مثال (١) : استخدم طريقة الحذف في حل نظام المعادلات التالي :

س + ص + ع = صفر ....(١)

٢س +٣ص +٢ ع = −٣ ....(٢)

− س +٢ص −٣ ع = −١ ....(٣)

الحل : (١)

نحول نظام المعادلات إلى نظام معادلات بمتغيرين ، ويتم ذلك بحذف أحد المتغيرات وليكن س مثلاً على نحو :

س +ص+ع = صفر ...(١)

− س+٢ص+−٣ ع =−١ ...(٣)

بالجمع ينتج : ٣ص−٢ ع=−١ ...(٤)

ولحذف المتغير س من المعادلة رقم (٣) نضرب المعادلة رقم (٣) بالعدد ٢ ونضيفها للمعادلة رقم (٢) على النحو :

٢س+٣ص+٢ ع = −٣ .....(٢)

−٢س+٤ص−٦ ع = −٢ .....(٣)

بالجمع ينتج : ٧ص −٤ ع = −٥ .....(٥)

وبهذا نحصل على نظام معادلات خطية بمتغيرين ص ، ع في المعادلتين (٤) ، (٥) ، ولإيجاد قيمة كل من ص ، ع نحذف المتغير (ع) وذلك بضرب المعادلة (٤) بالعدد (−٢) ثم نضيفها للمعادلة رقم (٥) على النحو :

٧ص− ٤ ع = −٥ ....(٥)

−٦ص+٤ ع = ٢ ....(٦)

بالجمع ينتج : ص= −٣

ولإيجاد قيمة المتغير ع نعوض قيمة ص في إحدى المعادلات (٤) ، (٥) ،(٦) :

(٢) : أوجد حل نظام المعادلات التالي وتحقق من صحة الحل :

٣س – ص+٣ع = –٣ ....(١)

س +٢ص +–٥ع = ١١ ....(٢)

س+٣ص– ٢ع = ٥ ....(٣)

مثال (١) : استخدم طريقة الحذف في حل نظام المعادلات التالي :

س + ص+ ع = صفر ....(١)

٢س +٣ص+٢ع = –٣ ....(٢)

– س +٢ص –٣ع = –١ ....(٣)

مثال (٢) : أوجد حل نظام المعادلات التالي وتحقق من صحة الحل :

٣س – ص+٣ع = –٣ ....(١)

س +٢ص +–٥ع = ١١ ....(٢)

س+٣ص– ٢ع = ٥ ....(٣)

مثال (٣) : غرفة على شكل متوازي مستطيلات ، مجموع مثلي طولها ومثلي عرضها يزيد عن ارتفاعها بـ(٥ م) ، ومجموع الطول والعرض ومثلي الارتفاع يساوي (٢٠ م) ومجموع الطول والارتفاع يزيد عن العرض بمقدار (٧ م).فما أبعاد الغرفة بالأمتار؟

الخلاصة :لحل نظام معادلات تحوي ٣ مجاهيل يتم تحويلها الى معادلات بمجهولين أولاً ثم تحويل هذه بدورها الى معادلة بمجهول واحد – بعد الحصول على قيمة المجهول الأول يسهل الحصول على قيمة المجهول الثاني و الثالث . – يوجد أكثر من طريقة واحدة لحل نظام معادلات وكل الطرق تستند على التعويض والحذف . – كن دقيقاً أثناء الحل وأثناء إجراء عمليات الحذف والتعويض لأن الوقوع في خطأ بسيط يولد تعقيدات كثيرة أنت في غنى عنها .

حل نظام من ثلاث معادلات خطية

تدريبات على حل نظام من ثلاث معادلات خطية

حل انظمة المعادلات التالية .

١) س–٣ص+ع = ٨ ....(١)

٣ع – ٤ = ص – ٥ س ....(٢)

٥ ص = ٢س – ع ....(٣)

٢) س + ص = ع + ٧ ....(١)

٢ص − ٤ع = ٢ س − ٥ ......(٢)

س + ع + $\frac{١}{٢}$ = ٢ص +٧ .....(٣)

٣) ثلاثة أعداد صحيحة مجموع الأول والثاني منها يزيد بمقدار ١٤ عن العدد الثالث . ولو طرح مجموع الثاني والثالث من مثلي الأول لكان الناتج = ١٥ أما إذا أضيف ثلاثة أمثال الثاني إلى مثلى الثالث فإن ناتج الإضافة = ثلاثة أمثال الأول مضافاً إليه ٧ . أوجد الأعداد الثلاثة .

الحل : نفرض أن العدد الأول س والثاني ص والثالث ع .

المعادلات : س+ص = ع +١٤ ....(١)

٢س − (ص+ع) = ١٥ ....(٢)

٣ص+٢ع = ٣س +٧ ....(٣)

المعادلات بعد الترتيب :

س+ص − ع = ١٤ ....(١)

٢س− ص − ع = ١٥ ....(٢)

−٣س+٣ص +٢ع = ٧ ....(٣)

بجمع المعادلتين (١) ، (٢) ينتج : ٣س − ٢ع = ٢٩ ....(٤)

وبجمع معادلة (٣) ألى معادلة (٤) :

−٣س +٣ص +٢ع = ٧

٣س − ٢ع = ٢٩

بالجمع ينتج : ٣ص = ٣٦

$\frac{٣ص}{٣} = \frac{٣٦}{٣}$

ص = ١٢ العدد الثاني أكمل بقية الحل بنفسك.

حل نظام مكون من معادلة خطية ومعادلة تربيعية

مثال(٣): عددان يزيد أحدهما عن ثلاثة أمثال الآخر بمقدار (٢)، فإذا كان مجموع مربعيهما يساوي ٦٨،فما العددان

الحل(٣) :

هنا يجب ترجمة السؤال إلى نظام من المعادلات يمكن حلها .

نفرض العدد الأول س

نفرض العدد الثاني ص

ثلاثة أمثال الثاني = ٣×ص =٣ص

س= ٣ص +٢ ....(١)

مربع العدد س تعني $س^٢$ ومربع العدد ص تعني $ص^٢$ إذن:

$س^٢ + ص^٢ = ٦٨$ ....(٢)

والآن اصبح لدينا نظام مكون من معادلة خطية وأخرى تربيعية يمكن حلها

∴ س = ٣ص+٢ ....(١)

$س^٢ + ص^٢ = ٦٨$ ....(٢)

نعوض قيمة (س) التي في معادلة (١) في معادلة (٢)

$(٣ص + ٢)^٢ + ص^٢ = ٦٨$ ثم نفك القوس التربيعي

$٩ص^٢ + ١٢ص + ٤ + ص^٢ = ٦٨$

$١٠ ص^٢ + ١٢ص - ٦٤ = $ ∴

والآن اصبحت لدينا معادلة تربيعية يمكن حلها بطرق عده منها التحليل .

بالقسمة على (٢) تصبح المعادلة

$٥ص^٢ + ٦ص - ٣٢ = $ \- د(٥ص+١٦) (ص-٢) = \ ص=٢ او $\frac{-١٦}{٥}$

والآن نعوض في المعادلة الخطية (١) لإيجاد س إما س = ٣×٢+٢ = ٦+٢ = ٨

او س= $٣ \times \frac{-١٦}{٥} + ٢ = \frac{-٤٨}{٥} + \frac{١٠}{٥} \Leftarrow \frac{-٣٨}{٥}$

\ العددان هما(٢) ، (٨)

او هما $\frac{-٣٨}{٥}$ ، $\frac{-١٦}{٥}$

) حل أنظمة المعادلات التالية :

أ) $٣س^٢ + ص^٢ = ٥٢$

$٣س + ص = ٤$

ب) $س^٢ + ص^٢ = ٥$

$س + ص = -١$

ج) $س^٢ - ص^٢ = ٦$

$٣ص - ٢س = -\frac{١}{٢}$

) عددان الفرق بينهما ٣ ومجموع مربعيهما ٨٩ ، ما هما ؟

٣) قطعتي أرض مربعتين الفرق بين مساحتيهما ١١٢٥ م^{٢}، وطول ضلع $= \frac{٢}{٣}$ طول ضلع الأخرى.

أوجد طول ضلع كلاً منهما.

٤) قطعة أرض على شكل متوازي الأضلاع مساحتها ١٠٠٠ م^{٢} ، وطول قاعدتها تزيد على مثلي ارتفاعها بمقدار ١٠ م.

مثال (٢) : جد حل نظام المعادلتين ٢س–٣ص=٣ ، ٤س^{٢} –٧س ص =١٥

الحل(٢) :

اكتب المتغير ص بدلاً س من المعادلة ٢س–٣ص=٣ فتكون ص = $\frac{٢س - ٣}{٣}$

وبالتعويض عن ص في المعادلة التربيعية ينتج أن :

$$٤س^{٢} - ٧س \left(\frac{٢س - ٣}{٣} \right) = ١٥$$

$\{(\frac{١٥}{٢} ، ٤) ، (١، ٣)\}$ * تحقق من صحة الحل.

(١) : حل النظام س^{٢} + ص^{٢} =٢٥

٣س – ٤ص = ٠

الحل(١) :

لاحظ أن المعادلة التربيعية س^{٢} +ص^{٢} =٢٥ معادلة دائرة والمعادلة الخطية ٣س – ٤ص =٠ هي معادلة خط مستقيم وحل نظام مكون من هاتين المعادلتن يمثل نقاط تقاطع المستقيم مع الدائرة .ولإيجاد نقط التقاطع هذه ، تجد قيمة أحد المتغيرين س مثلاً بدلالة المتغير الآخر في المعادلة الخطية ،

ينتج أن س = $\frac{٤ص}{٣}$ ومن ثم عوض في المعادلة التربيعة بدلاً من س

القيمة $\frac{٤ص}{٣}$ فينتج $\left(\frac{٤ص}{٣}\right)^{٢}$ +ص^{٢} = ٢٥

ومنها $\frac{١٦ص^{٢}}{٩}$ + ص^{٢} $\Leftarrow$ $\frac{١٦ص^{٢}}{٩}$ + $\frac{٩ص^{٢}}{٩}$ =٢٥

$\Leftarrow$ $\frac{٢٥ص^{٢}}{٩}$ =٢٥ $\Leftarrow$ ٢٥ ص^{٢} =٢٥×٩ $\Leftarrow$ ص^{٢} =٩ إذاً ص = ±٣

ولايجاد قيمة المتغير الآخر س عوض في المعادلة الخطية عن قيمة ص فنجد أن س =٤ عندما ص= ٣ وس = –٤ عندما ص =–٣ .

اذن النقطتان (٤ ،٣) ، (–٤ ، –٣) هما حل النظام المطلوب . * تحقق من صحة الحل

مثال (١) : حل النظام $س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥$

$٣س - ٤ص = ٠$

مثال(٣): عددان يزيد أحدهما عن ثلاثة أمثال الآخر بمقدار (٢)، فإذا كان مجموع مربعيهما يساوي ٦٨،فما العددان ؟

حل نظام مكون من معادلتين تربيعيتين

مثال (٢): جد حل نظام المعادلات التالي

$٥ س^{٢} + ص^{٢} = ٣٦$ ....(١)

$س^{٢} + ٢ ص^{٢} = ٣٦$ ....(٢)

قطعةُ أرض مكونة من مربعين متلاصقين كما في الشكل المجاور فإذا كانت مساحة الأرض ١٨٠٠٠م^{٢} وتمت مقايضة هذه القطعة بقطعة أرض مستطيلة الشكل، طولها مجموع طولي المربعين الصغير والكبير، وعرضها الفرق بين طولي المربعين ، ولكن مساحتها ١٠٨٠٠ م^{٢} فما أبعاد المربعين في القطعة الأصلية؟

مثال (٣): قطعة أرض على شكل مثلث متساوي الساقين طول ساقه ٥٠م ، ومساحة الأرض ١٢٠٠م^{٢} ، أوجد طول قاعدتها وطول ارتفاعها .

شبكة منهاجي التعليمية

تمنياتنا لكم بالتوفيق

الأستاذ إياد النجار