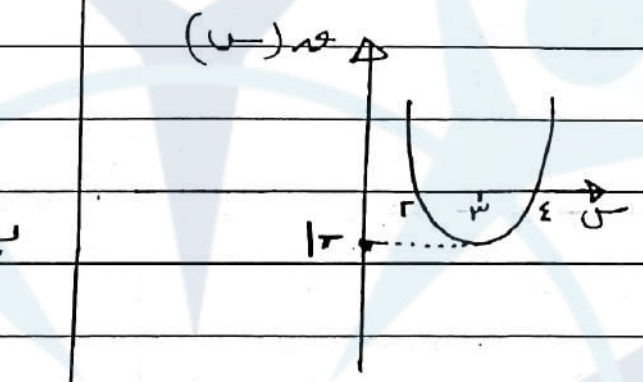
Scanned by CamScanner

س٦) الشكل المجاور يمثل منحنى $هـ(س)$

أ) اطعرف على $ح$.

ح قيمة: أ) $هـ'(٣)$

ب) $\lim_{ه \to ٠} \frac{هـ(٣+ه) - هـ(٣)}{ه}$



الحل: أ) $هـ'(٣)$ = صفر (لأن عندها قيمة صغرى (أو مماس افقي).

ب) $\lim_{ه \to ٠} \frac{هـ(٣+ه) - هـ(٣)}{ه}$ ← معناها $هـ'(٣)$ وجوابها صفر

س٧) الشكل المجاور يمثل منحنى $هـ(س)$

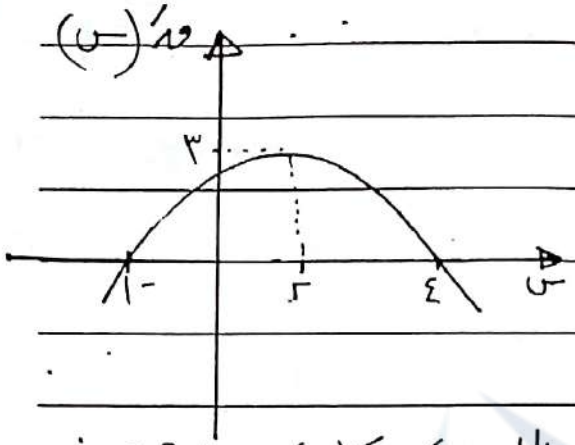
(الخط الأحمر للاقتران $هـ(س)$)

أوجد:

أ) $هـ'(٢)$

ب) $\lim_{ه \to ٠} \frac{هـ(٢+ه) - هـ(٢)}{ه}$

ج) $\lim_{ه \to ٠} \frac{هـ(٢+٥ه) - هـ(٢)}{٥ه}$



الحل: أ) $هـ'(٢)$ = ميل المماس للمنحنى (كأنه صورة) الشكل (لأن الشكل $هـ(س)$)

③ =

ب) $\lim_{ه \to ٠} \frac{هـ(٢+ه) - هـ(٢)}{ه}$

معناها $هـ'(٢)$ وجوابها ③

ج) نقدر لها:

$(-١) \times \left(\lim_{ه \to ٠} \frac{هـ(٢+ه) - هـ(٢)}{ه}\right)$ ← $٥ه$

$(-١) \times \left(\lim_{ه \to ٠} \frac{هـ(٢+ه) - هـ(٢)}{ه}\right)$ ← $ه$

$-\frac{١}{٥} \times (هـ'(٢))$

$-\frac{١}{٥} \times ٣ = -\frac{٣}{٥}$

إنجز طراحتك

Scanned by CamScanner

ضبح دائرة : لمعدّل التغير :

① إذا جاء $ق(س) =$ ثابتة .
فإن معدّل التغير يساوي صفر .

② إذا جاء $ق(س) = أ س + ب$ (خطي)
فإن معدّل التغير = معامل $س = أ$

③ إذا جاء : $ق(س) = أ س^{٢} + ب س + جـ$
تتبعي
وتغيرت $س$ من $(س_{١})$ الى $(س_{٢})$
فإن : معدّل التغير $= ٢أ (س_{١} + س_{٢}) + ب$

أمثلة : ضبح دائرة :

① إذا كان $ق(س) = ٥$ وتغيرت $س$ من (٣) الى (٤) فإن : معدّل التغير =
أ) ١- ب) صفر جـ) ٢ د) ١-

الجواب : $ق(س) = ٥ \Rightarrow$ ثابتة
∴ معدّل التغير = صفر (ب)

② إذا كان : $ق(س) = ٣ س - ١٢$
وتغيرت $س$ من (٠) الى (٥)
فإن : معدّل التغير =
أ) ٣ ب) ١- جـ) صفر د) ٣

الجواب : $ق(س) = ٣ س - ١٢$ (خطي)
معدّل التغير = معامل $س = ٣$ الجواب (د)

③ إذا كان : $ق(س) = ٣ س^{٢} + ٥ س - ١$
وتغيرت $س$ من (١) الى (٧) ، فإن
معدّل التغير =
أ) ٦٢ ب) ٤٢ جـ) ٢٩ د) ٣٠

الجواب : $ق(س) = ٣ س^{٢} + ٥ س - ١$
تتبعي $\quad س_{١} = ١$
$س_{٢} = ٧$
معدّل التغير $= أ (س_{١} + س_{٢}) + ب$
$= ٣ (١ + ٧) + ٥$
$= ٣ \times ٨ + ٥ = ٢٤ + ٥ = ٢٩$ الجواب (جـ)

ملاحظة

ضبح دائرة : للنهايات اذا نتج الجواب (صفر/صفر) :
فحط لتتقوم لبط / تتقوم بقام

① مثال : $\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٢} - ٥ س + ٦}{س^{٢} - ٦ س + ٩} =$
أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{٣}{٢}$ جـ) $\frac{٥}{٢}$ د) $\frac{٧}{٢}$

الحل : التعويض المباشر : $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$: ولأنه ضبح دائرة
$\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٢} - ٥ س + ٦}{س^{٢} - ٦ س + ٩} = \frac{٣^{٢} - ٥(٣) + ٦}{٢} = \frac{٦}{٢}$ (د)

② مثال : $\lim_{س \to ١} \frac{س + ٣}{س - ١} - \frac{٥}{٤}$
أ) $\frac{-٥}{٢}$ ب) $\frac{-٥}{٤}$ جـ) $\frac{-٥}{١٦}$ د) $\frac{٥}{٣}$

الحل : التعويض المباشر : $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$: ولأنه ضبح دائرة
$= \lim_{س \to ١} \frac{-١٢٥}{(٣ + س)^{٢}} = \frac{-١٢٥}{(٤)^{٢}} = \frac{-٥}{١٦}$

Scanned by CamScanner