الوحدة الثالثة
تطبيقات التفاضل
ثاني ثانوي علمي
حل تدريبات الكتاب

اعداد المعلمة : ميسون الحسين

٠٧٩٨٩ ٥٩٠٧١

تدريب ١ :

جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق (س) = $\sqrt{\text{س} + ٣}$
عند النقطة (١ ، ٢) .

الحل :

ق̀ (س) = $\frac{١}{٢\sqrt{\text{س} + ٣}}$

ق̀(١) = $\frac{١}{٢ \times ٢}$

م = ٠,٢٥

معادلة المماس : ص – ص١ = م (س – س١)
ص – ٢ = ٠,٢٥ (س – ١)
ص – ٢ = ٠,٢٥ س – ٠,٢٥
ص = ٠,٢٥ س + ١,٧٥
ميل العمودي على المماس = -٤
معادلة العمودي : ص – ٢ = -٤ (س – ١)
ص – ٢ = -٤س + ٤
ص = -٤س + ٦

تدريب ٢ :

بين أن مماس منحنى الاقتران ق (س) = ٤/ س ومماس منحنى الاقتران هـ (س) = س متعامدان عند نقطة تقاطعهما .

الحل :

نجد نقطة التقاطع بوضع ق = هـ
٤/س = س ⟵ س٢ = ٤ ⟵ س = ٢ ، -٢

ق̀(س) = -٤/ س^{٢} ، هـ̀ (س) = ١
عندما س =٢ : ق̀ (٢) × هـ̀ (٢) = - ١ × ١ = - ١ ⟵ ق ، هـ متعامدان
عندما س = - ٢ : ق̀(-٢) × هـ̀ (-٢) = - ١ × ١ = - ١ ⟵ ق ، هـ متعامدان

تدريب ٣ :

بين أن لمنحنى الاقتران ق (س) = جا^{٢}س مماسا أفقيا في الفترة [٠ ، π]

الحل :

المماس أفقي ⟵ ق̀ (س) = صفر
ق̀ = ٢ جاس جتاس = ٠
جاس = ٠ ⟵ س = ٠ ، π ليست في (٠ ، π)
جتاس = ٠ ⟵ س = π /٢
اذن يوجد مماس أفقي عند س = π / ٢

تدريب ٤ :

اذا كان الاقتران ق (س) = ج س^{٢} + ج س + ٢ ، وكان قياس زاوية ميل المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة (٢ ، ق (٢)) هو ١٣٥°، فجد قيمة الثابت ج ؟

الحل :

قَ (س) = ٢ج س + ج

قَ (٢) = ٢ج × ٢ + ج = ظـا ١٣٥°

٤ ج + ج = - ١ ⟵ ٥ ج = - ١ ⟵ ج = -١/٥

تدريب ٥ :

بين أن لمنحنى الاقتران ق (س) = ٥ – س^{٢} ، مماسين مرسومين من النقطة (٣ ، ٠) ؟

الحل :

النقطة (٣ ، ٠) لا تقع على منحنى ق نفرض نقطة التماس (س،ص)

ميل المماس = $\frac{\text{ص} - ٠}{\text{س} - ٣} = \frac{٥ - \text{س}^{٢}}{\text{س} - ٣}$

ميل المماس = قَ (س) = - ٢ س

- ٢س = $\frac{٥ - \text{س}^{٢}}{\text{س} - ٣}$ ⟵ ٥ – س^{٢} = -٢س^{٢} + ٦س

س^{٢} – ٦ س + ٥ = ٠

(س – ٥) (س – ١) = ٠ ⟵ س = ١ ، ٥

س = ٥ : ق (٥) = ٥ – ٢٥ = -٢٠ ، النقطة (٥ ، -٢٠)

م = قَ (٥) = - ١٠

معادلة المماس : ص + ٢٠ = -١٠ (س – ٥)

ص = ٣٠ – ١٠ س

س = ١ : ق (١) = ٥ – ١ = ٤ ، النقطة (١ ، ٤)

م = قَ (١) = - ٢

معادلة المماس : ص – ٤ = - ٢ (س – ١)

ص = ٦ – ٢ س

تدريب ١ :

اذا كانت ف (ن) = ٤ جا٣ن – ٥ جتا٣ن ، حيث ف المسافة بالأمتار ، ن الزمن بالثواني فاحسب كلا من المسافة والسرعة والتسارع عندما ن = π /٦ ثانية ؟

الحل :

ف $(\frac{\pi}{٦})$ = ٤ جا $\frac{\pi}{٢}$ – ٥ جتا $\frac{\pi}{٢}$

= ٤ ×١ – ٥ × ٠ = ٤

ع = فَ = ١٢ جتا٣ن + ١٥ جا٣ن

ع $(\frac{\pi}{٦})$ = ١٢ جتا $\frac{\pi}{٢}$ + ١٥ جا $\frac{\pi}{٢}$

= ١٢ × ٠ + ١٥ × ١ = ١٥

ت = عَ = - ٣٦ جا٣ن + ٤٥ جتا٣ن

ت $(\frac{\pi}{٦})$ = - ٣٦ × ١ + ٤٥ × ٠ = - ٣٦

تدريب ٢ :

اذا كانت ف (ن) = ن^{٣} – ٩ن^{٢} + ١٥ن ، هي العلاقة الزمنية لحركة جسيم على خط مستقيم ، حيث ن الزمن بالثواني ، المسافة بالأمتار ، فجد تسارع الجسيم في اللحظة التي تنعدم فيها سرعته ؟

الحل :

ع = فَ = ٣ ن^{٢} – ١٨ن +١٥ = ٠ ⟵ ن^{٢} – ٦ن + ٥ = ٠

(ن – ٥) (ن – ١) = ٠ ⟵ ن = ٥ ، ١

ت = عَ = ٦ ن – ١٨

ت (٥) = ٣٠ – ١٨ = ١٢ م / ث

ت (١) = ٦ – ١٨ = - ١٢ م / ث

تدريب ٣ :

قذف جسم من سطح برج رأسيا الى أعلى ، حيث أن ارتفاعه بالامتار عن سطح البرج بعد ن ثانية من بدء الحركة معطى بالعلاقة ف (ن) = ٢٥ ن - ٥ن^{٢}، جد ارتفاع البرج اذا كانت سرعة الجسم لحظة وصوله الارض تساوي (-٥٥م/ث).

الحل:

ف = ٢٥ن -٥ن^{٢} + أ ، حيث أ ارتفاع البرج

لحظة وصول الارض تكون ف = صفر

ع = فَ = ٢٥ -١٠ن = -٥٥

٨٠ =١٠ن ⟵ ن = ٨

ف (٨) = ٢٥ × ٨ – ٥ (٨)^{٢} + أ = ٠

=٢٠٠ - ٣٢٠ + أ = ٠

أ = ١٢٠م (ارتفاع البرج)

تدريب ١ :

كرة من الجليد تنصهر بسبب الحرارة بحيث تبقى محافظة على شكلها ، اذا كان طول نصف قطرها يتناقص بمعدل ٠,٠١ سم / ث ، فجد كلا مما يلي :

١) معدل تناقص حجم الكرة عندما يكون طول نصف قطرها ١٠ سم .

٢) معدل تناقص مساحة سطح الكرة عندما يكون طول نصف قطرها ٥ سم .

الحل :

١) $\frac{\text{دنق}}{\text{دن}} = -٠,٠١$

$\text{ح} = \frac{٤}{٣}\pi\,\text{نق}^{٣} \longrightarrow \frac{\text{دح}}{\text{دن}} = \frac{٤}{\cancel{٣}} \times \pi \times \cancel{٣}\,\text{نق}^{٢} \times \frac{\text{دنق}}{\text{دن}}$

$= ٤\pi \times ١٠٠ \times -٠,٠١$

$= -٤\pi$

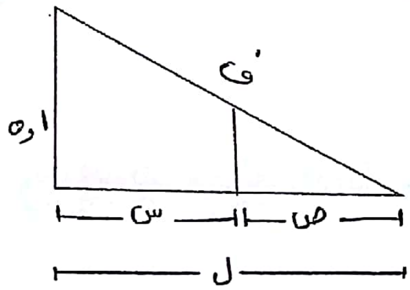
٢) $\text{م} = ٤\pi\,\text{نق}^{٢}$

$\frac{\text{دم}}{\text{دن}} = ٤\pi \times ٢\,\text{نق} \times \frac{\text{دنق}}{\text{دن}}$

$= ٤\pi \times ٢ \times ٥ \times -٠,٠١ = -٠,٤\pi$

تدريب ٢ :

رجل طوله ١,٧ مترا ، يسير بسرعة ٢ م / ث مبتعدا عن عمود كهرباء في قمته مصباح ، يرتفع ٥,١ أمتار عن سطح الأرض ، جد معدل تغير بعد رأس الرجل عن المصباح ، عندما يكون الرجل على بعد ٣ أمتار عن عمود الكهرباء ؟



الحل :

$\frac{\text{دل}}{\text{دن}} = \frac{\text{دس}}{\text{دن}} + \frac{\text{دص}}{\text{دن}}$

$= ٢ + ١ = ٣$

$\text{ف}^{٢} = \text{ل}^{٢} + (٥,١)^{٢}$

$\text{ف} = \sqrt{\text{ل}^{٢} + (٥,١)^{٢}}$

$\frac{\text{دف}}{\text{دن}} = \frac{\cancel{٢}\,\text{ل} \times \frac{\text{دل}}{\text{دن}}}{\cancel{٢}\sqrt{\text{ل}^{٢} + (٥,١)^{٢}}}$

$= \frac{٣ \times ٣}{\sqrt{٩ + ٢٦,٠١}} = \frac{٩}{\sqrt{٣٥,٠١}}$

ملاحظة :
تم ايجاد $\frac{\text{دص}}{\text{دن}}$ في مثال ٣
صفحة ١٧٣ في الكتاب

تدريب ٣ :

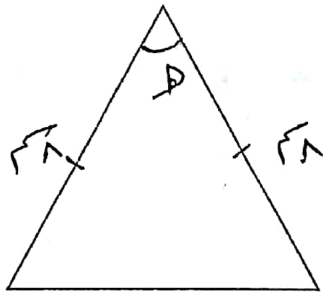
مثلث متطابق الضلعين طول كل من ضلعيه المتطابقين ٨ سم ، يزداد قياس الزاوية المحصورة بينهما بمعدل ٢°/ د ، جد معدل التغير في مساحة المثلث في كل من الحالات الاتية :

١) عندما يكون قياس الزاوية المحصورة بينهما ٦٠ ٠

٢) عندما يكون قياس الزاوية المحصورة بينهما ١٢٠ ٠

الحل :

$$\frac{\text{د هـ}}{\text{د ن}} = ٢° = \frac{٢\pi}{١٨٠}$$



$$\text{م} = \frac{١}{٢} \times ٨ \times ٨ \text{ جاهـ}$$

$$= ٣٢ \text{ جا هـ}$$

$$\frac{\text{د م}}{\text{د ن}} = ٣٢ \text{ جتا هـ} \times \frac{\text{د هـ}}{\text{د ن}}$$

عند هـ = ٦٠°

$$\frac{\text{د م}}{\text{د ن}} = ٣٢ \times \frac{١}{٢} \times \frac{٢\pi}{١٨٠} = \frac{٣٢\pi}{١٨٠}$$

عند هـ = ١٢٠°

$$\frac{\text{د م}}{\text{د ن}} = ٣٢ \times \frac{-١}{٢} \times \frac{٢\pi}{١٨٠} = \frac{-٣٢\pi}{١٨٠}$$

في الحالة الأولى تكون المساحة بازدياد وفي الحالة الثانية تتناقص ٠

تدريب ١ :

جد النقط الحرجة للاقتران ق (س) = س^{٣} – ١٢ س + ١ ، س ∈ [-٣ ، ٣]

الحل :

قَ (س) = ٣س^{٢} – ١٢

٣س^{٢} – ١٢ = ٠ ⟵ ٣س^{٢} = ١٢ ⟵ س^{٢} = ٤ ----- س = ٢ ، -٢

النقط الحرجة :

(٢ ، -١٥) ، (-٢ ، ١٧) ، (٣ ، -٨) ، (-٣ ، ١٠)

تدريب ٢ :

جد النقط الحرجة للاقتران ق (س) = جا س – جا^{٢}س ، س ∈ [٠ ، π]

الحل :

قَ (س) = جتاس – ٢ جاس جتاس = ٠

جتاس (١ – ٢ جاس) = ٠

جتاس = ٠ ⟵ س = $\frac{\pi}{٢}$

١ – ٢ جاس = ٠ ⟵ جاس = ٠,٥ ----- س = $\frac{\pi}{٦}$ ، $\frac{٥\pi}{٦}$

النقاط الحرجة :

(٠ ، ٠) ، (π ، ٠) ، ($\frac{\pi}{٢}$ ، ٠) ، ($\frac{\pi}{٦}$ ، $\frac{١}{٤}$) ، ($\frac{٥\pi}{٦}$ ، $\frac{١}{٤}$)

تدريب ٣ :

جد النقط الحرجة للاقتران ق (س) = $\sqrt[3]{\text{س}^{2}}$ ، س ∈ [-٢ ، ٢]

الحل :

ق (س) = $\text{س}^{\frac{2}{3}}$

قَ (س) = $\frac{2}{3}\,\text{س}^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3\,\text{س}^{\frac{1}{3}}}$

قَ غير موجودة عند س = ٠ ، ٢ ، -٢

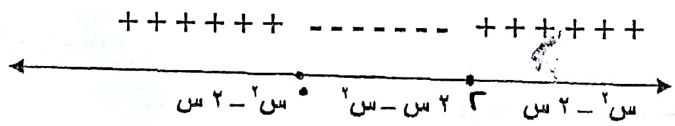
النقط الحرجة (٠ ، ٠) ، (٢ ، $\sqrt[3]{4}$) ، (-٢ ، $\sqrt[3]{4}$)

تدريب ٤ :

جد النقط الحرجة للاقتران ق (س) = | س² − ٢ س | ، س ∈ [١ ، ٣]

الحل :

س² − ٢ س = ٠ ⟵ س (س − ٢) = ٠ ⟵ س = ٠ ، ٢



قَ (س) = { ٢ − ٢ س ، ١ < س < ٢
 ٢ س − ٢ ، ٢ < س < ٤ }

قَ غير موجودة عند س = ١ ، ٣ ، ٢

قَ = ٠ ⟵ س = ١ ∉ (١ ، ٣)

النقط الحرجة :

(١ ، ١) ، (٣ ، ٣) ، (٢ ، ٠)

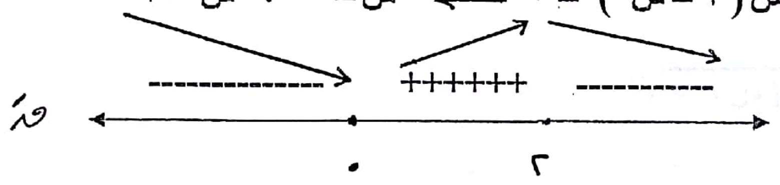
تدريب ١ :

حدد فترات التزايد والتناقص للاقتران ق (س) = ٣س^{٢} ـ س^{٣} + ١

الحل :

قَ (س) = ٦ س - ٣س^{٢}
٣

٦س - ٣س^{٢} = ٠ ⟵ ٣س (٢ – س) = ٠ ⟵ س = ٠ ، س = ٢



ق متزايد في الفترة [٠ ، ٢]
متناقص في (- ∞ ، ٠] ، [٢ ، ∞)

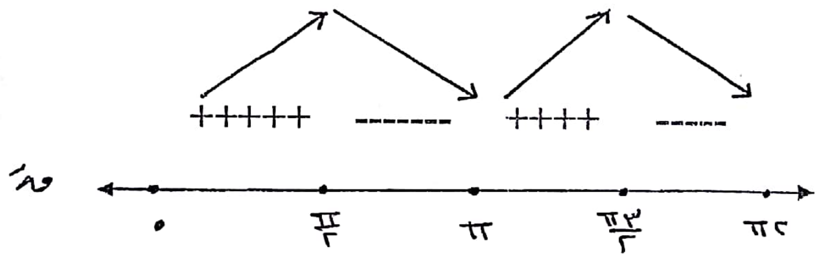
تدريب ٢ :

حدد فترات التزايد والتناقص للاقتران ق (س) = جا^{٢}س ، س [٠ ، ٢ π]

الحل :

قَ (س) = ٢ جا س جتا س = ٠
جا س = ٠ ⟵ س = π

جتا س = ٠ ⟵ س = $\frac{\pi}{٢}$ ، $\frac{٣\pi}{٢}$



ق متناقص في [$\frac{\pi}{٢}$ ، π] ، [$\frac{٣\pi}{٢}$ ، ٢π]

ومتزايد في [٠ ، $\frac{\pi}{٢}$] ، [π ، $\frac{٣\pi}{٢}$]

تدريب ٣ :

حدد فترات التزايد للاقتران $ق(س) = \sqrt[٣]{س - ١}$ ، $س \in ح$

الحل :

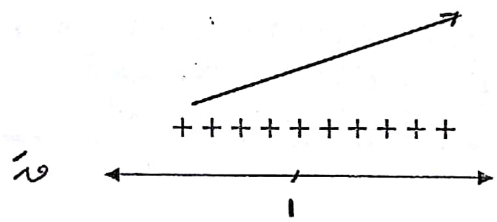
$ق(س) = (س - ١)^{\frac{١}{٣}}$

$ق'(س) = \frac{١}{٣}(س - ١)^{\frac{-٢}{٣}} = $

$٣\sqrt[٣]{(س - ١)^{٢}}$

$ق' = ٠$ لا يوجد

$ق'$ غير موجودة عند $س = ١$



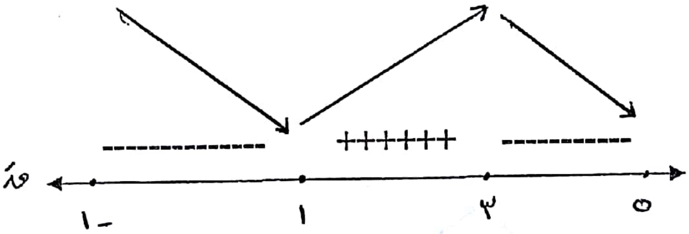
ق متزايد على ح

تدريب ١:

حدد النقط الحرجة والقيم القصوى (ان وجدت) للاقتران ق (س) = ٦س^{٢}ـ س ^{٣} ـ ٩س + ٢
س ∋ [-١ ، ٥]

الحل :

قَ (س) = ١٢ س - ٣س^{٢} ـ ٩ = ٠ (نقسم على -٣)
س^{٢} ـ ٤ س + ٣ = ٠
(س ـ ٣) (س ـ ١) = ٠
س = ١ ، س = ٣



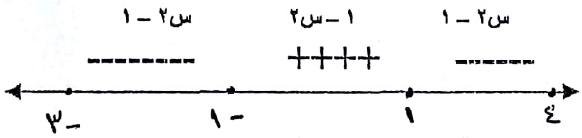
النقط الحرجة : (-١ ، ١٨) ، (١ ، -٢) ، (٣ ، ٢) ، (٥ ، -١٨)
ق (١) = -٢ صغرى محلية ، ق (٣) = ٢ عظمى محلية
ق (-١) = ١٨ عظمى مطلقة ، ق (٥) = -١٨ صغرى مطلقة

تدريب ٢:

حدد النقط الحرجة والقيم القصوى (ان وجدت) للاقتران ق (س) = |١ ـ س^{٢}| ، س ∋ [-٣ ، ٤]

الحل :

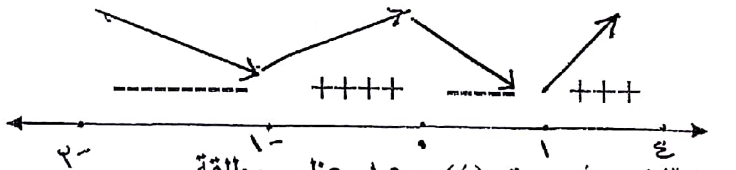
١ ـ س^{٢} = ٠ ⟵ س = ١ ، -١



قَ (س) = { ٢ س ، -٣ < س < -١
-٢س ، -١ < س < ١
٢ س ، ١ < س < ٤

قَ = ٠ ⟵ س = ٠
قَ غير موجودة ، س = -٣ ، -١ ، ١ ، ٤
النقط الحرجة : (٠ ، ١) ، (-٣ ، ٨) ، (-١ ، ٠) ، (١ ، ٠) ، (٤ ، ١٥)

ق(٠) = ١ عظمى محلية
ق(-١) = ٠ صغرى محلية ومطلقة
ق (١) =٠ صغرى محلية ومطلقة



ق (٤) = ١٥ عظمى مطلقة

ق (-٣) = ٨ .

تدريب ٣ :

حدد القيم القصوى المحلية (ان وجدت) للاقتران ق (س) = س + ٢ جاس ، س ∈ [٠ ، π]

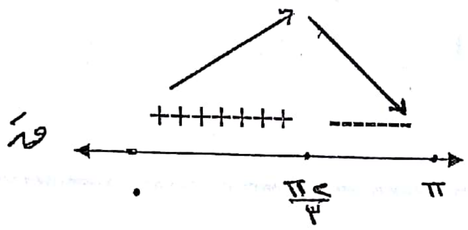
الحل :

ق (س) = س + ٢ جا س

قَ (س) = ١ + ٢ جتا س = ٠

جتا س = - ٠,٥

س = $\frac{٢\pi}{٣}$



ق ($\frac{٢\pi}{٣}$) = $\frac{٢\pi}{٣}$ + ٢ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

= $\frac{٢\pi}{٣}$ + $\sqrt{٣}$ عظمى محلية

تدريب ١:

جد فترات التقعر للأعلى والأسفل للاقتران ق (س) = $س^{٤} - ٦ س^{٣} + ١٢ س^{٢}$
س ∈ [-٥ ، ٥]

الحل :

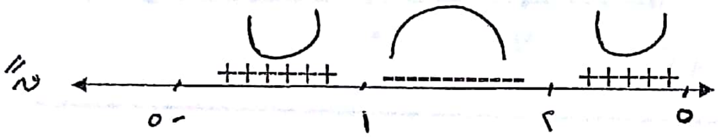
$ق'(س) = ٤ س^{٣} - ١٨ س^{٢} + ٢٤ س$

$ق''(س) = ١٢ س^{٢} - ٣٦ س + ٢٤ = ٠$ (نقسم على ١٢)

$س^{٢} - ٣ س + ٢ = ٠$

(س − ٢) (س − ١) = ٠

س = ١ ، س = ٢



مقعر للأعلى في [-٥ ، ١] ، [٢ ، ٥]
مقعر للأسفل في [١ ، ٢]

تدريب ٢:

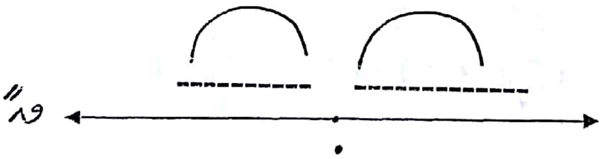
ليكن ق (س) = $س^{\frac{٢}{٣}}$ ، جد مجالات التقعر لمنحنى الاقتران ق ٠

الحل :

$ق'(س) = \frac{٢}{٣} س^{-\frac{١}{٣}}$

$ق''(س) = \frac{-٢}{٩} س^{-\frac{٤}{٣}} = \frac{-٢}{٩ \sqrt[٣]{س^{٤}}}$

ق'' غير موجودة عند س = ٠



ق مقعر للأسفل على ح

تدريب ٣ :

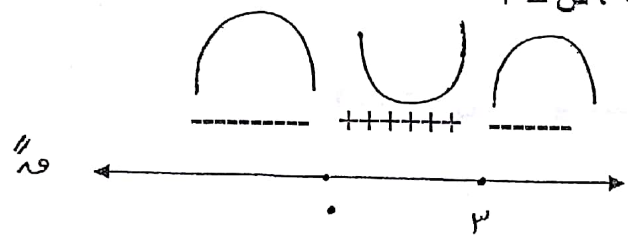
اذا كان ق (س) = $٦س^{٣} - س^{٤}$ ، فجد نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق (ان وجدت)

الحل :

ق َ(س) = $١٨س^{٢} - ٤س^{٣}$

ق ً(س) = ٣٦ س − $١٢ س^{٢}$ = ٠

١٢س (٣ − س) = ٠ ⟵ س = ٠ ، س = ٣



نقط الانعطاف (٠ ، ٠) ، (٣ ، ٨١)

تدريب ٤ :

اذا كان ق (س) = ٢ جتا س + $\frac{١}{٢}$ جا ٢س ، س ∈ [٠ ، ٢ π] ، فجد نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق .

الحل : ق َ(س) = − ٢ جا س + جتا ٢س

ق ً(س) = − ٢ جتا س − ٢ جا ٢س = ٠

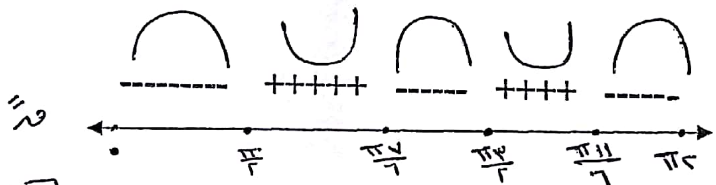
− ٢ جتا س − ٢ (٢ جا س جتا س) = ٠

− ٢ جتا س (١ + ٢ جا س) = ٠

−٢ جتا س = ٠ ⟵ س = $\frac{٣\pi}{٢}$ ، $\frac{\pi}{٢}$

١ + ٢ جا س = ٠ ⟵ جا س = −٠,٥

س = $\frac{٧\pi}{٦}$ ، $\frac{١١\pi}{٦}$



نقط الانعطاف ($\frac{\pi}{٢}$ ، ٠) ، ($\frac{٧\pi}{٦}$ ، $-\frac{٣\sqrt{٣}}{٤}$) ، ($\frac{٣\pi}{٢}$ ، ٠) ، ($\frac{١١\pi}{٦}$ ، $\frac{٣\sqrt{٣}}{٤}$)

تدريب ٥ :

ليكن ق(س) = س^{٣} − ١٢س + ٣ ، جد نقط القيم القصوى المحلية للاقتران ق باستخدام اختبار المشتقة الثانية .

الحل :

قَ (س) = ٣س^{٢} − ١٢ = ٠
٣س^{٢} = ١٢ ⟵ س^{٢} = ٤ ⟵ س = ٢ ، -٢

قً (س) = ٦ س

قً (٢) = ٦× ٢ = ١٢ > ٠ صغرى محلية للاقتران ق
عند س =٢ هي ق(٢) = -١٣

قً (-٢) = ٦×-٢ = -١٢ < ٠ عظمى محلية للاقتران ق
عند س = -٢ هي ق (-٢) = ١٩

تدريب ١ :

مجموع عدد مع مثلي عدد اخر يساوي ٤٠ ، جد العددين بحيث يكون حاصل ضربهما أكبر ما يمكن مستخدما تطبيقات التفاضل ٠

الحل :

نفرض العددين س ، ص فيكون س + ٢ ص = ٤٠ ⟵ س = ٤٠ – ٢ ص

ل = س × ص

= (٤٠ – ٢ ص) × ص = ٤٠ ص – ٢ ص^{٢}

لَ = ٤٠ – ٤ ص = ٠ ⟵ ٤٠ = ٤ ص ⟵ ص = ١٠

لً = - ٤

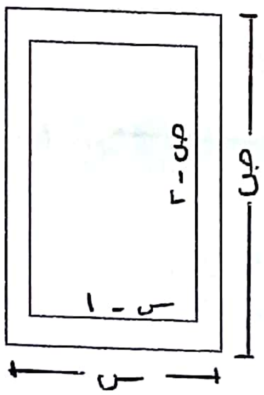
لً (١٠) = - ٤ < ٠ قيمة عظمى عند ص = ١٠

س = ٤٠ – ٢ × ١٠ = ٢٠

تدريب ٢ :

صفيحة من الورق مستطيلة الشكل مساحتها ١٢٨سم^{٢} ، يراد طباعة اعلان عليها ، اذا كان عرض كل من الهامشين في رأس الورقة وأسفلها ١ سم ، وفي كل من الجانبين ٠,٥ سم ، فجد بعدي الورقة بحيث تكون المساحة المطبوعة أكبر ما يمكن ؟

الحل :



س × ص = ١٢٨ ⟵ ص = $\frac{١٢٨}{س}$

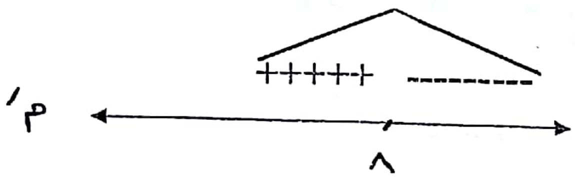
المساحة المطبوعة م = (س – ١) (ص – ٢)

م = س ص – ٢ س – ص + ٢

م = ١٢٨ – ٢ س – $\frac{١٢٨}{س}$ + ٢

مَ = - ٢ + $\frac{١٢٨}{س^{٢}}$ = ٠ ⟵ ٢س^{٢} = ١٢٨

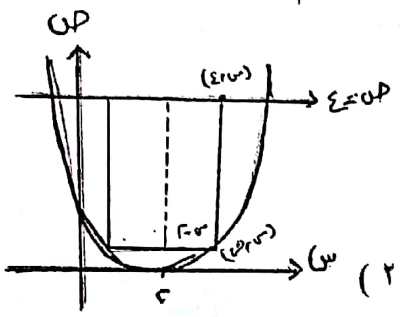
س^{٢} = ٦٤ ⟵ س = ٨



عظمى عند س = ٨ ⟵ ص = $\frac{١٢٨}{٨}$ = ١٦

تدريب ٣ :

يقع المستطيل (أ ب ج د) في المنطقة المحصورة بين منحنى ق (س) = س^{٢} ـ ٤س + ٤ والمستقيم ص = ٤ بحيث يقع رأساه أ ، ب على منحنى ق ، ورأساه الاخران ج ، د على المستقيم ص = ٤ ، جد بعدي المستطيل (أ ب ج د) لتكون مساحته أكبر ما يمكن .



الحل :

معادلة محور التماثل س = $\frac{-ب}{٢أ}$ = $\frac{٤}{٢}$ = ٢

م = ٢ (س ـ ٢) (٤ ـ (س^{٢} ـ ٤س + ٤))

م = ٢ (س ـ ٢) (ـ س^{٢} + ٤ س)

مَ = ٢ (س ـ ٢) (ـ ٢س + ٤) + (ـ س^{٢} + ٤س) × ٢ = ٠ (÷ ٢)

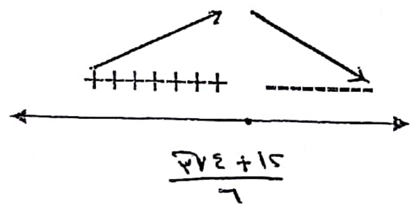
(س ـ ٢) (ـ ٢س + ٤) + ـ س^{٢} + ٤ س = ٠

ـ ٢ س^{٢} + ٤ س + ٤س ـ ٨ ـ س^{٢} + ٤س = ٠

ـ ٣ س^{٢} + ١٢ س ـ ٨ = ٠

نستخدم المميز : ب^{٢} ـ ٤ أ ج = ١٤٤ ـ ٤ × ـ٣ × ـ٨ = ٤٨

س = $\frac{-ب \mp \sqrt{المميز}}{٢أ}$ = $\frac{-١٢ \mp \sqrt{٤٨}}{٢ \times -٣}$ = $\frac{-١٢ \mp ٤\sqrt{٣}}{-٦}$



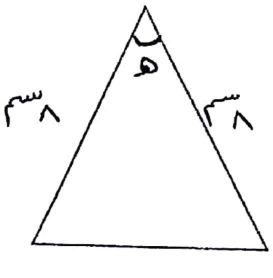
نأخذ س = $\frac{-١٢ - ٤\sqrt{٣}}{-٦}$ = $\frac{١٢ + ٤\sqrt{٣}}{٦}$

قيمة عظمى عند س

تدريب ٤ :

نحتاج الى قص لوح خشبي ، على شكل مثلث متطابق الضلعين ، طول كل منهما ٨ سم ، اذا كانت زاوية رأس المثلث هـ متغيرة ، فجد قياس الزاوية هـ التي تجعل مساحة المثلث أكبر ما يمكن ؟

الحل :

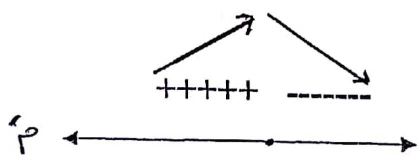


م = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٨ × جــا هـ

م = ٣٢ جــا هـ

مَ = ٣٢ جتــا هـ

٣٢ جتــا هـ = ٠ ⟵ هـ = $\frac{\pi}{٢}$



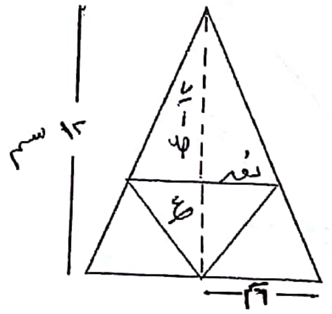
عظمى عند هـ = $\frac{\pi}{٢}$

تدريب ٥ :

جد حجم أكبر مخروط دائري قائم يمكن وضعه داخل مخروط دائري قائم ، طول نصف قطر قاعدته ٦ سم ، وارتفاعه ١٢ سم ، بحيث يقع رأس المخروط الداخلي على مركز قاعدة المخروط الخارجي .

الحل :

$$ح = \frac{١}{٣} \pi \, \text{نق}^{٢} \, ع$$



لكن : $\frac{١٢}{٦} = \frac{١٢ - ع}{\text{نق}}$

$٢ \, \text{نق} = ١٢ - ع \longleftarrow ع = ١٢ - ٢ \, \text{نق}$

$ع = ٢ \, (٦ - \text{نق})$

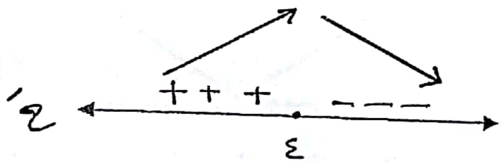
$ح = \frac{١}{٣} \times \pi \, \text{نق}^{٢} \times ٢ \, (٦ - \text{نق})$

$= \frac{٢}{٣} \pi \, (٦ \, \text{نق}^{٢} - \text{نق}^{٣})$

$\acute{ح} = \frac{٢}{٣} \pi \, (١٢ \, \text{نق} - ٣ \, \text{نق}^{٢}) = ٠$

$١٢ \, \text{نق} - ٣ \, \text{نق}^{٢} = ٠ \longleftarrow ٣ \, \text{نق} \, (٤ - \text{نق}) = ٠$

نق = ٠ ، نق = ٤



قيمة عظمى عند نق = ٤

$ع = ٢ \, (٦ - ٤) = ٤$

$ح = \frac{\pi}{٣} \times ١٦ \times ٤$

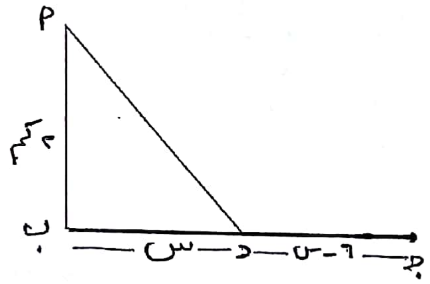
$ح = \frac{٦٤ \pi}{٣}$

تدريب ٦ :

يقع حقل نفط في البحر عند النقطة أ التي تبعد ٢ كم عن أقرب نقطة ب على الساحل ، وأردنا أن نضخ البترول من الحقل الى المصفاة التي تقع عند النقطة ج على الساحل ، وتبعد ٦ كم من ب وذلك بواسطة أنابيب في البحر على خط مستقيم حتى النقطة د على الساحل ، ثم بواسطة أنابيب على اليابسة على خط مستقيم من د الى ج ، على فرض أن الأنابيب في البحر وفي اليابسة في مستوى واحد ، اذا كانت تكلفة الأنابيب تحت سطح البحر ٥٠٠٠٠٠ دينار لكل كيلو متر وعلى اليابسة ٣٠٠٠٠٠ دينار لكل كيلو متر ، فأجب عما يلي :

١) أين يجب أن تكون د لتحقق أقل تكلفة ممكنة ؟

٢) أين يجب أن تكون د لتحقق أكبر تكلفة ممكنة ؟



الحل :

أ د = $\sqrt{س^2 + 4}$

التكاليف :

ت = ت (في البحر) + ت (في اليابسة)

ت = ٥٠٠٠٠٠ × $\sqrt{س^2 + 4}$ + ٣٠٠٠٠٠ (٦ – س)

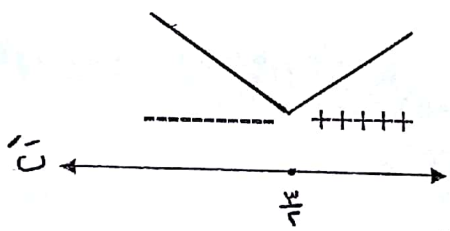
$ت' = 500000 \times \frac{\cancel{2}س}{\cancel{2}\sqrt{س^2+4}} + 300000 \times -1 = صفر \quad (\div 100000)$

$\frac{5س}{\sqrt{س^2+4}} - 3 = 0 \longrightarrow 5س = 3\sqrt{س^2+4}$

$25س^2 = 9(س^2+4) \longrightarrow 25س^2 = 9س^2 + 36$

$س^2 = \frac{36}{16} = \frac{9}{4} \longrightarrow س = \frac{3}{2} ، \frac{-3}{2}$

نأخذ $س = \frac{3}{2}$



صغرى عند $س = \frac{3}{2}$

٢) تحدث القيمة العظمى عند س = ٠ أو س = ٦ (أطراف الفترة)

عند س = ٠ : ت = ٥٠٠٠٠٠ × ٢ + ٣٠٠٠٠٠ × ٦

= ١٠٠٠٠٠٠ + ١٨٠٠٠٠٠ = ٢٨٠٠٠٠٠

عند س = ٦ : ت = ٥٠٠٠٠٠ × $\sqrt{40}$ + ٠

= ٥٠٠٠٠٠ × ٦,٣

= ٣١٥٠٠٠٠

تكون أكبر ما يمكن عند س = ٦