الوحدة الخامسة

القطوع المخروطية

الثاني الثانوي العلمي

حل تدريبات الكتاب

اعداد المعلمة : ميسون الحسين

٠٧٩٨٩٥٩٠٧١

تدريب ١ : جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة في المستوى ب (س، ص) التي تبعد بُعداً ثابتاً مقداره ٥ وحدة واحدة ، عن النقطة الثابتة ك (٢، -٤).

الحل: نستخدم قانون البعد بين نقطتين =

$$\sqrt{(س-٢)^٢ + (ص+٤)^٢} = ١$$

$$\Leftarrow (س-٢)^٢ + (ص+٤)^٢ = ١$$

تدريب ٢ : جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة في المستوى ج (س، ص) بحيث تبعد بُعداً ثابتاً مقداره (٥) وحدة طول عن المستقيم م : ص = -٢س وتمر أثناء حركتها بالنقطة (-١، ٣)

الحل: ص = -٢س

٢س + ص = صفر

نستخدم قانون المسافة بين نقطة ومستقيم

$$ف = \frac{|٢س + ص|}{\sqrt{١+٤}} = \sqrt{٥}$$

$$|٢س + ص| = ٥$$

٢س + ص = ٥ أو ٢س + ص = -٥

(-١، ٣) (-١، ٣)

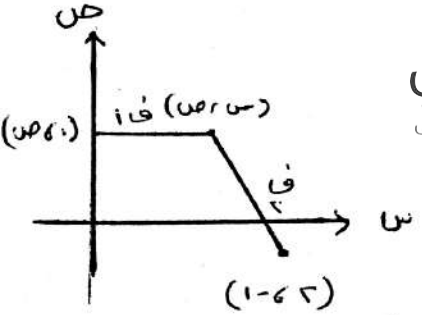
-٢ + ٣ = ٥ ؟ -٢ - ٣ = -٥

-٥ ≠ ٥ ✓

لا تحقق تحقق

تدريب ٣ :

جد معادلة المحل الهندسي للنقطة ج (س، ص) المتحركة في المستوى ، التي تكون بعدها عن محور الصادات ضعف بعدها عن النقطة د (٢، ٦-١).



منهاجي
متعة التعليم الهادف

ف١ = ٢ ف٢

$$\sqrt{(س-٠)^٢ + (ص-ص)^٢} = ٢\sqrt{(س-٢)^٢ + (ص+١)^٢}$$

$$\sqrt{س^٢} = ٢\sqrt{(س-٢)^٢ + (ص+١)^٢}$$ (تربيع الطرفين)

$$س^٢ = ٤(س^٢ - ٤س + ٤ + ص^٢ + ٢ص + ١)$$

$$س^٢ = ٤س^٢ - ١٦س + ١٦ + ٤ص^٢ + ٨ص + ٤$$

$$٣س^٢ + ٤ص^٢ - ١٦س + ٨ص + ٢٠ = ٠$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

تدريب ١ :

١) جد معادلة الدائرة التي نهايتا قطر فيها النقطتان (٣،٧) ، (٥،-١) .

٢) جد احداثيي مركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها :

$(س+1)^{2} + (ص-٤)^{2} = ٣٠$.

الحل:

١) مركز الدائرة هي نقطة منتصف نهايتي القطر

المركز $= \left(\frac{٥+٧}{٢} ، \frac{٣-١}{٢}\right) = (٦ ، ١)$

طول نصف القطر هو المسافة بين المركز وإحدى النقطتين .

$$\sqrt{(٧-٦)^{2} + (٣-١)^{2}} = \sqrt{١+٤} = \sqrt{٥}$$

معادلة الدائرة :

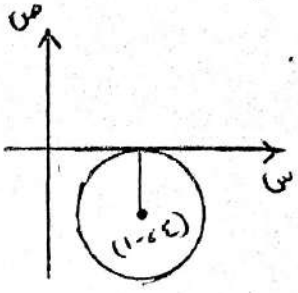
$(س-٦)^{2} + (ص-١)^{2} = ٥$

٢) المركز $(-١ ، ٤)$

نصف القطر $= \sqrt{٣٠}$

تدريب ٢ :

جد معادلة الدائرة التي مركزها $(٤ ، -١)$ وتمس محور السينات .



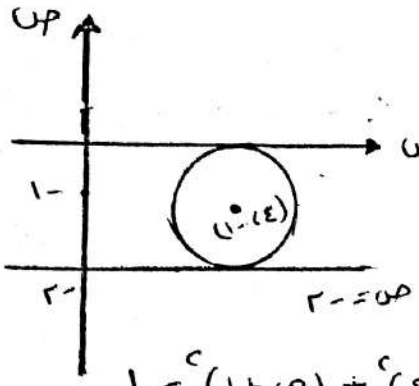
الحل:

طول نصف القطر $= ١$

$(س-٤)^{2} + (ص+١)^{2} = ١$

تدريب ٣ : جد معادلة الدائرة في الحالات التالية :

١) مركزها $(٤ ، -١)$ وتمس المستقيم ص $= -٢$

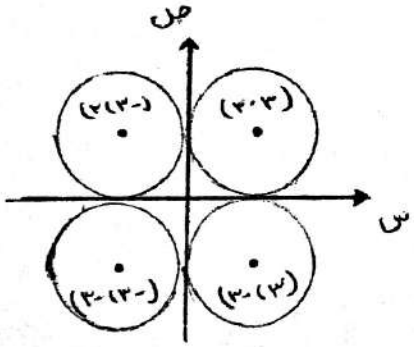


طول نصف القطر $= -١ - ٢$

$= ١$

معادلة الدائرة : $(س-٤)^{2} + (ص+١)^{2} = ١$

٢) تمس المحورين الاحداثيين وطول نصف قطرها يساوي (٣) وحدات .



منهاجي
منصة التعليم الهادف

١- في الربع الأول المركز (٣،٣)

المعادلة : $(س-٣)^{2} + (ص-٣)^{2} = ٩$

٢- في الربع الثاني المركز (-٣،٣)

المعادلة : $(س+٣)^{2} + (ص-٣)^{2} = ٩$

٣- في الربع الثالث المركز (-٣،-٣)

المعادلة : $(س+٣)^{2} + (ص+٣)^{2} = ٩$

٤- في الربع الرابع المركز (٣،-٣)

المعادلة $(س-٣)^{2} + (ص+٣)^{2} = ٩$

تدريب ٤ :

جد مركز وطول نصف قطر الدائرة المعطاة معادلتها في كل مما يأتي :

١) $س^٢ + ص^٢ - ٢س + ٦ص - ٦ = ٠$

المركز : $(-\frac{١}{٢} \times$ معامل س ، $-\frac{١}{٢} \times$ معامل ص$)$

$(-\frac{١}{٢} \times -٢ \text{ ، } -\frac{١}{٢} \times ٦)$

$(١ \text{ ، } -٣)$

$ر = \sqrt{١^٢ + (-٣)^٢ - ٦} = \sqrt{١٦} = ٤$

٢) $(٣س + ٦)^٢ + (٢ص - ١٢)^٢ = ٣٦$

$(٣(س + ٢))^٢ + (٣(ص - ٤))^٢ = ٣٦$

$٩(س + ٢)^٢ + ٩(ص - ٤)^٢ = ٣٦$ نقسم على ٩

$(س + ٢)^٢ + (ص - ٤)^٢ = ٤$

المركز $(-٢ \text{ ، } ٤)$ ، $ر = \sqrt{٤} = ٢$

تدريب ٥ : جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقط $(٠ \text{ ، } ١)$ ، $(٢ \text{ ، } ١)$ ، $(-٣ \text{ ، } ١)$ ثم جد مركزها وطول نصف قطرها .

الحل : الصورة العامة لمعادلة الدائرة :

$س^٢ + ص^٢ + أس + ب ص + جـ = ٠$

$(٠ \text{ ، } ١) \leftarrow ٠ + ١ + ٠ + ب + جـ = ٠ \Rightarrow \boxed{جـ = -١}$

$(٢ \text{ ، } ١) \leftarrow ٤ + ١ + ٢أ + ب + جـ = ٠$

$\Rightarrow ٢أ + ب = -٤ \Rightarrow \boxed{ب = -٢}$

$(-٣ \text{ ، } ١) \leftarrow ٩ + ١ - ٣أ + ٢ - ١ = ٠$

$-٣أ + ١٠ - ٦ = ٠ \leftarrow \boxed{أ = ٤}$

المعادلة : $س^٢ + ص^٢ + ٤س - ٢ص - ١ = ٠$

المركز $(-\frac{٤}{٢} \text{ ، } \frac{٢}{٢}) = (-٢ \text{ ، } ١)$

$ر = \sqrt{٤ + ١ - (-١)} = \sqrt{٦}$

تدريب ٦ : جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين $(-٣ \text{ ، } ١)$ ، $(٥ \text{ ، } ١)$ ويقع مركزها على محور الصادات .

الحل : $س^٢ + ص^٢ + أس + ب ص + جـ = ٠$

المركز $(-\frac{أ}{٢} \text{ ، } -\frac{ب}{٢})$ يقع على محور الصادات

$\Rightarrow -\frac{أ}{٢} = ٠ \Rightarrow \boxed{أ = ٠}$

$(-٣ \text{ ، } ١) \leftarrow ١ + ٩ + ٠ + ٣ب + جـ = ٠$

$\Rightarrow \boxed{٣ب + جـ = -١٠} \quad \cdots ①$

$(٥ \text{ ، } ١) \leftarrow ٢٥ + ١ + ٥ب + جـ = ٠$

$\Rightarrow \boxed{٥ب + جـ = -٢٦} \quad \cdots ②$

$① - ② \Rightarrow ٢ب = ١٦ \Rightarrow \boxed{ب = ٨}$

$ب + جـ = -٢٦$

$٨ + جـ = -٢٦$

$\boxed{جـ = -٣٤}$

المعادلة :

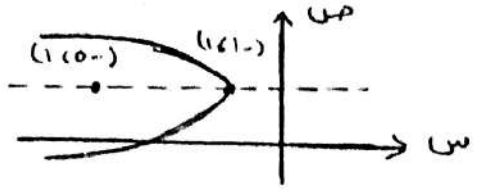
$س^٢ + ص^٢ + ٨ص - ٣٤ = ٠$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

تدريب 1:

جد معادلة القطع المكافئ في كل مما يلي:

1) رأسه النقطة $(-1, 1)$ وبؤرته $(-1, -5)$

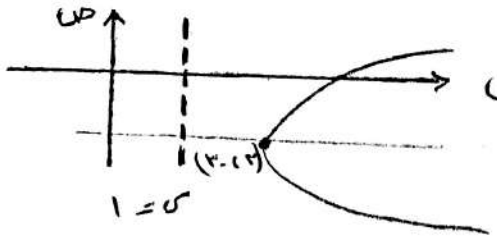


$جـ = -1 - -5 = 4$

$(ص - 1)^2 = -16 (س + 1)$

---

2) رأسه $(2، -3)$ ومعادلة دليله $س = 1$



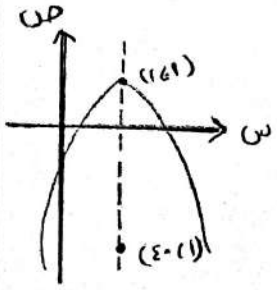
$جـ = 2 - 1 = 1$

$(ص + 3)^2 = 4 (س - 2)$

تدريب 2:

جد معادلة القطع المكافئ في كل مما يلي:

1) رأسه $(1، 1)$ وبؤرته $(1، -4)$.



$جـ = 1 - -4 = 5$

$(س - 1)^2 = -20 (ص - 1)$

---

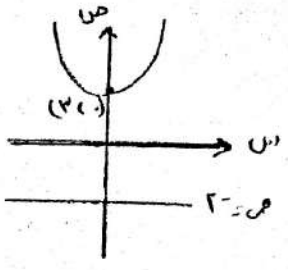
2) رأسه $(0، 3)$ ومعادلة دليله $ص + 2 = 0$

معادلة الدليل $ص = -2$

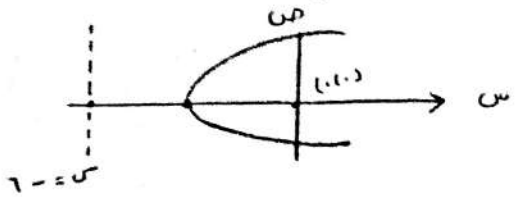
$جـ = 3 - -2 = 5$

$(س - 0)^2 = 20 (ص - 3)$

$س^2 = 20 (ص - 3)$



3) بؤرته النقطة $(0، 0)$ ومعادلة دليله $س = -6$



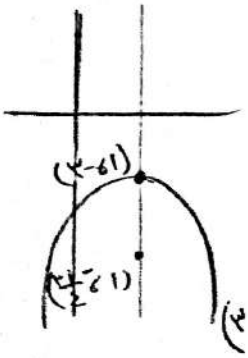
الرأس $\left(\frac{0 + -6}{2} ، 0 \right) = (-3، 0)$

$\Leftarrow جـ = 3$

$ص^2 = 12 (س + 3)$

تدريب 3: جد احداثي الرأس والبؤرة ومعادلة المحور والدليل للقطع المكافئ الذي معادلته

$(س - 1)^2 = -ص - 3$



الحل: $(س - 1)^2 = -(ص + 3)$

الرأس $(1، -3)$

$4جـ = 1 \leftarrow جـ = \frac{1}{4}$

البؤرة $\left(1، -3 - \frac{1}{4}\right) = \left(1، -3\frac{1}{4}\right)$

الدليل $ص = -3 + \frac{1}{4} \Leftarrow ص = -\frac{11}{4}$

معادلة المحور: $س = 1$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

تدريب ٤ :

جد عناصر القطع المكافئ الذي معادلته

$س^{٢} - ٤ص + ٤ = ٠$

الحل:

$س^{٢} - ٤ص + ٤ = ٠$

$س^{٢} = ٤ص - ٤$

$س^{٢} = ٤(ص - ١)$

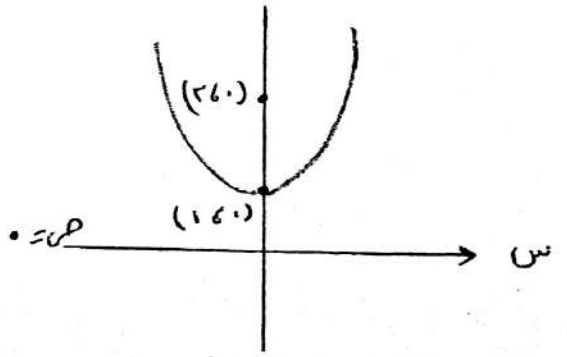
الرأس $(٠ ، ١)$

المحور $س = ٠$ (محور الصادات)

$٤جـ = ٤ \Leftarrow جـ = ١$

البؤرة $(٠ ، ١ + ١) = (٠ ، ٢)$

الدليل: $ص = ١ - ١ = ٠$



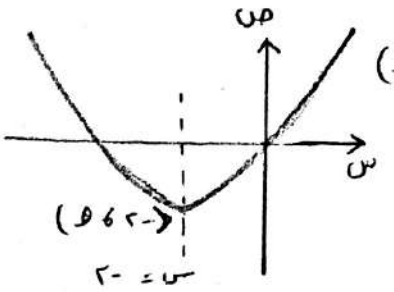
تدريب ٥ :

جد معادلة القطع المكافئ الذي يمر بالنقطتين $(٠ ، ٠)$ ، $(٣ ، ١)$ ومحوره المستقيم الذي معادلته $س = -٢$

الحل: الرأس $(د ، هـ)$

المحور $س = -٢$

$\therefore د = -٢$



المعادلة:

$(س + ٢)^{٢} = ٤جـ(ص - هـ)$

$(٠ ، ٠) \leftarrow (٠ + ٢)^{٢} = ٤جـ(٠ - هـ) \leftarrow ٤ = ٤جـ \times -هـ$ ... ①

$(٣ ، ١) \leftarrow (١ + ٢)^{٢} = ٤جـ(٣ - هـ)$

$٩ = ٤جـ(٣ - هـ)$ ... ②

بقسمة ① ÷ ②

$\frac{٤}{٩} = \frac{٤جـ \times -هـ}{٤جـ(٣ - هـ)}$

$\frac{٤}{٩} = \frac{-هـ}{٣ - هـ} \Leftarrow -٩هـ = ١٢ - ٤هـ$

$-٥هـ = ١٢ \Leftarrow \boxed{هـ = -\frac{١٢}{٥}}$

بالتعويض في ① $٤ = ٤جـ \times \frac{١٢}{٥} \Leftarrow \boxed{جـ = \frac{٥}{١٢}}$

المعادلة هي

$(س + ٢)^{٢} = ٤ \times \frac{٥}{١٢}\left(ص + \frac{١٢}{٥}\right)$

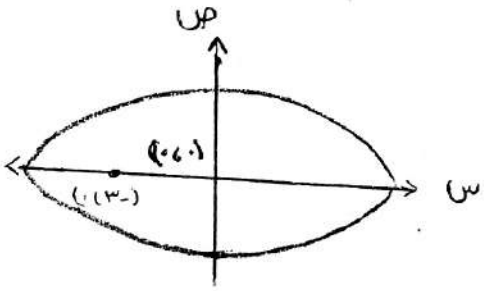
$(س + ٢)^{٢} = \frac{٥}{٣}\left(ص + \frac{١٢}{٥}\right)$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

تدريب ١:

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل، ومحوره الأصغر يوازي محور الصادات وطوله يساوي ٤ وحدات واحدى بؤرتيه النقطة $(-٣\sqrt{٦}, ٠)$.

الحل:



$ب = ٢ \Leftarrow ٢ب = ٤$

$جـ = ٣$

$جـ^٢ = م^٢ - ب^٢$

$٩ = م^٢ - ٤ \Leftarrow م^٢ = ١٣$

المعادلة $\frac{س^٢}{١٣} + \frac{ص^٢}{٤} = ١$

تدريب ٢:

جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه النقطتان $ب_١(-٢، ٣\sqrt{٦})$ ، $ب_٢(-٢، -٩\sqrt{٦})$ وطول محوره الأكبر ١٢ وحدة

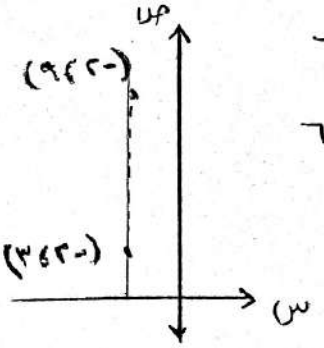
الحل: $٢جـ = ٩ - ٣ = ٦$

$جـ = ٣$

$٢م = ١٢ \leftarrow م = ٦$

المركز $(-٢، \frac{٩+٣}{٢})$

$(-٢، ٦\sqrt{٦})$



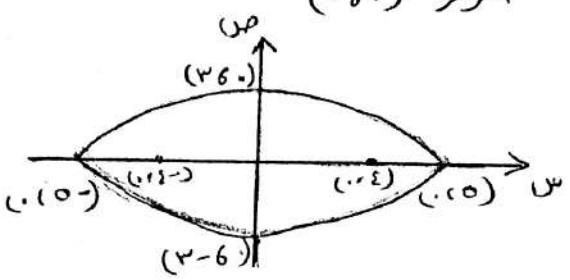
$جـ^٢ = م^٢ - ب^٢$

$٩ = ٣٦ - ب^٢ \leftarrow ب^٢ = ٢٧$

المعادلة: $\frac{(س+٢)^٢}{٢٧} + \frac{(ص-٦)^٢}{٣٦} = ١$

تدريب ٣: جد عناصر القطع الناقص الذي معادلته $\frac{س^٢}{٢٥} + \frac{ص^٢}{٩} = ١$.

الحل: المركز $(٠، ٠)$



$ب^٢ = ٩$ $\quad م^٢ = ٢٥$

$ب = ٣$ $\quad م = ٥$

$جـ^٢ = م^٢ - ب^٢ \Rightarrow جـ^٢ = ٢٥ - ٩ = ١٦$

$جـ = ٤$

الرأسان $(\pm ٥، ٠)$

البؤرتان $(\pm ٤، ٠)$

طرفا المحور الأصغر $(٠، \pm ٣)$

طول المحور الأكبر $= ١٠$ ومعادلته $ص = ٠$

طول المحور الأصغر $= ٦$ ومعادلته $س = ٠$

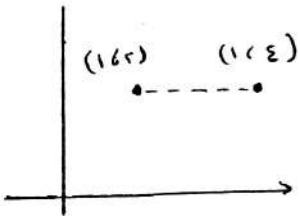
البعد البؤري $= ٢جـ = ٨$ ، $هـ = \frac{جـ}{م} = \frac{٤}{٥}$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

تدريب ٤:

جد معادلة القطع الناقص الذي أحد رؤوسه النقطة (١٦٤) ، والبؤرة القريبة من هذا الرأس هي النقطة (١٦٢) واختلافه المركزي ٥٠٠

الحل:



$ه = \frac{د}{ا}$

$\frac{١}{٢} = \frac{د}{ا}$

$\boxed{ا = ٢ د}$

$ا - د = ٤ - ٢ = ٢$ لكن $ا = ٢ د$

$\Leftarrow ا - د = د$

$٢ د - د = ٢$

$\Leftarrow د = ٢$

$ا = ٢ د \Leftarrow ا = ٢ \times ٢ = ٤$

$د^{٢} = ا^{٢} - ب^{٢}$

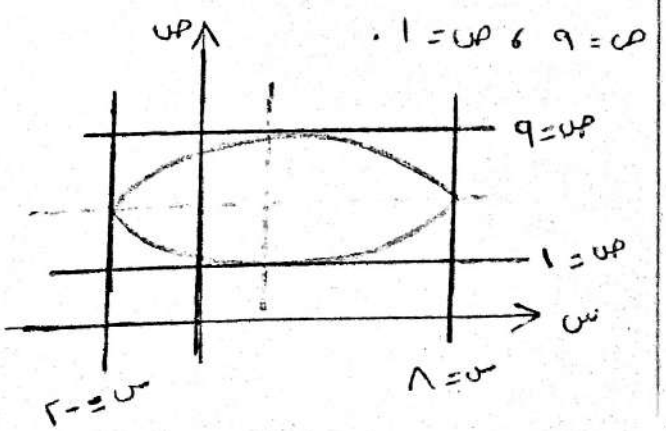
$٤ = ١٦ - ب^{٢} \Leftarrow ب^{٢} = ١٦ - ٤$

$\Leftarrow ب^{٢} = ١٢$

المركز $(-٢ ، ١) = (٠ ، ١)$

المعادلة $\frac{س^{٢}}{١٦} + \frac{(ص - ١)^{٢}}{١٢} = ١$

تدريب ٥: جد معادلة القطع الناقص الذي يمسه كلاً من المستقيمات: $س = ٨$ ، $س = -٢$ ، $ص = ٩$ ، $ص = ١$



المركز $\left(\frac{-٢ + ٨}{٢} ، \frac{٩ + ١}{٢}\right) = (٣ ، ٥)$

$ا^{٢} = ٨ - (-٢) = ١٠ \Leftarrow ا = ٥$

$ب^{٢} = ٩ - ١ = ٨ \Leftarrow ب = ٤$

المعادلة: $\frac{(س - ٣)^{٢}}{٢٥} + \frac{(ص - ٥)^{٢}}{١٦} = ١$

تدريب ٦: قطع ناقص معادلته $٤ س^{٢} + ٣ ص^{٢} + ١٦ س = ١٧٦$ جد كلاً مما يلي: ١) احداثيي المركز ٢) احداثيي الرأسين ٣) احداثيي البؤرتين ٤) الاختلاف المركزي.

الحل:

$٤ س^{٢} + ١٦ س + ٣ ص^{٢} = ١٧٦$

$٤(س^{٢} + ٤ س + ٤) + ٣ ص^{٢} = ١٧٦ + ١٦$

$٤ (س + ٢)^{٢} + ٣ ص^{٢} = ١٩٢$ $(\div ١٩٢)$

$\frac{(س + ٢)^{٢}}{٤٨} + \frac{ص^{٢}}{٦٤} = ١$

قطع ناقص صادي مركزه $(-٢ ، ٠)$

$ا^{٢} = ٦٤ \Leftarrow ا = ٨$

الرأسان $(-٢ ، ٠ \pm ٨) \leftarrow (-٢ ، -٨)$ ، $(-٢ ، ٨)$

$ب^{٢} = ٤٨ \Leftarrow ب = \sqrt{٤٨}$

$د^{٢} = ٦٤ - ٤٨ = ١٦ \Leftarrow د = ٤$

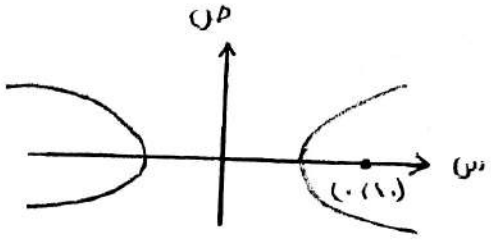
البؤرتان $(-٢ ، ٠ \pm ٤) \leftarrow (-٢ ، ٤)$ ، $(-٢ ، -٤)$

$ه = \frac{د}{ا} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

تدريب ١ :

جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وطول محوره المرافق يوازي محور الصادات وطوله يساوي ١٢ وحدة واحدة وإحدى بؤرتيه النقطة (٠، ١٠)



المركز (٠، ٠)

$2ب = 12 \Leftarrow ب = 6$

$ج = 10$

$ج^2 = م^2 + ب^2$

$100 = م^2 + 36 \Leftarrow م^2 = 64$

المعادلة: $\frac{س^2}{64} - \frac{ص^2}{36} = 1$

تدريب ٢ :

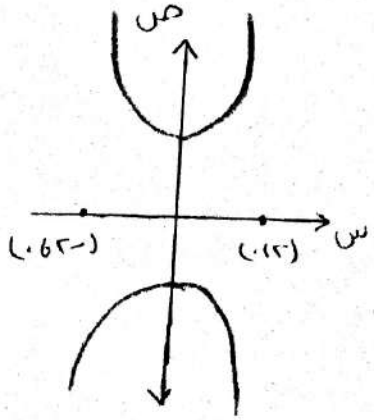
جد معادلة القطع الزائد الذي نهايتا محوره المرافق النقطتان (٠، ±٦) ويمر بالنقطة (٣، ١) .

المركز (٠، ٠)

$2ب = 2 - (-2)$

$2ب = 4$

$\boxed{ب = 2}$



المعادلة :

$\frac{ص^2}{م^2} - \frac{س^2}{4} = 1$

$\frac{ص^2}{م^2} - \frac{س^2}{4} = 1$

$(٣، ١) \longleftarrow \frac{9}{م^2} - \frac{1}{4} = 1 \Leftarrow \frac{9}{م^2} = \frac{5}{4}$

$\Leftarrow م^2 = \frac{4 \times 9}{5} \Leftarrow م^2 = \frac{36}{5}$.

المعادلة: $\frac{ص^2}{\frac{36}{5}} - \frac{س^2}{4} = 1$

تدريب ٣ :

جد عناصر القطع الزائد الذي معادلته

$\frac{ص^2}{25} - \frac{(س-1)^2}{144} = 1$

المركز (١، ٠) ← القطع صادي

$م^2 = 25$	$ب^2 = 144$	$ج^2 = م^2 + ب^2$
$م = 5$	$ب = 12$	$ج^2 = 25 + 144$
		$ج^2 = 169$
		$ج = 13$

طول المحور القاطع $= 2م = 10$ ومعادلته $س = 1$

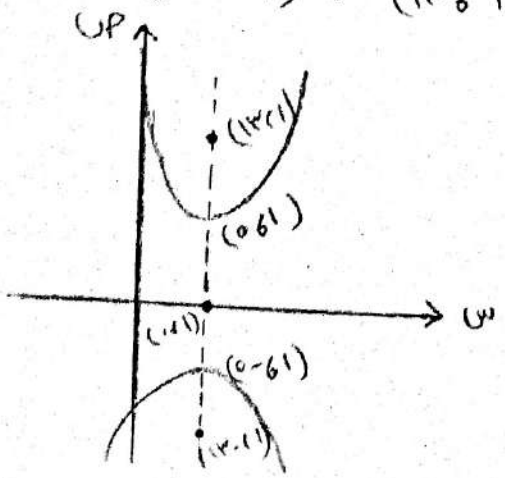
طول المحور المرافق $= 2ب = 24$ ومعادلته $ص = 0$

البعد البؤري $= 2ج = 26$

$هـ = \frac{ج}{م} = \frac{13}{5}$.

الرأسان (٥، ١) ، (-٥، ١)

البؤرتان (١٣، ١) ، (-١٣، ١)

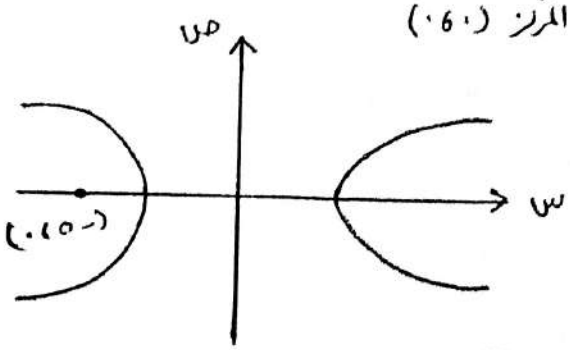


منهاجي
متعة التعليم الهادف

تدريب ٤ :

جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل واحدى بؤرتيه النقطة (٠، ٥-) واختلافه المركزي $\frac{٥}{٣}$

المركز (٠، ٠)



$\boxed{جـ = ٥}$

$هـ = \frac{جـ}{م} \Leftarrow \frac{٥}{٣} = \frac{٥}{م} \Leftarrow \boxed{م = ٣}$

$جـ^{٢} = م^{٢} + ب^{٢}$

$٢٥ = ٩ + ب^{٢}$

$\Leftarrow ب^{٢} = ١٦$

المعادلة :

$$\frac{س^{٢}}{٩} - \frac{ص^{٢}}{١٦} = ١$$

تدريب ٥ : جد عناصر القطع الزائد اذا علمت معادلته في كل مما يلي :

١) $٢ك^{٢} - ٤س = ٥ص^{٢} + ٣٠ص + ٥٣$

$٢ك^{٢} - ٤ك - ٥ص^{٢} - ٣٠ص = ٥٣$

$٢(ص^{٢} - ٢ك) - ٥(ص^{٢} + ٦ص) = ٥٣$

$٢(ص^{٢} - ٢ك + ١) - ٥(ص^{٢} + ٦ص + ٩) = ٥٣ + ٢ - ٤٥$

$٢(س-١)^{٢} - ٥(ص+٣)^{٢} = ١٠$ $(\div ١٠)$

$$\frac{(س-١)^{٢}}{٥} - \frac{(ص+٣)^{٢}}{٢} = ١$$

المركز (١، ٣-) ← قطع سيني

$م^{٢} = ٥$ $ب^{٢} = ٢$ $جـ^{٢} = ٥ + ٢ = ٧$

$م = \sqrt{٥}$ $ب = \sqrt{٢}$ $جـ = \sqrt{٧}$

طول المحور القاطع $= ٢\sqrt{٥}$ ومعادلته ص $= -٣$

طول المحور المرافق $= ٢\sqrt{٢}$ ومعادلته س $= ١$

البعد البؤري $= ٢\sqrt{٧}$

$هـ = \frac{جـ}{م} = \frac{\sqrt{٧}}{\sqrt{٥}}$

الرأسان : $(١ \pm \sqrt{٥}، -٣)$

البؤرتان : $(١ \pm \sqrt{٧}، -٣)$

٢) $٩س^{٢} - ٤ص^{٢} = ٣٦$ $(\div ٣٦)$

$$\frac{س^{٢}}{٤} - \frac{ص^{٢}}{٩} = ١$$

المركز (٠، ٠) ← قطع سيني

$م^{٢} = ٤$ $ب^{٢} = ٩$ $جـ^{٢} = ٤ + ٩$

$م = ٢$ $ب = ٣$ $جـ = \sqrt{١٣}$

طول المحور القاطع $= ٤$ ومعادلته ص $= ٠$

طول المحور المرافق $= ٦$ ومعادلته س $= ٠$

البعد البؤري $= ٢\sqrt{١٣}$.

$هـ = \frac{\sqrt{١٣}}{٢}$.

الرأسان $(٠، ٢)$ و $(٠، -٢)$

البؤرتان $(٠، \sqrt{١٣})$ و $(٠، -\sqrt{١٣})$

منهاجي
متعة التعليم الهادف