المركز الوطني لتطوير المناهج
National Center for Curriculum Development

الرياضيات

الصف السادس - كتاب الطالب

الفصل الدراسي الثاني

6

فريق التأليف

د. عمر محمد أبوغليون (رئيسًا)

نوار نور الدين افتيحة　　د.سميرة حسن أحمد　　عمران معروف البخيت

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

06-5376262 / 237　06-5376266　P.O.Box: 2088 Amman 11941

@nccdjor　feedback@nccd.gov.jo　www.nccd.gov.jo

قـرَّرت وزارة التربيـة والتعليـم تدريـس هذا الكتـاب في مدارس المملكـة الأردنية الهاشـمية جميعها، بنـاءً على قـرار المجلس الأعلى للمركـز الوطنـي لتطوير المناهج في جلسـته رقـم (2021/5)، تاريخ 2021/12/7 م، وقـرار مجلس التربية والتعليـم رقم (2021/157)، تاريـخ 2021/12/21 م، بـدءًا من العام الـدراسي 2021 / 2022 م.

© HarperCollins Publishers Limited 2021.
- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan
- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

ISBN: 978 - 9923 - 41 - 376 - 0

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(2022/4/2070)

375.001

الأردن. المركز الوطني لتطوير المناهج

الرياضيـات الصـف السـادس: كتـاب الطالـب (الفصـل الدراسـي الثانـي)/ المركـز الوطنـي لتطويـر المناهـج.–ط2؛ مزيـدة ومنقحـة.– عمـان: المركـز، 2022

(159) ص.

ر.إ.: **2022/4/2070**

الواصفات: / تطوير المناهج/ / المقررات الدراسية/ / مستويات التعليم/ / المناهج/

يتحمل المُؤلِّف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مُصنَّفه، ولا يُعبِّر هذا المُصنَّف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, sorted in retrieval system, or transmitted in any form by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise , without the prior written permission of the publisher or a license permitting restricted copying in the United Kingdom issued by the Copyright Licensing Agency Ltd, Barnard's Inn, 86 Fetter Lane, London, EC4A 1EN.
British Library Cataloguing -in- Publication Data
A catalogue record for this publication is available from the Library.

الطبعة الأولى (التجريبية) 1442 هـ / 2021 م
أعيدت طباعته 2022 م – 2024 م

المقدمة

انطلاقًا من إيمان المملكة الأردنية الهاشـمية الراسخ بأهمية تنمية قدرات الإنسان الأردني، وتسليحه بالعلم والمعرفة؛ سـعى المركز الوطني لتطوير المناهج، بالتعاون مع وزارة التربية والتعليم، إلى تحديث المناهج الدراسية وتطويرها، لتكون معينًـا للطلبة على الارتقاء بمسـتواهم المعرفي، ومجاراة أقرانهم في الدول المتقدِّمة. ولمّـا كانت الرياضيات إحدى أهمِّ المواد الدراسـية التي تنمّي لـدى الطلبة مهارات التفكير وحَلِّ المشـكلات، فقد أَوْلى المركز هـذا المبحث عنايةً كبيرةً، وحرص على إعداد كتب الرياضيات وفق أفضل الطرائق المُتَّبَعة عالميًّا على يد خبرات أردنية؛ لضمان انسـجامها مع القيم الوطنية الراسخة، وتلبيتها لاحتياجات طلبتنا والكوادر التعليمية.

روعي في إعداد كتب الرياضيات تقديم المحتوى بصورة سلسـة، ضمن سـياقات حياتية شـائقة، تزيد رغبة الطلبة في التعلُّـم، ووُظِّفت فيها التكنولوجيا لتُسـهم في جعل الطلبة أكثر تفاعلًا مع المفاهيم المقدّمـة لهم. وكذلك إبراز خطة حَلِّ المسـألة، التي أُفرِد لها دروس مسـتقلة تتيح للطلبة التدرُّب على أنواع مختلفة من الخطط، وتطبيقها على مسـائل متنوعة. وقد احتوت الكتب على مشـروع لكل وحدة؛ لتعزيز تعلُّم الطلبـة المفاهيم والمهارات الواردة فيها وإثرائها. ولأنَّ التدرُّب المكثَّف على حَلِّ المسـائل يُعَدُّ إحدى أهمِّ طرائق ترسيخ المفاهيم الرياضية وزيادة الطلاقة الإجرائية لدى الطلبة؛ فقد أُعِدَّ كتـاب التمارين على نحوٍ يُقدِّم للطلبة ورقة عمل في كل درس، تُحَلُّ بوصفها واجبًا منزليًّا، أو داخل الغرفة الصفية إنْ توافر الوقـت الكافي. ولأنَّنا ندرك جيدًا حـرص المعلِّم الأردني على تقديم أفضل ما لديه للطلبة؛ فقـد جاء كتاب التمارين أداةً مساعدةً تُوفِّر عليه جهد إعداد أوراق العمل وطباعتها.

من المعلوم أنَّ الأرقام العربية تُستخدَم في معظم مصادر تعليم الرياضيات العالمية ، ولا سيَّما في شبكة الإنترنت، التي أصبحت أداةً تعليميةً مُهِمَّةً؛ لما تزخر به من صفحات تُقدِّم محتوًى تعليميًّا تفاعليًّا ذا فائدة كبيرة. وحرصًا منّا على ألّا يفوت طلبتنا أيُّ فرصة، فقد استعملنا في هذا الكتاب الأرقام العربية؛ لجَسر الهُوَّة بين طلبتنا والمحتوى الرقمي العلمي، الذي ينمو بتسارع في عالَم يخطو نحو التعليم الرقمي بوتيرة متسارعة.

ونحـن إذ نُقدِّم هذا الكتاب، نأمل أن ينال إعجاب طلبتنا والكوادر التعليمية الأردنية، ويجعل تعليم الرياضيات وتعلُّمها أكثر متعةً وسهولةً، ونعد بأنْ نستمرَّ في تحسين هذا الكتاب في ضوء ما يصلنا من ملاحظات.

المركز الوطني لتطوير المناهج

قائِمَةُ الْمُحْتَوَياتِ

الْوَحْدَةُ 5 الْمَقاديرُ الْجَبْرِيَّةُ وَالْمُعادَلاتُ 6

مَشْروعُ الْوَحْدَةِ: وَرَقُ الْجُدْرانِ 7

الدَّرْسُ 1 الْقُوى وَالْأُسُسُ 8

الدَّرْسُ 2 الْجَذْرُ التَّرْبيعِيُّ وَالْجَذْرُ التَّكْعيبِيُّ 14

الدَّرْسُ 3 أَوْلَوِيّاتُ الْعَمَلِيّاتِ الْحِسابِيَّةِ 20

الدَّرْسُ 4 الْخَصائِصُ الْجَبْرِيَّةُ 24

نَشاطٌ مَفاهيمِيٌّ حَلُّ مُعادَلاتٍ تَحْتَوي عَمَلِيَّتَيْنِ ... 30

الدَّرْسُ 5 الْمُعادَلاتُ 31

الدَّرْسُ 6 الْمُتَتالِياتُ 38

اخْتِبارُ نِهايَةِ الْوَحْدَةِ 42

الْوَحْدَةُ 6 النِّسْبَةُ وَالنِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ 44

مَشْروعُ الْوَحْدَةِ: الْعُروضُ التِّجارِيَّةُ 45

الدَّرْسُ 1 النِّسْبَةُ 46

الدَّرْسُ 2 النِّسَبُ الْمُتَكافِئَةُ 53

الدَّرْسُ 3 النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ وَالْكُسورُ الْعادِيَّةُ 59

الدَّرْسُ 4 النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ وَالْكُسورُ الْعَشْرِيَّةُ 65

الدَّرْسُ 5 النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ مِنْ عَدَدٍ 70

اخْتِبارُ نِهايَةِ الْوَحْدَةِ 76

قائِمَةُ الْمُحْتَوَياتِ

الْوَحْدَةُ 7 الْهَنْدَسَةُ وَالْقِياسُ 78

مَشْروعُ الْوَحْدَةِ: تَصْميمُ الْعُبُوّاتِ..... 79

الدَّرْسُ 1 الْأَشْكالُ الرُّباعِيَّةُ 80

الدَّرْسُ 2 مِساحَةُ مُتَوازي الْأَضْلاعِ..... 87

نَشاطٌ مَفاهيمِيٌّ مِساحَةُ الْمُثَلَّثِ 94

الدَّرْسُ 3 مِساحَةُ الْمُثَلَّثِ 95

الدَّرْسُ 4 مِساحَةُ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ 101

نَشاطٌ مَفاهيمِيٌّ حَجْمُ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ 107

الدَّرْسُ 5 حَجْمُ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ وَمِساحَةُ سَطْحِهِ .. 108

اخْتِبارُ نِهايَةِ الْوَحْدَةِ 116

الْوَحْدَةُ 8 الْإِحْصاءُ وَالِاحْتِمالاتُ..... 118

مَشْروعُ الْوَحْدَةِ: الْعاداتُ الصِّحِّيَّةُ لِلطَّلَبَةِ 119

الدَّرْسُ 1 جَمْعُ الْبَياناتِ..... 120

الدَّرْسُ 2 الْجَداوِلُ التَّكْرارِيَّةُ..... 127

الدَّرْسُ 3 الْجَداوِلُ وَالْمُخَطَّطاتُ التَّكْرارِيَّةُ

ذاتُ الْفِئاتِ 133

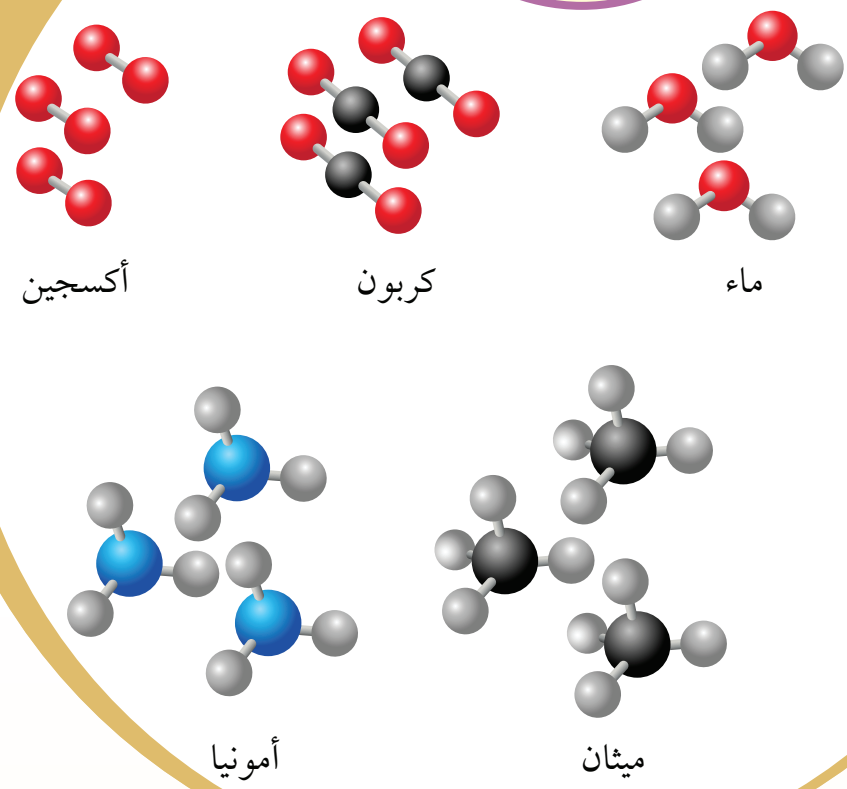
الدَّرْسُ 4 الْقِطاعاتُ الدّائِرِيَّةُ 143

الدَّرْسُ 5 الِاحْتِمالاتُ 151

اخْتِبارُ نِهايَةِ الْوَحْدَةِ 157

الْوَحْدَةُ 5

الْمَقاديرُ الْجَبْرِيَّةُ وَالْمُعادَلاتُ



ما أَهَمِّيَّةُ هذِهِ الْوَحْدَةِ؟

تُعَدُّ الْمَقاديرُ الْجَبْرِيَّةُ وَالْمُعادَلاتُ وَالْمُتَتالِياتُ مِنْ أَكْثَرِ الْمَوْضوعاتِ الرِّياضِيَّةِ اسْتِعْمالًا في الْمَواقِفِ الْحَياتِيَّةِ وَالْعِلْمِيَّةِ، فَمَثَلًا تَتَبُّعُ الْجُزَيْئاتُ الَّتي تَتَكَوَّنُ مِنْها الْمُرَكَّباتُ الْكيمْيائِيَّةُ نَمَطًا مُحَدَّدًا لِذَرّاتِها، وَيُمْكِنُ التَّعْبيرُ عَنْ تَكْرارِ هذِهِ الْجُزَيْئاتِ بِمَقاديرَ جَبْرِيَّةٍ وَمُتَتالِياتٍ.

تَعَلَّمْتُ سابِقًا:

- ✓ إيجادَ قِيَمِ مَقاديرَ جَبْرِيَّةٍ تَتَضَمَّنُ عَمَلِيَّةً حِسابِيَّةً واحِدَةً وَمُتَغَيِّرًا واحِدًا.
- ✓ حَلَّ مُعادَلاتٍ بِخُطْوَةٍ واحِدَةٍ.
- ✓ تَكْوينَ نَمَطٍ عَدَدِيٍّ وَهَنْدَسِيٍّ وَفْقَ قاعِدَةٍ.
- ✓ حَلَّ مَسائِلَ تَتَضَمَّنُ أَكْثَرَ مِنْ عَمَلِيَّةٍ حِسابِيَّةٍ عَلى الْأَعْدادِ الصَّحيحَةِ.

سَأَتَعَلَّمُ في هذِهِ الْوَحْدَةِ:

- اسْتِعْمالَ الْقُوى وَالْأُسُسِ لِكِتابَةِ عِباراتِ الضَّرْبِ.
- اسْتِعْمالَ أَوْلَوِيّاتِ الْعَمَلِيّاتِ الْحِسابِيَّةِ لِإيجادِ قيمَةِ مِقْدارٍ عَدَدِيٍّ.
- حَلَّ مُعادَلاتٍ بِخُطْوَتَيْنِ.
- كِتابَةَ قاعِدَةٍ تَرْبِطُ كُلَّ حَدٍّ في الْمُتَتالِيَةِ بِالْحَدِّ الَّذي يَليهِ.

مشروع الوحدة: وَرَقُ الْجُدْرانِ

أَسْتَعِدُّ لِتَنْفيذِ مَشْروعِيَ الْخاصِّ، الَّذي سَأَسْتَعْمِلُ فيهِ ما أَتَعَلَّمُهُ في هذِهِ الْوَحْدَةِ عَنِ الْمَقاديرِ الْعَدَدِيَّةِ؛ لِحِسابِ تَكْلِفَةِ تَرْكيبِ وَرَقِ جُدْرانٍ لِغُرْفَةٍ في مَنْزِلي.

خُطُواتُ تَنْفيذِ الْمَشْروعِ:

1. أَخْتارُ غُرْفَةً في مَنْزِلي تَحْتَوي نافِذَتَيْنِ وَبابًا، ثُمَّ أَسْتَعْمِلُ شَريطَ قِياسٍ مِتْرِيًّا؛ لِأَجِدَ طولَ كُلِّ جِدارٍ فيها وَعَرْضَهُ.

2. أَقيسُ طولَ كُلٍّ مِنَ النّافِذَتَيْنِ وَالْبابِ وَعَرْضَها.

3. أَكْتُبُ مِقْدارًا عَدَدِيًّا يَحْتَوي عَمَلِيّاتِ جَمْعٍ وَطَرْحٍ وَضَرْبٍ يُمَثِّلُ مِساحَةَ جُدْرانِ الْغُرْفَةِ مِنْ دونِ سَقْفِها وَالنّافِذَةِ وَالْبابِ، بِوَحْدَةِ الْمِتْرِ الْمُرَبَّعِ.

4. أَسْتَعْمِلُ أَوْلَوِيّاتِ الْعَمَلِيّاتِ الْحِسابِيَّةِ لِحِسابِ قيمَةِ الْمِقْدارِ الْعَدَدِيِّ، مَعَ تَوْضيحِ خُطُواتِ الْحَلِّ.

5. أَبْحَثُ في شَبَكَةِ الْإِنْتَرْنِتْ عَنْ أَنْواعِ وَرَقِ الْجُدْرانِ وَأَسْعارِها.

6. إِذا كانَتْ تِكْلِفَةُ الْمِتْرِ الْمُرَبَّعِ الْواحِدِ مِنْ وَرَقِ الْجُدْرانِ n دينارًا، فَأَكْتُبُ مِقْدارًا جَبْرِيًّا يُمَثِّلُ تَكْلِفَةَ تَرْكيبِهِ لِلْغُرْفَةِ.

7. إِذا كانَ لَدَيَّ JD 120 وَأَرَدْتُ تَرْكيبَ وَرَقِ جُدْرانٍ لِهذِهِ الْغُرْفَةِ، فَأَكْتُبُ مُعادَلَةً وَأَحُلُّها؛ لِأَجِدَ قيمَةَ n الَّتي تُمَثِّلُ سِعْرَ الْمِتْرِ الْمُرَبَّعِ الْواحِدِ مِنْ وَرَقِ الْجُدْرانِ الَّذي يُمْكِنُني شِراؤُهُ.

عَرْضُ النَّتائِجِ:

- أُصَمِّمُ مَطْوِيَّةً جَميلَةً أَكْتُبُ فيها النَّتائِجَ الَّتي تَوَصَّلْتُ إِلَيْها في هذا الْمَشْروعِ.
- أُزَيِّنُ الْمَطْوِيَّةَ بِصُوَرِ وَرَقِ الْجُدْرانِ.
- أَعْرِضُ الْمَطْوِيَّةَ أَمامَ زُمَلائي/ زَميلاتي، وَأُقارِنُ نَتائِجي بِنَتائِجِهِمْ.

الدَّرْسُ 1 الْقُوى وَالْأُسُسُ

فِكْرَةُ الدَّرْسِ

أَسْتَعْمِلُ الْقُوى وَالْأُسُسَ لِكِتابَةِ عِباراتِ الضَّرْبِ.

الْمُصْطَلَحاتُ

الْأُسُّ، الْأَساسُ، الْقُوَّةُ، التَّرْبيعُ، التَّكْعيبُ.

أَسْتَكْشِفُ

زَرَعَ سُلْطانُ 10 نَخْلاتٍ، فَأَنْتَجَتْ كُلُّ نَخْلَةٍ 10 فَسائِلَ، ثُمَّ أَنْتَجَتْ كُلُّ فَسيلَةٍ 10 فَسائِلَ، ما عَدَدُ النَّخْلاتِ وَفَسائِلِها؟

يُمْكِنُني التَّعْبيرُ عَنِ الضَّرْبِ الْمُتَكَرِّرِ لِلْعَدَدِ في نَفْسِهِ بِاسْتِخْدامِ الْأُسُسِ، وَعِنْدَئِذٍ يُسَمّى عَدَدُ مَرّاتِ تَكْرارِ الضَّرْبِ **الْأُسَّ** (exponent). أَمّا الْعَدَدُ نَفْسُهُ فَيُسَمّى **الْأَساسَ** (base)، وَيُسَمّى كُلٌّ مِنَ الْأَساسِ وَالْأُسِّ مَعًا **الْقُوَّةَ** (power).

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$$

الْأُسُّ

الْأَساسُ

لُغَةُ الرِّياضِيّاتِ

يُقْرَأُ الْمِقْدارُ 3^4 ثَلاثَةٌ أُسَّ أَرْبَعَةٍ.

بِالْكَلِماتِ	الْقُوَّةُ
سَبْعَةٌ أُسَّ اثْنَيْنِ، أَوْ سَبْعَةٌ **تَرْبيعٌ** (squared).	7^2
سَبْعَةٌ أُسَّ ثَلاثَةٍ، أَوْ سَبْعَةٌ **تَكْعيبٌ** (cubed).	7^3
سَبْعَةٌ أُسَّ أَرْبَعَةٍ.	7^4
سَبْعَةٌ أُسَّ خَمْسَةٍ.	7^5

وَحينَ لا يَظْهَرُ أُسٌّ فَوْقَ الْعَدَدِ يُفْهَمُ ضِمْنِيًّا أَنَّهُ 1، فَمَثَلًا: $7 = 7^1$

تُسَمّى الصّيغَةُ الَّتي يُكْتَبُ فيها الضَّرْبُ الْمُتَكَرِّرُ بِاسْتِخْدامِ الْأُسُسِ **الصّيغَةَ الْأُسِّيَّةَ** (exponent form)، مِثْلَ 3^4، أَمّا الصّيغَةُ الَّتي يُكْتَبُ فيها الضَّرْبُ الْمُتَكَرِّرُ مِنْ دونِ اسْتِخْدامِ الْأُسُسِ فَتُسَمّى **الصّيغَةَ الْقِياسِيَّةَ** (standard form)، مِثْلَ $3\times3\times3\times3$

مثال 1

أَكْتُبُ كُلًّا مِمّا يَأْتي بِالصّيغَةِ الْأُسِّيَّةِ:

1. $6 \times 6 \times 6$

$$6 \times 6 \times 6 = 6^3$$

الْعَدَدُ (6) تَكَرَّرَ 3 مَرّاتٍ؛ لِذا يَكونُ الْأُسُّ 3

2. $-3 \times -3 \times -3 \times -3 \times -3$

$$-3 \times -3 \times -3 \times -3 \times -3 = (-3)^5$$

الْعَدَدُ (−3) تَكَرَّرَ 5 مَرّاتٍ؛ لِذا يَكونُ الْأُسُّ 5

3. $j \times j \times j \times j$

$$j \times j \times j \times j = j^4$$

تَكَرَّرَ الرَّمْزُ (j) 4 مَرّاتٍ، لِذا يَكونُ الْأُسُّ 4

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

4. 11×11

5. $-2 \times -2 \times -2$

6. $h \times h \times h \times h \times h \times h$

7. $-f \times -f \times -f \times -f$

يُمْكِنُني اسْتِعْمالُ الصّيغَةِ الْقِياسِيَّةِ لِإيجادِ قيمَةِ الْأَعْدادِ الْمَكْتوبَةِ بِالصّيغَةِ الْأُسِّيَّةِ.

مثال 2

أَكْتُبُ كُلًّا مِمّا يَأْتي بِالصّيغَةِ الْقِياسِيَّةِ، ثُمَّ أَجِدُ قيمَتَهُ:

1. 2^5

أَكْتُبُ الصّيغَةَ الْقِياسِيَّةَ

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

أَجِدُ ناتِجَ الضَّرْبِ

$$= 32$$

2. $(-4)^3$

أَكْتُبُ الصّيغَةَ الْقِياسِيَّةَ

$$(-4)^3 = -4 \times -4 \times -4$$

أَجِدُ ناتِجَ الضَّرْبِ

$$= -64$$

3 $(-5)^2$

أَكْتُبُ الصّيغَةَ الْقِياسِيَّةَ

أَجِدُ ناتِجَ الضَّرْبِ

$(-5)^2 = -5 \times -5$

$= 25$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

4 3^4 5 $(-1)^6$ 6 8^1 7 0^9

بِتَتَبُّعِ النَّمَطِ في الْجَدْوَلِ أَدْناهُ أُلاحِظُ أَنَّ قيمَةَ 2^0 تُساوي 1، وَيُمْكِنُ بِطَريقَةٍ مُشابِهَةٍ اسْتِنْتاجُ أَنَّ أَيَّ عَدَدٍ غَيْرَ الصِّفْرِ مَرْفوعًا لِلْأُسِّ 0 يُساوي 1

الصّيغَةُ الْأُسِّيَّةُ	2^3	2^2	2^1	2^0
الْقيمَةُ الْعَدَدِيَّةُ	8	4	2	1

÷2 ÷2 ÷2

مَفْهومٌ أَساسِيٌّ الْأُسُّ الصِّفْرِيُّ

بِالْكَلِماتِ: أَيُّ عَدَدٍ غَيْرُ الصِّفْرِ مَرْفوعًا لِلْأُسِّ 0 يُساوي 1

بِالرُّموزِ: $a^0 = 1$، لِكُلِّ $a \neq 0$

مِثال 3

أَجِدُ قيمَةَ كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1 5^0

تَعْريفُ الْأُسِّ الصِّفْرِيِّ

$5^0 = 1$

2 $(-8)^0$

تَعْريفُ الْأُسِّ الصِّفْرِيِّ

$(-8)^0 = 1$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

3 13^0 4 $(-7)^0$

تُسْتَعْمَلُ الْأُسُسُ لِلتَّعْبِيرِ عَنِ الْقِيَمِ الْكَبِيرَةِ في كَثِيرٍ مِنَ الْمَواقِفِ الْحَياتِيَّةِ وَالْعِلْمِيَّةِ.

مثال 4: مِنَ الْحَياةِ

كائِناتٌ دَقيقَةٌ: الْفُلورا الطَّبيعِيَّةُ كائِناتٌ دَقيقَةٌ مُفيدَةٌ، تَعيشُ عَلى جِسْمِ الْإِنْسانِ وَداخِلَهُ، وَيَحْوي السَّنْتيمِتْرُ الْمُرَبَّعُ الْواحِدُ مِنْ جِلْدِ الْإِنْسانِ ما يُقارِبُ 2^6 مِنْ هذِهِ الْكائِناتِ. أَكْتُبُ قيمَةَ هذِهِ الْقُوَّةِ مِنْ دونِ اسْتِعْمالِ الْأُسُسِ، ثُمَّ أَجِدُ قيمَتَهُ.

لِأَنَّ الْأُسَّ 6، أُكَرِّرُ ضَرْبَ الْعَدَدِ (2) سِتَّ مَرّاتٍ

$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

أَكْتُبُ ناتِجَ الضَّرْبِ

$= 64$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

حاسوبٌ: تُقاسُ سَعَةُ الْحاسوبِ بِوَحْداتِ الْبايْتِ، وَالْميجابايْتِ، وَالْجيجابايْتِ. إِذا كانَ 1 جيجابايْتٍ يُساوي 10^9 بايت تَقْريبًا، فَأَكْتُبُ هذا الْعَدَدَ بِالصّيغَةِ الْقِياسِيَّةِ، ثُمَّ أَجِدُ قيمَتَهُ.

يُمْكِنُ كِتابَةُ ناتِجِ تَحْليلِ عَدَدٍ إِلى عَواملِهِ الْأَوَّلِيَّةِ بِاسْتِعْمالِ الْأُسُسِ.

مثال 5

أَكْتُبُ ناتِجَ تَحْليلِ كُلِّ عَدَدٍ مِمّا يَأْتي بِاسْتِعْمالِ الْأُسُسِ:

1 **180**

تَذَكَّرْ

يُمْكِنُني أَيْضًا اسْتِعْمالُ طَريقَةِ الشَّجَرَةِ لِتَحْليلِ الْعَدَدِ 180

أُحَلِّلُ الْعَدَدَ إِلى عَواملِهِ الْأَوَّلِيَّةِ

5	180
3	36
2	12
2	6
3	3
	1

أَكْتُبُ الْعَدَدَ بِصورَةِ ضَرْبِ عَواملِهِ

$180 = 5 \times 3 \times 2 \times 2 \times 3$

أَسْتَعْمِلُ الْأُسُسَ في كِتابَةِ ضَرْبِ الْعَواملِ

$= 5 \times 3^2 \times 2^2$

إِذَنْ، $180 = 5 \times 3^2 \times 2^2$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

2 135 3 216 4 162

أَتَدَرَّبُ وَأَحُلُّ المَسائِلَ

أَكْتُبُ كُلًّا مِمّا يَأْتي بِالصّيغَةِ الْأُسِّيَّةِ:

1 8×8

2 $-9\times-9\times-9$

3 $h\times h\times h\times h$

4 $-819\times-819\times-819$

5 $11\times11\times-2\times-2\times-2\times-2$

6 $4\times4\times4\times3\times3\times7\times7$

أَكْتُبُ كُلًّا مِمّا يَأْتي بِالصّيغَةِ الْقِياسِيَّةِ، وَأَجِدُ قيمَتَهُ:

7 6^2 8 5^3 9 $(-2)^4$ 10 $(-1)^7$

11 0^3 12 100^2 13 $(-3)^1$ 14 40^3

15 5^1 16 $(-10)^3$ 17 $2^4\times3^2\times10^5$

أَجِدُ قيمَةَ كُلِّ مِمّا يَأْتي:

18 6^0 19 17^0 20 $(-9)^0$ 21 $(-1)^0$

أَكْتُبُ ناتِجَ تَحْليلِ كُلِّ عَدَدٍ مِمّا يَأْتي إِلى عَوامِلِهِ الْأَوَّلِيَّةِ بِاسْتِعْمالِ الْأُسُسِ:

22 240 23 144 24 225 25 1089

أَتَذَكَّرُ

$\oplus\times\oplus=\oplus$

$\ominus\times\ominus=\oplus$

$\ominus\times\oplus=\ominus$

مَعْلومَةٌ

مُعْظَمُ الْبَكْتيريا حَوْلَنا نافِعَةٌ، فَمِنْ بَيْنِ كُلِّ 100 نَوْعٍ بَكْتيريا هُناكَ نَوْعٌ واحِدٌ فَقَطْ قَدْ يُسَبِّبُ الْمَرَضَ لِلْإِنْسانِ.

26 **بَكْتيريا:** يَتَضاعَفُ عَدَدُ خَلايا بَكْتيريَّةٍ كُلَّ نِصْفِ ساعَةٍ بِانْقِسامِ كُلِّ خَلِيَّةٍ إِلى خَلِيَّتَيْنِ، أُكْمِلُ الْجَدْوَلَ الْآتِيَ لِإيجادِ عَدَدِ الْخَلايا الْبَكْتيريَّةِ النّاتِجَةِ عَنِ انْقِسامِ خَلِيَّةٍ واحِدَةٍ بَعْدَ 3 ساعاتٍ على صورَةِ قُوَّةٍ.

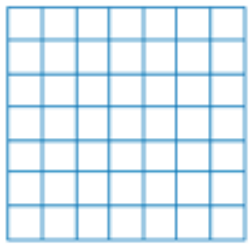
الزَّمَنُ/ ساعَةٌ	عَدَدُ الْخَلايا الْبَكْتيريَّةِ
0.5	$2=2^1$
1	$2\times2=\cdots$
1.5	$2\times2\times2=\cdots$
2	.....
2.5	.....
3	.....

27 **صِحَّةٌ:** يَسْتَهْلِكُ الْإِنْسانُ 3600 L تَقْريبًا مِنَ الْأُكْسُجينِ خِلالَ الْعامِ، أَكْتُبُ عَدَدَ اللِّتْراتِ الْمُسْتَهْلَكَةِ عَلى صورَةِ قُوَّةٍ.

مِساحاتٌ: أَكْتُبُ مِساحَةَ كُلِّ مُرَبَّعٍ مِمّا يَأْتي عَلى صورَةِ قُوَّةٍ:

28

29

30 

أَجِدُ الْأُسَّ الْمَفْقودَ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

31 $1000 = 10^{\square}$

32 $100000 = 10^{\square}$

33 $10000000 = 10^{\square}$

مَهاراتُ التَّفْكيرِ الْعُلْيا

34 **مَسْأَلَةٌ مَفْتوحَةٌ:** أَكْتُبُ قُوَّتَيْنِ مُخْتَلِفَتَيْنِ لَهُما الْقيمَةُ نَفْسُها.

تَبْريرٌ: أَضَعُ الرَّمْزَ (>) أَوْ (<) أَوْ (=) في ○ لِأُكَوِّنَ عِبارَةً صَحيحَةً، وَأُبَرِّرُ إِجابَتي.

35 1^{10} ○ 10^{1}

36 5^{2} ○ 2^{5}

37 7^{1} ○ 19^{0}

38 $2^{3} + 2^{3}$ ○ 4^{2}

39 **أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ:** تَقولُ غَيْداءُ: إِنَّ قيمَةَ 3^{5} هِيَ 15، أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ في ما قالَتْهُ، وَأُصَحِّحُهُ.

40 **تَبْريرٌ:** هَلِ الْعِبارَةُ الْآتِيَةُ صَحيحَةٌ أَمْ غَيْرُ صَحيحَةٍ؟ أُبَرِّرُ إِجابَتي.

تُوجَدُ مُرَبَّعاتٌ كامِلَةٌ سالِبَةٌ.

أَتَذَكَّرُ

الْمُرَبَّعُ الْكامِلُ هُوَ ناتِجُ ضَرْبِ عَدَدٍ كُلِّيٍّ في نَفْسِهِ.

41 **أَكْتُبُ** ماذا يَعْني الْأُسُّ؟

الدَّرْسُ 2 الْجَذْرُ التَّرْبيعِيُّ وَالْجَذْرُ التَّكْعيبِيُّ

فِكْرَةُ الدَّرْسِ

أَجِدُ الْجُذورَ التَّرْبيعِيَّةَ وَالتَّكْعيبِيَّةَ لِلْأَعْدادِ.

الْمُصْطَلَحاتُ

الْجَذْرُ التَّرْبيعِيُّ، الْجَذْرُ التَّكْعيبِيُّ.

أَسْتَكْشِفُ

لَوْحُ لُعْبَةِ شَطْرَنْجٍ مُرَبَّعُ الشَّكْلِ، مِساحَتُهُ $324\ cm^2$ أَجِدُ طولَ ضِلْعِهِ.

تَعَلَّمْتُ سابِقًا أَنَّ **الْجَذْرَ التَّرْبيعِيَّ** (square root) لِلْمُرَبَّعِ الْكامِلِ هُوَ ذلِكَ **الْعَدَدُ الْكُلِّيُّ** الَّذي إِذا ضُرِبَ في نَفْسِهِ فَيُعْطي الْمُرَبَّعَ الْكامِلَ، فَالْجَذْرُ التَّرْبيعِيُّ لِلْعَدَدِ 9 هُوَ 3 ؛ لِأَنَّ $(9 = 3 \times 3)$. وَيُرْمَزُ لِلْجَذْرِ التَّرْبيعِيِّ لِلْمُرَبَّعِ الْكامِلِ بِالرَّمْزِ $\sqrt{\ }$.

أَمّا **الْجَذْرُ التَّكْعيبِيُّ** (cube root) لِلْمُكَعَّبِ الْكامِلِ فَهُوَ ذلِكَ **الْعَدَدُ الصَّحيحُ** الَّذي إِذا ضُرِبَ في نَفْسِهِ ثَلاثَ مَرّاتٍ فَيُعْطي الْمُكَعَّبَ الْكامِلَ، فَالْجَذْرُ التَّكْعيبِيُّ لِلْعَدَدِ 8 هُوَ 2 ؛ لِأَنَّ $(8 = 2 \times 2 \times 2)$. وَيُرْمَزُ لِلْجَذْرِ التَّكْعيبِيِّ لِلْمُكَعَّبِ الْكامِلِ بِالرَّمْزِ $\sqrt[3]{\ }$.

$\sqrt[3]{8} = 2$ ← أَقْرَأُهُ (الْجَذْرُ التَّكْعيبِيُّ لِلْعَدَدِ 8)

مِثال 1

أَجِدُ قيمَةَ كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1 $\sqrt{81}$

$\sqrt{81} = \sqrt{9 \times 9}$ ← $81 = 9 \times 9$

$= 9$ ← تَعْريفُ الْجَذْرِ التَّرْبيعِيِّ

2 $\sqrt[3]{27}$

$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3}$ ← $27 = 3 \times 3 \times 3$

$= 3$ ← تَعْريفُ الْجَذْرِ التَّكْعيبِيِّ

أَتَذَكَّرُ

إِذا ضُرِبَ الْعَدَدُ السّالِبُ في نَفْسِهِ عَدَدًا فَرْدِيًّا مِنَ الْمَرّاتِ فَيَكونُ النّاتِجُ سالِبًا.

3 $\sqrt[3]{-8}$

$\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{-2 \times -2 \times -2}$

$= -2$

$-8 = -2 \times -2 \times -2$

تَعْريفُ الْجَذْرِ التَّكْعيبِيِّ

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

4 $\sqrt{49}$ **5** $\sqrt[3]{1000}$ **6** $\sqrt[3]{-27}$

أَسْتَعْمِلُ التَّحْليلَ إِلى الْعَوامِلِ الْأَوَّلِيَّةِ لِإيجادِ الْجُذورِ التَّرْبيعِيَّةِ لِلْمُرَبَّعاتِ الْكامِلَةِ الْكَبيرَةِ.

مثال 2

أَجِدُ قيمَةَ كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1 $\sqrt{324}$

الْخُطْوَةُ 1: أُحَلِّلُ الْعَدَدَ 324 إِلى عَوامِلِهِ الْأَوَّلِيَّةِ:

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

الْخُطْوَةُ 2: آخُذُ عامِلًا مِنْ كُلِّ تَكْرارَيْنِ لَهُ:

2	2	324
	2	162
3	3	81
	3	27
3	3	9
	3	3
		1

الْخُطْوَةُ 3: أَحْسُبُ الْجَذْرَ التَّرْبيعِيَّ:

الْجَذْرُ التَّرْبيعِيُّ يُساوي ناتِجَ ضَرْبِ الْعَوامِلِ الَّتي تَمَّ أَخْذُها في الْخُطْوَةِ 2

$\sqrt{324} = 2 \times 3 \times 3$

أَضْرِبُ

$= 18$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

2 $\sqrt{484}$ **3** $\sqrt{1225}$

أَسْتَعْمِلُ التَّحْليلَ لِإيجادِ الْجُذورِ التَّكْعيبِيَّةِ لِلْمُكَعَّباتِ الْكامِلَةِ الْكَبيرَةِ، الْموجِبَةِ مِنْها وَالسّالِبَةِ.

مثال 3

أَجِدُ قيمَةَ كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1 $\sqrt[3]{1728}$

الْخُطْوَةُ 1: أُحَلِّلُ الْعَدَدَ 1728 إِلى عَوامِلِهِ الْأَوَّلِيَّةِ:

2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

الْخُطْوَةُ 2: آخُذُ عامِلًا مِنْ كُلِّ ثَلاثَةِ تَكْراراتٍ لَهُ:

2	2	1728
	2	864
	2	432
2	2	216
	2	108
	2	54
3	3	27
	3	9
	3	3
		1

الْخُطْوَةُ 3: أَحْسُبُ الْجَذْرَ التَّكْعيبِيَّ:

الْجَذْرُ التَّكْعيبِيُّ يُساوي ناتِجَ ضَرْبِ الْعَوامِلِ الْمُخْتارَةِ

$\sqrt[3]{1728} = 2 \times 2 \times 3$

أَضْرِبُ

$= 12$

2 $\sqrt[3]{-512}$

الْخُطْوَةُ 1: أَجِدُ الْقيمَةَ الْمُطْلَقَةَ لِلْعَدَدِ 512− وَهِيَ 512، ثُمَّ أُحَلِّلُها إِلى عَوامِلِها الْأَوَّلِيَّةِ:

$512 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

الْخُطْوَةُ 2: أَحْسُبُ الْجَذْرَ التَّكْعيبِيَّ لِلْعَدَدِ 512 بِأَخْذِ عامِلٍ مِنْ كُلِّ **ثَلاثَةِ** تَكْراراتٍ لَهُ:

الْجَذْرُ يُساوي ناتِجَ ضَرْبِ الْعَوامِلِ الْمُخْتارَةِ

$\sqrt[3]{512} = 2 \times 2 \times 2$

أَضْرِبُ

$= 8$

الْخُطْوَةُ 3: أَحْسُبُ الْجَذْرَ التَّكْعِيبِيَّ لِلْعَدَدِ -512

بِما أَنَّ: $\sqrt[3]{512} = 8$

إِذَنْ: $\sqrt[3]{-512} = -8$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمِي:

5 $\sqrt[3]{-729}$ 4 $\sqrt[3]{3375}$ 3 $\sqrt[3]{216}$

تُسْتَعْمَلُ الْجُذورُ التَّرْبيعِيَّةُ في كَثيرٍ مِنَ الْمَواقِفِ الْحَياتِيَّةِ وَالْعِلْمِيَّةِ.

مثال 4: مِنَ الْحَياةِ

فَنٌّ: صَنَعَتْ فَنّانَةٌ لَوْحَةً خَشَبِيَّةً مُرَبَّعَةَ الشَّكْلِ، مِساحَتُها $2304\ cm^2$، أَجِدُ طولَ ضِلْعِ اللَّوْحَةِ.

بِما أَنَّ اللَّوْحَةَ مُرَبَّعَةُ الشَّكْلِ، فَإِنَّ طولَ ضِلْعِها يُساوي الْجَذْرَ التَّرْبيعِيَّ لِمِساحَتِها.

أُحَلِّلُ الْعَدَدَ 2304 إِلى عَوامِلِهِ الْأَوَّلِيَّةِ

$2304 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times3\times3$

أَحْسُبُ الْجَذْرَ بِأَخْذِ عامِلٍ مِنْ كُلِّ تَكْرارَيْنِ لَهُ

$\sqrt{2304} = 2\times2\times2\times2\times3$

$48=2\times2\times2\times2\times3$

$= 48$

إِذَنْ، طولُ ضِلْعِ اللَّوْحَةِ الْخَشَبِيَّةِ 48 cm

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمِي:

مُرورٌ: تُرْشِدُ لَوْحَةُ الْمُرورِ الْمُجاوِرَةُ السّائِقينَ إِلى أَنَّ الطَّريقَ سَوفَ يَضيقُ، وَهِيَ لَوْحَةٌ مُرَبَّعَةُ الشَّكْلِ، وَمِساحَتُها $4225\ cm^2$، أَجِدُ طولَ ضِلْعِ هذِهِ اللَّوْحَةِ.

أَجِدُ قيمَةَ كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1 $\sqrt{64}$ 2 $\sqrt{121}$ 3 $\sqrt[3]{64}$

4 $\sqrt[3]{-1}$ 5 $\sqrt[3]{125}$ 6 $\sqrt[3]{-1000}$

أَجِدُ قيمَةَ كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

7 $\sqrt{225}$ 8 $\sqrt{441}$ 9 $\sqrt{1089}$

10 $\sqrt[3]{343}$ 11 $\sqrt[3]{-1728}$ 12 $\sqrt[3]{-5832}$

13 **مَدارِسُ:** ساحَةُ مَدْرَسَةِ هُدى مُرَبَّعَةُ الشَّكْلِ، مِساحَتُها $676\ m^2$، أَجِدُ طولَ ضِلْعِها.

14 **أَراضٍ:** أَرْضٌ مُرَبَّعَةُ الشَّكْلِ، مِساحَتُها $3025\ m^2$، يُريدُ بِلالٌ تَحْويطَها بِسِياجٍ مِنَ الْأَسْلاكِ، أَحْسُبُ طولَ السِّياجِ اللّازِمِ لِذلِكَ.

أَجِدُ قيمَةَ كُلٍّ مِمّا يَأْتي ذِهْنِيًّا:

15 $\sqrt[3]{8000}$ 16 $\sqrt[3]{27000000}$ 17 $\sqrt[3]{-64000}$

أَضَعُ (<) أَوْ (>) أَوْ (=) في ○ لِأُكَوِّنَ عِبارَةً صَحيحَةً في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

18 $\sqrt[3]{64}$ ○ $\sqrt{64}$ 19 $(-1)^3$ ○ $\sqrt[3]{-1}$

20 **أَعْدادٌ:** أَجِدُ عَدَدًا جَذْرُهُ التَّرْبيعِيُّ يُساوي جَذْرَهُ التَّكْعيبِيَّ.

أَتَعَلَّمُ

أَجِدُ قيمَةَ ما بِداخِلِ الْجُذورِ أَوَّلًا، ثُمَّ أَجِدُ قيمَةَ الْجَذْرِ.

21 **أَعْدادٌ:** أَجِدُ ثَلاثَةَ أَعْدادٍ قيمَةُ كُلٍّ مِنْها يُساوي جَذْرَها التَّكْعيبِيَّ.

أَجِدُ قيمَةَ كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

22 $\sqrt[3]{900+100}$

23 $\sqrt[3]{11^2+2^2}$

24 $\sqrt{3^2+4^2}$

25 **زِراعَةٌ:** وَضَعَ مُزارِعٌ الْعَدَدَ نَفْسَهُ مِنْ عُبُوّاتِ الْكَرَزِ في صَناديقَ، إِذا كانَ عَدَدُ الْعُبُوّاتِ في الصُّنْدوقِ الْواحِدِ يُساوي عَدَدَ الصَّناديقِ جَميعِها، وَكانَ مَجْموعُ الْعُبُوّاتِ في الصَّناديقِ جَميعِها 144 عُبُوَّةً، فَما عَدَدُ الصَّناديقِ؟

مَهاراتُ التَّفْكيرِ الْعُلْيا

تَحَدٍّ: ما قيمَةُ كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

26 $(\sqrt[3]{27})^3$

27 $\sqrt[3]{(-40)^3}$

28 $\sqrt[3]{\frac{-8}{125}}$

أَتَذَكَّرُ

الْأَعْدادُ الْكُلِّيَّةُ:

0, 1, 2, 3, 4, 5, ...

29 **تَحَدٍّ:** ما أَصْغَرُ عَدَدٍ كُلِّيٍّ عِنْدَ ضَرْبِهِ في الْعَدَدِ (72) يَكونُ النّاتِجُ مُكَعَّبًا كامِلًا؟ أَجِدُ الْجَذْرَ التَّكْعيبِيَّ لِلْمُكَعَّبِ الْكامِلِ النّاتِجِ.

30 **أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ:** قالَ يوسُفُ: إِنَّ $(\sqrt[3]{64}=8)$.

أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ في ما قالَهُ، وَأُصَحِّحُهُ.

31 **أَكْتُبُ** ما الْفَرْقُ بَيْنَ الْجَذْرِ التَّرْبيعِيِّ وَالْجَذْرِ التَّكْعيبِيِّ؟

الدَّرْسُ 3 أَوْلَوِيّاتُ الْعَمَلِيّاتِ الْحِسابِيَّةِ

فِكْرَةُ الدَّرْسِ

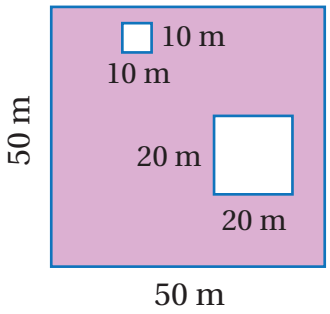
أَسْتَعْمِلُ أَوْلَوِيّاتِ الْعَمَلِيّاتِ الْحِسابِيَّةِ لِإِيجادِ قِيَمِ مَقاديرَ عَدَدِيَّةٍ تَحْوي قُوًى وَجُذورًا.

الْمُصْطَلَحاتُ

الْعِبارَةُ الْعَدَدِيَّةُ، أَوْلَوِيّاتُ الْعَمَلِيّاتِ الْحِسابِيَّةِ.

أَسْتَكْشِفُ

أَكْتُبُ عِبارَةً عَدَدِيَّةً تُمَثِّلُ مِساحَةَ الْجُزْءِ الْمُظَلَّلِ في الرَّسْمِ الْمُجاوِرِ بِاسْتِعْمالِ الْأُسُسِ، وَأَجِدُ قيمَتَها.



تَعَلَّمْتُ سابِقًا أَنَّ **الْعِبارَةَ الْعَدَدِيَّةَ** (numerical expression) تَتَكَوَّنُ مِنْ أَعْدادٍ وَعَمَلِيَّةٍ حِسابِيَّةٍ أَوْ أَكْثَرَ، لكِنَّها لا تَحْتَوي إِشارَةَ الْمُساواةِ (=). وَلِحِسابِ قيمَةِ الْعِبارَةِ الْعَدَدِيَّةِ أَتَّبِعُ التَّرْتيبَ الْآتِيَ **لِأَوْلَوِيّاتِ الْعَمَلِيّاتِ الْحِسابِيَّةِ** (order of operations):

1) أَجِدُ قِيَمَ الْمَقاديرِ داخِلَ الْأَقْواسِ.

2) أَجِدُ قِيَمَ الْمَقاديرِ الْأُسِّيَّةِ وَالْجُذورِ جَميعِها.

3) أَضْرِبُ أَوْ أَقْسِمُ مِنَ الْيَسارِ إِلى الْيَمينِ (أَيُّهُما أَسْبَقُ).

4) أَجْمَعُ أَوْ أَطْرَحُ مِنَ الْيَسارِ إِلى الْيَمينِ (أَيُّهُما أَسْبَقُ).

مِثال 1

أَجِدُ قيمَةَ كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1 $13 - 2 \times 6$

أَضْرِبُ أَوَّلًا

أَطْرَحُ

$$13 - 2 \times 6 = 13 - 12$$
$$= 1$$

2 $40 \div ((3 + 1) \times 5)$

أَجِدُ قيمَةَ الْمِقْدارِ داخِلَ الْأَقْواسِ الصَّغيرَةِ

أَجِدُ قيمَةَ الْمِقْدارِ داخِلَ الْأَقْواسِ الْكَبيرَةِ

أَقْسِمُ

$$40 \div ((3 + 1) \times 5) = 40 \div (4 \times 5)$$
$$= 40 \div 20$$
$$= 2$$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

3 $7 \times 5 + 3$

4 $(38 - 30) \div 4$

5 $(5 + (16 - 10)) \times 4$

أَسْتَعْمِلُ أَوْلَوِيّاتِ الْعَمَلِيّاتِ الْحِسابِيَّةِ لِإيجادِ قِيَمِ الْمَقاديرِ الْعَدَدِيَّةِ الَّتي تَحوي قُوًى وَجُذورًا.

مثال 2

أَجِدُ قيمَةَ كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1 $22 \div (3 + 2^3) \times \sqrt{49}$

أَجِدُ قيمَةَ الْمِقْدارِ الْأُسِّيِّ وَالْجَذْرِ

$22 \div (3 + 8) \times 7$

أَجِدُ قيمَةَ الْمِقْدارِ داخِلَ الْأَقْواسِ

$= 22 \div 11 \times 7$

أَقْسِمُ

$= 2 \times 7$

أَضْرِبُ

$= 14$

أَتَذَكَّرُ

في مِثالِ 2 أَقْسِمُ قَبْلَ أَنْ أَضْرِبَ؛ لِأَنَّ الْقِسْمَةَ تَقَعُ عَلى يَسارِ الضَّرْبِ.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

2 $5 + 2^4 - 1$

3 $4 \times \sqrt{81} + 14 - 7$

4 $19 + (5^2 - 1) \div 8$

مثال 3: مِنَ الْحَياةِ

زِراعَةٌ: في حَديقَةِ رَهَفَ 4 شَجَراتِ عِنَبٍ وَضَعَتْ عَلى كُلٍّ مِنْها 4 مَلاعِقِ سَمادٍ، وَشَجَرتا لَيْمونٍ وَضَعَتْ عَلى كُلٍّ مِنْهُما مِلْعَقَتَيْ سَمادٍ، وَشَجَرَةَ تينٍ وَضَعَتْ عَلَيْها 3 مَلاعِقِ سَمادٍ. أَكْتُبُ عِبارَةً عَدَدِيَّةً أَسْتَعْمِلُ فيها الْأُسُسَ تُمَثِّلُ عَدَدَ مَلاعِقِ السَّمادِ الَّتي وَضَعَتْها رَهَفُ عَلى الشَّجَراتِ جَميعِها، ثُمَّ أَجِدُ قيمَتَها.

الْخُطْوَةُ 1: أَكْتُبُ الْعِبارَةَ الْعَدَدِيَّةَ:

تُمَثِّلُ الْعِبارَةُ الْعَدَدِيَّةُ 4×4 عَدَدَ مَلاعِقِ السَّمادِ الَّتي وَضَعَتْها رَهَفُ عَلى شَجَراتِ الْعِنَبِ، وَتُكْتَبُ بِالْأُسُسِ: 4^2

تُمَثِّلُ الْعِبارَةُ الْعَدَدِيَّةُ 2×2 عَدَدَ مَلاعِقِ السَّمادِ الَّتي وَضَعَتْها رَهَفُ عَلى شَجَرَتَي اللَّيْمونِ، وَتُكْتَبُ بِالْأُسُسِ: 2^2

3 عَدَدُ مَلاعِقِ السَّمادِ الَّتي وَضَعَتْها رَهَفُ عَلى شَجَرَةِ التّينِ.

إِذَنْ، تُمَثِّلُ الْعِبارَةُ الْعَدَدِيَّةُ $4^2 + 2^2 + 3$ عَدَدَ مَلاعِقِ السَّمادِ الَّتي وُضِعَتْ عَلى الشَّجَراتِ جَميعِها.

الْخُطْوَةُ 2: أَجِدُ قيمَةَ الْعِبارَةِ الْعَدَدِيَّةِ:

أَكْتُبُ الْعِبارَةَ الْعَدَدِيَّةَ الَّتي تُمَثِّلُ عَدَدَ مَلاعِقِ السَّمادِ جَميعِها

$4^2 + 2^2 + 3$

أَجِدُ قِيَمَ الْقُوى أَوَّلًا

$= 16 + 4 + 3$

أَجْمَعُ

$= 23$

إِذَنْ، وَضَعَتْ رَهَفُ 23 مِلْعَقَةَ سَمادٍ عَلى شَجَراتِ حَديقَتِها.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

مُسـابَقاتٌ: وَزَّعَ مُديرُ مَدْرَسَـةٍ 7 حَقائِبَ عَلى فَريقِ كُرَةِ السَّلَّةِ الْمَدْرَسِـيِّ الْمُشارِكِ في بُطولَةٍ رِياضِيَّةٍ. إِذا وَضَعَ الْمُديرُ في كُلِّ حَقيبَةٍ 7 أَقْلامِ تَلْوينٍ وَ5 أَقْلامِ رَصاصٍ وَقَلَمَ حِبْرٍ، فَأَكْتُبُ عِبارَةً عَدَدِيَّةً بِاسْتِعْمالِ الْأُسُسِ تُمَثِّلُ عَدَدَ الْأَقْلامِ في الْحَقائِبِ جَميعِها، وَأَجِدُ قيمَتَها.

أَتَدَرَّبُ وَأَحُلُّ الْمَسائِلَ

أَجِدُ قيمَةَ كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1. $7 + 18 \div 9$
2. $30 \div 5 \times 12$
3. $(11 - 2) \div (3 + 6)$
4. $2 \times \big((18 - 9) \times 2\big)$

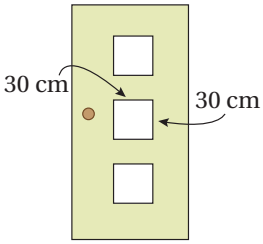
أَجِدُ قيمَةَ كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

5. $6^2 - 4 \times 5$
6. $40 \div (13 - 2^3)$
7. $3^2 \times 2 + 7 \times \sqrt{9}$
8. $(-5)^2 + 4 \times 3^3 - 91$
9. $(7^2 - 9) \times (-1)^8 + 4$
10. $4 + 2 \times \sqrt{81} - 10$
11. $(10 + \sqrt[3]{125}) \div (24 - 19)$
12. $(5^2 - 4) \times 2 - \sqrt{36}$
13. $3^4 \div \big((7 + 2) \times (-1)^6\big)$
14. $\sqrt[3]{-27} \times (10 - 3) + 6^2$

مَعْلومَةٌ

مُعْظَمُ الْأَنْبِياءِ -عَلَيْهِمُ السَّلامُ- عَمِلوا في مِهَنٍ، فَالنَّبِيّانِ نوحٌ وَزَكَرِيّا عليهما السلام عَمِلا في النِّجارَةِ، وَداودُ عليه السلام كانَ حَدّادًا، وَإِبْراهيمُ عليه السلام كانَ بَنّاءً.

15 **نِجارَةٌ:** أَرادَ نَجّارٌ صُنْعَ بابٍ فيهِ ثَلاثُ نَوافِذَ زُجاجِيَّةٍ مُرَبَّعَةِ الشَّكْلِ مُتَساوِيَةِ الْمِساحَةِ كَما في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ، أَكْتُبُ عِبارَةً عَدَدِيَّةً تُمَثِّلُ مِساحَةَ الزُّجاجِ لِلنَّوافِذِ الثَّلاثِ أَسْتَعْمِلُ فيها الْأُسُسَ، ثُمَّ أَحْسُبُها.



أُحَوِّطُ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي الْعَمَلِيَّةَ الَّتي نُجْريها أَوَّلًا:

16 $5 + 3 \times 10$ ضَرْبٌ / جَمْعٌ

17 $80 \div (6-2)$ قِسْمَةٌ / طَرْحٌ

18 $(11 - 2\times3)^2$ ضَرْبٌ / طَرْحٌ

19 $7 \times 8 - 4^2$ ضَرْبٌ / قُوَّةٌ

مَهاراتُ التَّفْكيرِ الْعُلْيا

تَحَدٍّ: أَجِدُ الْعَدَدَ الْمَفْقودَ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

20 $25 + (\square - 3 \times 5) = 100$

21 $(85 - 4 \times 2) \div \square = 7$

22 **تَحَدٍّ:** أَسْتَعْمِلُ الْأَعْدادَ 1, 3, 9, 29 لِأُكَوِّنَ عِبارَةً صَحيحَةً في ما يَأْتي:

$(\square + \square) \div (\square - \square) = 4$

تَحَدٍّ: أَضَعُ أَقْواسًا لِأُكَوِّنَ عِبارَةً صَحيحَةً في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

23 $48 + 12 \div 4 \times 1 + 2 = 50$

24 $48 + 12 \div 4 \times 1 + 2 = 49$

25 **أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ:** ما الْخَطَأُ الَّذي وَقَعَتْ فيهِ لَمْياءُ عِنْدَ إِيجادِها قيمَةَ الْعِبارَةِ الْعَدَدِيَّةِ الْمُوَضَّحَةِ في الْوَرَقَةِ؟ أُبَرِّرُ إِجابَتي.

$8 + 2 \times 5^2 = 10 \times 25$

$= 250$

26 **أَكْتُبُ** أَكْتُبُ الْخُطُواتِ اللّازِمَةَ لِإِيجادِ قيمَةِ الْعِبارَةِ الْآتِيَةِ:

$(10 \div (9 - \sqrt{49}) + 11^2)$

الدَّرْسُ 4 الْخَصائِصُ الْجَبْرِيَّةُ

فِكْرَةُ الدَّرْسِ

أَسْتَعْمِلُ الْخَصائِصَ: التَّبْديلِيَّةَ، وَالتَّجْميعِيَّةَ، وَالتَّوْزيعِيَّةَ؛ لِتَبْسيطِ مَقاديرَ جَبْرِيَّةٍ.

الْمُصْطَلَحاتُ

الْمِقْدارُ الْجَبْرِيُّ، الْخاصِّيَّةُ التَّبْديلِيَّةُ، الْخاصِّيَّةُ التَّجْميعِيَّةُ، خاصِّيَّةُ التَّوْزيعِ.

أَسْتَكْشِفُ

نَبْتَةُ مَرْجانٍ مُتَفَرِّعٍ طولُها 45 cm وَيَزْدادُ سَنَوِيًّا بِمِقْدارِ 20 cm، أَكْتُبُ مِقْدارًا جَبْرِيًّا يُمَثِّلُ طولَ النَّبْتَةِ بَعْدَ n مِنَ السَّنَواتِ.

الْمِقْدارُ الْجَبْرِيُّ (algebraic expression) هُوَ عِبارَةٌ تَحْتَوي مُتَغَيِّراتٍ وَأَعْدادًا تَفْصِلُ بَيْنَها عَمَلِيّاتٌ. فَمَثَلًا، الْمِقْدارُ الْجَبْرِيُّ $m + 5$ يُمَثِّلُ مَجْموعَ قيمَةٍ مَجْهولَةٍ (مُتَغَيِّرٍ) مَعَ الْعَدَدِ 5، وَيُمْكِنُ اسْتِعْمالُ أَيِّ حَرْفٍ لِلتَّعْبيرِ عَنِ الْقيمَةِ الْمَجْهولَةِ.

الْحَرْفُ x هُوَ الْأَكْثَرُ اسْتِعْمالًا بِوَصْفِهِ مُتَغَيِّرًا، وَلِتَجَنُّبِ الْخَلْطِ بَيْنَ الْحَرْفِ x وَرَمْزِ عَمَلِيَّةِ الضَّرْبِ ×، تُسْتَعْمَلُ طَرائِقُ مُتَعَدِّدَةٌ لِلتَّعْبيرِ عَنْ عَمَلِيَّةِ الضَّرْبِ.

3 ضَرْبُ x ← $3x$

3 ضَرْبُ x ← $3(x)$

يُمْكِنُ اسْتِبْدالُ الْمُتَغَيِّراتِ في مِقْدارٍ جَبْرِيٍّ بِأَعْدادٍ، وَعِنْدَئِذٍ يُمْكِنُ إيجادُ قيمَةٍ لِلْمِقْدارِ الْجَبْرِيِّ بِاتِّباعِ أَوْلَوِيّاتِ الْعَمَلِيّاتِ.

مثال 1

أَجِدُ قيمَةَ كُلِّ مِقْدارٍ جَبْرِيٍّ مِمّا يَأْتي إِذا كانَتْ: $a = 8, c = -\frac{2}{5}, k = 14, n = 2$:

1 $8 + 5c$

أُعَوِّضُ c بِالْعَدَدِ $-\frac{2}{5}$ ← $8 + 5c = 8 + 5 \times -\frac{2}{5}$

أَتَّبِعُ أَوْلَوِيّاتِ الْعَمَلِيّاتِ؛ فَأَضْرِبُ أَوَّلًا ← $= 8 - 2$

ثُمَّ أَجْمَعُ ← $= 6$

2 $2k \div (a-1)$

أُعَوِّضُ $k=14, a=8$

$2k \div (a-1) = 2 \times 14 \div (8-1)$

أَجِدُ قيمَةَ الْمِقْدارِ داخِلَ الْأَقْواسِ أَوَّلًا

$= 2 \times 14 \div 7$

أَضْرِبُ ثُمَّ أَقْسِمُ

$= 28 \div 7 = 4$

3 $7 + n^4$

أُعَوِّضُ n بِالْعَدَدِ 2

$7 + n^4 = 7 + (2^4)$

أَتَّبِعُ أَوْلَوِيّاتِ الْعَمَلِيّاتِ؛ فَأَحْسُبُ الْقُوَّةَ أَوَّلًا

$= 7 + 16$

أَجْمَعُ

$= 23$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

4 $19 - 3n$

5 $k - 4n \div a$

6 $(k - \sqrt[3]{125}) \div (11 - a)$

يُمْكِنُ اسْتِعْمالُ الْخاصِّيَّةِ التَّبْديلِيَّةِ (commutative property) وَالْخاصِّيَّةِ التَّجْميعِيَّةِ (associative property) لِتَبْسيطِ مَقاديرَ جَبْرِيَّةٍ.

مَفْهومٌ أَساسِيٌّ — الْخاصِّيَّتانِ: التَّبْديلِيَّةُ، وَالتَّجْميعِيَّةُ

الْخاصِّيَّةُ التَّبْديلِيَّةُ

بِالْكَلِماتِ: لا يَتَغَيَّرُ ناتِجُ جَمْعِ عَدَدَيْنِ أَوْ ضَرْبِهِما بِتَغَيُّرِ تَرْتيبِهِما.

أَمْثِلَةٌ:

بِالْأَعْدادِ:	بِالرُّموزِ:
$3 + 6 = 6 + 3$	$a + b = b + a$
$8 \times 5 = 5 \times 8$	$a \times b = b \times a$

الْخاصِّيَّةُ التَّجْميعِيَّةُ

بِالْكَلِماتِ: لا يَتَغَيَّرُ مَجْموعُ ثَلاثَةِ أَعْدادٍ أَوْ ناتِجُ ضَرْبِها بِتَغَيُّرِ الْعَدَدَيْنِ اللَّذَيْنِ أَبْدَأُ بِهِما.

أَمْثِلَةٌ:

بِالْأَعْدادِ:	بِالرُّموزِ:
$(6 + 4) + 7 = 6 + (4 + 7)$	$a + (b + c) = (a + b) + c$
$(4 \times 8) \times 3 = 4 \times (8 \times 3)$	$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

مثال 2 أُبَسِّطُ كُلَّ مِقْدارٍ جَبْرِيٍّ في ما يَأْتي:

1 $4 + (6 + x)$

الْخاصِّيَّةُ التَّجْميعِيَّةُ لِلْجَمْعِ
$4 + (6 + x) = (4 + 6) + x$

أَجْمَعُ
$= 10 + x$

2 $8.3 + (m + 3.1)$

الْخاصِّيَّةُ التَّبْديلِيَّةُ لِلْجَمْعِ
$8.3 + (m + 3.1) = 8.3 + (3.1 + m)$

الْخاصِّيَّةُ التَّجْميعِيَّةُ لِلْجَمْعِ
$= (8.3 + 3.1) + m$

أَجْمَعُ
$= 11.4 + m$

3 $3(7h)$

الْخاصِّيَّةُ التَّجْميعِيَّةُ لِلضَّرْبِ
$3(7h) = (3 \times 7)\, h$

أَضْرِبُ
$= 21\, h$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

4 $(r + 3) + 12$ **5** $7.5 + (y + 6.2)$ **6** $8(6z)$

يُمْكِنُني أَيْضًا اسْتِعْمالُ **خاصِّيَّةِ التَّوْزيعِ** (distributive property) لِتَبْسيطِ مَقاديرَ جَبْرِيَّةٍ.

مَفْهومٌ أَساسِيٌّ **خاصِّيَّةُ التَّوْزيعِ**

بِالْكَلِماتِ: لِضَرْبِ عَدَدٍ في مَجْموعِ عَدَدَيْنِ أَوِ الْفَرْقِ بَيْنَهُما، أَضْرِبُ كُلَّ عَدَدٍ بَيْنَ الْقَوْسَيْنِ بِالْعَدَدِ الَّذي خارِجَهُما.

أَمْثِلَةٌ:

بِالْأَعْدادِ:
$3(5 + 1) = 3 \times 5 + 3 \times 1$
$3(5 - 1) = 3 \times 5 - 3 \times 1$

بِالرُّموزِ:
$a(b + c) = a \times b + a \times c$
$a(b - c) = a \times b - a \times c$

مثال 3 أَسْتَعْمِلُ خاصِّيَّةَ التَّوْزيعِ لِتَبْسيطِ كُلِّ مِقْدارٍ جَبْرِيٍّ مِمّا يَأْتي:

1 $4(n+2)$

$4(n+2) = 4 \times n + 4 \times 2$ — خاصِّيَّةُ التَّوْزيعِ

$= 4n + 8$ — أَضْرِبُ

2 $6(x-7)$

$6(x-7) = 6 \times x - 6 \times 7$ — خاصِّيَّةُ التَّوْزيعِ

$= 6x - 42$ — أَضْرِبُ

3 $5(3y+9)$

$5(3y+9) = 5 \times 3y + 5 \times 9$ — خاصِّيَّةُ التَّوْزيعِ

$= 15y + 45$ — أَضْرِبُ

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

4 $5(a+3)$ **5** $3(9-w)$ **6** $2(5z+4)$

مثال 4: مِنَ الْحَياةِ

رِياضَةٌ: يَدْفَعُ الْمُتَدَرِّبُ 10 دَنانيرَ مُقابِلَ رُسومِ التَّسْجيلِ في نادي تَدْريبِ الْكَراتيهِ، إِضافَةً إِلى 50 دينارًا تُدْفَعُ شَهْرِيًّا:

1 أَكْتُبُ مِقْدارًا جَبْرِيًّا يُمَثِّلُ تَكْلِفَةَ الِاشْتِراكِ لِعَدَدٍ مِنَ الْأَشْهُرِ.

أُكَوِّنُ مِقْدارًا جَبْرِيًّا:

بِالْكَلِماتِ رُسومُ التَّسْجيلِ 10 دَنانيرَ، وَالدُّفْعَةُ الشَّهْرِيَّةُ 50 دينارًا، وَعَدَدُ الْأَشْهُرِ مَجْهولٌ.

بِالرُّموزِ رُسومُ التَّسْجيلِ 10 دَنانيرَ، وَالدُّفْعَةُ الشَّهْرِيَّةُ 50 دينارًا، وَعَدَدُ الْأَشْهُرِ m .

الْمِقْدارُ الجبريُّ $m \times 50 + 10$ ، وَيُكْتَبُ أَيْضًا $50m + 10$

2 ما تَكْلِفَةُ الِاشْتِراكِ مُدَّةَ 3 أَشْهُرٍ؟

لِإيجادِ تَكْلِفَةِ الِاشْتِراكِ مُدَّةَ 3 أَشْهُرٍ أُعَوِّضُ $m = 3$ في الْمِقْدارِ الْجَبْرِيِّ:

أَكْتُبُ الْمِقْدارَ الْجَبْرِيَّ	$10 + 50m$
أُعَوِّضُ m بِالْعَدَدِ 3	$= 10 + 50 \times 3$
أَتَّبِعُ أَوْلَوِيّاتِ الْعَمَلِيّاتِ؛ فَأَضْرِبُ أَوَّلًا	$= 10 + 150$
أَجْمَعُ	$= 160$

إِذَنْ، تَكْلِفَةُ الِاشْتِراكِ مُدَّةَ 3 أَشْهُرٍ تُساوي JD 160.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

اشْتَرَتْ لينا شَريحَةً جَديدَةً لِهاتِفِها بِسِعْرِ 3 دَنانيرَ، وَدفَعَتْ 9.5 دَنانيرَ اشْتِراكًا شَهْرِيًّا:

3 أَكْتُبُ مِقْدارًا جَبْرِيًّا يُمَثِّلُ تَكْلِفَةَ هذِهِ الشَّريحَةِ بَعْدَ عَدَدٍ مِنَ الْأَشْهُرِ.

4 ما قيمَةُ مَجْموعِ الِاشْتِراكاتِ الشَّهْرِيَّةِ لِهذِهِ الشَّريحَةِ مُدَّةَ 10 أَشْهُرٍ؟

أَتَدَرَّبُ وَأَحُلُّ الْمَسائِلَ

أَجِدُ قيمَةَ كُلِّ مِقْدارٍ جَبْرِيٍّ مِمّا يَأْتي عِنْدَما: $a = -6, b = 2, c = 18$:

1 $4 + 2a$ **2** $7 - 36 \div a$ **3** $b^4 + c \div 2$

4 $c - a^2 \div 4$ **5** $\sqrt{cb} \div 3$ **6** $\frac{a}{2} + \frac{1}{4}$

أَسْتَعْمِلُ الْخاصِّيَّةَ التَّبْديلِيَّةَ أَوِ التَّجْميعِيَّةَ لِتَبْسيطِ كُلِّ مِقْدارٍ جَبْرِيٍّ مِمّا يَأْتي:

7 $6 + (5 + y)$ **8** $(14 + z) + 6$ **9** $5(2\ h)$

10 $3.2 + (w + 5.1)$ **11** $(2.4 + 4n) + 9$ **12** $(3\ s) \times 8$

أَسْتَعْمِلُ خاصِّيَّةَ التَّوْزيعِ لِتَبْسيطِ كُلِّ مِقْدارٍ جَبْرِيٍّ مِمّا يَأْتي:

13 $8(12 + x)$ **14** $9(2x + 1)$ **15** $18(5 - 3b)$

16 $6(13 + z)$ **17** $25(x - y)$ **18** $13(n+4+7m)$

أُحَدِّدُ الْخاصِّيَّةَ الْمُسْتَعْمَلَةَ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

19 $3 \times a = a \times 3$

20 $4+(11 + s) = (4 + 11)+ s$

21 $6(c + 2) = 6 \times c + 6 \times 2$

22 $4 \times (h\times 10) = (4\times h)\times 10$

23 $x + 7.5 = 7.5 + x$

24 $3(5 - 3m) = 15 - 9m$

أَكْتُبُ مِقْدارًا جَبْرِيًّا يُمَثِّلُ كُلًّا مِمّا يَأْتي، ثُمَّ أُبَسِّطُهُ:

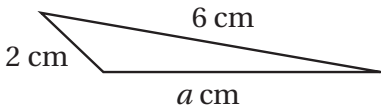
25 الْعَدَدُ 8 مُضافًا إِلَيْهِ مَجْموعُ $3x$ مَعَ 4

26 الْعَدَدُ 5 مَضْروبًا في مَجْموعِ 1 مَعَ $8m$

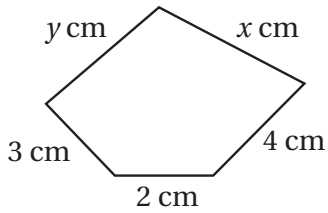
27 **سَلاسِلُ:** لَدى فَيْصَلٍ سِلْسِلَةٌ مَعْدِنِيَّةٌ طولُها 7 أَمْتارٍ، وَثَلاثُ سَلاسِلَ أُخْرى طولُ كُلٍّ مِنْها $2n$ مِتْرًا، أَكْتُبُ مِقْدارًا جَبْرِيًّا يُمَثِّلُ مَجْموعَ أَطْوالِ السَّلاسِلِ الَّتي لَدى فَيْصَلٍ، ثُمَّ أُبَسِّطُهُ.

هَنْدَسَةٌ: أَكْتُبُ مِقْدارًا جَبْرِيًّا يُمَثِّلُ مُحيطَ كُلِّ شَكْلٍ مِمّا يَأْتي، ثُمَّ أُبَسِّطُهُ:

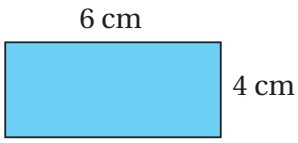
28



29



30 **هَنْدَسَةٌ:** يُسْتَعْمَلُ الْمِقْدارُ الْجَبْرِيُّ $(2l + 2w)$ لِحِسابِ مُحيطِ مُسْتَطيلٍ طولُهُ (l) وَعَرْضُهُ (w). أَسْتَعْمِلُ الْمِقْدارَ الْجَبْرِيَّ لِحِسابِ مُحيطِ الْمُسْتَطيلِ الْمُجاوِرِ.



مَهاراتُ التَّفْكيرِ الْعُلْيا

31 **تَبْريرٌ:** هَلْ يَزْدادُ الْمِقْدارُ $(n - 20)$ أَمْ يَنْقُصُ أَمْ يَبْقى ثابِتًا بِزِيادَةِ قيمَةِ الْمُتَغَيِّرِ (n)؟ أُبَرِّرُ إِجابَتي.

32 **أَكْتَشِفُ الْمُخْتَلِفَ:** أَيُّ الْآتِيَةِ مُخْتَلِفٌ؟ أُبَرِّرُ إِجابَتي.

$3(y + 4)$ | $8(y - 1)$ | $5 +(y - 7)$ | $4(2 - y)$

33 **أَكْتُبُ** أَكْتُبُ وَصْفًا لِخاصِّيَّةِ التَّوْزيعِ أُوَظِّفُ فيهِ أَمْثِلَةً مُناسِبَةً.

نَشاطٌ مَفاهيمِيٌّ

حَلُّ مُعادَلاتٍ تَحْتَوي عَمَلِيَّتَيْنِ

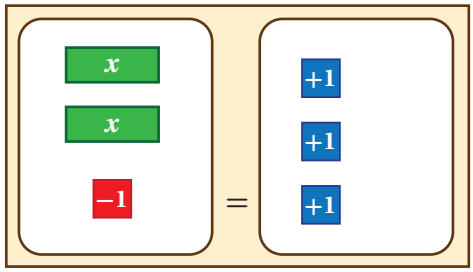
الْهَدَفُ: أَسْتَعْمِلُ الْقِطَعَ الْجَبْرِيَّةَ لِحَلِّ مُعادَلاتٍ تَحْتَوي عَمَلِيَّتَيْنِ.

تَعَلَّمْتُ سابِقًا حَلَّ مُعادَلاتٍ تَحْتَوي عَمَلِيَّةً واحِدَةً بِاسْتِعْمالِ الْقِطَعِ الْجَبْرِيَّةِ، وَيُمْكِنُ أَيْضًا اسْتِعْمالُ الْقِطَعِ الْجَبْرِيَّةِ لِحَلِّ مُعادَلاتٍ تَحْتَوي عَمَلِيَّتَيْنِ.

نشاط أَحُلُّ مُعادَلَةً بِخُطْوَتَيْنِ

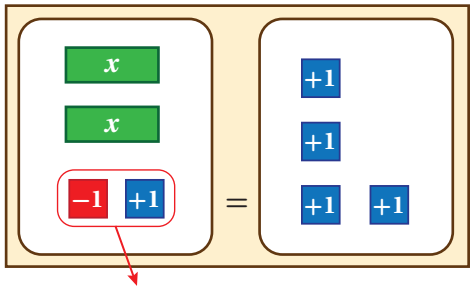
أَحُلُّ الْمُعادَلَةَ $2x - 1 = 3$ بِاسْتِعْمالِ الْقِطَعِ الْجَبْرِيَّةِ.

الْخُطْوَةُ 1: أُمَثِّلُ الْمُعادَلَةَ بِالْقِطَعِ الْجَبْرِيَّةِ:



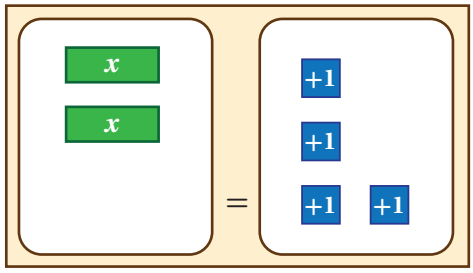
$2x - 1 = 3$

الْخُطْوَةُ 2: أُضيفُ +1 لِكِلا الطَّرَفَيْنِ، فَأَحْصُلُ عَلى زَوْجٍ صِفْرِيٍّ في الطَّرَفِ الْأَيْسَرِ:



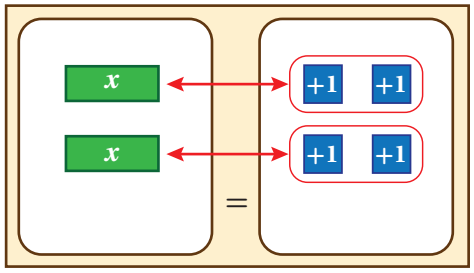
$2x - 1 + 1 = 3 + 1$

الْخُطْوَةُ 3: أَحْذِفُ الزَّوْجَ الصِّفْرِيَّ:



$2x = 4$

الْخُطْوَةُ 4: أُرَتِّبُ الْقِطَعَ الْجَبْرِيَّةَ بِحَيْثُ تُقابِلُ الْمُتَغَيِّراتُ مَجْموعاتٍ مُتَساوِيَةً مِنَ الْأَعْدادِ، وَأَجِدُ قيمَةَ الْمُتَغَيِّرِ:



$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$

$x = 2$

أَتَدَرَّبُ

أَسْتَعْمِلُ الْقِطَعَ الْجَبْرِيَّةَ لِحَلِّ كُلِّ مُعادَلَةٍ مِمّا يَأْتي:

1. $3x + 2 = -1$
2. $2x + 3 = 1$
3. $2x - 1 = 5$

الدَّرْسُ 5 الْمُعادَلاتُ

فِكْرَةُ الدَّرْسِ

أَحُلُّ مُعادَلاتٍ بِخُطْوَتَيْنِ.

الْمُصْطَلَحاتُ

الْمُعادَلَةُ، الْمُعادَلَةُ الْمُكافِئَةُ، الْمُعادَلَةُ ذاتُ الْخُطْوَتَيْنِ.

أَسْتَكْشِفُ

يُمَثِّلُ الْمُتَغَيِّرُ x في الْمُعادَلَةِ الْآتِيَةِ عَدَدَ أَشْتالِ وَرْدِ الْجوريِّ الَّتي زَرَعَتْها هَناءُ.

كَيْفَ يُمْكِنُ إِيجادُ قيمَةِ x؟

$$12x + 3 = 51$$

تَعَلَّمْتُ سابِقًا أَنَّ **الْمُعادَلَةَ** (equation) جُمْلَةٌ تَتَضَمَّنُ إِشارَةَ مُساواةٍ (=) تَدُلُّ عَلى تَساوي الْمِقْدارَيْنِ في طَرَفَيْها، وَقَدْ تَتَضَمَّنُ الْمُعادَلَةُ أَعْدادًا مَجْهولَةً تُسَمّى **مُتَغَيِّراتٍ**، وَيُعَبَّرُ عَنْها بِأَحْرُفٍ مِثْلِ: x, y.

$1 + 8 = 9 \quad x + 5 = 11 \quad 7 = w - 4$

مُعادَلاتٌ

$y + 6 \quad 1 - t \quad 2x + 3$

لَيْسَتْ مُعادَلاتٍ

تَعَلَّمْتُ أَيْضًا أَنَّ **حَلَّ الْمُعادَلَةِ** هُوَ قيمَةٌ عَدَدِيَّةٌ لِلْمُتَغَيِّرِ تَجْعَلُ الْمُساواةَ صَحيحَةً، وَيُمْكِنُ التَّحَقُّقُ إِذا كانَتْ قيمَةٌ عَدَدِيَّةٌ ما تُمَثِّلُ حَلًّا لِلْمُعادَلَةِ أَمْ لا، وَذلِكَ بِتَعْويضِها بَدَلاً مِنَ الْمُتَغَيِّرِ في الْمُعادَلَةِ.

مثال 1

أُبَيِّنُ إِذا كانَتْ قيمَةُ الْمُتَغَيِّرِ الْمُعطاةُ تُمَثِّلُ حَلًّا لِلْمُعادَلَةِ أَمْ لا:

1 $2x + 1 = 11, (x = 6)$

الْمُعادَلَةُ الْمُعْطاةُ

$2x + 1 = 11$

أُعَوِّضُ عَنْ x بِالْعَدَدِ 6

$2(6) + 1 \stackrel{?}{=} 11$

أَتْبَعُ أَوْلَوِيّاتِ الْعَمَلِيّاتِ؛ فَأَضْرِبُ أَوَّلًا

$12 + 1 \stackrel{?}{=} 11$

أَجْمَعُ

$13 \neq 11$

الْعِبارَةُ غَيْرُ صَحيحَةٍ؛ إِذَنْ $x = 6$ لَيْسَ حَلًّا لِلْمُعادَلَةِ.

2 $3 + 2m = 1, (m = -1)$

أَكْتُبُ الْمُعادَلَةَ $3 + 2m = 1$

أُعَوِّضُ عَنْ m بِالْعَدَدِ -1 $3 + 2(-1) \stackrel{?}{=} 1$

أَتَّبِعُ أَوْلَوِيّاتِ الْعَمَلِيّاتِ، فَأَضْرِبُ أَوَّلًا $3 + (-2) \stackrel{?}{=} 1$

أَجْمَعُ $1 = 1$ ✔

أَتَذَكَّرُ

$2(-1)$ تَعْني 2×-1

الْعِبارَةُ صَحيحَةٌ؛ إِذَنْ تُمَثِّلُ $(m = -1)$ حَلًّا لِلْمُعادَلَةِ.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

3 $5y + 8 = -3, (y = -2)$

4 $3 - 2g = 5, (g = -1)$

تَعَلَّمْتُ سابِقاً كَيْفِيَّةَ حَلِّ مُعادَلَةٍ تَحْتَوي عَمَلِيَّةً حِسابِيَّةً واحِدَةً بِاسْتِعْمالِ حَقائِقِ الْجَمْعِ وَالطَّرْحِ الْمُتَرابِطَةِ، وَيُمْكِنُ أَيْضًا حَلُّ هٰذِهِ الْمُعادَلاتِ بِاسْتِعْمالِ خَصائِصِ الْمُساواةِ؛ إِذْ إِنَّ جَمْعَ الْعَدَدِ نَفْسِهِ لِكِلا طَرَفَيِ الْمُعادَلَةِ أَوْ طَرْحَهُ مِنْهُما يُبْقي طَرَفَيِ الْمُعادَلَةِ مُتَساوِيَيْنِ، وَتُسَمّى الْمُعادَلَةُ النّاتِجَةُ **مُعادَلَةً مُكافِئَةً** (equivalent equation)؛ لِأَنَّ لَها حَلَّ الْمُعادَلَةِ الْأَصْلِيَّةِ نَفْسَهُ.

1 مَفْهومٌ أَساسِيٌّ — خاصِّيَّةُ الْمُساواةِ لِلْجَمْعِ وَالطَّرْحِ

خاصِّيَّةُ الْمُساواةِ لِلْجَمْعِ

بِالْكَلِماتِ: إِذا جَمَعْتُ الْعَدَدَ نَفْسَهُ إِلى كِلا طَرَفَيِ الْمُعادَلَةِ، فَيَبْقى طَرَفا الْمُعادَلَةِ مُتَساوِيَيْنِ.

بِالرُّموزِ: إِذا كانَ $a = b$ فَإِنَّ $a + c = b + c$

خاصِّيَّةُ الْمُساواةِ لِلطَّرْحِ

بِالْكَلِماتِ: إِذا طَرَحْتُ الْعَدَدَ نَفْسَهُ مِنْ كِلا طَرَفَيِ الْمُعادَلَةِ فَيَبْقى طَرَفا الْمُعادَلَةِ مُتَساوِيَيْنِ.

بِالرُّموزِ: إِذا كانَ $a = b$ فَإِنَّ $a - c = b - c$

مثال 2 أَحُلُّ كُلًّا مِنَ الْمُعادَلاتِ الْآتِيَةِ:

1 $y + 5 = 18$

أَكْتُبُ الْمُعادَلَةَ

$y + 5 = 18$

y	5
18	

أَطْرَحُ 5 مِنَ الطَّرَفَيْنِ (خاصِّيَّةُ الْمُساواةِ لِلطَّرْحِ)

$y + 5 = 18$

$-5 \quad -5$

y	~~5~~
13	~~5~~

حَلُّ الْمُعادَلَةِ

$y = 13$

y
13

أَتَحَقَّقُ مِنْ صِحَّةِ الْحَلِّ:

أُعَوِّضُ $y = 13$ في الْمُعادَلَةِ

$13 + 5 \stackrel{?}{=} 18$

الطَّرَفانِ مُتَساوِيانِ، إِذَنِ، الْحَلُّ صَحيحٌ.

$18 = 18$ ✔

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

2 $y + 3 = 7$

3 $-2 + z = 8$

إِنَّ ضَرْبَ الْعَدَدِ نَفْسِهِ في كِلا طَرَفَيِ الْمُعادَلَةِ أَوْ قِسْمَتَهُما عَلَيْهِ يُبْقي طَرَفَيِ الْمُعادَلَةِ مُتَساوِيَيْنِ، وَيُمْكِنُ اسْتِعْمالُ هذِهِ الْخاصِّيَّةِ لِحَلِّ مُعادَلاتِ الضَّرْبِ وَالْقِسْمَةِ الَّتي تَعَلَّمْتُ سابِقًا حَلَّها بِاسْتِعْمالِ حَقائِقِ الضَّرْبِ وَالْقِسْمَةِ الْمُتَرابِطَةِ.

مَفْهومٌ أَساسِيٌّ خاصِّيَّةُ الْمُساواةِ لِلضَّرْبِ وَالْقِسْمَةِ

خاصِّيَّةُ الْمُساواةِ لِلضَّرْبِ

بِالْكَلِماتِ: إِذا ضَرَبْتُ الْعَدَدَ نَفْسَهُ في كِلا طَرَفَيِ الْمُعادَلَةِ فَيَبْقى طَرَفا الْمُعادَلَةِ مُتَساوِيَيْنِ.

بِالرُّموزِ: إِذا كانَ $a = b$ فَإِنَّ $a \times c = b \times c$

خاصِّيَّةُ الْمُساواةِ لِلْقِسْمَةِ

بِالْكَلِماتِ: إِذا قَسَمْتُ كِلا طَرَفَيِ الْمُعادَلَةِ عَلى الْعَدَدِ نَفْسِهِ – ما عَدا الصِّفْرَ – فَيَبْقى طَرَفا الْمُعادَلَةِ مُتَساوِيَيْنِ.

بِالرُّموزِ: إِذا كانَ $a = b$ فَإِنَّ $a \div c = b \div c$

مثال 3 أَحُلُّ كُلًّا مِنَ الْمُعادَلاتِ الْآتِيَةِ:

1 $3x = 12$

أَكْتُبُ الْمُعادَلَةَ

x	x	x
12		

$3x = 12$

أَقْسِمُ الطَّرَفَيْنِ عَلى 3 (خاصِّيَّةُ الْمُساواةِ لِلْقِسْمَةِ)

x	x	x
$12 \div 3$	$12 \div 3$	$12 \div 3$

$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$

حَلُّ الْمُعادَلَةِ

x
4

$x = 4$

أَتَحَقَّقُ مِنْ صِحَّةِ الْحَلِّ:

أُعَوِّضُ $x = 4$ في الْمُعادَلَةِ

$3(4) \stackrel{?}{=} 12$

الطَّرَفانِ مُتَساوِيانِ، إِذَنِ، الْحَلُّ صَحيحٌ.

$12 = 12$ ✔

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

2 $6n = 18$

3 $\frac{b}{-2} = 3$

تَحْتَوي بَعْضُ الْمُعادَلاتِ عَمَلِيَّتَيْنِ حِسابِيَّتَيْنِ، وَيَتَطَلَّبُ حَلُّها إِلْغاءَ هاتَيْنِ الْعَمَلِيَّتَيْنِ في خُطْوَتَيْنِ مُتَتالِيَتَيْنِ بِاسْتِعْمالِ مَعْكوسِ كُلِّ عَمَلِيَّةٍ؛ لِذا تُسَمّى **الْمُعادَلاتِ ذاتِ الْخُطْوَتَيْنِ** (two-step equations).

مثال 4 أَحُلُّ كُلًّا مِنَ الْمُعادَلاتِ الْآتِيَةِ:

1 $2x + 3 = 17$

أَكْتُبُ الْمُعادَلَةَ

x	x	3
17		

$2x + 3 = 17$

أَطْرَحُ 3 مِنَ الطَّرَفَيْنِ

x	x	3
17		
14		3

$-3 \quad -3$

$2x = 14$

أَقْسِمُ الطَّرَفَيْنِ عَلى 2

x	x
14	

$\frac{2x}{2} = \frac{14}{2}$

حَلُّ الْمُعادَلَةِ

x
7

$x = 7$

أَتَحَقَّقُ مِنْ صِحَّةِ الْحَلِّ:

أُعَوِّضُ $x = 7$ في الْمُعادَلَةِ

$2(7) + 3 \stackrel{?}{=} 17$

الطَّرَفانِ مُتَساوِيانِ، إِذَنِ، الْحَلُّ صَحيحٌ.

$17 = 17$ ✔

2 $20 = 3x - 1$

أَكْتُبُ الْمُعادَلَةَ

$20 = 3x - 1$

أَجْمَعُ 1 لِكِلا الطَّرَفَيْنِ

$+1 \quad +1$

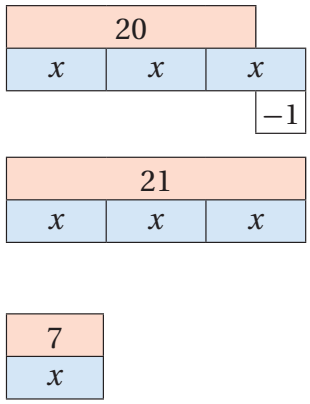
$21 = 3x$

أَقْسِمُ الطَّرَفَيْنِ عَلى 3

$\frac{21}{3} = \frac{3x}{3}$

حَلُّ الْمُعادَلَةِ

$x = 7$



أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

3 $3x + 8 = 14$

4 $20 - 3x = 11$

يُمْكِنُ حَلُّ كَثيرٍ مِنَ الْمَسائِلِ الْحَياتِيَّةِ بِكِتابَةِ مُعادَلَةٍ وَحَلِّها، حَيْثُ تُمَثِّلُ الْقيمَةُ الْمَجْهولَةُ في الْمَسْأَلَةِ الْمُتَغَيِّرَ في الْمُعادَلَةِ.

مِثال 5: مِنَ الْحَياةِ

ساعاتٌ: ساعَةٌ ذَكِيَّةٌ شاشَتُها عَلى شَكْلِ مُسْتَطيلٍ طولُهُ 4 cm، وَمُحيطُهُ 14 cm

أَكْتُبُ مُعادَلَةً، ثُمَّ أَحُلُّها لِأَجِدَ عَرْضَ الشّاشَةِ.

الْخُطْوَةُ 1: أُكَوِّنُ مُعادَلَةً:

بِالْكَلِماتِ مُحيطُ الشّاشَةِ يُساوي مِثْلَيْ طولِها مُضافًا إِلَيْهِ مِثْلا عَرْضِها.

بِالرُّموزِ 14 يُساوي 2×4 مُضافًا إِلَيْهِ $2w$

الْمُعادَلَةُ $2w + 8 = 14$

الْخُطْوَةُ 2: أَحُلُّ الْمُعادَلَةَ:

أَكْتُبُ الْمُعادَلَةَ	$2w + 8 = 14$
أَطْرَحُ 8 مِنَ الطَّرَفَيْنِ (خاصِّيَّةُ الْمُساواةِ لِلطَّرْحِ)	$2w + 8 = 14$ $-8 \quad -8$
	$2w = 6$
أَقْسِمُ الطَّرَفَيْنِ عَلى 2 (خاصِّيَّةُ الْمُساواةِ لِلْقِسْمَةِ)	$\frac{2}{2}w = \frac{6}{2}$
حَلُّ الْمُعادَلَةِ	$w = 3$

إِذَنْ، عَرْضُ الشّاشَةِ يُساوي 3 cm

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

فَلَكٌ: يَرْغَبُ عَلاءٌ في شِراءِ تِلِسْكوبٍ لِمُراقَبَةِ النُّجومِ لَيْلًا، فَإِذا كانَ ثَمَنُ التِّلِسْكوبِ **92 JD**، وَكانَ مَعَ عَلاءٍ **32 JD**، فَأَكْتُبُ مُعادَلَـةً يُمْكِنُ بِحَلِّها إِيجادُ الْمَبْلَغِ الَّذي يَدَّخِرُهُ عَلاءٌ شَهْرِيًّا لِيَتَمَكَّنَ مِنْ شِراءِ التِّلِسْكوبِ خِلالَ **4** أَشْهُرٍ.

أَتَدَرَّبُ وَأَحُلُّ الْمَسائِلَ

أُبَيِّنُ إِذا كانَتْ قيمَةُ الْمُتَغَيِّرِ الْمُعطاةُ تُمَثِّلُ حَلًّا لِلْمُعادَلَةِ أَمْ لا في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1. $a + 6 = 17, (a = 9)$
2. $4y = 56, (y = 14)$
3. $\frac{q}{2} = -14, (q = -28)$
4. $35 = -7n, (n = -3)$
5. $5s + 8 = 19, (s = 2)$
6. $-2x + 10 = 14, (x = -2)$
7. $11 + 3k = 9, (k = -1)$
8. $3 - 2m = 5, (m = -4)$

أَحُلُّ كُلًّا مِنَ الْمُعادَلاتِ الْآتِيَةِ:

9. $x + 5 = 11$
10. $x - 2 = 20$
11. $14 = x + 3$

أَحُلُّ كُلًّا مِنَ الْمُعادَلاتِ الْآتِيَةِ:

12. $2x = 16$
13. $3x = 21$
14. $\frac{x}{9} = 4$

أَحُلُّ كُلًّا مِنَ الْمُعادَلاتِ الْآتِيَةِ:

15 $2x + 3 = 11$

16 $4x + 7 = 27$

17 $2x - 3 = 13$

18 $5x - 2 = 23$

19 $12 - x = 4$

20 $11 - 2x = 7$

مَعْلومَةٌ

تُصَدِّرُ الْأُرْدُنُّ الدَّواءَ لِأَكْثَرَ مِنْ 87 دَوْلَةً حول العالم.

دَواءٌ: اشْتَرى سامِرٌ **3** شَرائِطَ دَواءٍ مِنَ النَّوْعِ نَفْسِهِ يَحْتَوي كُلُّ مِنْها **y** قُرْصًا، ثُمَّ تَناوَلَ **4** أَقْراصٍ مِنْ أَحَدِ الشَّرائِطِ، فَأَصْبَحَ مَجْموعُ ما لَدَيْهِ مِنْ أَقْراصٍ **32** قُرْصًا:

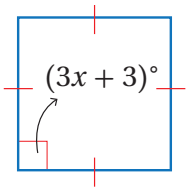
21 أَكْتُبُ مُعادَلَةً يُمْكِنُ بِحَلِّها إيجادُ عَدَدِ الْأَقْراصِ في الشَّريطِ الْواحِدِ.

22 أَجِدُ قيمَةَ y بِحَلِّ الْمُعادَلَةِ.

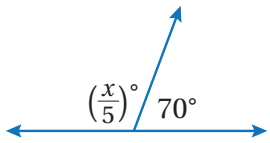
23 **أَقْساطٌ شَهْرِيَّةٌ:** اشْتَرى خَلدونُ هاتِفًا سِعْرُهُ JD 400 بِالْأَقْساطِ الشَّهْرِيَّةِ، وَبَعْدَ دَفْعِ 3 أَقْساطٍ بَقِيَ عَلَيْهِ JD 340. أَكْتُبُ مُعادَلَةً يُمْكِنُ بِحَلِّها إيجادُ قيمَةِ الْقِسْطِ الشَّهْرِيِّ، ثُمَّ أَحُلُّها.

هَنْدَسَةٌ: أَجِدُ قيمَةَ **x** في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

24



25



مَهاراتُ التَّفْكيرِ الْعُلْيا

26 **تَحَدٍّ:** أَحُلُّ الْمُعادَلَةَ $\frac{6}{k} = \frac{1.5}{2}$

27 **أَكْتَشِفُ الْمُخْتَلِفَ:** أَيُّ الْآتِيَةِ مُخْتَلِفٌ؟ وأبرّر إِجابَتي:

$14 + 2t = 30$	$w + 11 = 35$	$7y + 5 = 26$	$2(x - 1) = 10$

28 **أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ:** أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ في حَلِّ عَمّارٍ الْمُعادَلَةَ الْمُجاوِرَةَ، ثُمَّ أُصَحِّحُهُ.

$2x - 7 = 17$
$2x = 10$
$x = 5$

29 **أَكْتُبُ** أَكْتُبُ وَصْفًا أَشْرَحُ فيهِ خُطُواتِ حَلِّ الْمُعادَلَةِ $\frac{a}{2} - 4 = 3$

الدَّرْسُ 6 الْمُتَتالِياتُ

فِكْرَةُ الدَّرْسِ

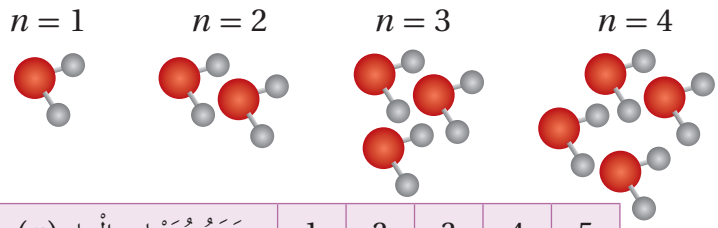
أَتَعَرَّفُ الْمُتَتالِياتِ، وَأُكْمِلُ مُتَتالِياتٍ مُعْطاةً.

الْمُصْطَلَحاتُ

الْمُتَتالِيَةُ، الْحَدُّ.

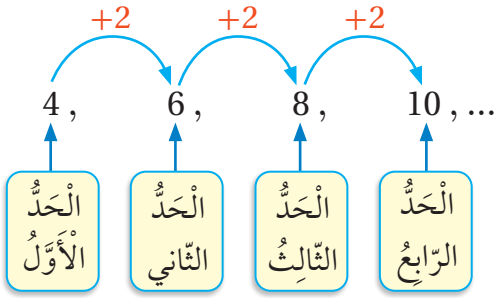
أَسْتَكْشِفُ

أَسْتَعْمِلُ الرَّسْمَ لِإِكْمالِ الْجَدْوَلِ الْآتي:



عَدَدُ جُزَيْئاتِ الْماءِ (n)	1	2	3	4	5
عَدَدُ الذَّرّاتِ (y)					

الْمُتَتالِيَةُ (sequence) مَجْموعَةٌ مِنَ الْأَعْدادِ تَتْبَعُ تَرْتيبًا مُعَيَّنًا، وَيُسَمّى كُلُّ عَدَدٍ فيها **حَدًّا** (term). يُمْكِنُني إِكْمالُ حُدودِ مُتَتالِيَةٍ إِذا عَلِمْتُ الْقاعِدَةَ الَّتي تَرْبِطُ كُلَّ حَدٍّ في الْمُتَتالِيَةِ بِالْحَدِّ الَّذي يَليهِ.

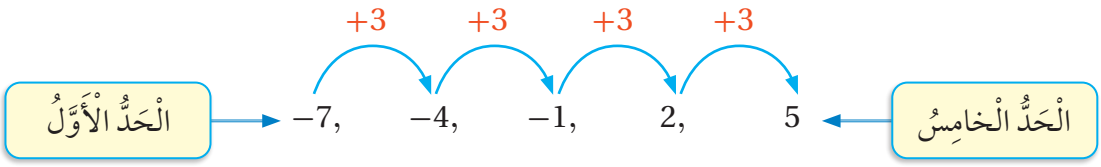


مِثال 1

أَجِدُ الْحُدودَ الْخَمْسَةَ الْأولى لِكُلِّ مُتَتالِيَةٍ مِمّا يَأْتي:

1 الْحَدُّ الْأَوَّلُ في مُتَتالِيَةٍ (−7)، وَالْقاعِدَةُ الَّتي تَرْبِطُ كُلَّ حَدٍّ بِالْحَدِّ الَّذي يَليهِ هِيَ إِضافَةُ (3).

أَبْدَأُ بِالْحَدِّ الْأَوَّلِ، وَأَجْمَعُ 3 كُلَّ مَرَّةٍ حَتّى أَصِلَ إِلى الْحَدِّ الْخامِسِ:



إِذَنْ، الْحُدودُ الْخَمْسَةُ الْأولى هِيَ: $-7, -4, -1, 2, 5$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

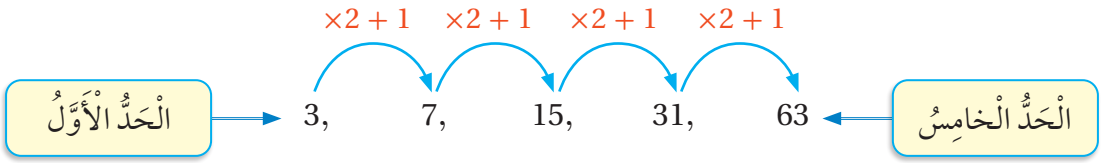
2 الْحَدُّ الْأَوَّلُ في مُتَتالِيَةٍ (4−)، وَالْقاعِدَةُ الَّتي تَرْبِطُ كُلَّ حَدٍّ بِالْحَدِّ الَّذي يَليهِ هِيَ إِضافَةُ (2) كُلَّ مَرَّةٍ.

قَدْ تَحْتَوي الْقاعِدَةُ الَّتي تَرْبِطُ كُلَّ حَدٍّ في الْمُتَتالِيَةِ بِالْحَدِّ الَّذي يَليهِ عَمَلِيَّتَيْنِ حِسابِيَّتَيْنِ.

مثال 2

أَجِدُ الْحُدودَ الْخَمْسَةَ الْأولى لِكُلِّ مُتَتالِيَةٍ مِمّا يَأْتي:

1 الْحَدُّ الْأَوَّلُ في مُتَتالِيَةٍ (3)، وَالْقاعِدَةُ الَّتي تَرْبِطُ كُلَّ حَدٍّ بِالْحَدِّ الَّذي يَليهِ هِيَ الضَّرْبُ في (2) ثُمَّ إِضافَةُ (1).



أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

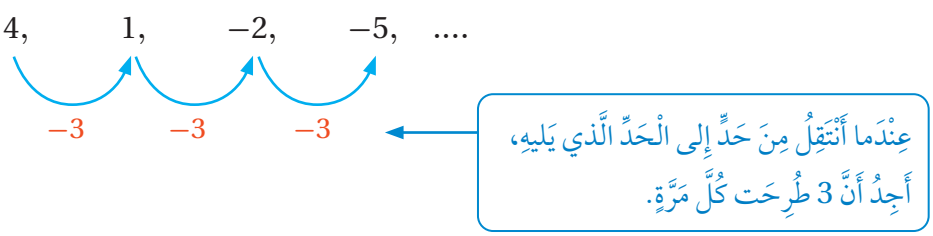
2 الْحَدُّ الْأَوَّلُ في مُتَتالِيَةٍ (2)، وَالْقاعِدَةُ الَّتي تَرْبِطُ كُلَّ حَدٍّ بِالْحَدِّ الَّذي يَليهِ هِيَ الضَّرْبُ في (3) ثُمَّ إِضافَةُ (5).

يُمْكِنُني إِيجادُ الْقاعِدَةِ الَّتي تَرْبِطُ كُلَّ حَدٍّ في الْمُتَتالِيَةِ بِالْحَدِّ الَّذي يَليهِ إِذا عَلِمتُ مِنْها ثَلاثَةَ حُدودٍ مُتَتالِيَةٍ عَلى الْأَقَلِّ.

مثال 3

أَجِدُ الْقاعِدَةَ الَّتي تَرْبِطُ كُلَّ حَدٍّ بِالْحَدِّ الَّذي يَليهِ في كُلٍّ مِنَ الْمُتَتالِياتِ الْآتِيَةِ، ثُمَّ أُكْمِلُ الْمُتَتالِيَةَ بِكِتابَةِ ثَلاثَةِ حُدودٍ أُخْرى:

1 **4, 1, −2, −5, ...**



الْقاعِدَةُ الَّتي تَرْبِطُ كُلَّ حَدٍّ بِالْحَدِّ الَّذي يَليهِ هِيَ طَرْحُ 3 كُلَّ مَرَّةٍ.

أُكْمِلُ النَّمَطَ لِإيجادِ الْحُدودِ الثَّلاثَةِ التّالِيَةِ في الْمُتَتالِيَةِ:

$-5-3=-8$ ، $-8-3=-11$ ، $-11-3=-14$

الْحُدودُ الثَّلاثَةُ التّالِيَةُ في الْمُتَتالِيَةِ هِيَ: $-8, -11, -14$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

2 **11, 20, 29, ...**

3 **−4, −3, −2, ...**

4 **0.4, 0.8, 1.6, ...**

5 **32, 16, 8, ...**

أَتَدَرَّبُ وَأَحُلُّ الْمَسائِلَ

أَجِدُ الْحُدودَ الْخَمْسَةَ الْأولى في الْمُتَتالِيَةِ الْمُعْطى حَدُّها الْأَوَّلُ وَالْقاعِدَةَ الَّتي تَرْبِطُ كُلَّ حَدٍّ بِالْحَدِّ الَّذي يَليهِ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1 الْحَدُّ الْأَوَّلُ: (9)، الْقاعِدَةُ: إِضافَةُ 3 كُلَّ مَرَّةٍ.

2 الْحَدُّ الْأَوَّلُ: (3.2)، الْقاعِدَةُ: إِضافَةُ (0.4) كُلَّ مَرَّةٍ.

3 الْحَدُّ الْأَوَّلُ: (2)، الْقاعِدَةُ: الضَّرْبُ في (3) ثُمَّ إِضافَةُ (2).

في كُلِّ مُتَتالِيَةٍ مِمّا يَأْتي، أَجِدُ الْقاعِدَةَ الَّتي تَرْبِطُ كُلَّ حَدٍّ بِالْحَدِّ الَّذي يَليهِ، وَأَسْتَعْمِلُها لِإيجادِ الْحَدِّ السّابِعِ:

4 0.2, 0.4, 0.6, ...

5 $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{20}, \frac{1}{40}, \ldots$

6 $-11, -9, -7, -5, \ldots$

7 $7, 1, -5, -11 \ldots$

8 3.5, 5, 6.5, 8, ...

9 $-3, 9, -27, 81$

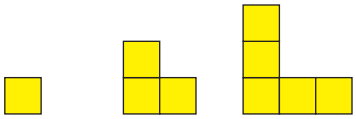
10 **مَصانِعُ:** في مَصْنَعِ قِطَعِ شوكولاتَةَ تُغَلِّفُ آلَةٌ 25 قِطْعَةً في الثّانِيَةِ الْأولى، وَ50 قِطْعَةً في الثّانِيَةِ الثّانِيَةِ، وَ75 قِطْعَةً في الثّانِيَةِ الثّالِثَةِ، كَمْ قِطْعَةَ شوكولاتَةَ تُغَلِّفُ الْآلَةُ في الثّانِيَةِ الثّامِنَةِ؟

مَعْلومَةٌ

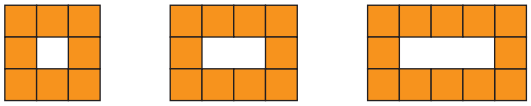
يُعزى سَبَبُ غَلاءِ الشّوكولاتَةِ الصّافِيَةِ إِلى أَنَّ شَجَرَةَ الشّوكولاتَةِ تُنْتِجُ في الْمُتَوَسِّطِ 2500 ثَمَرَةٍ، وَكُلُّ 400 ثَمَرَةٍ تُنْتِجُ نِصْفَ كيلوغرامٍ فَقَطْ مِنَ الشّوكولاتَةِ.

في ما يَأْتي أَنْماطٌ هَنْدَسِـيَّةٌ يُشَكِّلُ عَدَدُ الْمُرَبَّعاتِ في كُلٍّ مِنْها مُتَتالِيَةً، أَجِدُ الْقاعِدَةَ الَّتي تَرْبِطُ كُلَّ حَدٍّ في الْمُتَتالِيَةِ بِالْحَدِّ الَّذي يَليهِ، ثُمَّ أَجِدُ عَدَدَ الْمُرَبَّعاتِ في الْحَدِّ السّادِسِ:

11



12



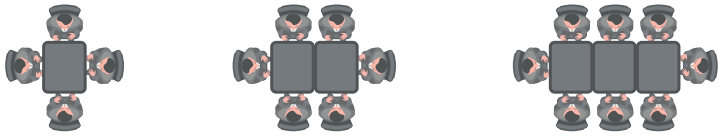
مَهاراتُ التَّفْكيرِ الْعُلْيا

13 **تَحَـدٍّ:** مُتَتالِيَةٌ الْحَدُّ الثّامِنُ فيها (15−)، وَالْقاعِدَةُ الَّتي تَرْبِطُ كُلَّ حَدٍّ بِالْحَدِّ الَّذي يَليهِ فيها هِيَ (طَرْحُ 9 كُلَّ مَرَّةٍ)، أَجِدُ الْحَدَّ الثّالِثَ.

14 **أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ:** الْحُدودُ الثَّلاثَةُ الْأولى في الْمُتَتالِيَةِ الْآتِيَةِ صَحيحَةٌ، لكِنَّ أَحَدَ الْحُدودِ الْأُخْرى لا تَنْطَبِقُ عَلَيْهِ الْقاعِدَةُ الَّتي تَرْبِطُ كُلَّ حَدٍّ بِالْحَدِّ الَّذي يَليهِ، أَجِدُ الْحَدَّ الَّذي لا تَنْطَبِقُ عَلَيْهِ الْقاعِدَةُ وَأُصَحِّحُهُ:

2 , 5 , 8 , 11 , 14 , 18 , 20 , 23

تَبْريرٌ: يَظْهَرُ في الشَّكْلِ الْآتي أَشْخاصٌ يَجْلِسونَ حَوْلَ طاوِلاتٍ مُتَلاصِقَةٍ:



النَّموذَجُ (1) النَّموذَجُ (2) النَّموذَجُ (3)

15 أَنْسَخُ الْجَدْوَلَ الْآتِيَ، وَأُكْمِلُهُ اعْتِمادًا عَلى الشَّكْلِ أَعْلاهُ:

النَّموذَجُ	1	2	3	4
عَدَدُ الطّاوِلاتِ				
عَدَدُ الْأَشْخاصِ				

16 أَجِدُ عَدَدَ الْأَشْخاصِ الَّذينَ يَجْلِسونَ حَوْلَ 9 طاوِلاتٍ مُتَلاصِقَةٍ، وأبرّر إِجابَتي.

17 **أَكْتُبُ** أَكْتُبُ وَصْفًا أُبَيِّنُ فيهِ كَيْفَ أَجِدُ قاعِدَةَ مُتَتالِيَةٍ.

اخْتِبارُ نِهايَةِ الْوَحْدَةِ

أَخْتارُ رَمْزَ الْإِجابَةِ الصَّحيحَةِ لِكُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1 ما الصّيغَةُ الْأُسِّيَّةُ لِلْعِبارَةِ $(8\times8\times8\times8)$؟

a) 4^8 **b)** 8^4

c) 8^3 **d)** 3^8

2 ما قيمَةُ (11^4)؟

a) 44 **b)** 1331

c) 14641 **d)** 161051

3 أَرْبَعَةُ صَناديقَ فـي كُلٍّ مِنْها 4 عُلَبٍ، وَفي كُلِّ عُلْبَةٍ 4 قِطَعِ كيكٍ، كَمْ قِطْعَةَ كيكٍ في الصَّناديقِ الْأَرْبَعَةِ؟

a) 4×4 **b)** $4+4$

c) $4+4+4$ **d)** $4\times4\times4$

4 ما قيمَةُ $\sqrt[3]{64}$؟

a) 2 **b)** 4

c) 8 **d)** 16

5 تَرْتيبُ أَوْلَوِيّاتِ الْعَمَلِيّاتِ لِإيجادِ قيمَةِ الْعِبارَةِ $(5\times(6-7)+2^3)$ هُوَ:

a) الضَّرْبُ ثُمَّ الطَّرْحُ ثُمَّ الْجَمْعُ ثُمَّ الْأُسُّ.

b) الْأُسُّ ثُمَّ الضَّرْبُ ثُمَّ الطَّرْحُ ثُمَّ الْجَمْعُ.

c) الطَّرْحُ ثُمَّ الضَّرْبُ ثُمَّ الْجَمْعُ ثُمَّ الْأُسُّ.

d) الطَّرْحُ ثُمَّ الْأُسُّ ثُمَّ الضَّرْبُ ثُمَّ الْجَمْعُ.

6 قيمَةُ الْمِقْدارِ الْجَبْرِيِّ $(3a+c)$ عِنْدَما $a=2, c=-1$ هِيَ:

a) 33 **b)** 31

c) 5 **d)** -1

7 أَيُّ الْأَعْدادِ الْآتِيَةِ حَلٌّ لِلْمُعادَلَةِ $x-5=7$؟

a) -2 **b)** 2

c) 13 **d)** -13

8 الْقاعِدَةُ الَّتي تَرْبِطُ كُلَّ حَدٍّ بِالْحَدِّ الَّذي يَليهِ في الْمُتَتالِيَةِ الْآتِيَةِ هِيَ:

0.3, 1.6, 2.9, ...

a) إِضافَةُ (0.3) كُلَّ مَرَّةٍ **b)** إِضافَةُ (1) كُلَّ مَرَّةٍ

c) إِضافَةُ (1.3) كُلَّ مَرَّةٍ **d)** إِضافَةُ (0.1) كُلَّ مَرَّةٍ

أَكْتُبُ ناتِجَ تَحْليلِ كُلٍّ مِمّا يَأْتي إِلى عَوامِلِهِ الْأَوَّلِيَّةِ بِاسْتِعْمالِ الْأُسُسِ:

9 432

10 6125

أَجِدُ قيمَةَ كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

11 $\sqrt{7056}$

12 $\sqrt[3]{3375}$

أَجِدُ قيمَةَ كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

13 $6\times(9-(5+1))$

14 $\sqrt{25}-3\times2^2$

أَجِدُ قيمَةَ كُلٍّ مِنَ الْمَقاديرِ الْجَبْرِيَّةِ الْآتِيَةِ عِنْدَما $a = 25, b = 11, k = -6$:

15 $3k - \sqrt{a} + b^3$

16 $k^2 - a \div 5$

يُبَيِّنُ الْجَدْوَلُ الْآتي رُسومَ رِحْلَةٍ مَدْرَسِيَّةٍ إِلى آثارِ جَرَشَ:

طَلَبَةُ الْمَرْحَلَةِ الْأَساسِيَّةِ (x)	طَلَبَةُ الْمَرْحَلَةِ الثّانَوِيَّةِ (y)
2 دينارًا	5 دَنانيرَ

17 أَكْتُبُ مِقْدارًا جَبْرِيًّا يُمَثِّلُ الْمَبْلَغَ الَّذي دَفَعَهُ عَدَدٌ مِنْ طَلَبَةِ كِلا الْمَرْحَلَتَيْنِ: الْأَساسِيَّةِ، وَالثّانَوِيَّةِ.

18 ما الْمَبْلَغُ الَّذي سَيَدْفَعُهُ 20 طالِبًا مِنَ الصَّفِّ الثّالِثِ الْأَساسِيِّ، وَ18 طالِبًا مِنَ الصَّفِّ الْحادي عَشَرَ؟

أَحُلُّ كُلَّ مُعادَلَةٍ مِمّا يَأْتي:

19 $6n - 11 = 7$

20 $-5 + \frac{b}{4} = -4$

فـي كُلٍّ مِنَ الْمُتَتالِياتِ الْآتِيَةِ، أَجِدُ الْقاعِدَةَ الَّتي تَرْبِطُ كُلَّ حَدٍّ بِالْحَدِّ الَّذي يَليهِ، ثُمَّ أَجِدُ الْحَدَّ الْخامِسَ:

21 9.8 , 9.4 , 9.0 , ...

22

تَدْريبٌ عَلى الِاخْتِباراتِ الدَّوْلِيَّةِ:

23 يُبَيِّنُ الشَّكْلُ الْآتي أُنْبوبَيْنِ

فَإِذا كانَ طولُ أَحَدِهِما (x) مِتْرًا، وَطولُ الْآخَرِ (y ضِعْفًا) طولِ الْأَوَّلِ، فَإِنَّ الْمِقْدارَ الْجَبْرِيَّ الَّذي يُمَثِّلُ طولَ الْأُنْبوبِ الْآخَرِ بِالْأَمْتارِ:

a) xy **b)** $x + y$

c) x^y **d)** y^x

24 ما قيمَةُ 3.4×10^2؟

a) 3.4 **b)** 34

c) 340 **d)** 3400

الْوَحْدَةُ 6

النِّسْبَةُ وَالنِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ

ما أَهَمِّيَّةُ هذِهِ الْوَحْدَةِ؟

تُسْتَعْمَلُ النِّسْبَةُ وَالنِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ لِعَمَلِ مُقارَناتٍ دَقيقَةٍ في كَثيرٍ مِنَ الْمَواقِفِ الْحياتِيَّةِ، فَمَثَلًا، تُسْتَعْمَلُ النِّسْبَةُ لِتَحْديدِ أَسْعارِ السِّلَعِ في الْعُروضِ التِّجارِيَّةِ وَالْمُقارَنَةِ بَيْنَها لِاخْتِيارِ أَفْضَلِها.

تَعَلَّمْتُ سابِقًا:

- ✓ مَفْهومَ النِّسْبَةِ الْمِئَوِيَّةِ وَكِتابَتَها بِاسْتِعْمالِ الرَّمْزِ (%).
- ✓ إيجادَ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ بَسيطَةٍ مِنْ أَشْكالٍ.
- ✓ تَحْويلَ الْكُسورِ الْعادِيَّةِ إِلى عَشْرِيَّةٍ.
- ✓ تَحْويلَ الْكُسورِ الْعَشْرِيَّةِ إِلى عادِيَّةٍ.

سَأَتَعَلَّمُ في هذِهِ الْوَحْدَةِ:

- مَفْهومَ النِّسْبَةِ وَمُعَدَّلَ الْوَحْدَةِ.
- تَحْديدَ النِّسَبِ الْمُتَكافِئَةِ.
- التَّحْويلَ بَيْنَ النِّسَبِ الْمِئَوِيَّةِ وَالْكُسورِ الْعادِيَّةِ وَالْعَشْرِيَّةِ.
- إيجادَ نِسْبَةٍ مِنْ عَدَدٍ.

مشروع الوحدة: الْعُروضُ التِّجارِيَّةُ

أَسْتَعِدُّ وَزُمَلائي/ زَميلاتي لِتَنْفيذِ مَشْروعِنا الْخاصِّ، الَّذي سَنَسْتَعْمِلُ فيهِ ما نَتَعَلَّمُهُ في هذِهِ الْوَحْدَةِ حَوْلَ النِّسْبَةِ وَالنِّسْبَةِ الْمِئَوِيَّةِ لِاسْتِقْصاءِ الْعُروضِ التِّجارِيَّةِ.

خُطُواتُ تَنْفيذِ الْمَشْروعِ:

1. أَزورُ مَتْجَرًا يُقَدِّمُ عُروضًا تِجارِيَّةً، وَأَبْحَثُ عَنْ عُروضٍ تَحْتَوي أَكْثَرَ مِنْ عُبُوَّةٍ في الْعَرْضِ الْواحِدِ، وَأَلْتَقِطُ صُوَرًا لَها، ثُمَّ أَمْلَأُ الْجَدْوَلَ الْآتِيَ:

وَصْفُ الْعَرْضِ		
السِّعْرُ لِلْعَرْضِ كامِلًا		
سِعْرُ الْوَحْدَةِ		

2. أَتَجَوَّلُ في الْمَتْجَرِ، وَأَخْتارُ 10 سِلَعٍ يُقَدِّمُ الْمَتْجَرُ خَصْمًا عَلَيْها، وَأَلْتَقِطُ صُوَرًا لَها، ثُمَّ أَمْلَأُ الْجَدْوَلَ الْآتِيَ:

السِّلْعَةُ		
النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ لِلْخَصْمِ		
السِّعْرُ قَبْلَ الْخَصْمِ		
السِّعْرُ بَعْدَ الْخَصْمِ		
قيمَةُ الْخَصْمِ		

3. أَتَجَوَّلُ في الْمَتْجَرِ وَأَبْحَثُ عَنْ سِلَعٍ تَحْتَوي كَمِّيَّةً إِضافِيَّةً مَجّانِيَّةً كَعَرْضٍ تِجارِيٍّ، وَأَلْتَقِطُ صُوَرًا لَها، ثُمَّ أَمْلَأُ الْجَدْوَلَ الْآتِيَ:

		السِّلْعَةُ
		النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ لِلْكَمِّيَّةِ الْإِضافِيَّةِ
		الْكُتْلَةُ قَبْلَ الْإِضافَةِ
		الْكُتْلَةُ بَعْدَ الْإِضافَةِ
		الْكُتْلَةُ الْمُضافَةُ

عَرْضُ النَّتائِجِ:

- أُصَمِّمُ مَطْوِيَّةً جَميلَةً أَكْتُبُ فيها النَّتائِجَ الَّتي تَوَصَّلْتُ إِلَيْها في هذا الْمَشْروعِ مُنَظَّمَةً في جَداوِلَ.
- أُضَمِّنُ الْمَطْوِيَّةَ صُوَرَ الْعُروضِ التِّجارِيَّةِ الَّتي الْتَقَطْتُها.
- أَعْرِضُ الْمَطْوِيَّةَ أَمامَ زُمَلائي/ زَميلاتي.

الدرسُ 1 النِّسْبَةُ

فِكْرَةُ الدَّرْسِ

- أَتَعَرَّفُ النِّسْبَةَ، وَأَكْتُبُها بِصُوَرٍ مُخْتَلِفَةٍ.
- أَجِدُ الْمُعَدَّلَ، وَمُعَدَّلَ الْوَحْدَةِ.

الْمُصْطَلَحاتُ

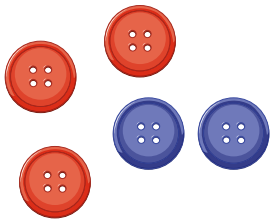
النِّسْبَةُ، الْمُعَدَّلُ، مُعَدَّلُ الْوَحْدَةِ.

أَسْتَكْشِفُ

يَحْتَوي الْوِعاءُ الْمُجاوِرُ 6 أَكْوابٍ مِنْ عَصيرِ الْبُرْتُقالِ الْمُرَكَّزِ الْمَمْزوجِ بِالْماءِ. ما عَدَدُ أَكْوابِ الْماءِ في الْوِعاءِ؟

كُلُّ كوبٍ مِنْ عَصيرِ الْبُرْتُقالِ الْمُرَكَّزِ يُقابِلُهُ كوبانِ مِنَ الْماءِ.

النِّسْبَةُ (ratio) هِيَ طَريقَةٌ لِمُقارَنَةِ عَدَدٍ مَعَ آخَرَ أَوْ كَمِّيَّةٍ مَعَ أُخْرى. وَتُكْتَبُ النِّسْبَةُ بِثَلاثِ طَرائِقَ؛ فَمَثَلًا يُمْكِنُ كِتابَةُ نِسْبَةِ الْأَزْرارِ الْحَمْراءِ إِلى الزَّرْقاءِ في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ عَلى النَّحْوِ الْآتي:

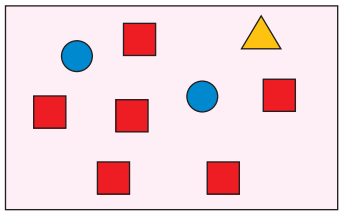


3 إِلى 2 $\frac{3}{2}$ 3 : 2

وَيُمْكِنُ تَبْسيطُ النِّسْبَةِ كَما في الْكُسورِ بِقِسْمَةِ طَرَفَيْها عَلى الْعامِلِ الْمُشْتَرَكِ الْأَكْبَرِ بَيْنَهُما.

مثال 1

اعْتِمادًا عَلى الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ، أَكْتُبُ في أَبْسَطِ صورَةٍ:



1 نِسْبَةَ الْمُرَبَّعاتِ إِلى الْمُثَلَّثاتِ.

توجَدُ 6 مُرَبَّعاتٍ وَمُثَلَّثٌ واحِدٌ.

أَكْتُبُ النِّسْبَةَ بَيْنَ الْكَمِّيَّتَيْنِ حَسَبَ تَرْتيبِ وُرودِهِما في نَصِّ السُّؤالِ بَدْءًا مِنَ الْيَسارِ.

6 : 1

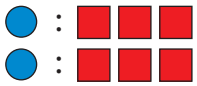
2 نِسْبَةَ الدَّوائِرِ إِلى الْمُرَبَّعاتِ.

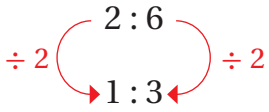
توجَدُ دائِرَتانِ وَسِتَّةُ مُرَبَّعاتٍ.

الْخُطْوَةُ 1: أَكْتُبُ النِّسْبَةَ بَيْنَ الْكَمِّيَّتَيْنِ حَسَبَ تَرْتيبِ وُرودِهِما في نَصِّ السُّؤالِ بَدْءًا مِنَ الْيَسارِ.

 2 : 6

الْخُطْوَةُ 2: أُبَسِّطُ طَرَفَي النِّسْبَةِ بِالْقِسْمَةِ عَلى الْعامِلِ الْمُشْتَرَكِ الْأَكْبَرِ بَيْنَهُما الَّذي هُوَ 2





3 نِسْبَةَ الدَّوائِرِ إِلى الْمُرَبَّعاتِ إِلى الْمُثَلَّثاتِ.

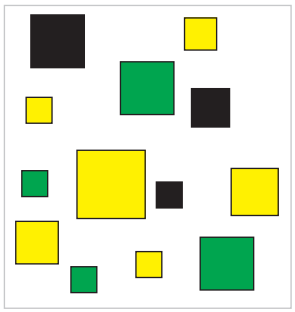
توجَدُ دائِرَتانِ وَسِتَّةُ مُرَبَّعاتٍ وَمُثَلَّثٌ واحِدٌ.

أَكْتُبُ النِّسْبَةَ بَيْنَ الْكَمِّيّاتِ حَسَبَ تَرْتيبِ وُرودِها في نَصِّ السُّؤالِ بَدْءًا مِنَ الْيَسارِ.

2 : 6 : 1

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

اعْتِمادًا عَلى النَّموذَجِ الْمُجاوِرِ، أَكْتُبُ في أَبْسَطِ صورَةٍ:



4 نِسْبَةَ الْمُرَبَّعاتِ الْخَضْراءِ إِلى الصَّفْراءِ.

5 نِسْبَةَ الْمُرَبَّعاتِ السَّوْداءِ إِلى الْخَضْراءِ.

6 نِسْبَةَ الْمُرَبَّعاتِ الصَّفْراءِ إِلى السَّوْداءِ إِلى الْخَضْراءِ.

تَتَطَلَّبُ كَثيرٌ مِنَ الْمَواقِفِ تَوْزيعَ كَمِّيَّةٍ بَيْنَ عَدَدٍ مِنَ الْأَشْخاصِ وَفْقَ نِسْبَةٍ مُحَدَّدَةٍ.

مِثال 2: مِنَ الْحَياةِ

عَمَلٌ: إِذا وَزَّعَ أَحْمَدُ 120 JD بَيْنَ عامِلَيْنِ بِنِسْبَةِ 2 : 3، فَكَمْ أَخَذَ كُلٌّ مِنْهُما؟

النِّسْبَةُ 2 : 3 تَحْتَوي 5 أَجْزاءٍ مُتَساوِيَةٍ؛ لِأَنَّ $3 + 2 = 5$

الْخُطْوَةُ 1: أَقْسِمُ الْعَدَدَ 120 عَلى 5؛ لِأَجِدَ قيمَةَ كُلِّ جُزْءٍ.

$120 \div 5 = 24$

120				
1 جُزْءًا	1 جُزْءًا	1 جُزْءًا	1 جُزْءًا	1 جُزْءًا
24	24	24	24	24

الْخُطْوَةُ 2: أُوَزِّعُ الْأَجْزاءَ الْخَمْسَةَ في مَجْموعَتَيْنِ بِنِسْبَةِ 2 : 3، ثُمَّ أَجِدُ مَجْموعَ قِيَمِ الْأَجْزاءِ في كُلِّ مَجْموعَةٍ.

120				
1 جُزْءًا	1 جُزْءًا	1 جُزْءًا	1 جُزْءًا	1 جُزْءًا
24	24	24	24	24

سَيَحْصُلُ أَحَدُ الْعامِلَيْنِ عَلى 3 أَجْزاءٍ، وَسَيَحْصُلُ الْآخَرُ عَلى جُزْأَيْنِ.

120				
1 جُزْءًا	1 جُزْءًا	1 جُزْءًا	1 جُزْءًا	1 جُزْءًا
72			48	

$3 \times 24 = 72$

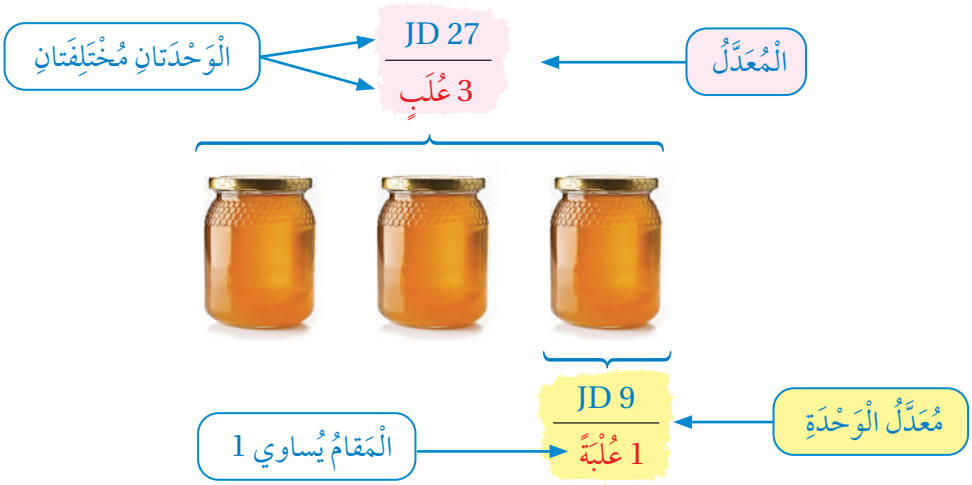
$2 \times 24 = 48$

إِذَنْ، أَخَذَ أَحَدُ الْعامِلَيْنِ 72 JD وَأَخَذَ الْآخَرُ 48 JD.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

حَلْوى: تَقاسَمَ أَخَوانِ **49** قِطْعَةَ حَلْوى بِنِسْبَةِ **3 : 4**، كَمْ قِطْعَةً أَخَذَ كُلٌّ مِنْهُما؟

الْمُعَدَّلُ (rate) هُوَ نِسْبَةٌ تُقارِنُ بَيْنَ كَمِّيَّتَيْنِ لَهُما وَحْدَتانِ مُخْتَلِفَتانِ. عِنْدَ تَبْسيطِ الْمُعَدَّلِ لِيُصْبِحَ مَقامُهُ وَحْدَةً واحِدَةً، فَإِنَّهُ يُسَمّى **مُعَدَّلَ الْوَحْدَةِ** (unit rate).



وَمِنْ مُعَدَّلاتِ الْوَحْدَةِ الشّائِعَةِ في الْحَياةِ الْيَوْمِيَّةِ عَدَدُ الْكيلومِتْراتِ الْمَقْطوعَةِ لِكُلِّ ساعَةٍ (km/h)، وَثَمَنُ الْكيلوغِرامِ الْواحِدِ بِالدّينارِ (JD/kg)، وَيُمْكِنُ حِسابُ مُعَدَّلِ الْوَحْدَةِ بِكِتابَةِ الْمُعَدَّلِ أَوَّلًا، ثُمَّ قِسْمَةِ كُلٍّ مِنَ الْبَسْطِ وَالْمَقامِ عَلى الْمَقامِ حَتّى يُصْبِحَ الْمَقامُ مُساوِيًا الْواحِدَ.

مثال 3

أَكْتُبُ الْمُعَدَّلَ عَلى صورَةِ كَسْرٍ، ثُمَّ أَجِدُ مُعَدَّلَ الْوَحْدَةِ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1 تَقْطَعُ مَرْكَبَةٌ فَضائِيَّةٌ 112000 km في 5 h.

أَكْتُبُ الْمُعَدَّلَ عَلى صورَةِ كَسْرٍ

$$\frac{112000\ \text{km}}{5\ \text{h}}$$

أَجِدُ مُعَدَّلَ الْوَحْدَةِ: أَقْسِمُ الْبَسْطَ وَالْمَقامَ عَلى 5؛ حَتّى يُصْبِحَ الْمَقامُ 1

$$\frac{112000\ \text{km}}{5\ \text{h}} \overset{\div 5}{=} \frac{22400\ \text{km}}{1\ \text{h}}$$

إِذَنْ، مُعَدَّلُ الْوَحْدَةِ هُوَ $\frac{22400\ \text{km}}{1\ \text{h}}$ أَوْ 22400 km في السّاعَةِ الْواحِدَةِ.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

2 تُنْتِجُ آلَةٌ 140 حَبَّةَ فَلافِلٍ في 4 دَقائِقَ.

يُسْتَعْمَلُ مُعَدَّلُ الْوَحْدَةِ لِمُقارَنَةِ أَسْعارِ السِّلَعِ في الْعُروضِ التِّجارِيَّةِ الْمُخْتَلِفَةِ.

مثال 4: مِنَ الْحَياةِ

أَيُّ الْعَرْضَيْنِ الْآتِيَيْنِ سِعْرُ الْكُرْسِيِّ الْواحِدِ فيهِ أَقَلُّ؟

لِإيجادِ سِعْرِ الْكُرْسِيِّ الْواحِدِ، أَحْسُبُ مُعَدَّلَ الْوَحْدَةِ.

الْعَرْضُ الْأَوَّلُ

أَكْتُبُ الْمُعَدَّلَ عَلى صورَةِ كَسْرٍ. أُقارِنُ السِّعْرَ الْكُلِّيَّ بِعَدَدِ الْكَراسي.

أَكْتُبُ الْمُعَدَّلَ عَلى صورَةِ كَسْرٍ

$$\frac{\text{JD } 88}{4 \text{ كَراسي}}$$

أَجِدُ مُعَدَّلَ الْوَحْدَةِ بِقِسْمَةِ الْبَسْطِ وَالْمَقامِ عَلى 4

أَجِدُ مُعَدَّلَ الْوَحْدَةِ: أَقْسِمُ الْبَسْطَ وَالْمَقامَ عَلى 4؛ حَتّى يُصْبِحَ الْمَقامُ 1

$$\frac{\text{JD } 88}{4 \text{ كَراسي}} = \frac{\text{JD } 22}{1 \text{ كُرْسِيًّا}}$$

(÷4 فوق، ÷4 تحت)

إِذَنْ، مُعَدَّلُ الْوَحْدَةِ في الْعَرْضِ الْأَوَّلِ 22 دينارًا لِكُلِّ كُرْسِيٍّ.

الْعَرْضُ الثّاني

أَكْتُبُ الْمُعَدَّلَ عَلى صورَةِ كَسْرٍ. أُقارِنُ السِّعْرَ الْكُلِّيَّ بِعَدَدِ الْكَراسي.

أَكْتُبُ الْمُعَدَّلَ عَلى صورَةِ كَسْرٍ

$$\frac{\text{JD } 228}{12 \text{ كُرْسِيًّا}}$$

أَجِدُ مُعَدَّلَ الْوَحْدَةِ بِقِسْمَةِ الْبَسْطِ وَالْمَقامِ عَلى 12

أَجِدُ مُعَدَّلَ الْوَحْدَةِ: أَقْسِمُ الْبَسْطَ وَالْمَقامَ عَلى 12؛ حَتّى يُصْبِحَ الْمَقامُ 1

$$\frac{\text{JD } 228}{12 \text{ كُرْسِيًّا}} = \frac{\text{JD } 19}{1 \text{ كُرْسِيًّا}}$$

(÷12 فوق، ÷12 تحت)

إِذَنْ، مُعَدَّلُ الْوَحْدَةِ في الْعَرْضِ الثّاني 19 دينارًا لِكُلِّ كُرْسِيٍّ.

بِمُقارَنَةِ مُعَدَّلِ الْوَحْدَةِ في الْعَرْضَيْنِ أُلاحِظُ أَنَّ سِعْرَ الْكُرْسِيِّ الْواحِدِ في الْعَرْضِ الثّاني أَقَلُّ.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

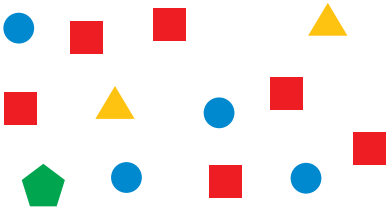
أَيُّ الْعَرْضَيْنِ الْآتَيَيْنِ سِعْرُ الطَّبَقِ الْواحِدِ فيهِ أَقَلُّ؟

الْعَرْضُ الْأَوَّلُ: 6 أَطْباقٍ بِسِعْرِ JD18

الْعَرْضُ الثّاني: 24 طَبَقًا بِسِعْرِ JD96

أَتَدَرَّبُ وَأَحُلُّ الْمَسائِلَ

اعْتِمادًا عَلى النَّمــوذَجِ الْمُجاوِرِ، أَكْتُبُ في أَبْسَطِ صورَةٍ:

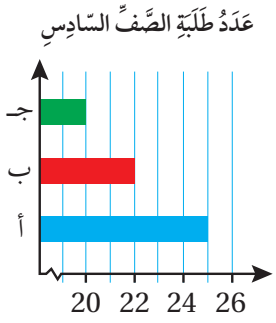


1. نِسْبَةَ الْمُرَبَّعاتِ إِلى الدَّوائِرِ.
2. نِسْبَةَ الْمُثَلَّثاتِ إِلى الْمُرَبَّعاتِ.
3. نِسْبَةَ الْمُثَلَّثاتِ إِلى الْأَشْكالِ الْخُماسِيَّةِ.
4. نِسْبَةَ الدَّوائِرِ إِلى الْمُثَلَّثاتِ إِلى الْمُرَبَّعاتِ.

اعْتِمادًا عَلى الرَّسْمِ، أَكْتُبُ في أَبْسَطِ صورَةٍ:

5. نِسْبَةَ السَّكاكينِ إِلى الْأَطْباقِ إِلى الْمَلاعِقِ.
6. نِسْبَةَ الْأَطْباقِ إِلى الشَّوْكاتِ إِلى الْمَلاعِقِ.
7. نِسْبَةَ الشَّوْكاتِ إِلى الْأَطْباقِ إِلى الْأَدَواتِ جَميعِها.
8. نِسْبَةَ الْأَدَواتِ جَميعِها إِلى السَّكاكينِ إِلى الْمَلاعِقِ.

مَدْرَسَــةٌ: عَــدَدُ طَلَبَةِ الصَّفِّ السّــادِسِ فــي إِحْدى الْمَدارِسِ 67 طالبًا مُوَزَّعينَ عَلى 3 شُعَبٍ كَما يُوَضِّحُ الشَّكْلُ الْمُجاوِرُ، أَكْتُبُ في أَبْسَطِ صورَةٍ:



9. نِسْبَةَ عَدَدِ طَلَبَةِ الشُّعْبَةِ (أ) إِلى الشُّعْبَةِ (جـ).
10. نِسْــبَةَ عَدَدِ طَلَبَةِ الشُّــعْبَةِ (أ) إِلى الشُّــعْبَةِ (ب) إِلى الشُّعْبَةِ (جـ).
11. نِسْبَةَ عَدَدِ طَلَبَةِ الصَّفِّ السّادِسِ جَميعِهِمْ إِلى عَدَدِ طَلَبَةِ الشُّعْبَةِ (ب).

أُوَزِّعُ كُلًّا مِمّا يَأْتي حَسَبَ النِّسْبَةِ الْمُعْطاةِ:

12 JD 24 بِنِسْبَةِ 2 : 1

13 75 cm بِنِسْبَةِ 4 : 1

14 56 kg بِنِسْبَةِ 5 : 2

15 15 m بِنِسْبَةِ 3 : 2

16 **حِبالٌ:** حَبْلٌ طولُهُ 48 m يُريدُ هَيْثَمٌ تَقْسيمَهُ إِلى قِسْمَيْنِ بِنِسْبَةِ 5 : 3 ما طولُ كُلِّ قِسْمٍ؟

17 أَيُّ الْعَرْضَيْنِ الْآتِيَيْنِ سِعْرُ كيسِ الْبَسْكَويتِ الْمالِحِ الْواحِدِ فيهِ أَقَلُّ؟

الْعَرْضُ الْأَوَّلُ:
كيسٌ واحِدٌ بِسِعْرِ JD3

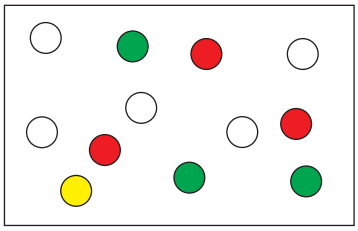
الْعَرْضُ الثّاني:
3 أَكْياسٍ بِسِعْرِ JD12

18 **وَقودٌ:** تُزَوِّدُ مِضَخَّةٌ خَزّانَ الْوَقودِ في شاحِنَةٍ بِـ 161 L وَقودًا خِلالَ 7 دَقائِقَ، وَتُزَوِّدُ مِضَخَّةٌ أُخْرى خَزّانَ الْوَقودِ في شاحِنَةٍ أُخْرى بِـ 108 L وَقودًا خِلالَ 6 دَقائِقَ. أَيُّ الْمِضَخَّتَيْنِ أَسْرَعُ؟

مَهاراتُ التَّفْكيرِ الْعُلْيا

19 **تَحَدٍّ:** يَحْتوي كيسٌ 8 قِطَعٍ مِنَ السَّكاكِرِ، بَعْضُها لَوْنُها أَحْمَرُ وَبَعْضُها أَصْفَرُ، أَكْتُبُ جَميعَ النِّسَبِ الْمُمْكِنَةِ لِلسَّكاكِرِ الْحَمْراءِ إِلى الصَّفْراءِ في الْكيسِ، بِأَبْسَطِ صورَةٍ.

تَبْريرٌ: اعْتِمادًا عَلى الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ، أَيُّ الْعِباراتِ الْآتِيَةِ صَحيحَةٌ؟ أُبَرِّرُ إِجابَتي.



20 نِسْبَةُ الدَّوائِرِ الْحَمْراءِ إِلى الْخَضْراءِ 1 : 1

21 نِسْبَةُ الدَّوائِرِ الصَّفْراءِ إِلى الْحَمْراءِ 1 : 3

22 نِسْبَةُ الدَّوائِرِ الْحَمْراءِ إِلى غَيْرِ الْحَمْراءِ 12 : 3

تَبْريرٌ: أَجِدُ قيمَةَ n وَ m في كُلٍّ مِمّا يَأْتي، وأبرّر إجابَتي:

23 نِسْبَةُ $m : n$ هِيَ 1 : 7 وَ $n+m = 40$

24 نِسْبَةُ $m : n$ هِيَ 5 : 6 وَ $n + m = 33$

25 أَكْتُبُ ما الْفَرْقُ بَيْنَ النِّسْبَةِ وَالْمُعَدَّلِ؟

الدرسُ 2 النِّسَبُ الْمُتَكافِئَةُ

فِكْرَةُ الدَّرْسِ

أَجِدُ نِسَبًا مُكافِئَةً لِنِسْبَةٍ مُعْطاةٍ.

الْمُصْطَلَحاتُ

النِّسَبُ الْمُتَكافِئَةُ، جَدْوَلُ النِّسَبِ.

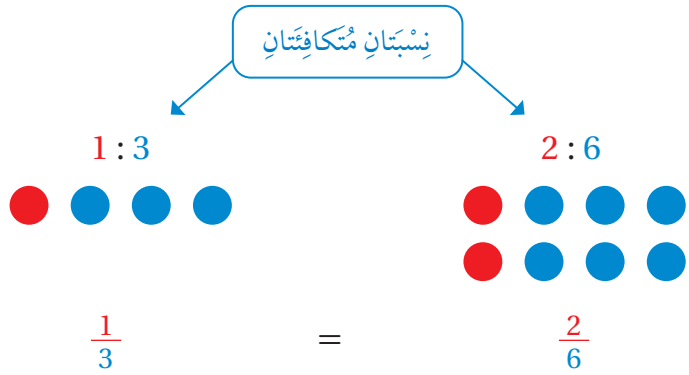
أَسْتَكْشِفُ

خَلَطَ رَسّامٌ عُبُوّاتٍ تَحْتَوي اللَّوْنَيْنِ الْأَصْفَرَ وَالْأَحْمَرَ في تَجْرِبَتَيْنِ بِالنِّسَبِ الْمُوَضَّحَةِ فِي الشَّكْلِ أَدْناهُ. هَلْ سَيَحْصُلُ الرَّسّامُ عَلى اللَّوْنِ نَفْسِهِ في كِلا التَّجْرِبَتَيْنِ؟

التَّجْرِبَةُ (1)

التَّجْرِبَةُ (2)

النِّسَبُ الْمُتَكافِئَةُ (equivalent ratios) هِيَ نِسَبٌ تَصِفُ الْعَلاقَةَ نَفْسَها بَيْنَ كَمِّيَّتَيْنِ. وَيُمْكِنُ كِتابَةُ النِّسَبِ الْمُتَكافِئَةِ عَلى صورَةِ كُسورٍ مُتَكافِئَةٍ.



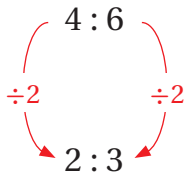
يُمْكِنُ إيجادُ نِسَبٍ مُكافِئَةٍ لِنِسْبَةٍ ما بِضَرْبِ طَرَفَيْها في الْعَدَدِ نَفْسِهِ، أَوْ قِسْمَتِهِما عَلى الْعَدَدِ نَفْسِهِ.

مثال 1

أَكْتُبُ نِسْبَةً تُكافِئُ النِّسْبَةَ الْمُوَضَّحَةَ في كُلٍّ مِمَّا يَأْتي:

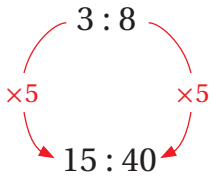
1 **4 : 6**

أَقْسِمُ طَرَفَيِ النِّسْبَةِ عَلى الْعَدَدِ نَفْسِهِ (2)



إِذَنْ، 2 : 3 تُكافِئُ 4 : 6

2 3 : 8



أَضْرِبُ طَرَفَيِ النِّسْبَةِ في الْعَدَدِ نَفْسِهِ (5)

إِذَنْ، 15 : 40 تُكافِئُ 3 : 8

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

3 14 : 10

4 5 : 7

يُمْكِنُ تَنْظيمُ النِّسَبِ الْمُتَكافِئَةِ في **جَدْوَلِ نِسْبَةٍ** (ratio table)، وَهُوَ جَدْوَلٌ تَحْتَوي أَعْمِدَتُهُ نِسَبًا مُتَكافِئَةً.

النِّسْبَةُ الأولى 3 : 7

عَدَدُ الْمَساطِرِ	3	6
عَدَدُ الْأَقْلامِ	7	14

النِّسْبَةُ الثّانِيَةُ 14 : 6

يُمْكِنُ اسْتِعْمالُ الضَّرْبِ أَوِ الْقِسْمَةِ لِإِكْمالِ جَدْوَلِ نِسْبَةٍ بَعْضُ الْقِيَمِ فيهِ مُعْطاةٌ.

مثال 2

أُكْمِلُ جَدْوَلَ النِّسْبَةِ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي، ثُمَّ أَكْتُبُ النِّسَبَ الْمُتَكافِئَةَ:

1

عَدَدُ الْحَقائِبِ	2	6
الثَّمَنُ	16	

×3

عَدَدُ الْحَقائِبِ	2	6
الثَّمَنُ	16	48

×3

بِما أَنَّ 6 = 3 × 2 أَضْرِبُ 16 في 3؛ لِأَحْصُلَ عَلى الْعَدَدِ الْمُقابِلِ في النِّسْبَةِ الثّانِيَةِ.

النِّسْبَتانِ الْمُتَكافِئَتانِ هُما: 48 : 6 , 16 : 2

2

عَدَدُ الطّاوِلاتِ	9		1
عَدَدُ الْأَشْخاصِ	45	15	

بِما أَنَّ 15 = 3 ÷ 45 أَقْسِمُ 9 عَلى 3؛ لِأَحْصُلَ عَلى الْعَدَدِ الْمُقابِلِ في النِّسْبَةِ الثّانِيَةِ.

عَدَدُ الطّاوِلاتِ	9	3	1
عَدَدُ الْأَشْخاصِ	45	15	

÷3 ÷3

أَقْسِمُ طَرَفَي النِّسْبَةِ الثّانِيَةِ عَلى 3؛ لِأَحْصُلَ عَلى الْعَدَدِ الْمُقابِلِ في النِّسْبَةِ الثّالِثَةِ.

عَدَدُ الطّاوِلاتِ	9	3	1
عَدَدُ الْأَشْخاصِ	45	15	5

÷3 ÷3

النِّسَبُ الْمُتَكافِئَةُ هِيَ: 5 : 1 , 15 : 3 , 45 : 9

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

3

عَدَدُ الدَّفاتِرِ	6	18
عَدَدُ الْأَقْلامِ	13	

4

عَدَدُ الْأَوْلادِ	3	21	
عَدَدُ الْبَناتِ	5		245

يُمْكِنُ حَلُّ مَسائِلَ حَياتِيَّةٍ بِإِنْشاءِ جَدْوَلِ نِسْبَةٍ وَإِكْمالِهِ، وَقَدْ لا يوجَدُ عَدَدٌ صَحيحٌ يُمْكِنُ ضَرْبُهُ في إِحْدى قِيَمِ الْجَدْوَلِ لِلْحُصولِ عَلى الْقيمَةِ الْمُقابِلَةِ في نِسْبَةٍ أُخْرى مُكافِئَةٍ، وَعِنْدَئِذٍ يُمْكِنُ الْقِسْمَةُ عَلى عَدَدٍ ما ثُمَّ الضَّرْبُ في عَدَدٍ آخَرَ، أَوِ الْعَكْسُ.

مثال 3: مِنَ الْحَياةِ

1 **فَطائِرُ:** لِعَمَلِ 10 فَطائِرَ يَلْزَمُ 4 kg مِنَ الدَّقيقِ. ما كُتْلَةُ الدَّقيقِ اللازِمِ لِعَمَلِ 15 فَطيرَةً؟

الْخُطْوَةُ 1: أُنْشِئُ جَدْوَلَ نِسْبَةٍ.

نِسْبَةُ عَدَدِ الْفَطائِرِ إِلى عَدَدِ كيلوغِراماتِ الطَّحينِ هِيَ 10 : 4

أَكْتُبُ الْقِيَمَ الْمُعْطاةَ في جَدْوَلِ النِّسْبَةِ.

عَدَدُ الْفَطائِرِ	10		15
كُتْلَةُ الدَّقيقِ (kg)	4		

الْخُطْوَةُ 2: أُكْمِلُ جَدْوَلَ النِّسْبَةِ.

لا يوجَدُ عَدَدٌ صَحيحٌ يُمْكِنُ ضَرْبُهُ في 10 لِلْحُصولِ عَلى 15؛ لِذا أُقَلِّصُ الْعَدَدَ 10 بِاسْتِعْمالِ الْقِسْمَةِ؛ لِأَحْصُلَ عَلى عَدَدٍ يُمْكِنُ ضَرْبُهُ في عَدَدٍ صَحيحٍ لِلْحُصولِ عَلى 15

أَقْسِمُ طَرَفَيِ النِّسْبَةِ الْأولى عَلى 2

عَدَدُ الْفَطائِرِ	10	5	15
كُتْلَةُ الدَّقيقِ (kg)	4	2	

÷2 ÷2

بِما أَنَّ 15 = 3 × 5 أَضْرِبُ 2 في 3؛ لِأَحْصُلَ عَلى الْعَدَدِ الْمُقابِلِ في النِّسْبَةِ الثّالِثَةِ.

أَضْرِبُ طَرَفَيِ النِّسْبَةِ الثّانِيَةِ في 3

عَدَدُ الْفَطائِرِ	10	5	15
كُتْلَةُ الدَّقيقِ (kg)	4	2	6

×3 ×3

إِذَنْ، كُتْلَةُ الدَّقيقِ اللّازِمِ لِعَمَلِ 15 فَطيرَةً تُساوي 6 kg

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

2 **حَلْوَياتٌ:** تَحْتَوي كُلُّ 200 g في طَبَقٍ مِنْ حَلاوَةِ الْجُبْنِ 14 g مِنَ السُّكَّرِ، ما كُتْلَةُ السُّكَّرِ الَّتي تَحْتَويها 300 g مِنَ الطَّبَقِ؟

أَتَدَرَّبُ وَأَحُلُّ الْمَسائِلَ

أَجِدُ نِسْبَةً تُكافِئُ كُلًّا مِنَ النِّسَبِ الْآتِيَةِ:

1. 6 : 11
2. 9 : 15
3. 21 : 18
4. 13 : 19

أُكْمِلُ كُلَّ جَدْوَلِ نِسْبَةٍ مِمّا يَأْتي، ثُمَّ أَكْتُبُ النِّسَبَ الْمُتَكافِئَةَ:

5.

عَدَدُ قَوارِيرِ الْماءِ	2	8
عَدَدُ اللِّتْراتِ	3	

6.

عَدَدُ الْقِطَعِ		1
الثَّمَنُ بِالدّينارِ	6	3

7.

عَدَدُ الْحَواسيبِ	240	20	
عَدَدُ الطّابِعاتِ	36		15

8.

عَدَدُ السَّيّاراتِ	5	10	
عَدَدُ الْحافِلاتِ	4		32

9.

الطُّلّابُ	36		54
الطّالِباتُ	66		

10.

عَدَدُ الْقُمْصانِ	100		
عَدَدُ الْبَناطيلِ	35		70

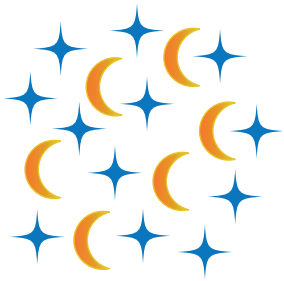
11. **أَلْوانٌ:** يُحَضِّرُ رَسّامٌ دَرَجَةً مِنْ دَرَجاتِ اللَّوْنِ الْبَنَفْسَجِيِّ بِإِضافَةِ قَطَراتٍ مِنَ اللَّوْنِ الْأَزْرَقِ إِلى قَطَراتٍ مِنَ اللَّوْنِ الْأَحْمَرِ بِنِسْبَةِ 5 : 3، كَمْ قَطْرَةً مِنَ اللَّوْنِ الْأَزْرَقِ سَيَحْتاجُ إِلى إِضافَتِها إِلى 45 قَطْرَةً مِنَ اللَّوْنِ الْأَحْمَرِ؟

12. **عَصائِرُ:** يَضَعُ عامِلٌ في مَحَلٍّ لِلْعَصيرِ 12 مُكَعَّبَ سُكَّرٍ في 600 mL مِنْ عَصيرِ الْكَرْكَديهْ. كَمْ مُكَعَّبَ سُكَّرٍ يَضَعُ في 250 mL مِنْ عَصيرِ الْكَرْكَديهْ؟

13. **بَسْتَنَةٌ:** يَتَقاضى بُسْتانِيٌّ 20 JD عَنْ كُلِّ 8 ساعاتِ عَمَلٍ، كَمْ يَتَقاضى عَنْ 10 ساعاتِ عَمَلٍ؟

أَكْتُبُ 3 نِسَبٍ تَصِفُ كُلَّ شَكْلٍ مِمّا يَأْتي:

14 نِسْبَةَ الْأَقْمارِ إِلى النُّجومِ.



15 نِسْبَةَ الْوُجوهِ السَّعيدَةِ إِلى الْوُجوهِ الْحَزينَةِ.

مَهاراتُ التَّفْكيرِ الْعُلْيا

16 **أَكْتَشِفُ الْمُخْتَلِفَ:** أَيُّ النِّسَبِ الْآتِيَةِ مُخْتَلِفَةٌ عَنِ الْبَقِيَّةِ؟

6 : 21	6 : 20	4 : 14	2 : 7

17 **أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ:** أُحَدِّدُ الْقيمَةَ الْخَطَأَ في جَدْوَلِ النِّسْبَةِ الْآتي، وَأُصَحِّحُها:

عَدَدُ الْعُبُوّاتِ	4	16	64
السَّعَةُ بِاللِّتْرِ	3	12	36

18 **تَبْريرٌ:** قالَ رائِدٌ: النِّسْبَةُ 4 : 2 تُكافِئُ النِّسْبَةَ 18 : 9، هَلْ قَوْلُهُ صَحيحٌ؟ أُبَرِّرُ إِجابَتي.

19 **تَحَدٍّ:** لَدى هَناءَ مُكَعَّباتٌ حَمْراءُ وَزَرْقاءُ وَخَضْراءُ وَفْقَ النِّسَبِ الْمُبَيَّنَةِ أَدْناهُ، إِذا كانَ لَدَيْها 6 مُكَعَّباتٍ زَرْقاءَ، فَكَمْ مُكَعَّبًا أَحْمَرَ لَدَيْها؟

أَحْمَرُ : أَخْضَرُ	أَخْضَرُ : أَزْرَقُ
2 : 5	1 : 3

20 أَكْتُبُ أَصِفُ طَريقَةَ إِيجادِ نِسْبَةٍ مُكافِئَةٍ لِنِسْبَةٍ مُعْطاةٍ؟

الدرسُ 3 النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ وَالْكُسورُ الْعادِيَّةُ

فِكْرَةُ الدَّرْسِ

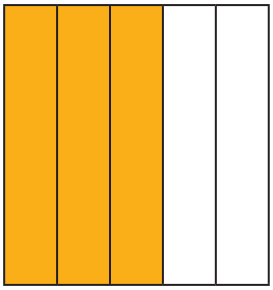
أَكْتُبُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ على صورَةِ كَسْرٍ عادِيٍّ، وَالْعَكْسَ.

الْمُصْطَلَحاتُ

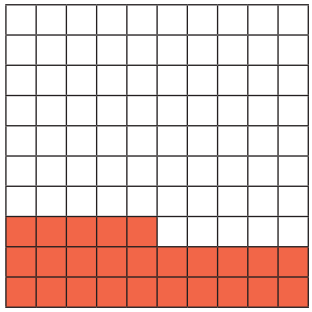
النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ.

أَسْتَكْشِفُ

ما النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ لِلْجُزْءِ الْمُظَلَّلِ في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ؟



النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ (percentage) هِيَ نِسْبَةٌ تُقارِنُ عَدَدًا ما بِالْعَدَدِ مِئَةٍ؛ وَلِأَنَّ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ تُمَثِّلُ عَدَدَ الْأَجْزاءِ مِنْ مِئَةٍ، فَإِنَّهُ يُمْكِنُ تَحْويلُها إِلى كَسْرٍ عادِيٍّ مَقامُهُ مِئَةٌ.



عَدَدُ الْأَجْزاءِ الْمُظَلَّلَةِ

$$25\% = \frac{25}{100}$$

مِنْ مِئَةِ جُزْءٍ

مثال 1

أَكْتُبُ كُلًّا مِنَ النِّسَبِ الْمِئَوِيَّةِ الْآتِيَةِ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عادِيٍّ في أَبْسَطِ صورَةٍ:

1 **55%**

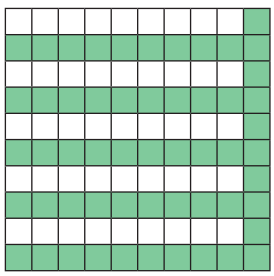
$$55\% = \frac{55}{100}$$

أَكْتُبُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عادِيٍّ

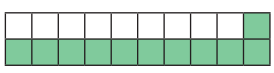
$$= \frac{55 \div 5}{100 \div 5}$$

أُبَسِّطُ الْكَسْرَ بِقِسْمَةِ بَسْطِهِ وَمَقامِهِ عَلى الْعامِلِ الْمُشْتَرَكِ الْأَكْبَرِ بَيْنَهُما (5)

$$= \frac{11}{20}$$



$\frac{55}{100}$



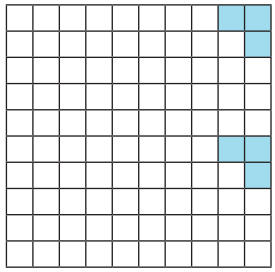
$\frac{11}{20}$

2 **6%**

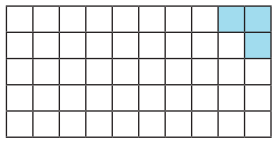
$6\% = \frac{6}{100}$ أُحَوِّلُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ إِلى كَسْرٍ عادِيٍّ

$= \frac{6 \div 2}{100 \div 2}$ أُبَسِّطُ الْكَسْرَ بِقِسْمَةِ بَسْطِهِ وَمَقامِهِ عَلى الْعامِلِ الْمُشْتَرَكِ الْأَكْبَرِ بَيْنَهُما (2)

$= \frac{3}{50}$



$\frac{6}{100}$



$\frac{3}{50}$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

3 **35%** **4** **16%** **5** **5%** **6** **4%**

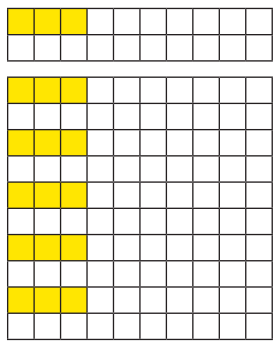
يُمْكِنُنا كِتابَةُ الْكُسورِ الْعادِيَّةِ عَلى صورَةِ نِسَبٍ مِئَوِيَّةٍ، وَذلِكَ بِإيجادِ كَسْرٍ مُكافِئٍ مَقامُهُ 100

مثال 2 أَكْتُبُ كُلَّ كَسْرٍ مِمّا يَأْتي عَلى صورَةِ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ:

1 $\frac{3}{20}$

$\frac{3}{20} \xrightarrow{\times 5} \frac{15}{100}$ أَضْرِبُ كُلًّا مِنَ الْبَسْطِ وَالْمَقامِ في 5؛ حَتّى يُصْبِحَ الْمَقامُ 100

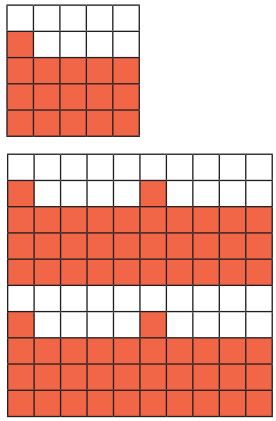
$= 15\%$ أَكْتُبُ الْكَسْرَ عَلى صورَةِ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ



2 $\frac{16}{25}$

$\frac{16}{25} \xrightarrow{\times 4} \frac{64}{100}$ أَضْرِبُ كُلًّا مِنَ الْبَسْطِ وَالْمَقامِ في 4؛ حَتّى يُصْبِحَ الْمَقامُ 100

$= 64\%$ أَكْتُبُ الْكَسْرَ عَلى صورَةِ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ



أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

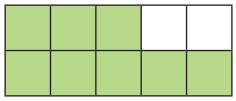
3 $\frac{13}{20}$ 4 $\frac{13}{25}$ 5 $\frac{7}{10}$ 6 $\frac{1}{4}$

لِإيجادِ النِّسْبَةِ الْمِئَوِيَّةِ الَّتي تُمَثِّلُ الْجُزْءَ الْمُظَلَّلَ في نَموذَجٍ هَنْدَسِيٍّ، أَجِدُ الْكَسْرَ الْعادِيَّ الَّذي يُمَثِّلُ الْجُزْءَ الْمُظَلَّلَ أَوَّلًا، ثُمَّ أَكْتُبُهُ عَلى صورَةِ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ.

مثال 3

أَكْتُبُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ الَّتي تُمَثِّلُ الْجُزْءَ الْمُظَلَّلَ في كُلِّ نَموذَجٍ مِمّا يَأْتي:

1

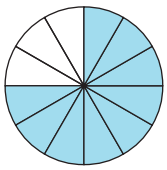


أَكْتُبُ الْكَسْرَ الْعادِيَّ الَّذي يُمَثِّلُ الْجُزْءَ الْمُظَلَّلَ في النَّموذَجِ: $\frac{8}{10}$

أَضْرِبُ الْبَسْطَ وَالْمَقامَ في 10: $= \frac{8 \times 10}{10 \times 10} = \frac{80}{100}$

أَكْتُبُ الْكَسْرَ عَلى صورَةِ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ: $= 80\%$

2



أَكْتُبُ الْكَسْرَ الْعادِيَّ الَّذي يُمَثِّلُ الْجُزْءَ الْمُظَلَّلَ في النَّموذَجِ: $\frac{9}{12}$

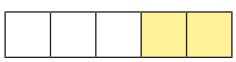
أُبَسِّطُ الْكَسْرَ بِالْقِسْمَةِ عَلى 3: $= \frac{9 \div 3}{12 \div 3} = \frac{3}{4}$

أَضْرِبُ الْبَسْطَ وَالْمَقامَ في 25: $= \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100}$

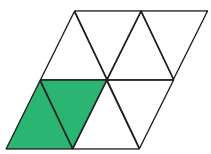
أَكْتُبُ الْكَسْرَ عَلى صورَةِ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ: $= 75\%$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

3



4



مثال 4: مِنَ الْحَياةِ

تَقْييمٌ إِلِكْتُرونِيٌّ: أَكْتُبُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ لِعَدَدِ الزَّبائِنِ الَّذينَ قَيَّموا مَطْعَمَ أَحْمَدَ بِخَمْسِ نُجومٍ في كُلٍّ مِنَ الْحالاتِ الْآتِيَةِ:

1. إِذا زارَ الْمَطْعَمَ 100 شَخْصٍ، وَقَيَّمَ 34 مِنْهُمُ الْمَطْعَمَ بِخَمْسِ نُجومٍ.

أَكْتُبُ النِّسْبَةَ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عادِيٍّ

$$\frac{34}{100}$$

أَكْتُبُ الْكَسْرَ عَلى صورَةِ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ

$$= 34\%$$

2. إِذا زارَ الْمَطْعَمَ 20 شَخْصًا، وَقَيَّمَ 9 مِنْهُمُ الْمَطْعَمَ بِخَمْسِ نُجومٍ.

أَكْتُبُ النِّسْبَةَ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عادِيٍّ

$$\frac{9}{20}$$

أَجْعَلُ مَقامَ الْكَسْرِ 100 بِضَرْبِ كُلٍّ مِنَ الْبَسْطِ وَالْمَقامِ في 5

$$= \frac{9 \times 5}{20 \times 5} = \frac{45}{100}$$

أَكْتُبُ الْكَسْرَ عَلى صورَةِ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ

$$= 45\%$$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

3. إِذا زارَ الْمَطْعَمَ 100 شَخْصٍ، وَقَيَّمَ 67 مِنْهُمُ الْمَطْعَمَ بِخَمْسِ نُجومٍ.
4. إِذا زارَ الْمَطْعَمَ 10 أَشْخاصٍ جَميعُهُمْ قَيَّموا الْمَطْعَمَ بِخَمْسِ نُجومٍ.

أَتَدَرَّبُ وَأَحُلُّ الْمَسائِلَ

أَكْتُبُ كُلًّا مِنَ النِّسَبِ الْمِئَوِيَّةِ الْآتِيَةِ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عادِيٍّ في أَبْسَطِ صورَةٍ:

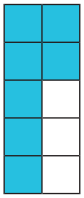
1. 30%
2. 45%
3. 24%
4. 58%
5. 12%
6. 95%
7. 100%
8. 2%

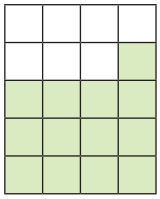
أَكْتُبُ كُلَّ كَسْرٍ مِمّا يَأْتي عَلى صورَةِ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ:

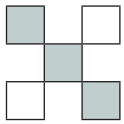
9 $\frac{19}{100}$ 10 $\frac{17}{20}$ 11 $\frac{9}{25}$ 12 $\frac{13}{50}$

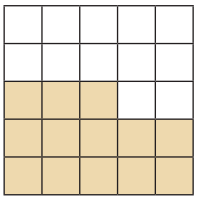
13 $\frac{3}{5}$ 14 $\frac{1}{2}$ 15 $\frac{3}{4}$ 16 $\frac{2}{40}$

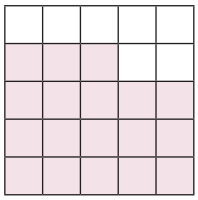
أَكْتُبُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ الَّتي تُمَثِّلُ الْجُزْءَ الْمُظَلَّلَ في كُلِّ نَموذَجٍ مِمّا يَأْتي:

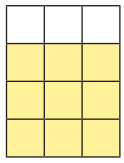
17 

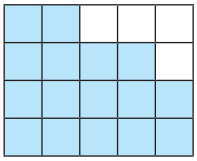
18 

19 

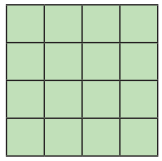
20 

21 

22 

23 

24

25 

نَظّاراتٌ: عَدَدُ طالِباتِ الصَّفِّ السّادِسِ في مَدْرَسَةِ مَرْوَةَ 100 طالِبَةٍ. إِذا كانَتْ 12 طالِبَةً مِنْهُنَّ يَرْتَدينَ النَّظّاراتِ، فَأَجِدُ:

26 النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ لِلطّالِباتِ اللَّواتي يَرْتَدينَ النَّظّاراتِ في الصَّفِّ السّادِسِ.

27 النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ لِلطّالِباتِ اللَّواتي لا يَرْتَدينَ النَّظّاراتِ في الصَّفِّ السّادِسِ.

28 إِذا كانَ عَدَدُ الطّالِباتِ في صَفِّ مَرْوَةَ 20 طالِبَةً 3 مِنْهُنَّ يَرْتَدينَ النَّظّاراتِ، فَما النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ لِعَدَدِ الطّالِباتِ اللَّواتي يَرْتَدينَ النَّظّارَةَ في صَفِّ مَرْوَةَ؟

مَعْلومَةٌ

يَنْصَحُ الْأَطِبّاءُ بِعَدَمِ قَضاءِ وَقْتٍ طَويلٍ في مُشاهَدَةِ التِّلْفازِ أَوِ الْعَمَلِ عَلى الْحاسوبِ؛ حِفاظًا عَلى صِحَّةِ الْعَيْنَيْنِ.

29 **كُـرَةُ قَدَمٍ:** يُبَيِّنُ الْجَـدْوَلُ الْمُجاوِرُ عَـدَدَ الْمُبارَياتِ الَّتي لَعِبَها فَريقـانِ لِكُرَةِ الْقَدَمِ، أَسْتَعْمِلُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ لِأُبَيِّنَ أَيُّ الْفَريقَيْنِ أَفْضَلُ.

الْفَريقُ	عَدَدُ الْمُبارَياتِ	عَدَدُ مَرّاتِ الْفَوْزِ
الْأَشْبالُ	25	14
النُّسورُ	20	12

أَضَعُ > أَوْ < أَوْ = في الْفَراغِ لأُكَوِّنَ عِبارَةً صَحيحَةً في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

30 $\frac{1}{25}$ ◯ 30%

31 50% ◯ $\frac{3}{6}$

32 $\frac{3}{20}$ ◯ 12%

مَهاراتُ التَّفْكيرِ الْعُلْيا

33 **مَسْأَلَةٌ مَفْتوحَةٌ:** أَضَعُ رَقْمًا مُناسِبًا في كُلِّ مُرَبَّعٍ بِحَيْثُ تُصْبِحُ الْعِبارَةُ صَحيحَةً:

$$\frac{\square}{2\square} = \square 6\%$$

34 **أَكْتَشِـفُ الْخَطَأَ:** كَتَبَتْ سَـميرَةُ الْكَسْرَ $\frac{14}{25}$ عَلى صورَةِ نِسْـبَةٍ مِئَوِيَّةٍ مُتَّبِعَةً الْخُطُواتِ الْوارِدَةَ أَدْناهُ، أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ في حَلِّها، وَأُصَحِّحُهُ.

$$\frac{14}{25} = \frac{14 \times 4}{25 \times 4} = \frac{56}{100} = 0.56\%$$

35 **أَكْتَشِـفُ الْخَطَأَ:** أَمْضى بَهاءٌ سـاعَةً في النّادي الرِّياضِيِّ تَدَرَّبَ خِلالَها مُدَّةَ 30 دَقيقَةً عَلى تَمارينِ تَقْوِيَةٍ لِلْعَضَلاتِ. قالَ بَهاءٌ (أَمْضَيْتُ 30% مِنَ السّـاعَةِ في تَمارينِ تَقْوِيَةِ الْعَضَلاتِ). هَلْ قَوْلُهُ صَحيحٌ؟ أُبَرِّرُ إِجابَتي.

36 **أَكْتُبُ** كَيْفَ أَكْتُبُ الْكَسْرَ $\frac{1}{20}$ عَلى صورَةِ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ؟

الدرسُ 4 النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ وَالْكُسورُ الْعَشْرِيَّةُ

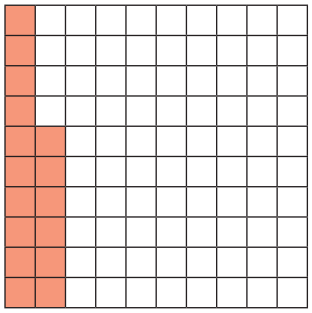
فِكْرَةُ الدَّرْسِ

أُحَوِّلُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ إِلى كَسْرٍ عَشْرِيٍّ، وَالْعَكْسَ.

أَسْتَكْشِفُ

النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ لِمساحَةِ الْمُرْتَفَعاتِ في الْأُرْدُنِّ 6%، أَكْتُبُ هذِهِ النِّسْبَةَ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عَشْرِيٍّ.

تَعَلَّمْتُ في الدَّرْسِ السّابِقِ كِتابَةَ النِّسْبَةِ الْمِئَوِيَّةِ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عادِيٍّ، وَيُمْكِنُ أَيْضًا كِتابَةُ النِّسْبَةِ الْمِئَوِيَّةِ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عَشْرِيٍّ.



$$16\% = \frac{16}{100} = 0.16$$

16 جُزْءًا مِنْ مِئَةٍ

مثال 1

أَكْتُبُ كُلَّ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ مِمّا يَأْتي عَلى صورَةِ كَسْرٍ عَشْرِيٍّ:

1 **79%**

أَكْتُبُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عادِيٍّ مَقامُهُ 100

$$79\% = \frac{79}{100}$$

أَكْتُبُ الْكَسْرَ الْعادِيَّ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عَشْرِيٍّ بِتَحْريكِ الْفاصِلَةِ الْعَشْرِيَّةِ مَنْزِلَتَيْنِ نَحْوَ الْيَسارِ

$$= 0.79$$

طَريقَةٌ بَديلَةٌ

أَحْذِفُ الرَّمْزَ (%)، ثُمَّ أَقْسِمُ عَلى 100 بِتَحْريكِ الْفاصِلَةِ الْعَشْرِيَّةِ مَنْزِلَتَيْنِ نَحْوَ الْيَسارِ.

$$79\% = 0.79\% = 0.79$$

2 **3%**

أَكْتُبُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عادِيٍّ مَقامُهُ 100 $3\% = \frac{3}{100}$

أَكْتُبُ الْكَسْرَ الْعادِيَّ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عَشْرِيٍّ بِتَحْريكِ الْفاصِلَةِ الْعَشْرِيَّةِ مَنْزِلَتَيْنِ نَحْوَ الْيَسارِ $= 0.03$

3 **7.5%**

أَكْتُبُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عادِيٍّ مَقامُهُ 100 $7.5\% = \frac{7.5}{100}$

أَضْرِبُ الْبَسْطَ وَالْمَقامَ في 10 ؛ لِأَحْصُلَ عَلى عَدَدٍ صَحيحٍ في الْبَسْطِ $= \frac{75}{1000}$

أَكْتُبُ الْكَسْرَ الْعادِيَّ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عَشْرِيٍّ بِتَحْريكِ الْفاصِلَةِ الْعَشْرِيَّةِ ثَلاثَ مَنازِلَ نَحْوَ الْيَسارِ $= 0.075$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

4 **18%** **5** **91%** **6** **2.5%** **7** **9%**

يُمْكِنُ أَيْضًا كِتابَةُ الْكَسْرِ الْعَشْرِيِّ عَلى صورَةِ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ.

مثال 2

أَكْتُبُ كُلَّ كَسْرٍ عَشْرِيٍّ مِمّا يَأْتي عَلى صورَةِ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ:

1 **0.13**

أَكْتُبُ الْكَسْرَ الْعَشْرِيَّ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عادِيٍّ $0.13 = \frac{13}{100}$

أَكْتُبُ الْكَسْرَ الْعادِيَّ عَلى صورَةِ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ $= 13\%$

طَريقَةٌ بَديلَةٌ

أَضْرِبُ في 100 بِتَحْريكِ الْفاصِلَةِ الْعَشْرِيَّةِ مَنْزِلَتَيْنِ نَحْوَ الْيَمينِ، ثُمَّ أُضيفُ الرَّمْزَ (%).

$0.13 = 0.13\% = 13\%$

2 **0.016**

أَكْتُبُ الْكَسْرَ الْعَشْرِيَّ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عادِيٍّ

$$0.016 = \frac{16}{1000}$$

أَقْسِمُ عَلى 10؛ لِأَجْعَلَ الْمَقامَ يُساوي 100

$$= \frac{16 \div 10}{1000 \div 10} = \frac{1.6}{100}$$

أَكْتُبُ الْكَسْرَ الْعادِيَّ عَلى صورَةِ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ

$$= 1.6\%$$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

3 **0.44** **4** **0.03** **5** **0.029** **6** **0.008**

عِنْدَ الْمُقارَنَةِ بَيْنَ نِسَبٍ مِئَوِيَّةٍ وَكُسورٍ، أَكْتُبُها جَميعًا عَلى صورَةِ نِسَبٍ مِئَوِيَّةٍ أَوْ كُسورٍ عادِيَّةٍ لَها الْمَقامُ نَفْسُهُ أَوْ كُسورٍ عَشْرِيَّةٍ.

مثال 3: مِنَ الْحَياةِ

أَنْظُرُ الْعُروضَ الْآتِيَةَ، وَأُجيبُ:

1 أَيُّ الْعَرْضَيْنِ يُقَدِّمُ خَصْمًا أَكْبَرَ عَلى سِعْرِ الْحَقيبَةِ، الْأَوَّلُ أَمِ الثّاني؟

لِتَحْديدِ الْعَرْضِ الَّذي يُقَدِّمُ خَصْمًا أَكْبَرَ، أَكْتُبُ الْكَسْرَ $\frac{3}{25}$ عَلى صورَةِ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ؛ لِأَنَّ مُقارَنَةَ النِّسَبِ الْمِئَوِيَّةِ عادَةً أَسْهَلُ مِنْ مُقارَنَةِ الْكُسورِ الْعادِيَّةِ.

أَضْرِبُ كُلًّا مِنَ الْبَسْطِ وَالْمَقامِ في 4؛ حَتّى يُصْبِحَ الْمَقامُ 100

$$\frac{3}{25} \overset{\times 4}{=} \frac{12}{100}$$

أَكْتُبُ الْكَسْرَ عَلى صورَةِ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ

$$= 12\%$$

بِما أَنَّ 14% أَكْبَرُ مِنْ 12% فَإِنَّ الْعَرْضَ الثّانِيَ يُقَدِّمُ خَصْمًا أَكْبَرَ عَلى سِعْرِ الْحَقيبَةِ.

2 أَيُّ الْعَرْضَيْنِ يُقَدِّمُ خَصْمًا أَكْبَرَ عَلى سِعْرِ الْحَقيبَةِ، الثّاني أَمِ الثّالِثُ؟

لِتَحْديدِ الْعَرْضِ الَّذي يُقَدِّمُ خَصْمًا أَكْبَرَ أَكْتُبُ 14% عَلى صورَةِ كَسْرٍ عَشْرِيٍّ.

$$14\% = \frac{14}{100} = 0.14$$

بِما أَنَّ 0.14 أَكْبَرُ مِنْ 0.09 فَإِنَّ الْعَرْضَ الثّانِيَ يُقَدِّمُ خَصْمًا أَكْبَرَ عَلى سِعْرِ الْحَقيبَةِ.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

مِساحاتٌ: يُبَيِّنُ الْجَدْوَلُ الْمُجاوِرُ نِسَبَ مِساحاتِ بَعْضِ الْمُحافَظاتِ مِنْ مِساحَةِ الْأُرْدُنِّ:

الْمُحافَظَةُ	نِسْبَةُ الْمِساحَةِ
الْكَرَكُ	4%
الْمَفْرَقُ	0.3
عَمّانُ	8.5%
الزَّرْقاءُ	$\frac{1}{20}$

3 أَيُّ الْمِساحَتَيْنِ أَكْبَرُ، مِساحَةُ مُحافَظَةِ الزَّرْقاءِ أَمْ مِساحَةُ مُحافَظَةِ عَمّانَ؟

4 أَيُّ الْمِساحَتَيْنِ أَكْبَرُ، مِساحَةُ مُحافَظَةِ الْكَرَكِ أَمْ مِساحَةُ مُحافَظَةِ الْمَفْرَقِ؟

أَتَدَرَّبُ وَأَحُلُّ الْمَسائِلَ

أَكْتُبُ كُلَّ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ مِمّا يَأْتي عَلى صورَةِ كَسْرٍ عَشْرِيٍّ:

1 10% **2** 30% **3** 75% **4** 16%

5 0.3% **6** 2% **7** 0.05% **8** 0.69%

أَكْتُبُ كُلَّ كَسْرٍ عَشْرِيٍّ مِمّا يَأْتي عَلى صورَةِ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ:

9 0.15 **10** 0.43 **11** 0.03 **12** 0.08

13 0.8 **14** 0.203 **15** 0.008 **16** 0.017

17 **دِراسَةٌ:** حَصَّلَتْ غَيْداءُ النَّتائِجَ الْآتِيَةَ في اخْتِباراتِ نِهايَةِ الْفَصْلِ. في أَيِّ الْمَوادِّ حَصَلَتْ غَيْداءُ عَلى النَّتيجَةِ الْأَفْضَلِ؟

اللُّغَةُ الْإِنْجِليزِيَّةُ	الرِّياضِيّاتُ	اللُّغَةُ الْعَرَبِيَّةُ
82%	0.9	$\frac{47}{50}$

مَعْلومَةٌ

يَصِلُ ارْتِفاعُ نَبْتَةِ الْقُطْنِ إِلى مِتْرَيْنِ، وَنَحْصُلُ عَلى أَلْيافِ النَّسيجِ الْقُطْنِيِّ مِنَ الزَّغَبِ الْأَبْيَضِ الرَّقيقِ الَّذي يُغَطّي بُذورَ نَبْتَةِ الْقُطْنِ.

18 **قُمْصانٌ:** يُبَيِّنُ الْجَدْوَلُ الْمُجاوِرُ نِسْبَةَ الْقُطْنِ في ثَلاثَةِ قُمْصانٍ، أَيُّها نِسْبَةُ الْقُطْنِ فيهِ هِيَ الْأَكْثَرُ؟

الْقَميصُ	نِسْبَةُ الْقُطْنِ
الْأَوَّلُ	20%
الثّاني	0.5
الثّالِثُ	$\frac{21}{30}$

أَضَعُ > أَوْ < أَوْ = في ◯ لِأُكَوِّنَ عِبارَةً صَحيحَةً في كُلٍّ ممّا يَأْتي:

19 59% ◯ 0.6

20 0.04 ◯ 5%

21 $\frac{9}{25}$ ◯ 36%

22 8% ◯ 0.8

23 0.02 ◯ 2%

24 7% ◯ $\frac{7}{10}$

25 أَصِلُ بِخَطٍّ بَيْنَ كُلِّ كَسْرٍ عَشْرِيٍّ مِمّا يَأْتي وَما يُساويهِ مِنْ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ، ثُمَّ أُكْمِلُ الْجَدْوَلَ بِكِتابَةِ الْكُسورِ الْعَشْرِيَّةِ وَالنِّسَبِ الْمِئَوِيَّةِ النّاقِصَةِ.

0.5	
0.2	75%
0.05	20%
	5%
0.1	1%
0.75	50%

مَهاراتُ التَّفْكيرِ الْعُلْيا

26 **أَكْتَشِفُ الْمُخْتَلِفَ:** أَيُّ الْآتي مُخْتَلِفٌ؟ أُبَرِّرُ إِجابَتي.

20% | 5% | 0.2 | $\frac{1}{5}$

27 **أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ:** حَوَّلَتْ شَيْماءُ 70% إِلى كَسْرٍ عَشْرِيٍّ كَما يَأْتي، أُبَيِّنُ الْخَطَأَ في حَلِّها، وَأُصَحِّحُهُ.

$70\% = 0.07$

28 **مَسْأَلَةٌ مَفْتوحَةٌ:** أَكْتُبُ نِسْبَةً مِئَوِيَّةً تَقَعُ بَيْنَ 0.24، وَ 0.3

29 **أَكْتُبُ** كَيْفَ أُحَوِّلُ كَسْرًا عَشْرِيًّا إِلى نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ؟

الدرسُ 5 النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ مِنْ عَدَدٍ

فِكْرَةُ الدَّرْسِ

أَجِدُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ مِنْ عَدَدٍ، وَمِنْ كَمِّيَّةٍ.

أَسْتَكْشِفُ

إِذا كانَ سِعْرُ الدَّرّاجَةِ الْهَوائِيَّةِ 50 دينارًا، فَكَمْ يُصْبِحُ سِعْرُها بَعْدَ الْخَصْمِ؟

يُمْكِنُ حِسابُ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ مِنْ عَدَدٍ بِكِتابَةِ النِّسْبَةِ الْمِئَوِيَّةِ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عادِيٍّ أَوْ كَسْرٍ عَشْرِيٍّ، ثُمَّ الضَّرْبِ في ذلِكَ الْعَدَدِ.

مَفْهومٌ أَساسِيٌّ — حِسابُ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ مِنْ عَدَدٍ

بِالْكَلِماتِ: لِإيجادِ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ مِنْ عَدَدٍ، أَكْتُبُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عادِيٍّ أَوْ عَشْرِيٍّ، ثُمَّ أَضْرِبُهُ في ذلِكَ الْعَدَدِ.

بِالْأَعْدادِ:

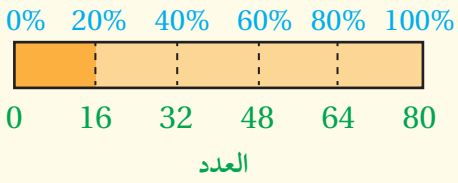
20% من 80

$\frac{20}{100} \times 80 = 16$

$0.2 \times 80 = 16$

بِالنَّماذِجِ:

النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ



مثال 1

أَجِدُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ مِنَ الْعَدَدِ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1 **12% من 50**

أَكْتُبُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عادِيٍّ أَوْ كَسْرٍ عَشْرِيٍّ ثُمَّ أَضْرِبُ.

أَكْتُبُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عادِيٍّ

$12\% = \frac{12}{100}$

أَضْرِبُ الْكَسْرَ الْعادِيَّ في الْعَدَدِ

$\frac{12}{100} \times 50 = 6$

إِذَنْ، 12% مِنْ 50 تُساوي 6

2 **90% من 20**

أَكْتُبُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عادِيٍّ أَوْ كَسْرٍ عَشْرِيٍّ ثُمَّ أَضْرِبُ.

أَكْتُبُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عَشْرِيٍّ

$90\% = 0.9$

أَضْرِبُ الْكَسْرَ الْعَشْرِيَّ في الْعَدَدِ

$0.9 \times 20 = 18$

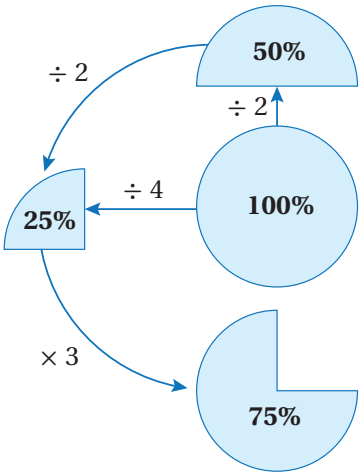
إِذَنْ، 90% مِنْ 20 تُساوي 18

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

3 **23% مِنْ 400**

4 **6% من 150**

يُمْكِنُ حِسابُ النِّسَبِ الْمِئَوِيَّةِ مِنْ عَدَدٍ لِبَعْضِ قِيَمِ النِّسَبِ الْمِئَوِيَّةِ بِطَريقَةٍ ذِهْنِيَّةٍ عَنْ طَريقِ الْمُضاعَفَةِ وَالتَّنْصيفِ.



مثال 2

أَجِدُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ مِنَ الْعَدَدِ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي ذِهْنِيًّا:

1 **50% مِنْ 1600**

بِما أَنَّ 100% تُعادِلُ 1600

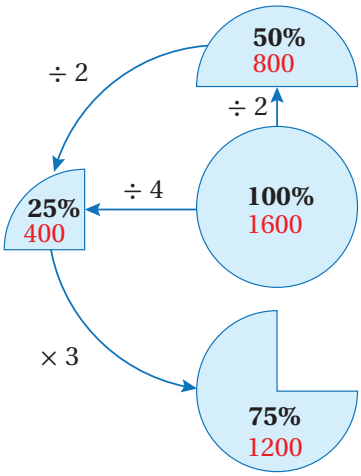
إِذَنْ 50% تُعادِلُ 1600 ÷ 2 أَوْ 800

2 **25% مِنْ 1600**

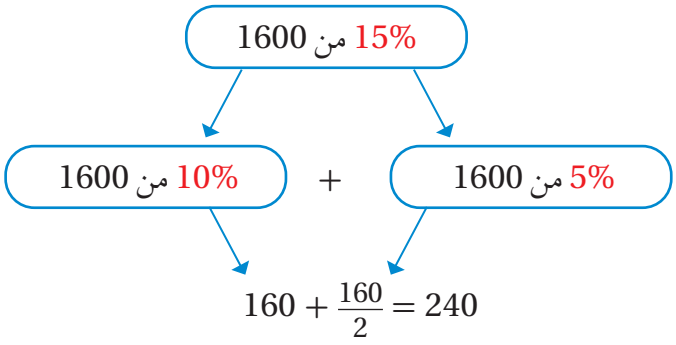
25% تُعادِلُ 1600 ÷ 4 أَوْ 400

3 **75% مِنْ 1600**

75% تُعادِلُ 400 × 3 أَوْ 1200



4 **15% مِنْ 1600**



$10\% + 5\% = 15\%$

إِذَنْ، 15% مِنْ 1600 تُساوي 240

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

أَجِدُ قيمَةَ كُلٍّ مِنَ النِّسَبِ الْمِئَوِيَّةِ الْآتِيَةِ مِنَ الْعَدَدِ 1200

5 50%　　6 25%　　7 75%　　8 15%

نَحْتاجُ إِلى حِسابِ النِّسْبَةِ الْمِئَوِيَّةِ مِنْ عَدَدٍ عِنْدَ إِيجادِ قيمَةِ الْخُصوماتِ عَلى أَسْعارِ السِّلَعِ في الْعُروضِ التِّجارِيَّةِ.

مِثال 3: مِنَ الْحَياةِ

مَفْروشاتٌ: أَعْلَنَ مَحَلٌّ لِلْمَفْروشاتِ عَنْ خُصوماتٍ بِنِسْبَةِ **15%**، أَجِدُ سِعْرَ كُلٍّ مِمّا يَأْتي بَعْدَ الْخَصْمِ:

1 **غُرْفَةُ جُلوسٍ ثَمَنُها 900 دينارٍ.**

الْخُطْوَةُ 1: أَحْسُبُ قيمَةَ الْخَصْمِ:

أَكْتُبُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ عَلى صورَةِ كَسْرٍ عادِيٍّ، ثُمَّ أَضْرِبُ　　$\frac{15}{100} \times 900 = 135$

إِذَنْ، قيمَةُ الْخَصْمِ 135 دينارًا.

الْخُطْوَةُ 2: أَطْرَحُ قيمَةَ الْخَصْمِ مِنَ السِّعْرِ الْأَصْلِيِّ.

أَطْرَحُ 135 مِنْ 900　　$900 - 135 = 765$

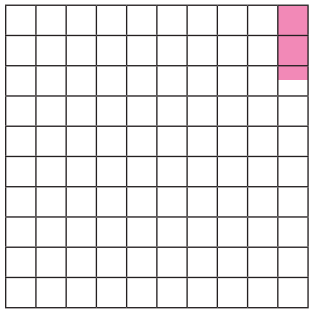
إِذَنْ، ثَمَنُ غُرْفَةِ الْجُلوسِ بَعْدَ الْخَصْمِ 765 دينارًا.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

2 طاوِلَةُ طَعامٍ ثَمَنُها 150 دينارًا.

3 سَريرٌ ثَمَنُهُ 65 دينارًا.

زَكاةُ الْمالِ الَّذي بَلَغَ النِّصابَ وَمَضى عَلَيْهِ عامٌ تُساوي 2.5% مِنْ قيمَةِ ذلِكَ الْمالِ. وَيُمْكِنُ إيجادُ قيمَةِ الزَّكاةِ بِاسْتِعْمالِ طَرائِقِ حِسابِ النِّسْبَةِ الْمِئَوِيَّةِ مِنْ عَدَدٍ الَّتي تَعَلَّمْتُها في هذا الدَّرْسِ.



2.5% ← النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ لِزَكاةِ الْمالِ الَّذي بَلَغَ النِّصابَ وَمَضى عَلَيْهِ عامٌ.

أُلاحِظُ أَنَّ النِّسْبَةَ $\frac{25}{1000}$ تُكافِئُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ 2.5% ؛ لِأَنَّ:

$$2.5\% = \frac{2.5}{100} = \frac{2.5 \times 10}{100 \times 10} = \frac{25}{1000}$$

لِذا أَسْتَعْمِلُ النِّسْبَةَ $\frac{25}{1000}$ عِنْدَ حِسابِ قيمَةِ الزَّكاةِ؛ لِأَنَّها أَبْسَطُ.

مثال 4: مِنَ الْحَياةِ

زَكاةٌ: لَدى خالِدٍ 5000 دينارٍ فائِضَةٍ بَلَغَتِ النِّصابَ وَمَضى عَلَيْها عامٌ، ما قيمَةُ الزَّكاةِ الَّتي سَيُخْرِجُها؟

لِحِسابِ قيمَةِ الزَّكاةِ الْواجِبَةِ عَلى خالِدٍ، أَضْرِبُ الْمَبْلَغَ الَّذي لَدَيْهِ في الْكَسْرِ $\frac{25}{1000}$

أَضْرِبُ الْكَسْرَ في الْمَبْلَغِ

$$\frac{25}{1000} \times 5000 = 125$$

إِذَنْ، قيمَةُ الزَّكاةِ الْواجِبَةِ عَلى خالِدٍ هِيَ 125 دينارًا.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

زَكاةٌ: لَدى سَمَرَ 3500 دينارٍ بَلَغَتِ النِّصابَ وَمَضى عَلَيْها عامٌ، ما قيمَةُ الزَّكاةِ الْواجِبَةِ عَلَيْها؟

أَتَدَرَّبُ وَأَحُلُّ الْمَسائِلَ

أَجِدُ قيمَةَ كُلٍّ مِنَ النِّسَبِ الْمِئَوِيَّةِ الْآتِيَةِ مِنَ الْعَدَدِ **7500**:

1. 10%
2. 30%
3. 90%
4. 15%
5. 35%
6. 55%
7. 2.2%
8. 0.9%

أَجِدُ كُلًّا مِمّا يَأْتي ذِهْنِيًّا:

9. 75% مِنْ 600 kg
10. 25% مِنْ 20 cm
11. 15% مِنْ 40 mm
12. 50% مِنْ 880 km
13. 1.5% مِنْ 420 L
14. 75% مِنْ 2000 g

15. **أَجْهِزَةٌ كَهْرَبائِيَّةٌ:** ما ثَمَنُ شاشَةِ حاسوبٍ بَعْدَ خَصْمٍ نِسْبَتُهُ 15%، إِذا كانَ ثَمَنُها قَبْلَ الْخَصْمِ 145 دينارًا؟

16. **زَكاةٌ:** لَدى مُحَمَّدٍ 6680 دينارًا بَلَغَتِ النِّصابَ وَمَضى عَلَيْها عامٌ، ما قيمَةُ الزَّكاةِ الَّتي سَيُخْرِجُها؟

هَنْدَسَةٌ: إِذا كانَ عَرْضُ الْغُرْفَةِ الْمُبَيَّنَةِ في الْمُخَطَّطِ الْمُجاوِرِ يُساوي **70%** مِنْ طولِها، فَأَجِدُ:

15 m

17. عَرْضَ الْغُرْفَةِ.
18. مِساحَةَ الْغُرْفَةِ.

19. **غِذاءٌ:** إِذا كانَتْ نِسْبَةُ الزُّيوتِ الْمُهَدْرَجَةِ في رَقائِقِ الْبَطاطا الْمَقْلِيَّةِ 35%، فَما كُتْلَةُ الزُّيوتِ الْمُهَدْرَجَةِ في كيسٍ يَحْتَوي 500 g مِنْ رَقائِقِ الْبَطاطا الْمَقْلِيَّةِ؟

مَعْلومَةٌ

تُنْتَجُ الزُّيوتُ الْمُهَدْرَجَةُ بِمُعالَجاتٍ صِناعِيَّةٍ لِلزَّيْتِ النَّباتِيِّ؛ بِهَدَفِ زِيادَةِ مُدَّةِ صَلاحِيَّتِهِ، مِمّا يَجْعَلُهُ ضارًّا بِصِحَّةِ الْإِنْسانِ.

20 **غِذاءٌ:** عُلْبَةُ حِمَصٍ كُتْلَتُها 440 g، نِسْبَةُ الْبُروتينِ فيها 6%، كَمْ غِرامًا مِنَ الْبُروتينِ فيها؟

إِذا كانَتْ كُتْلَةُ عُلْبَةِ بَسْكَويتٍ 200 g قَبْلَ الزِّيادَةِ الْمَكْتوبَةِ عَلى غِلافِها في الصّورَةِ الْمُجاوِرَةِ، فَأَجِدُ:

21 كُتْلَةَ الْكَمِّيَّةِ الْإِضافِيَّةِ مِنَ الْبَسْكَويتِ.

22 كُتْلَةَ الْعُلْبَةِ بَعْدَ الزِّيادَةِ.

مَهاراتُ التَّفْكيرِ الْعُلْيا

23 **أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ:** أَوْجَدَتْ مَها قيمَةَ 80% مِنْ 1600 kg كَما يَأْتي، أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ في حَلِّ مَها، وَأُصَحِّحُهُ.

$1600\ \text{kg} \div 8 = 200\ \text{kg}$

تَبْريرٌ: إِذا عَلِمْتُ أَنَّ 15% مِنَ الْعَدَدِ n تُساوي 12، فَأَسْتَعْمِلُ هذِهِ الْحَقيقَةَ لِإيجادِ كُلٍّ مِمّا يَأْتي، وأبرّر إجابَتي:

24 30% مِنَ الْعَدَدِ n.

25 45% مِنَ الْعَدَدِ n.

إِرْشادٌ
أَسْتَعْمِلُ جَدْوَلَ نِسْبَةٍ أَكْتُبُ فيهِ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ 10% عَلى صورَةِ النِّسْبَةِ 10:100

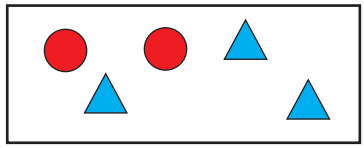
26 **تَحَدٍّ:** إِذا كانَ 10% مِنْ عَدَدٍ ما تُساوي 9 فَما هُوَ الْعَدَدُ؟

27 **أَكْتُبُ** أَصِفُ في خُطُواتٍ كَيْفِيَّةَ إيجادِ 55% مِنْ 180

اخْتِبارُ نِهايَةِ الْوَحْدَةِ

أَخْتارُ رَمْزَ الْإِجابَةِ الصَّحيحَةِ لِكُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1 نِسْبَةُ الْمُثَلَّثاتِ إِلى الدَّوائِرِ هِيَ:



a) 3 : 5 **b)** 2 : 5

c) 3 : 2 **d)** 2 : 3

2 مَقْعَدٌ كُتْلَتُهُ 3 kg، وَيَحْتَوي 2 kg مِنَ الْخَشَبِ وَ 1 kg مِنَ الْحَديدِ، ما نِسْبَةُ كُتْلَةِ الْخَشَبِ إِلى كُتْلَةِ الْمَقْعَدِ؟

a) 3 : 2 **b)** 3 : 1

c) 1 : 3 **d)** 2 : 3

3 مُعَدَّلُ الْوَحْدَةِ لِسَيّارَةٍ قَطَعَتْ 60 km في ساعَتَيْنِ هُوَ:

a) 30 **b)** 60

c) 58 **d)** 120

4 أَيُّ النِّسَبِ الْآتِيَةِ تُكافِئُ النِّسْبَةَ 10 : 3؟

a) 4 : 11 **b)** 6 : 20

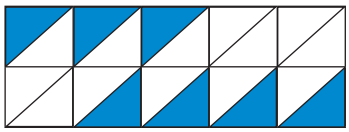
c) 6 : 12 **d)** 3 : 30

5 النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ 65% عَلى صورَةِ كَسْرٍ عادِيٍّ في أَبْسَطِ صورَةٍ هِيَ:

a) $\frac{65}{100}$ **b)** $\frac{12}{30}$

c) $\frac{13}{20}$ **d)** $\frac{3}{4}$

6 النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ لِلْأَجْزاءِ الْمُظَلَّلَةِ هِيَ:



a) 7% **b)** 14%

c) 21% **d)** 35%

7 الْكَسْرُ الْعَشْرِيُّ الْمُساوي لِلنِّسْبَةِ الْمِئَوِيَّةِ 75% هُوَ:

a) 0.75 **b)** 7.5

c) 75.0 **d)** 0.0075

8 60% مِنْ 40 تُساوي:

a) 2400 **b)** 240

c) 24 **d)** 2.4

9 82% مِنْ 50 kg تُساوي:

a) 82 kg **b)** 41 kg

c) 410 kg **d)** 25 kg

10 إِذا كانَ ثَمَنُ خِزانَةٍ 200 JD، وَكانَ عَلَيْها خَصْمٌ 25%، فَإِنَّ قيمَةَ الْخَصْمِ هِيَ:

a) JD 25 **b)** JD 50

c) JD 75 **d)** JD 150

11 وَزَّعَتْ خَوْلَةُ مَبْلَغَ 490 دينارًا عَلى أُسْـرَتَيْنِ عَفيفَتَيْنِ بِنِسْبَةِ 5 : 2 مُراعِيَةً عَدَدَ أَفْرادِ الْأُسْرَةِ في التَّوْزيعِ، كَمْ أَخَذَتْ كُلُّ أُسْرَةٍ؟

12 أَجِدُ الْقِيَمَ النّاقِصَةَ في الْجَدْوَلِ:

x	8		24
y	10	5	

جَذَّرَ مُزارِعٌ 10 قِطَعٍ مِنْ أَغْصانِ شَجَرَةِ عِنَبٍ، فَنَجَحَتْ 3 قِطَعٍ فَقَطْ بِالْإِنْباتِ:

13 أَكْتُبُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ لِلْأَغْصانِ الَّتي نَجَحَتْ بِالْإِنْباتِ.

14 أَكْتُبُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ لِلْأَغْصانِ الَّتي لَمْ تَنْجَحْ.

15 لَدى خُلودَ 6000 دينارٍ بَلَغَتِ النِّصابَ وَمَضى عَلَيْها عامٌ، ما قيمَةُ الزَّكاةِ الَّتي سَتُخْرِجُها؟

أَيُّ الْآتِيَةِ صَحيحَةٌ وَأَيُّها خَطَأٌ؟ أُبَرِّرُ إِجابَتي.

16 $0.003 = 30\%$

17 $0.25 = 0.25\%$

18 $0.9 = 90\%$

تَدْريبٌ عَلى الِاخْتِباراتِ الدَّوْلِيَّةِ:

19 إِذا كانَ $\frac{3}{25}$ مِنَ الْحُضورِ في أَحَدِ الْعُروضِ الْمَسْرَحِيَّةِ أَطْفالٌ، فَما النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ لِهَؤُلاءِ الْأَطْفالِ مِنْ بَيْنِ الْحُضورِ؟

a) 12% **b)** 3%

c) 0.3% **d)** 0.12%

20 عِنْدَما يَجْري فادي حَوْلَ الْمَلْعَبِ 4 مَرّاتٍ تَكونُ أُخْتُهُ قَدْ أَنْهَتِ الْجَرْيَ حَوْلَ الْمَلْعَبِ 3 مَرّاتٍ. فَإِذا جَرى فادي 12 مَرَّةً، فَكَمْ مَرَّةً تَكونُ أُخْتُهُ قَدْ جَرَتْ حَوْلَ الْمَلْعَبِ؟

a) 11 **b)** 9

c) 13 **d)** 16

21 تَسْتَهْلِكُ آلَةٌ 24 L مِنَ الْوَقودِ لِلْعَمَلِ 30 ساعَةً، كَمْ لِتْرًا مِنَ الْوَقودِ تَسْتَهْلِكُ الْآلَةُ لِلْعَمَلِ 90 ساعَةً؟

a) 72 **b)** 80

c) 84 **d)** 96

22 حَبْلٌ طولُهُ 64 m يُريدُ رَيّانُ تَقْسيمَهُ إِلى قِسْمَيْنِ بِنِسْبَةِ 1 : 3

ما طولُ الْجُزْءِ الْأَقْصَرِ؟

a) 40 m **b)** 32 m

c) 48 m **d)** 16 m

الْوَحْدَةُ 7

الْهَنْدَسَةُ وَالْقِياسُ

ما أَهَمِّيَّةُ هذِهِ الْوَحْدَةِ؟

تُسْتَعْمَلُ الْأَشْكالُ الْهَنْدَسِيَّةُ وَمِساحاتُها في مَجالاتٍ حَياتِيَّةٍ كَثيرَةٍ، حَيْثُ تَلْزَمُ مَعْرِفَةُ الْمِساحاتِ في تَصْميمِ مُخَطَّطاتٍ لِلْأَسْواقِ التِّجارِيَّةِ وَالْمَباني السَّكَنِيَّةِ، وَكَذلِكَ الْحَدائِقُ وَالْأَراضي الزِّراعِيَّةُ بِما يُناسِبُ مِساحَةَ قِطْعَةِ الْأَرْضِ الْمُتاحَةِ.

تَعَلَّمْتُ سابِقًا:

- ✓ تَصْنيفَ الْأَشْكالِ الرُّباعِيَّةِ حَسَبَ خَواصِّها الْأَساسِيَّةِ.
- ✓ حِسابَ مُحيطِ الْمُرَبَّعِ وَالْمُسْتَطيلِ وَمِساحَتَيْهِما.
- ✓ تَمْييزَ شَبَكاتِ أَشْكالٍ ثُلاثِيَّةِ الْأَبْعادِ.

سَأَتَعَلَّمُ في هذِهِ الْوَحْدَةِ:

- إيجادَ قِياساتِ الزَّوايا الْمَجْهولَةِ في الشَّكْلِ الرُّباعِيِّ بِاسْتِخْدامِ خَواصِّهِ.
- حِسابَ مِساحَةِ مُتَوازي الْأَضْلاعِ وَالْمُثَلَّثِ وَشِبْهِ الْمُنْحَرِفِ.
- إيجادَ حَجْمِ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ وَمِساحَةِ سَطْحِهِ.

مشروع الوحدة: تَصْميمُ الْعُبُوّاتِ

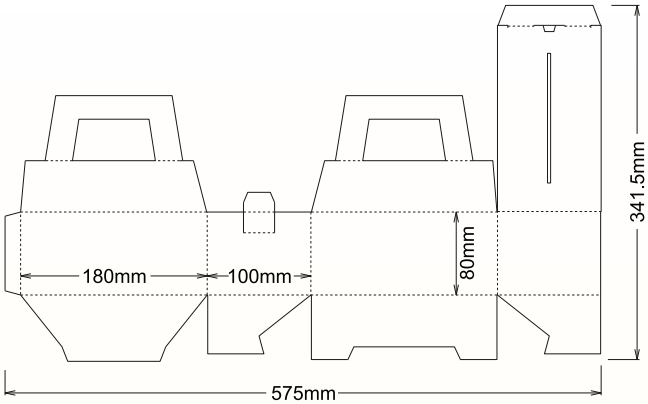
أَسْتَعِدُّ وَزُمَلائي/ زَميلاتي لِتَنْفيذِ مَشْروعِنا الْخاصِّ، الَّذي سَنَسْتَعْمِلُ فيهِ ما نَتَعَلَّمُهُ في هذِهِ الْوَحْدَةِ حَوْلَ الْهَنْدَسَةِ وَالْقِياسِ، لِعَمَلِ عُبُوَّةٍ كَرْتونِيَّةٍ جَميلَةٍ وَحِسابِ بَعْضِ الْقِياساتِ فيها.

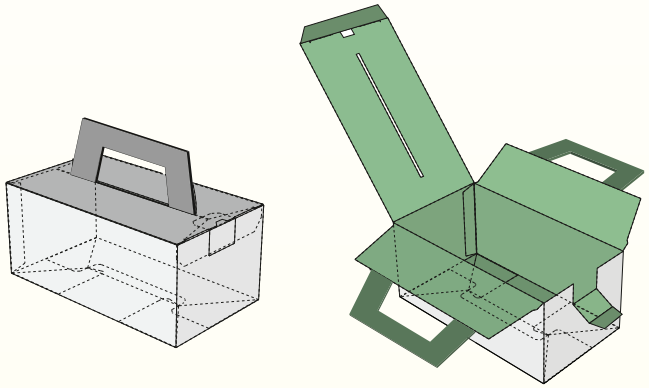
خُطُواتُ تَنْفيذِ الْمَشْروعِ:

1. أَرْسُمُ مُخَطَّطَ الْعُبُوَّةِ الْكَرْتونِيَّةِ أَدْناهُ عَلى وَرَقَةٍ مُقَوّاةٍ كَبيرَةٍ (مَقاسَ A2) مَعَ الِالْتِزامِ بِالْمَقاساتِ الْمُعْطاةِ.
2. أَقُصُّ الْوَرَقَةَ الْمُقَوّاةَ بِمُحاذاةِ حَوافِ الْمُخَطَّطِ الْخارِجِيَّةِ.
3. أَحْسُبُ مِساحَةَ الْمُخَطَّطِ. أَقْسِمُ الْأَشْكالَ الْمُرَكَّبَةَ في الْمُخَطَّطِ إِلى مُثَلَّثاتٍ وَأَشْباهِ مُنْحَرِفاتٍ؛ لِتَسْهيلِ إِيجادِ مِساحاتِها، وأَكْتُبُ مِساحَةَ كُلِّ جُزْءٍ مِنَ الْمُخَطَّطِ داخِلَهُ.
4. أَثْني الْوَرَقَةَ الْمُقَوّاةَ لِأُكَوِّنَ الْعُبُوَّةَ، وَأَسْتَعْمِلُ شَريطًا لاصِقًا لِتَثْبيتِ أَوْجُهِها.
5. أَحْسُبُ الْمِساحَةَ الْجانِبِيَّةَ وَالْمِساحَةَ الْكُلِّيَّةَ لِسَطْحِ الْعُبُوَّةِ عِنْدَ إِغْلاقِها مَعَ تَجاهُلِ مِساحَةِ يَدَيْها.
6. أَحْسُبُ حَجْمَ الْعُبُوَّةِ.

عَرْضُ النَّتائِجِ:

- أَكْتُبُ تَقْريرًا أُبَيِّنُ فيهِ طَريقَةَ تَقْسيمِ أَجْزاءِ الْمُخَطَّطِ إِلى مُسْتَطيلاتٍ وَمُثَلَّثاتٍ وَأَشْباهِ مُنْحَرِفاتٍ؛ لِتَسْهيلِ إِيجادِ مِساحاتِها.
- أَكْتُبُ في التَّقْريرِ حَجْمَ الْعُبُوَّةِ وَمِساحَتَها الْجانِبِيَّةَ وَالْمِساحَةَ الْكُلِّيَّةَ لِسَطْحِها مِنْ دونِ يَدَيْها.
- أَعْرِضُ الْعُبُوَّةَ الْكَرْتونِيَّةَ أَمامَ زُمَلائي/ زَميلاتي.





الدرسُ 1 الْأَشْكالُ الرُّباعِيَّةُ

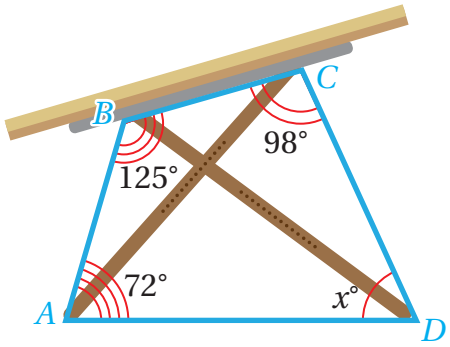
فِكْرَةُ الدَّرْسِ

أَتَعَرَّفُ مَجْموعَ قِياساتِ زَوايا الشَّكْلِ الرُّباعِيِّ، وَأَحُلُّ مَسائِلَ عَلَيْه.

أَسْتَكْشِفُ

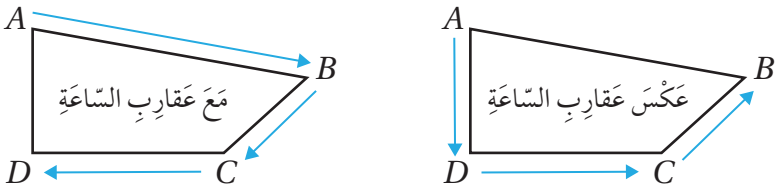
يَظْهَرُ في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ الْمُضَلَّعُ الرُّباعِيُّ $ABCD$ الَّذي تُشَكِّلُهُ أَرْجُلُ طاوِلَةِ رَسْمٍ.

ما قيمَةُ x في الشَّكْلِ؟

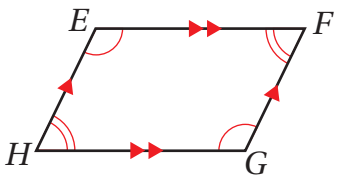


تَعَلَّمْتُ سابِقًا أَنَّ الشَّكْلَ الرُّباعِيَّ مُضَلَّعٌ لَهُ 4 أَضْلاعٍ وَ4 زَوايا وَ4 رُؤوسٍ.

يُمْكِنُني تَسْمِيَةُ الشَّكْلِ الرُّباعِيِّ بِأَرْبَعَةِ حُروفٍ مُتَتالِيَةٍ هِيَ أَسْماءُ رُؤوسِهِ الْأَرْبَعَةِ، وَبِاتِّجاهِ عَقارِبِ السّاعَةِ أَوْ عَكْسِها. فَمَثَلًا أُسَمّي الشَّكْلَ الرُّباعِيَّ الْآتِيَ بِقِراءَةِ الْأَحْرُفِ مَعَ عَقارِبِ السّاعَةِ $ABCD$ أَوْ عَكْسَ عَقارِبِ السّاعَةِ $ADCB$. وَيُمْكِنُني أَيْضًا الْبَدْءُ مِنْ أَيِّ رَأْسٍ، وَلَيْسَ بِالضَّرورَةِ بِالرَّأْسِ A.



أَرْمُزُ إِلى تَوازي ضِلْعَيْنِ بِأَسْهُمٍ مُتَماثِلَةٍ عَلى كِلا الضِّلْعَيْنِ، فَمَثَلًا الضِّلْعُ $\overline{EF}$ في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ يُوازي الضِّلْعَ $\overline{HG}$ ، فَكِلاهُما يَظْهَرُ عَلَيْهِ سَهْمانِ.

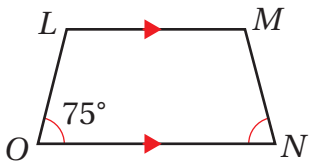


وَتَعْني الْأَقْواسُ الْمُتَماثِلَةُ الْمَرْسومَةُ داخِلَ أَيِّ زاوِيَتَيْنِ أَنَّ لَهُما الْقِياسَ نَفْسَهُ، فَمَثَلًا في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ قِياسُ $\angle FEH$ يُساوي قِياسَ $\angle FGH$.

مثال 1

أَعْتَمِدُ الشَّكْلَ الْمُجاوِرَ لِأُجيبَ عَنِ الْأَسْئِلَةِ الْآتِيَةِ:

1 أُسَمّي الشَّكْلَ الْمُجاوِرَ بِأَرْبَعِ طَرائِقَ مُخْتَلِفَةٍ.



الطَّريقَةُ (1): أَبْدَأُ بِالرَّأْسِ L ، وَأَتَحَرَّكُ بِاتِّجاهِ عَقارِبِ السّاعَةِ عَلى النَّحْوِ الْآتي: $L \longrightarrow M \longrightarrow N \longrightarrow O$

إِذَنْ، أُسَمّي الشَّكْلَ: $LMNO$

الطَّريقَةُ (2): أَبْدَأُ بِالرَّأْسِ L، وَأَتَحَرَّكُ بِاتِّجاهِ عَكْسِ عَقارِبِ السّاعَةِ عَلى النَّحْوِ الْآتي: $L \longrightarrow O \longrightarrow N \longrightarrow M$

إِذَنْ، أُسَمّي الشَّكْلَ: $LONM$

الطَّريقَةُ (3): أَبْدَأُ بِالرَّأْسِ M، وَأَتَحَرَّكُ بِاتِّجاهِ عَكْسِ عَقارِبِ السّاعَةِ عَلى النَّحْوِ الْآتي: $M \longrightarrow L \longrightarrow O \longrightarrow N$

إِذَنْ، أُسَمي الشَّكْلَ: $MLON$

الطَّريقَةُ (4): أَبْدَأُ بِالرَّأْسِ M، وَأَتَحَرَّكُ بِاتِّجاهِ عَقارِبِ السّاعَةِ عَلى النَّحْوِ الْآتي: $M \longrightarrow N \longrightarrow O \longrightarrow L$

إِذَنْ، أُسَمّي الشَّكْلَ: $MNOL$

أَتَذَكَّرُ

يُمْكِنُ أَنْ أُعَبِّرَ عَنْ تَوازي الضِّلْعَيْنِ $\overline{ON}$ وَ $\overline{LM}$ بِالرُّموزِ عَلى النَّحْوِ الْآتي:
$\overline{LM} \parallel \overline{ON}$

2 أُسَمّي زَوْجًا مِنَ الْأَضْلاعِ الْمُتَوازِيَةِ.

الضِّلْعانِ $\overline{ON}$ وَ $\overline{LM}$ مُتَوازِيانِ؛ لِأَنَّ كِلَيْهِما يَظْهَرُ عَلَيْهِ سَهْمٌ واحِدٌ.

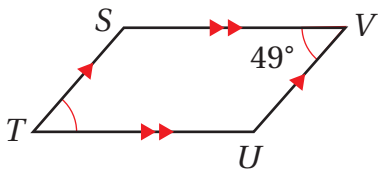
3 أَجِدُ قِياسَ الزّاوِيَةِ $\angle MNO$

بِالنَّظَرِ إِلى الشَّكْلِ أُلاحِظُ أَنَّ لِلزّاوِيَتَيْنِ $\angle MNO$ وَ $\angle LON$ الْقِياسَ نَفْسَهُ؛ لِأَنَّ كِلَيْهِما يَظْهَرُ داخِلَهُ قَوْسٌ واحِدٌ.

إِذَنْ، $m\angle MNO = 75°$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

أَعْتَمِدُ الشَّكْلَ الْمُجاوِرَ لِأُجيبَ عَنِ الْأَسْئِلَةِ الْآتِيَةِ:



4 أُسَمّي الشَّكْلَ الْمُجاوِرَ بِأَرْبَعِ طَرائِقَ مُخْتَلِفَةٍ.

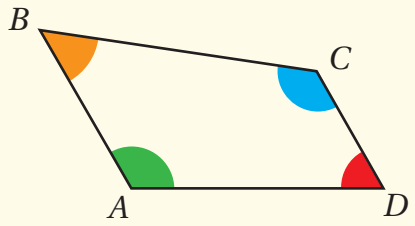
5 أُسَمّي زَوْجًا مِنَ الْأَضْلاعِ الْمُتَوازِيَةِ.

6 أَجِدُ قِياسَ الزّاوِيَةِ $\angle STU$

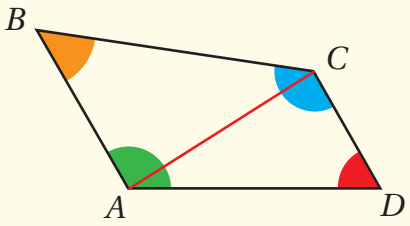
تَعَلَّمْتُ سـابِقًا أَنَّ مَجْموعَ قِياساتِ زَوايا الْمُثَلَّثِ 180°، وَيُمْكِنُني بِالنَّشـاطِ الْآتي اسْتِكْشافُ مَجْموعِ قِياساتِ زَوايا الشَّكْلِ الرُّباعِيِّ مِنْ قِياساتِ زَوايا الْمُثَلَّثِ.

نَشاطٌ هَنْدَسِيٌّ — مَجْموعُ قِياساتِ زَوايا الشَّكْلِ الرُّباعِيِّ

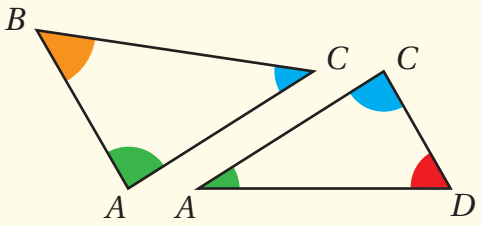
الْخُطْوَةُ 1: أَرْسُمُ شَـكْلًا رُباعِيًّا عَلى وَرَقَةٍ، ثُمَّ أَقُصُّهُ وَأُلَوِّنُ زَواياهُ الْأَرْبَعَ بِأَلْوانٍ مُخْتَلِفَةٍ:



الْخُطْوَةُ 2: أَصِلُ بَيْنَ الرَّأْسَـيْنِ الْمُتَقابِلَيْنِ بِقِطْعَةٍ مُسْتَقيمَةٍ:



الْخُطْوَةُ 3: أَقْسِمُ الشَّكْلَ الرُّباعِيَّ إِلى مُثَلَّثَيْنِ:



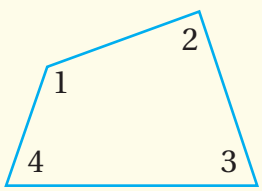
أُحَلِّلُ النَّتائِجَ:

1. ما مَجْموعُ قِياساتِ زَوايا الْمُثَلَّثَيْنِ معًا؟
2. ما مَجْموعُ قِياساتِ زَوايا الشَّكْلِ الرُّباعِيِّ؟ وَماذا أَسْتَنْتِجُ؟

مَفْهومٌ أَساسِيٌّ — مَجْموعُ قِياساتِ زَوايا الشَّكْلِ الرُّباعِيِّ

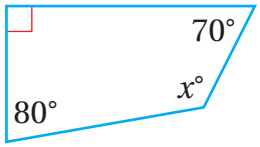
بِالْكَلِماتِ: مَجْموعُ قِياساتِ زَوايا الشَّكْلِ الرُّباعِيِّ 360°

بِالرُّموزِ: $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 360°$



مثال 2 أَجِدُ قيمَةَ x في كُلٍّ مِنَ الْأَشْكالِ الرُّباعِيَّةِ الْآتِيَةِ:

1



مَجْموعُ قِياساتِ زَوايا الشَّكْلِ الرُّباعِيِّ $360°$

$x + 70 + 80 + 90 = 360$

أَجْمَعُ 70 وَ 80 وَ 90

$x + 240 = 360$

أَطْرَحُ 240 مِنْ طَرَفَيِ الْمُعادَلَةِ

$x = 360 - 240$

أُبَسِّطُ ناتِجَ الطَّرْحِ

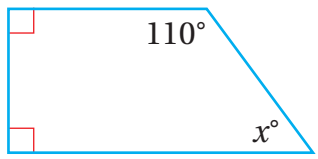
$= 120$

إِذَنْ، قيمَةُ x تُساوي 120

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

2

3



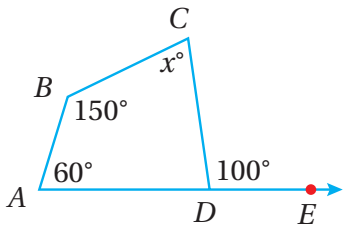
يُمْكِنُ اسْتِعْمالُ مَجْموعِ قِياساتِ الزَّوايا عَلى مُسْتَقيمٍ لِإيجادِ قِياساتِ زَوايا مَجْهولَةٍ في بَعْضِ الْأَشْكالِ الرُّباعِيَّةِ.

تَذَكَّرْ

مَجْموعُ قِياساتِ الزَّوايا عَلى مُسْتَقيمٍ يُساوي $180°$

مثال 3 أَجِدُ قيمَةَ x في الْأَشْكالِ الْآتِيَةِ:

1



مَجْموعُ قِياساتِ الزَّوايا عَلى مُسْتَقيمٍ $180°$

$m\angle ADC + m\angle CDE = 180$

أُعَوِّضُ $m\angle CDE = 100$

$m\angle ADC + 100 = 180$

أَطْرَحُ 100 مِنْ طَرَفَيِ الْمُعادَلَةِ وَأُبَسِّطُ

$m\angle ADC = 180 - 100 = 80$

مَجْموعُ قِياساتِ زَوايا الشَّكْلِ الرُّباعِيِّ 360

أَجْمَعُ 80 وَ 150 وَ 60

أَطْرَحُ 290 مِنْ طَرَفَي الْمُعادَلَةِ.

$$x + 80 + 150 + 60 = 360$$

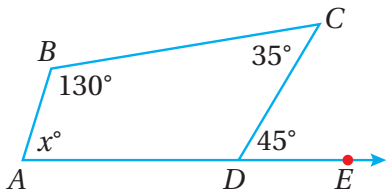
$$x + 290 = 360$$

$$x = 360 - 290 = 70$$

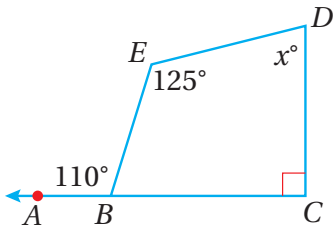
إِذَنْ، قيمَةُ x تُساوي 70

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

2



3

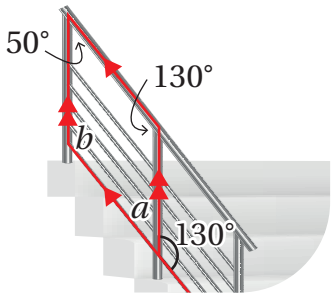


تَظْهَرُ في كَثيرٍ مِنَ الْمَواقِفِ الْحَياتِيَّةِ وَالْعِلْمِيَّةِ أَشْكالٌ رُباعِيَّةٌ تَحْتَوي زَوايا قِياساتُها مَجْهولَةٌ، وَيُمْكِنُ اسْتِعْمالُ خاصِّيَّةِ مَجْموعِ زَوايا الشَّكْلِ الرُّباعِيِّ لِإيجادِ هذِهِ الْقِياساتِ الْمَجْهولَةِ.

مثال 4: مِنَ الْحَياةِ

أَجِدُ قيمَةَ كُلٍّ مِن a وَ b في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ.

الشَّكْلُ الْمُوَضَّحُ بِاللَّوْنِ الْأَحْمَرِ شَكْلٌ رُباعِيٌّ.



مَجْموعُ قِياساتِ الزَّوايا عَلى مُسْتَقيمٍ 180°

أَطْرَحُ 130 مِنْ طَرَفَي الْمُعادَلَةِ

أُبَسِّطُ

$$a + 130 = 180$$

$$a = 180 - 130$$

$$a = 50$$

إِذَنْ، قيمَةُ a تُساوي 50

مَجْموعُ قِياساتِ زَوايا الشَّكْلِ الرُّباعِيِّ 360°

أَجْمَعُ 50, 130, 50

أَطْرَحُ 230 مِنْ طَرَفَي الْمُعادَلَةِ

أُبَسِّطُ

$$b + 50 + 130 + 50 = 360$$

$$b + 230 = 360$$

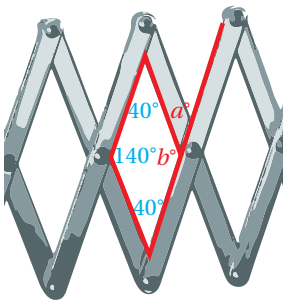
$$b = 360 - 230$$

$$b = 130$$

إِذَنْ، قيمَةُ b تُساوي 130

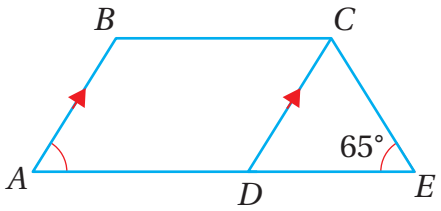
أتحقّقُ مِنْ فَهْمي:

أَجِدُ قِيَمَتَيْ a وَ b الْمَجْهولَتَيْنِ في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ:



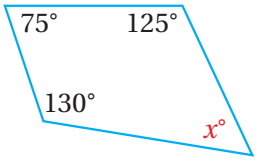
أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

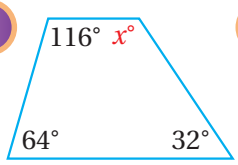
أَسْتَعْمِلُ الشَّكْلَ الْمُجاوِرَ لِلْإِجابَةِ عَنِ الْأَسْئِلَةِ الْآتِيَةِ:



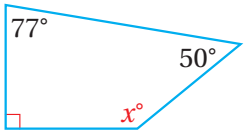
1. أُسَمّي شَكْلَيْنِ رُباعِيَّيْنِ بِطَريقَتَيْنِ مُخْتَلِفَتَيْنِ.
2. أُسَمّي ضِلْعَيْنِ مُتَوازِيَيْنِ.
3. أَجِدُ $m\angle BAD$

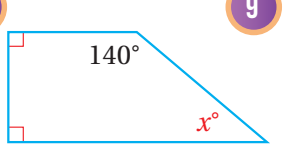
أَجِدُ قيمَةَ x في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

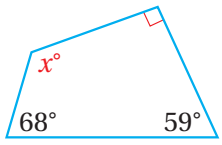
4. 

5. 

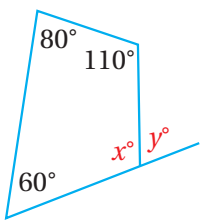
6.

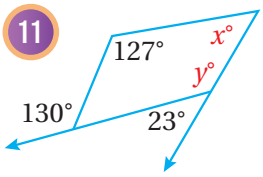
7. 

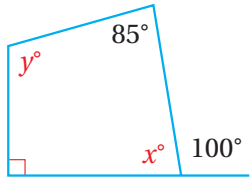
8. 

9. 

أَجِدُ قيمَةَ x, y في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

10. 

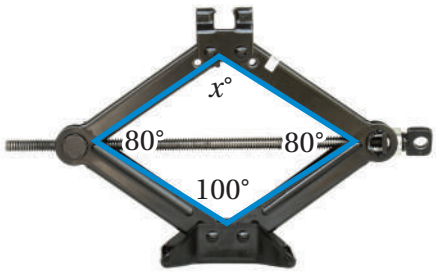
11. 

12. 

أتذكر

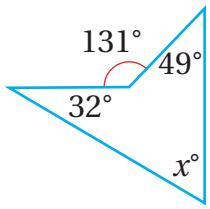
مَجْمـوعُ قِياسـاتِ الزَّوايا حَوْلَ نُقْطَةٍ 360°

13 **رافِعَـةٌ:** تُسْـتَخْدَمُ الرّافِعَـةُ الْمُبَيَّنَةُ في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ لِرَفْعِ السَّيّاراتِ. أَجِدُ قيمَةَ x .

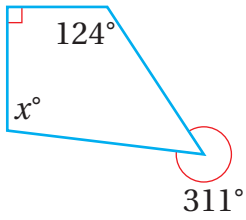


أَجِدُ قيمَةَ x في كُلِّ شَكْلٍ مِمّا يَأْتي:

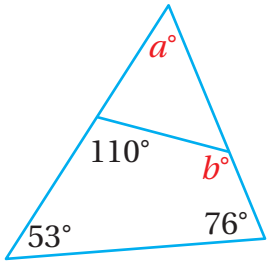
14



15

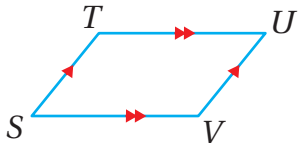


16 أَجِدُ قيمَةَ كُلٍّ مِنْ a, b في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ.

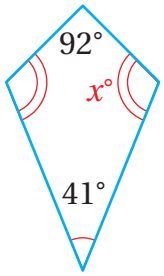


مَهاراتُ التَّفْكيرِ الْعُلْيا

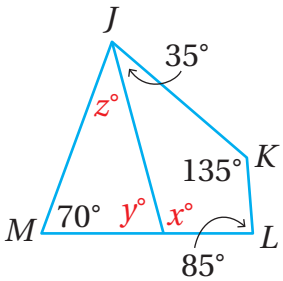
17 **أَكْتَشِـفُ الْخَطَأَ:** سَـمّى عامِرٌ الشَّـكْلَ الرُّباعِيَّ الْمُجاوِرَ $TUSV$. أَكْتَشِفُ خَطَأَ عامِرٍ، وَأُصَحِّحُهُ.



18 **تَبْريرٌ:** صَمَّمَتْ حَنانُ لَوْحَةً لِلتَّوْعِيَةِ بِخَطَرِ التَّدْخينِ عَلى شَـكْلِ رُباعِيٍّ كَما في الشَّـكْلِ الْمُجاوِرِ. أَجِدُ قيمَةَ الزّاوِيَةِ x الْمَجْهولَةِ في اللَّوْحَةِ.



19 **تَحَدٍّ:** أَجِدُ قِيَمَ x, y, z في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ.



20 **أَكْتُبُ** كَيْفَ يُمْكِنُ إيجادُ قِياسِ زاوِيَةٍ مَجْهولَةٍ في شَـكْلٍ رُباعِيٍّ قِياساتُ زَواياهُ الثَّلاثِ الْأُخْرى مَعْلومَةٌ؟

مَعْلومَةٌ

التَّدْخينُ ضارٌّ جِـدًّا بِصِحَّةِ الْإِنْسانِ، فَهُوَ مُسَبِّبٌ رَئيسٌ لِأَمْـراضِ الرِّئَـةِ وَالْقَلْبِ، إِضافَةً إِلـى تَأْثيرِهِ في صِحَّةِ الدِّماغِ وَالْأَسْنانِ.

الدرسُ 2 مِساحَةُ مُتَوازي الْأَضْلاعِ

فِكْرَةُ الدَّرْسِ

أَحْسُبُ مِساحَةَ مُتَوازي الْأَضْلاعِ، وَأَحُلُّ مَسائِلَ عَلَيْها.

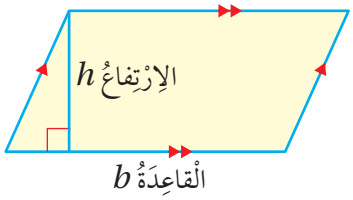
الْمُصْطَلَحاتُ

الْقاعِدَةُ، الِارْتِفاعُ.

أَسْتَكْشِفُ

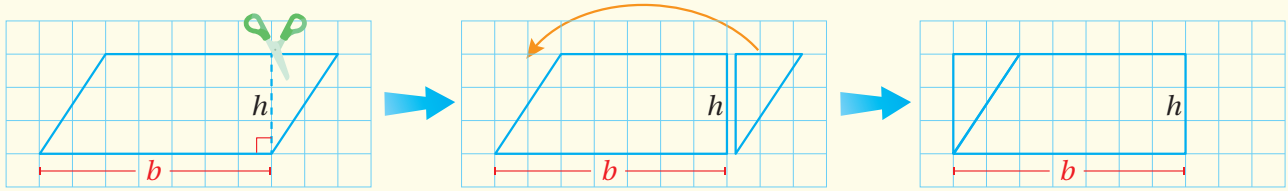
يَظْهَرُ في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ لَوْحٌ يُسْتَعْمَلُ في تَقْطيعِ خَضْراواتٍ عَلى شَكْلِ مُتَوازي أَضْلاعٍ. كَيْفَ يُمْكِنُ إيجادُ مِساحَةِ سَطْحِ اللَّوْحِ بِاسْتِعْمالِ الْمِسْطَرَةِ؟

تَعَلَّمْتُ سابِقًا أَنَّ مُتَوازِيَ الْأَضْلاعِ مُضَلَّعٌ رُباعِيٌّ فيهِ كُلُّ ضِلْعَيْنِ مُتَقابِلَيْنِ مُتَوازِيانِ وَمُتَطابِقانِ. يُسَمّى أَحَدُ أَضْلاعِ مُتَوازي الْأَضْلاعِ **الْقاعِدَةَ** (base)، وَتُسَمّى الْمَسافَةُ الْعَمودِيَّةُ بَيْنَ الْقاعِدَةِ أَوِ امْتِدادِها وَالرَّأْسِ الْمُقابِلِ لَها **الِارْتِفاعَ** (height).



نَشاطٌ هَنْدَسِيٌّ — مِساحَةُ مُتَوازي الْأَضْلاعِ

أَرْسُمُ مُتَوازِيَ أَضْلاعٍ عَلى وَرَقَةِ مُرَبَّعاتٍ، ثُمَّ أَقُصُّ مُثَلَّثًا قائِمًا مِنْ أَحَدِ جانِبَيْهِ وَأَضَعُهُ عَلى الْجانِبِ الْآخَرِ.



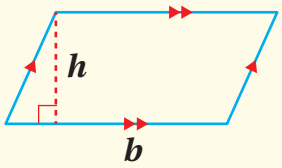
أُحَلِّلُ النَّتائِجَ:

1. ماذا يُسَمّى الشَّكْلُ النّاتِجُ؟
2. ما مِساحَةُ الشَّكْلِ النّاتِجِ؟
3. ماذا تُمَثِّلُ أَبْعادُ الشَّكْلِ النّاتِجِ بِالنِّسْبَةِ لِمُتَوازي الْأَضْلاعِ؟
4. أَسْتَنْتِجُ قاعِدَةً لِإيجادِ مِساحَةِ مُتَوازي الْأَضْلاعِ.

مَفْهومٌ أَساسِيٌّ

مِساحَةُ مُتَوازي الْأَضْلاعِ

بِالْكَلِماتِ: مِساحَةُ مُتَوازي الْأَضْلاعِ هِيَ حاصِلُ ضَرْبِ طولِ الْقاعِدَةِ في الِارْتِفاعِ.



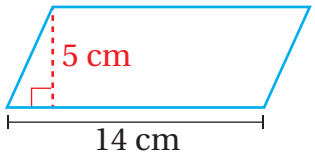
بِالرُّموزِ: $A = b \times h$

حَيْثُ A مِساحَةُ مُتَوازي الْأَضْلاعِ، b طولُ قاعِدَتِهِ، h ارْتِفاعُهُ.

مثال 1

أَجِدُ مِساحَةَ مُتَوازي الْأَضْلاعِ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1



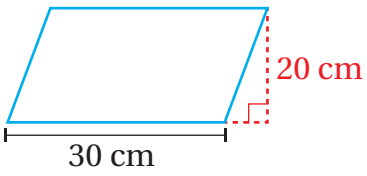
صيغَةُ مِساحَةِ مُتَوازي الْأَضْلاعِ $A = b \times h$

أُعَوِّضُ $b = 14, h = 5$ $= 14 \times 5$

أَضْرِبُ $= 70$

إِذَنْ، مِساحَةُ مُتَوازي الْأَضْلاعِ تُساوي $70\ \text{cm}^2$

2



صيغَةُ مِساحَةِ مُتَوازي الْأَضْلاعِ $A = b \times h$

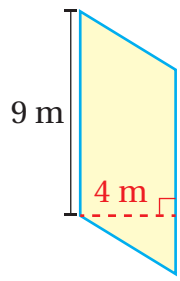
أُعَوِّضُ $b = 30, h = 20$ $= 30 \times 20$

أَضْرِبُ $= 600$

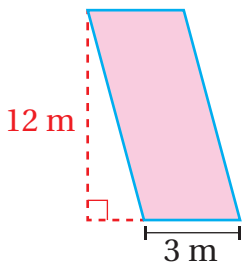
إِذَنْ، مِساحَةُ مُتَوازي الْأَضْلاعِ تُساوي $600\ \text{cm}^2$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

3



4

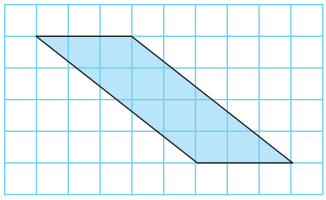


يُرْسَــمُ مُتَوازي الْأَضْلاعِ أَحْيانًا عَلى شَــبَكَةِ الْمُرَبَّعاتِ، وَيُمْكِنُ عِنْدَئِذٍ تَحْديدُ طولِ قاعِدَتِهِ وَارْتِفاعِهِ بِعَدِّ الْمُرَبَّعاتِ، وَتَكونُ الْمِساحَةُ بِالْوَحْدَةِ الْمُرَبَّعَةِ.

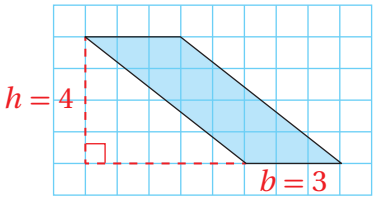
مثال 2

أَحْسُبُ مِساحَةَ مُتَوازي الْأَضْلاعِ في كُلٍّ مِنَ الشَّبَكاتِ الْآتِيَةِ:

1



أَعُدُّ الْوَحْداتِ الْأُفُقِيَّةَ لِأَجِدَ طولَ قاعِدَةِ مُتَوازي الْأَضْلاعِ، ثُمَّ أَعُدُّ الْوَحْداتِ الرَّأْسِيَّةَ لِأَجِدَ ارْتِفاعَهُ. أُلاحِظُ أَنَّ b تُساوي 3 وَحْداتٍ وَ h تُساوي 4 وَحْداتٍ.



صيغَةُ مِساحَةِ مُتَوازي الْأَضْلاعِ $A = b \times h$

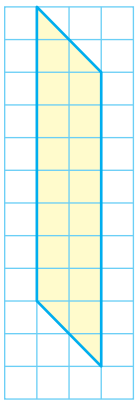
أُعَوِّضُ $b = 3, h = 4$ $= 3 \times 4$

أَضْرِبُ $= 12$

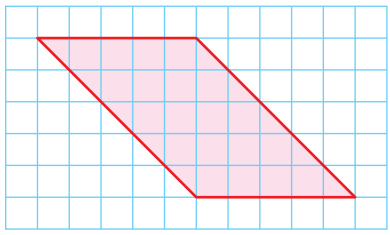
إِذَنْ، مِساحَةُ مُتَوازي الْأَضْلاعِ 12 وَحْدَةً مُرَبَّعَةً.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

2



3

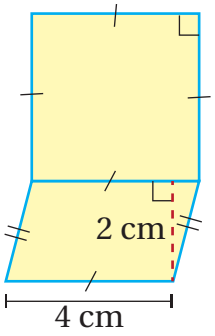


تَعَلَّمْتُ ســابِقًا أَنَّ الشَّــكْلَ الْمُرَكَّبَ شَكْلٌ ناتِجٌ عَنْ تَرْكيبِ شَــكْلَيْنِ هَنْدَسِيَّيْنِ أَوْ أَكْثَرَ، وَيُمْكِنُ حِســابُ مِساحَتِهِ بِاسْتِعْمالِ مِساحاتِ الْأَشْكالِ الْمُكَوِّنَةِ لَهُ الَّتي يُمْكِنُ أَنْ يَكونَ أَحَدُها مُتَوازِيَ أَضْلاعٍ.

مثال 3

أَجِدُ مِساحَةَ الْمِنْطَقَةِ الْمُظَلَّلَةِ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1



الْمِنْطَقَةُ الْمُظَلَّلَةُ هِـيَ مُرَبَّعٌ ومُتَوازي أَضْلاعٍ . أَجِدُ مِسـاحَةَ الْمِنْطَقَةِ الْمُظَلَّلَةِ بِجَمْعِ مِساحَةِ مُتَوازي الْأَضْلاعِ A_1 إِلى مِساحَةِ الْمُرَبَّعِ A_2

صيغَةُ مِساحَةِ مُتَوازي الْأَضْلاعِ
$A_1 = b \times h$

أُعَوِّضُ $b = 4, h = 2$
$= 4 \times 2$

أَضْرِبُ
$= 8$

صيغَةُ مِساحَةِ الْمُرَبَّعِ الَّذي طولُ ضِلْعِهِ s
$A_2 = s \times s$

أُعَوِّضُ $s = 4$
$= 4 \times 4$

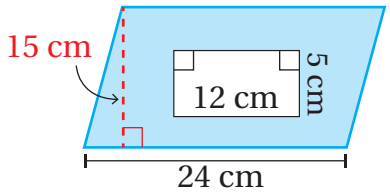
أَضْرِبُ
$= 16$

أَجْمَعُ الْمِساحَتَيْنِ
$A_1 + A_2 = 8\ \text{cm}^2 + 16\ \text{cm}^2$

أُبَسِّطُ
$= 24\ \text{cm}^2$

إِذَنْ، مِساحَةُ الْمِنْطَقَةِ الْمُظَلَّلَةِ تُساوي $24\ \text{cm}^2$

2



الْمِنْطَقَـةُ الْمُظَلَّلَةُ هِيَ مُتَوازي أَضْلاعٍ مُفْرَغٌ مِنْهُ مُسْـتَطيلٌ. أَجِدُ مِسـاحَةَ الشَّكْلِ بِطَرْحِ مِساحَةِ الْمُسْتَطيلِ A_2 مِنْ مِساحَةِ مُتَوازي الأضلاع A_1.

صيغَةُ مِساحَةِ مُتَوازي الْأَضْلاعِ
$A_1 = b \times h$

أُعَوِّضُ $b = 24, h = 15$
$= 24 \times 15$

أَضْرِبُ
$= 360$

صيغَةُ مِساحَةِ الْمُسْتَطيلِ
$A_2 = w \times l$

أُعَوِّضُ $w = 5, l = 12$
$= 5 \times 12$

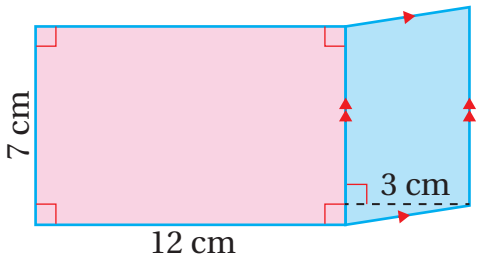
أَضْرِبُ
$= 60$

أَطْرَحُ الْمِساحَةَ الصُّغْرى مِنَ الْمِساحَةِ الْكُبْرى
$A_1 - A_2 = 360\ \text{cm}^2 - 60\ \text{cm}^2 = 300\ \text{cm}^2$

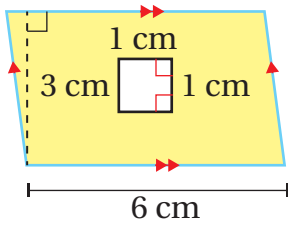
إِذَنْ، مِساحَةُ الْمِنْطَقَةِ الْمُظَلَّلَةِ تُساوي $300\ \text{cm}^2$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

3



4



يُمْكِنُ اسْتِعْمالُ صيغَةِ مِساحَةِ مُتَوازي الْأَضْلاعِ في كَثيرٍ مِنَ الْمَواقِفِ الْحَياتِيَّةِ.

مثال 4: مِنَ الْحَياةِ

تَظْهَرُ في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ ساحَةُ اصْطِفافٍ عَلى شَكْلِ مُتَوازي أَضْلاعٍ مِساحَتُهُ $110\ \text{m}^2$ وَارْتِفاعُهُ $5.5\ \text{m}$، أَجِدُ طولَ قاعِدَةِ مِساحَةِ الِاصْطِفافِ.

صيغَةُ مِساحَةِ مُتَوازي الْأَضْلاعِ $A = b \times h$

أُعَوِّضُ $A = 110,\ h = 5.5$ $110 = b \times 5.5$

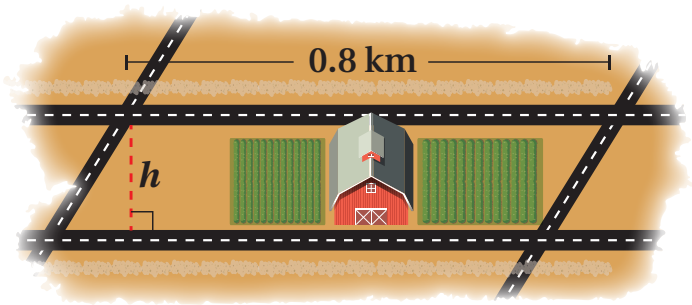
أَقْسِمُ طَرَفَيِ الْمُعادَلَةِ عَلى 5.5 $b = \frac{110}{5.5}$

أُبَسِّطُ $b = 20$

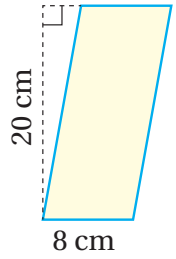
إِذَنْ، طولُ قاعِدَةِ ساحَةِ الِاصْطِفافِ تُساوي 20 m

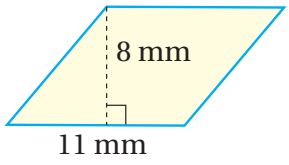
أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

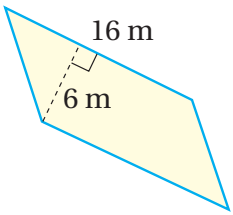
يُبَيِّنُ الشَّكْلُ الْمُجاوِرُ مَزْرَعَةً عَلى شَكْلِ مُتَوازي أَضْلاعٍ مُحاطَةً بِأَرْبَعَةِ شَوارِعَ، إِذا كانَتْ مِساحَةُ مُتَوازي الْأَضْلاعِ $0.24\ \text{km}^2$ وَطولُ قاعِدَتِهِ $0.8\ \text{km}$، فَأَجِدُ ارْتِفاعَهُ.

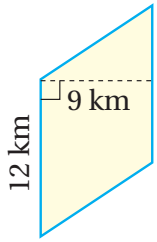


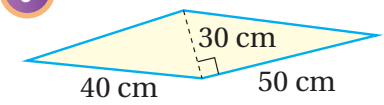
أَجِدُ مِساحَةَ مُتَوازي الْأَضْلاعِ في كُلٍّ مِمَّا يَأْتي:

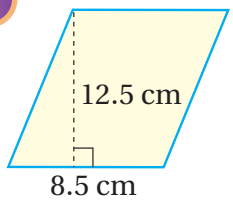
1


2


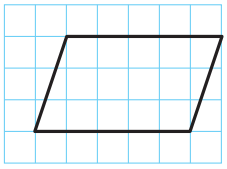
3


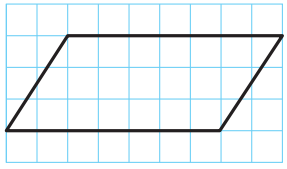
4


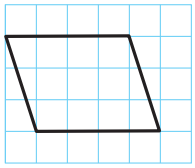
5


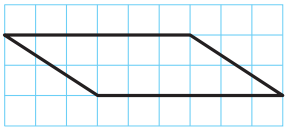
6


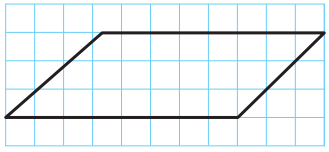
أَجِدُ مِساحَةَ مُتَوازي الْأَضْلاعِ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

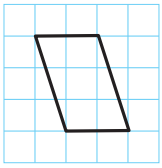
7


8


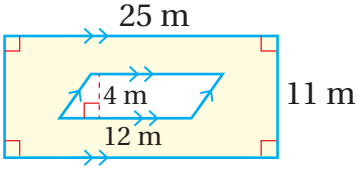
9


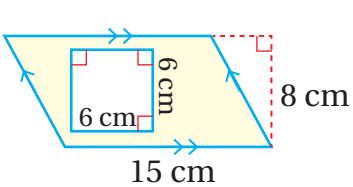
10


11


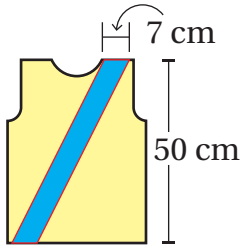
12


أَجِدُ مِساحَةَ الْمِنْطَقَةِ الْمُظَلَّلَةِ في كُلِّ شَكْلٍ مِمّا يَأْتي:

13


14


15 **حِياكَةٌ:** إِذا حاكَ عِمادٌ شَريطًا مائِلًا عَلى شَكْلٍ مُتَوازي أَضْلاعٍ كَما في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ، فَأَجِدُ مِساحَةَ هذا الشَّريطِ.

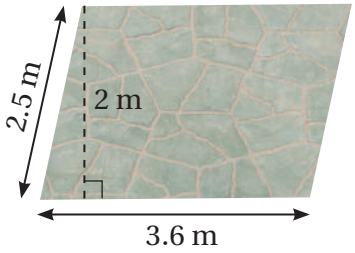


16 **زُجـاجٌ**: لَوْحُ زُجاجٍ عَلى شَـكْلِ مُتَوازي أَضْـلاعٍ طولُ قاعِدَتِـهِ 40 cm وَارْتِفاعُهُ 70 cm، أَجِدُ مِساحَتَهُ.

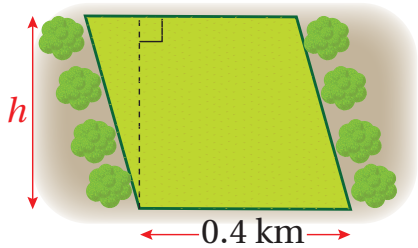
أَتَذَكَّرُ

مُحيـطُ الْمُضَلَّعِ يُسـاوي مَجْموعَ أَطْوالِ أَضْلاعِهِ.

17 **أَرْضِيّاتٌ**: عَمِلَ مُرادٌ في حَديقَتِهِ أَرْضِيَّةً إِسْمَنْتِيَّةً جَميلَةً عَلى شَـكْلِ مُتَوازي أَضْلاعٍ قِياسـاتُها مُوَضَّحَةٌ في الصّورَةِ الْمُجاوِرَةِ. أَجِدُ مِسـاحَةَ الْأَرْضِيَّةِ وَمُحيطَها.

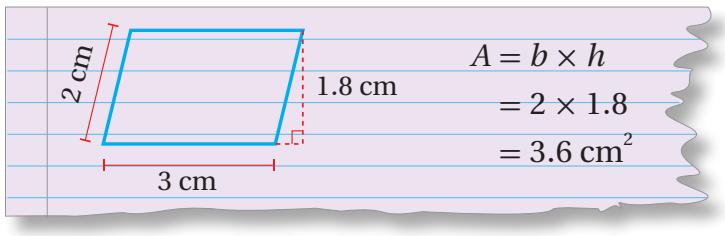


18 **زِراعَةٌ**: لَدى مُزارِعٍ قِطْعَةُ أَرْضٍ عَلى شَكْلِ مُتَوازي أَضْـلاعٍ مِسـاحَتُهُ $0.32\ km^2$ وَطولُ قاعِدَتِـهِ 0.4 km إِذا بَنى الْمُزارِعُ سـورًا عَلى طـولِ الْخَـطِّ الْمُوَضَّحِ في الرَّسْمِ، فَأَجِدُ طولَ هذا السّورِ.



مَهاراتُ التَّفْكيرِ الْعُلْيا

19 **أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ**: أَوْجَدَ مُصْطَفى مِساحَةَ مُتَوازي أَضْلاعٍ قِياسُ طولَيْ ضِلْعَيْهِ الْمُتَتالِيَيْنِ 3 cm، 2 cm، وَارْتِفاعُـهُ 1.8 cm كَمـا هُوَ مُبَيَّنٌ أَدْناهُ. أُبَيِّـنُ الْخَطَأَ الَّذي وَقَعَ فيهِ مُصْطَفى، وَأُصَحِّحُهُ.



20 **تَبْريرٌ**: هَـلْ جَميعُ مُتَوازِياتِ الْأَضْلاعِ الَّتي مِسـاحاتُها $24\ cm^2$ لَهـا طولُ الْقاعِدَةِ وَالِارْتِفاعُ نَفْسَيْهُما؟ أُبَرِّرُ إِجابَتي.

21 **تَحَـدٍّ**: ماذا يَحْدُثُ لِمِسـاحَةِ مُتَوازي الْأَضْـلاعِ إِذا تَضاعَفَ كُلٌّ مِنْ طـولِ قاعِدَتِهِ وَارْتِفاعِهِ؟ أُبَرِّرُ إِجابَتي.

22 **أَكْتُبُ** كَيْفَ أَجِدُ مِساحَةَ مُتَوازي الْأَضْلاعِ؟

نَشاطٌ مَفاهيمِيٌّ

مِساحَةُ الْمُثَلَّثِ

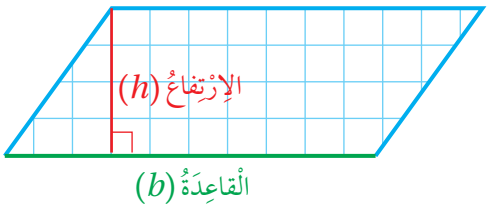
الْهَدَفُ: اسْتِعْمالُ مِساحَةِ مُتَوازي الْأَضْلاعِ لِإيجادِ مِساحَةِ الْمُثَلَّثِ.

يُمْكِنُني اسْتِعْمالُ قانونِ مِساحَةِ مُتَوازي الْأَضْلاعِ لِإيجادِ مِساحَةِ الْمُثَلَّثِ.

نشاط 1

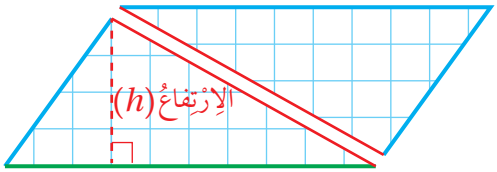
الْخُطْوَةُ 1: أَرْسُمُ مُتَوازِيَ أَضْلاعٍ:

أَرْسُمُ عَلى شَبَكَةِ مُرَبَّعاتٍ مُتَوازِيَ أَضْلاعٍ طولُ قاعِدَتِهِ 10 وَحْداتٍ وَارْتِفاعُهُ 4 وَحْداتٍ، ثُمَّ أَقُصُّهُ وَأَجِدُ مِساحَتَهُ.



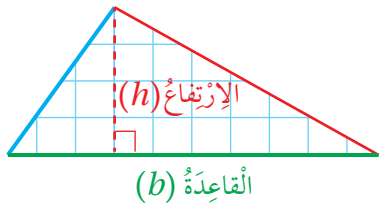
الْخُطْوَةُ 2: أَقْسِمُ مُتَوازِيَ الْأَضْلاعِ إِلى مُثَلَّثَيْنِ:

أَرْسُمُ مُسْتَقيمًا يَقْسِمُ مُتَوازِيَ الْأَضْلاعِ إِلى مُثَلَّثَيْنِ، ثُمَّ أَقُصُّهُما كَما يَظْهَرُ في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ.



أُحَلِّلُ النَّتائِجَ:

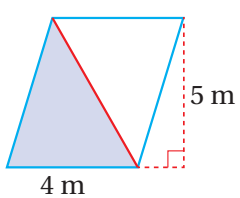
- أَضَعُ الْمُثَلَّثَيْنِ النّاتِجَيْنِ فَوْقَ بَعْضِهِما بَعْضًا وَأُقارِنُ قياساتِهِما. هَلْ يَنْطَبِقانِ؟
- ماذا تُمَثِّلُ قاعِدَةُ مُتَوازي الْأَضْلاعِ بِالنِّسْبَةِ لِكُلٍّ مِنَ الْمُثَلَّثَيْنِ النّاتِجَيْنِ؟
- ماذا يُمَثِّلُ ارْتِفاعُ مُتَوازي الْأَضْلاعِ بِالنِّسْبَةِ لِكُلٍّ مِنَ الْمُثَلَّثَيْنِ النّاتِجَيْنِ؟
- أَصِفُ الْعَلاقَةَ بَيْنَ مِساحَةِ مُتَوازي الْأَضْلاعِ وَمِساحَةِ الْمُثَلَّثِ.



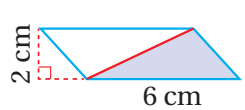
أَتَدَرَّبُ

أَسْتَعْمِلُ الْعَلاقَةَ الَّتي حَصَلْتُ عَلَيْها في إِيجادِ مِساحَةِ الْمُثَلَّثِ الْمُظَلَّلِ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

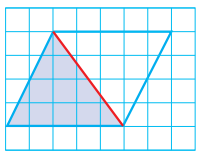
1



2



3



الدرسُ 3 مِساحَةُ الْمُثَلَّثِ

فِكْرَةُ الدَّرْسِ

أَحْسُبُ مِساحَةَ الْمُثَلَّثِ.

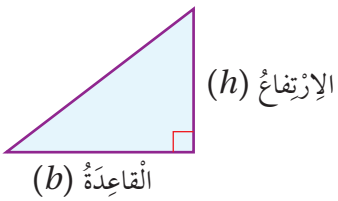
الْمُصْطَلَحاتُ

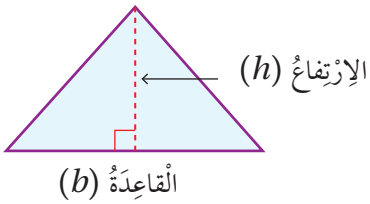
مِساحَةُ الْمُثَلَّثِ

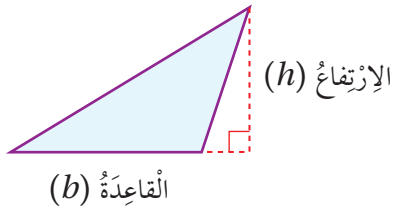
أَسْتَكْشِفُ

تُرْشِدُنا اللَّوْحَةُ التَّحْذيرِيَّةُ الْمُجاوِرَةُ إِلى خَطَرِ السِّباحَةِ في بَعْضِ الْمَواقِعِ مِثْلِ قَنَواتِ الْماءِ. كَيْفَ يُمْكِنُ حِسابُ مِساحَةِ هذِهِ اللَّوْحَةِ بِاسْتِعْمالِ شَريطِ قِياسٍ فَقَطْ؟

تَوَصَّلْتُ في النَّشاطِ الْمَفاهيمِيِّ السّابِقِ إِلى صيغَةٍ لِحِسابِ **مِساحَةِ الْمُثَلَّثِ** (area of triangle) بِاسْتِعْمالِ قاعِدَتِهِ وَارْتِفاعِهِ، حَيْثُ قاعِدَةُ الْمُثَلَّثِ (b) هِيَ أَحَدُ أَضْلاعِهِ، وَارْتِفاعُهُ (h) هُوَ الْمَسافَةُ الْعَمودِيَّةُ بَيْنَ قاعِدَتِهِ (أَوِ امْتِدادُها) وَالرَّأْسِ الْمُقابِلِ لَها كَما يَظْهَرُ في الْأَشْكالِ الْآتِيَةِ:







مَفْهومٌ أَساسِيٌّ مِساحَةُ الْمُثَلَّثِ

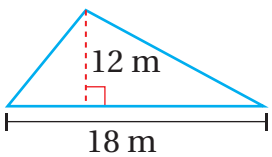
بِالْكَلِماتِ: مِساحَةُ الْمُثَلَّثِ (A) تُساوي نِصْفَ حاصِلِ ضَرْبِ طولِ الْقاعِدَةِ في الِارْتِفاعِ.

بِالرُّموزِ: $A = \frac{1}{2} \times b \times h$

مِثال 1

أَجِدُ مِساحَةَ الْمُثَلَّثِ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1



صيغَةُ مِساحَةِ الْمُثَلَّثِ

$A = \frac{1}{2} \times b \times h$

أُعَوِّضُ $b = 18, h = 12$

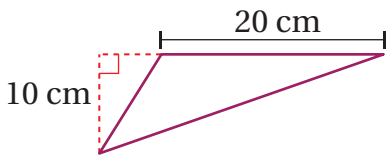
$= \frac{1}{2} \times 18 \times 12$

أَضْرِبُ

$= 108$

إِذَنْ، مِساحَةُ الْمُثَلَّثِ تُساوي $108\ \text{m}^2$

2



صيغَةُ مِساحَةِ الْمُثَلَّثِ $A = \frac{1}{2} \times b \times h$

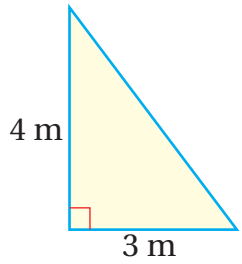
أُعَوِّضُ $b = 20, h = 10$ $= \frac{1}{2} \times 20 \times 10$

أَضْرِبُ $= 100$

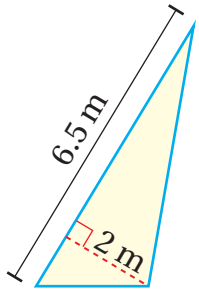
إِذَنْ، مِساحَةُ الْمُثَلَّثِ تُساوي $100\ \text{cm}^2$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

3



4

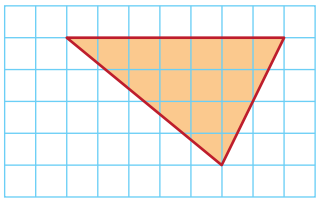


يُرْسَمُ الْمُثَلَّثُ أَحْيانًا عَلى شَبَكَةِ الْمُرَبَّعاتِ، وَعِنْدَئِذٍ يُمْكِنُ تَحْديدُ طولِ قاعِدَتِهِ وَارْتِفاعِهِ بِعَدِّ الْمُرَبَّعاتِ، وَتَكونُ الْمِساحَةُ بِالْوَحْدَةِ الْمُرَبَّعَةِ.

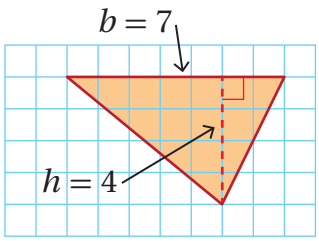
مثال 2

أَجِدُ مِساحَةَ الْمُثَلَّثِ في كُلِّ شَبَكَةٍ مِمّا يَأْتي:

1



أَبْدَأُ بِعَدِّ الْوَحْداتِ الْأُفُقِيَّةِ لِأَجِدَ طولَ قاعِدَةِ الْمُثَلَّثِ، ثُمَّ أَعُدُّ الْوَحْداتِ الرَّأْسِيَّةَ لِأَجِدَ ارْتِفاعَهُ. أُلاحِظُ أَنَّ b تُساوي 7 وَحْداتٍ وَh تُساوي 4 وَحْداتٍ.



صيغَةُ مِساحَةِ الْمُثَلَّثِ $A = \frac{1}{2} \times b \times h$

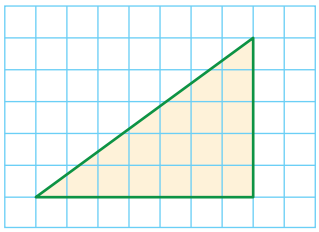
أُعَوِّضُ بِالْقاعِدَةِ 7 وَحْداتٍ وَالِارْتِفاعِ 4 وَحْداتٍ $= \frac{1}{2} \times 7 \times 4$

أَضْرِبُ $= 14$

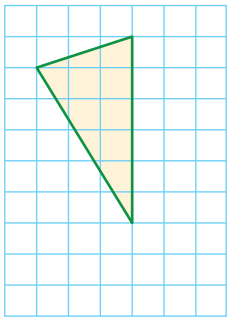
إِذَنْ، مِساحَةُ الْمُثَلَّثِ 14 وَحْدَةً مُرَبَّعَةً.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

2



3

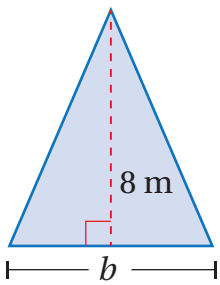


يُمْكِنُ إيجادُ طولِ قاعِدَةِ الْمُثَلَّثِ أَوِ ارْتِفاعِهِ إِذا عُلِمَتْ مِساحَتُهُ، وَذلِكَ بِاسْتِخْدامِ الْعَلاقَةِ بَيْنَ عَمَلِيَّتَيِ الضَّرْبِ وَالْقِسْمَةِ.

مثال 3

أَجِدُ طولَ الْقاعِدَةِ b أَوِ الِارْتِفاعَ h الْمَجْهولَ في كُلِّ مُثَلَّثٍ مِمّا يَأْتي:

1 $A = 28\ \text{m}^2$

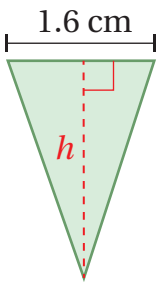


صيغَةُ مِساحَةِ الْمُثَلَّثِ	$A = \frac{1}{2} \times b \times h$
أُعَوِّضُ $A = 28, h = 8$	$28 = \frac{1}{2} \times b \times 8$
أَضْرِبُ $\frac{1}{2} \times 8$	$28 = 4 \times b$
أَقْسِمُ طَرَفَيِ الْمُعادَلَةِ عَلى 4	$b = 28 \div 4$
أُبَسِّطُ	$= 7$

إِذَنْ، طولُ قاعِدَةِ الْمُثَلَّثِ يُساوي 7 m

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

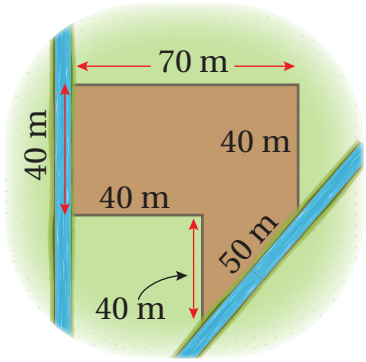
2 $A = 2\ \text{cm}^2$



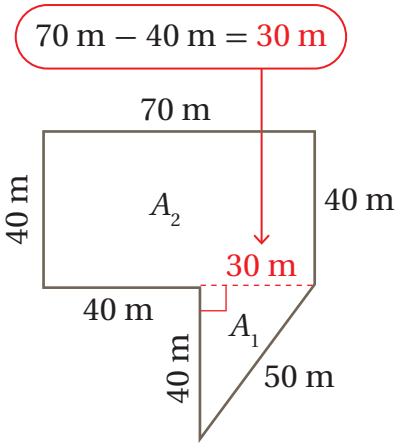
تُسْتَخْدَمُ صيغَةُ مِساحَةِ الْمُثَلَّثِ وَالْمُضَلَّعاتِ الَّتي تَعَلَّمْتُها سابِقًا في كَثيرٍ مِنَ الْمَواقِفِ الْحَياتِيَّةِ.

مثال 4: مِنَ الْحَياةِ

إِذا أَرادَ حازِمٌ زِراعَةَ قِطْعَةِ أَرْضٍ مُحَدَّدَةٍ بِجَدْوَلَيْ ماءٍ كَما هُوَ مُبَيَّنٌ في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ، فَأَجِدُ مِساحَةَ هذِهِ الْقِطْعَةِ.



أُقَسِّمُ الشَّكْلَ إِلى مُضَلَّعاتٍ يُمْكِنُ إِيجادُ مِساحَةِ كُلٍّ مِنْها بِسُهولَةٍ. يُمْكِنُ تَقْسيمُ الشَّكْلِ إِلى مُسْتَطيلٍ وَمُثَلَّثٍ كَما يَظْهَرُ في الشَّكْلِ أَدْناهُ.



صيغَةُ مِساحَةِ الْمُثَلَّثِ
$A_1 = \frac{1}{2} \times b \times h$

أُعَوِّضُ $b = 30$ وَ $h = 40$
$= \frac{1}{2} \times 30 \times 40$

أَضْرِبُ
$= 600$

صيغَةُ مِساحَةِ الْمُسْتَطيلِ
$A_2 = w \times l$

أُعَوِّضُ $w = 40, l = 70$
$= 40 \times 70$

أَضْرِبُ
$= 2800$

الْمِساحَةُ الْكُلِّيَّةُ تُساوي مَجْموعَ مِساحَتَيِ الْمُثَلَّثِ وَالْمُسْتَطيلِ
$A = A_1 + A_2$

أُعَوِّضُ $A_1 = 600, A_2 = 2800$
$= 600 + 2800$

أَجْمَعُ
$= 3400$

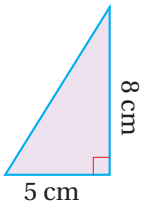
إِذَنْ، مِساحَةُ قِطْعَةِ الْأَرْضِ تُساوي $3400\ \text{m}^2$

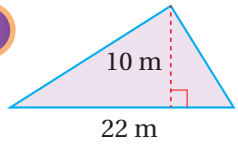
أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

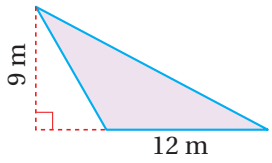
أَجِدُ مِساحَةَ قِطْعَةِ الْأَرْضِ الزِّراعِيَّةِ في الْمِثالِ السّابِقِ بِتَقْسيمِها إِلى 3 مُضَلَّعاتٍ.

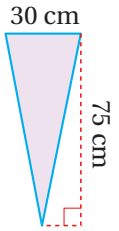
أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

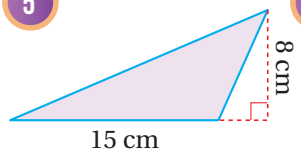
أَجِدُ مِساحَةَ كُلِّ مُثَلَّثٍ مِمّا يَأْتي:

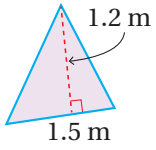
1


2


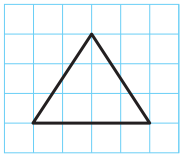
3


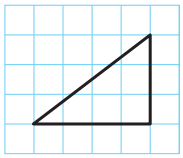
4


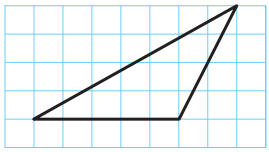
5


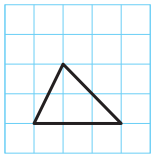
6


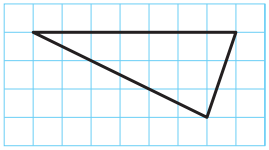
أَجِدُ مِساحَةَ الْمُثَلَّثِ في كُلِّ شَبَكَةٍ مِمّا يَأْتي:

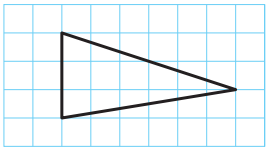
7


8


9


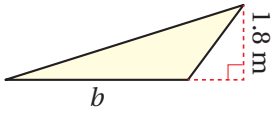
10


11


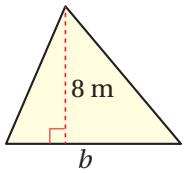
12


أَجِدُ طولَ الْقاعِدَةِ b أَوِ الِارْتِفاعَ h الْمَجْهولَ في كُلِّ مُثَلَّثٍ مِمّا يَأْتي:

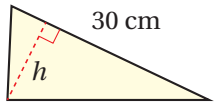
13 $A = 4.05\ \text{m}^2$



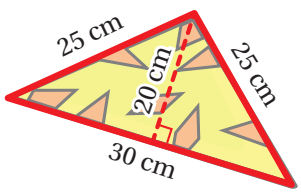
14 $A = 40\ \text{m}^2$



15 $A = 180\ \text{cm}^2$



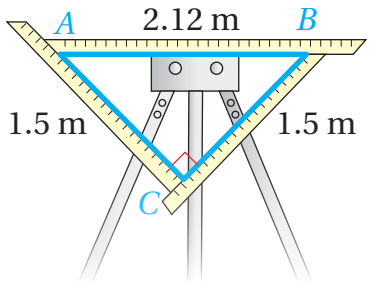
16 **طائِرَةٌ وَرَقِيَّةٌ:** لَـدى أَحْمَدَ طائِرَةٌ وَرَقِيَّـةٌ صَغيرَةٌ عَلى شَـكْلِ مُثَلَّثٍ طولُ قاعِدَتِهِ 30 cm وَارْتِفاعُهُ 20 cm وَطـولا ضِلْعَيْهِ الْآخَرَيْنِ 25 cm لِـكُلِّ ضِلْعٍ كَما هُوَ مُبَيَّنٌ في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ. أَجِدُ مِساحَةَ الطّائِرَةِ.



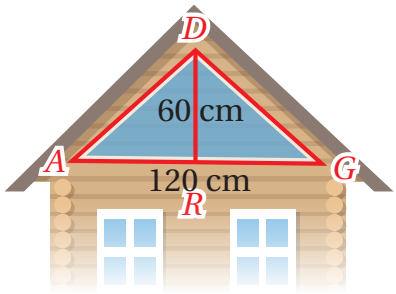
مَعْلومَةٌ

النَّوْلُ أَوِ الْمِنْسَجُ آلَةٌ لِصُنْعِ النَّسيجِ بِاسْتِعْمالِ خُيوطٍ مُتَداخِلَةٍ، وَمِنْهُ أَنْواعٌ صَغيرَةُ الْحَجْمِ، وَأُخْرى كَبيرَةٌ تُديرُها آلاتٌ.

17 **نَسيجٌ:** إِذا اسْتَعْمَلَ مُرادٌ أَداةَ النَّوْلِ الْمُثَلَّثَةَ الظّاهِرَةَ في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ لِنَسْجِ قُماشٍ، فَأَجِدُ مِساحَةَ الْمُثَلَّثِ ABC.

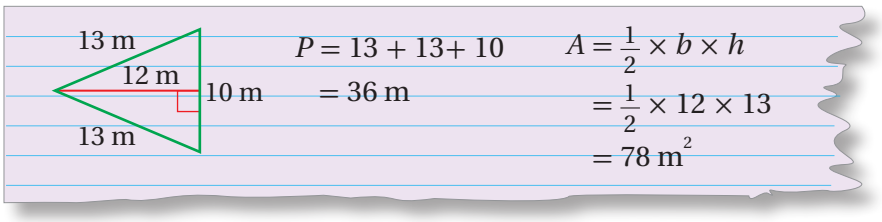


18 **نافِذَةٌ:** يُريدُ سُفْيانُ تَرْكيبَ زُجاجٍ عَلى نافِذَةٍ مُثَلَّثَةِ الشَّكْلِ طولُ قاعِدَتِها 120 cm وَارْتِفاعُها 60 cm، أَجِدُ مِساحَةَ الزُّجاجِ اللّازِمِ.



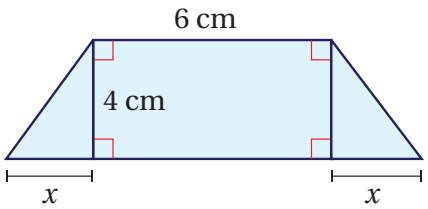
مَهاراتُ التَّفْكيرِ الْعُلْيا

19 **أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ:** أَوْجَدَتْ سَلْوى مُحيطَ الْمُثَلَّثِ الْمُبَيَّنِ أَدْناهُ، ثُمَّ أَوْجَدَتْ مِساحَتَهُ، فَكانَتْ إِجابَتُها كَما يَأْتي. أُبَيِّنُ الْخَطَأَ الَّذي وَقَعَتْ فيهِ سَلْوى، وَأُصَحِّحُهُ.



20 **تَحَدٍّ:** مُثَلَّثٌ مُتَطابِقُ الضِّلْعَيْنِ قائِمُ الزّاوِيَةِ مِساحَتُهُ $98\ \text{cm}^2$، أَجِدُ طولَ الضِّلْعَيْنِ الْمُتَعامِدَيْنِ فيهِ.

21 **تَبْريرٌ:** إِذا كانَتْ مِساحَةُ الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ $38\ \text{cm}^2$، فَأَجِدُ قيمَةَ x. أُبَرِّرُ إِجابَتي.



22 **أَكْتُبُ** كَيْفَ أَجِدُ مِساحَةَ الْمُثَلَّثِ؟

الدرسُ 4 مِساحَةُ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ

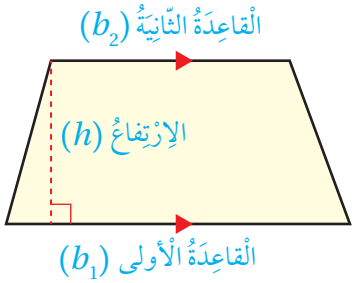
فِكْرَةُ الدَّرْسِ

أَجِدُ مِساحَةَ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ، وَأَحُلُّ مَسائِلَ عَلَيْها.

أَسْتَكْشِفُ

كَيْفَ يُمْكِنُ إِيجادُ مِساحَةِ الْجُزْءِ الظّاهِرِ مِنْ سَطْحِ الْمَبْنى فِي الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ بِاسْتِعْمالِ شَريطِ قِياسٍ؟

تَعَلَّمْتُ سابِقًا أَنَّ شِبْهَ الْمُنْحَرِفِ مُضَلَّعٌ رُباعِيٌّ فيهِ ضِلْعانِ مُتَوازِيانِ يُسَمَّيانِ قاعِدَتَيْ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ، وَيُرْمَزُ إِلَيْهِما بِالرَّمْزَيْنِ (b_1) وَ (b_2)، وَتُسَمّى الْمَسافَةُ بَيْنَهُما ارْتِفاعَ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ (h) كما في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ.

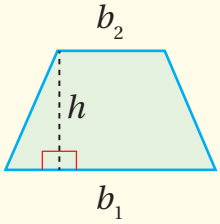


سَأَسْتَكْشِفُ في النَّشاطِ الْهَنْدَسِيِّ الْآتي قانونًا لِإِيجادِ مِساحَةِ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ.

نَشاطٌ هَنْدَسِيٌّ — مِساحَةُ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ

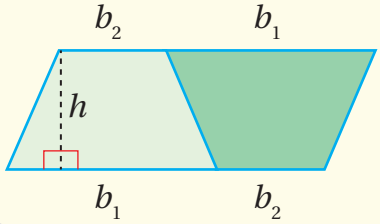
الْخُطْوَةُ 1: أَرْسُمُ شِبْهَ مُنْحَرِفٍ عَلى وَرَقَةِ مُرَبَّعاتٍ مَرَّتَيْنِ وَبِالْقِياساتِ نَفْسِها.

الْخُطْوَةُ 2: أَقُصُّ حُدودَ كُلٍّ مِنَ الشَّكْلَيْنِ، ثُمَّ أَضَعُهُما بِجِوارِ بَعْضِهِما لِأُكَوِّنَ شَكْلًا جَديدًا.



أُحَلِّلُ النَّتائِجَ:

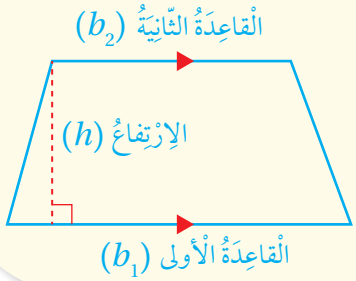
1. ما اسْمُ الشَّكْلِ النّاتِجِ؟ وَما مِساحَتُهُ؟
2. ما الْعَلاقَةُ بَيْنَ مِساحَةِ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ وَمِساحَةِ الشَّكْلِ النّاتِجِ؟



مَفْهومٌ أَساسِيٌّ — مِساحَةُ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ

بِالْكَلِماتِ: مِساحَةُ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ تُساوي نِصْفَ مَجْموعِ الْقاعِدَتَيْنِ مَضْروبًا في الِارْتِفاعِ.

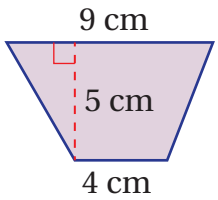
بِالرُّموزِ: $A = \frac{1}{2} \times (b_1 + b_2) \times h$



مثال 1

أَجِدُ مِساحَةَ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1



صيغَةُ مِساحَةِ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ $A = \frac{1}{2} \times (b_1 + b_2) \times h$

أُعَوِّضُ $b_1 = 4, b_2 = 9, h = 5$ $= \frac{1}{2} \times (4 + 9) \times 5$

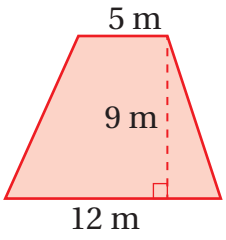
أَجْمَعُ $= \frac{1}{2} \times 13 \times 5$

أَضْرِبُ $= 32.5$

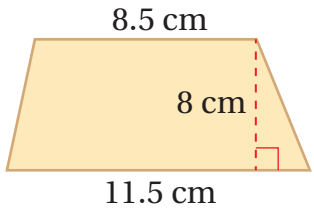
إِذَنْ، مِساحَةُ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ تُساوي $32.5\ \text{cm}^2$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

2



3

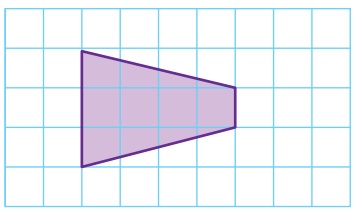


يُمْكِنُ تَحْديدُ طولِ قاعِدَةِ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ الْمَرْسومِ عَلى شَبَكَةِ مُرَبَّعاتٍ وَارْتِفاعِهِ بِعَدِّ الْمُرَبَّعاتِ، وَعِنْدَئِذٍ يُمْكِنُ حِسابُ مِساحَتِهِ بِالْوَحْداتِ الْمُرَبَّعَةِ.

مثال 2

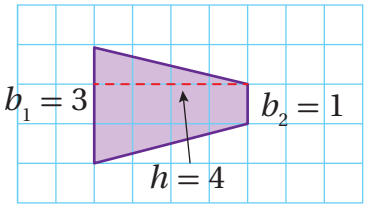
أَجِدُ مِساحَةَ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ في كُلِّ شَبَكَةٍ مِمّا يَأْتي:

1



أَبْدَأُ بِعَدِّ الْوَحْداتِ الرَّأْسِيَّةِ لِأَجِدَ طولَ كُلٍّ مِنَ الْقاعِدَتَيْنِ، ثُمَّ أَعُدُّ الْوَحْداتِ الْأُفُقِيَّةَ لِإيجادِ الِارْتِفاعِ.

$b_1 = 3$، $b_2 = 1$ وَالِارْتِفاعَ $h = 4$



صيغَةُ مِساحَةِ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ $A = \frac{1}{2} \times (b_1 + b_2) \times h$

أُعَوِّضُ $b_1 = 3, b_2 = 1, h = 4$ $= \frac{1}{2} \times (3 + 1) \times 4$

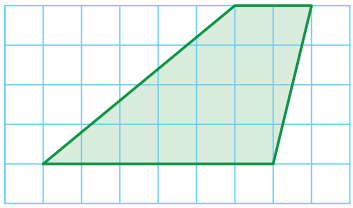
أَجْمَعُ $= \frac{1}{2} \times 4 \times 4$

أَضْرِبُ $= 8$

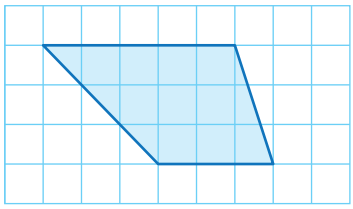
إِذَنْ، مِساحَةُ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ تُساوي 8 وَحْداتٍ مُرَبَّعَةٍ.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

2



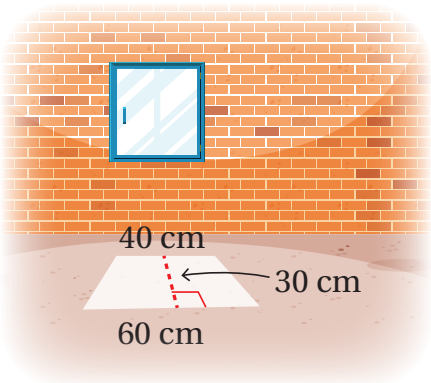
3



يُمْكِنُ اسْتِعْمالُ صيغَةِ مِساحَةِ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ في كَثيرٍ مِنَ الْمَواقِفِ الْحَياتِيَّةِ.

مثال 3: مِنَ الْحَياةِ

أَجِدُ مِساحَةَ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ الظّاهِرِ في الصّورَةِ الْمُجاوِرَةِ وَالنّاتِجِ مِنْ مُرورِ أَشِعَّةِ الشَّمْسِ مِنْ خِلالِ نافِذَةٍ.



صيغَةُ مِساحَةِ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ $A = \frac{1}{2} \times (b_1 + b_2) \times h$

أُعَوِّضُ $b_1 = 60,$ $b_2 = 40, h = 30$ $= \frac{1}{2} \times (60 + 40) \times 30$

أَجْمَعُ $= \frac{1}{2} \times 100 \times 30$

أَضْرِبُ $= 1500$

إِذَنْ، مِساحَةُ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ النّاتِجِ مِنْ مُرورِ أَشِعَّةِ الشَّمْسِ مِنْ خِلالِ النّافِذَةِ $1500\ cm^2$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

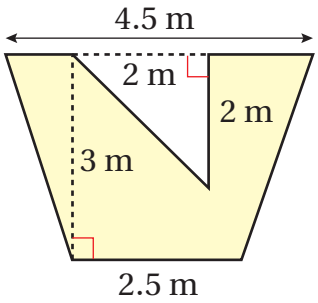
حَديقَةٌ عَلى شَـكْلِ شِـبْهِ مُنْحَرِفٍ، طولُ كُلٍّ مِنْ قاعِدَتَيْهِ **30 m** وَ **40 m** وَالْمَسافَةُ الْعَمودِيَّةُ بَيْنَ الْقاعِدَتَيْنِ **35 m**، أَجِدُ مِساحَةَ هذِهِ الْحَديقَةِ.

يُمْكِنُ إيجادُ مِساحاتِ أَشْكالٍ مُرَكَّبَةٍ تَحْتَوي مُضَلَّعاتٍ مِنْ بَيْنِها شِبْهُ الْمُنْحَرِفِ.

مثال 4

أَجِدُ مِساحَةَ الْمِنْطَقَةِ الْمُظَلَّلَةِ في كُلِّ شَكْلٍ مِمّا يَأْتي:

1



الْمِنْطَقَةُ الْمُظَلَّلَةُ هِيَ شِـبْهُ مُنْحَرِفٍ مُفْرَغٌ مِنْهُ مُثَلَّثٌ. إذا كانَتْ مِسـاحَةُ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ (A_1) وَمِسـاحَةُ الْمُثَلَّثِ (A_2)، فَإِنَّ مِساحَةَ الْمِنْطَقَةِ الْمُظَلَّلَةِ هِيَ

$$A = A_1 - A_2$$

صيغَةُ مِساحَةِ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ

$$A_1 = \frac{1}{2} \times (b_1 + b_2) \times h$$

أُعَوِّضُ $b_1 = 2.5, b_2 = 4.5, h = 3$

$$= \frac{1}{2} \times (2.5 + 4.5) \times 3$$

أَجْمَعُ

$$= \frac{1}{2} \times 7 \times 3$$

أَضْرِبُ

$$= 10.5$$

إِذَنْ، مِساحَةُ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ تُساوي $10.5\ \text{m}^2$

صيغَةُ مِساحَةِ الْمُثَلَّثِ

$$A_2 = \frac{1}{2} \times b \times h$$

أُعَوِّضُ $b = 2, h = 2$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2$$

أَضْرِبُ

$$= 2$$

إِذَنْ، مِساحَةُ الْمُثَلَّثِ تُساوي $2\ \text{m}^2$

مِساحَةُ الْمِنْطَقَةِ الْمُظَلَّلَةِ

أُعَوِّضُ

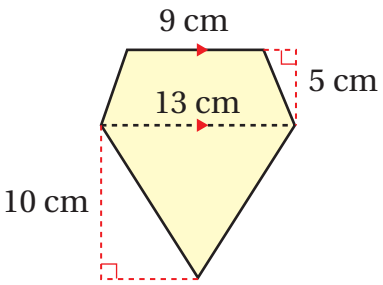
أَطْرَحُ

$$A = A_1 - A_2$$
$$= 10.5\ \text{m}^2 - 2\ \text{m}^2$$
$$= 8.5\ \text{m}^2$$

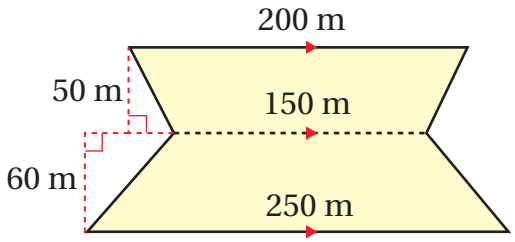
إِذَنْ، مِساحَةُ الْمِنْطَقَةِ الْمُظَلَّلَةِ $8.5\ \text{m}^2$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

2



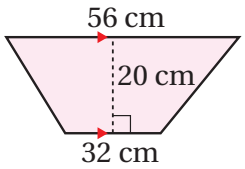
3



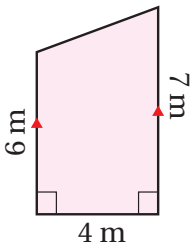
أَتَدَرَّبُ وَأَحُلُّ الْمَسائِلَ

أَجِدُ مِساحَةَ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

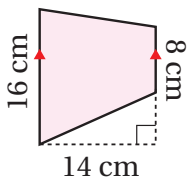
1



2

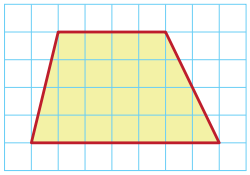


3

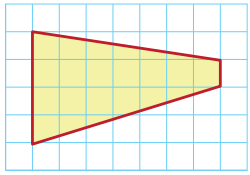


أَجِدُ مِساحَةَ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ في كُلِّ شَبَكَةٍ مِمّا يَأْتي:

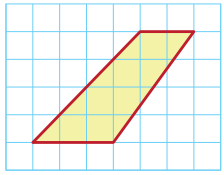
4



5

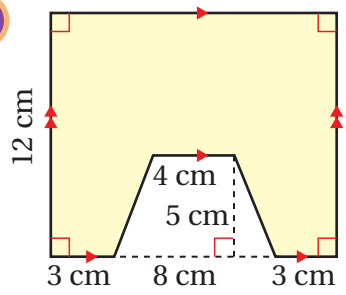


6

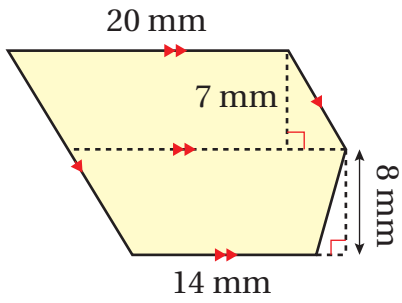


أَجِدُ مِساحَةَ الْمِنْطَقَةِ الْمُظَلَّلَةِ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

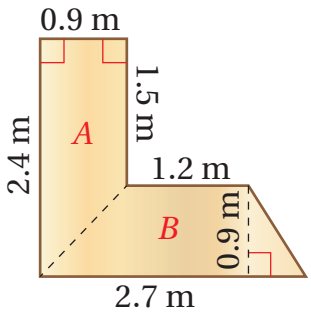
7



8

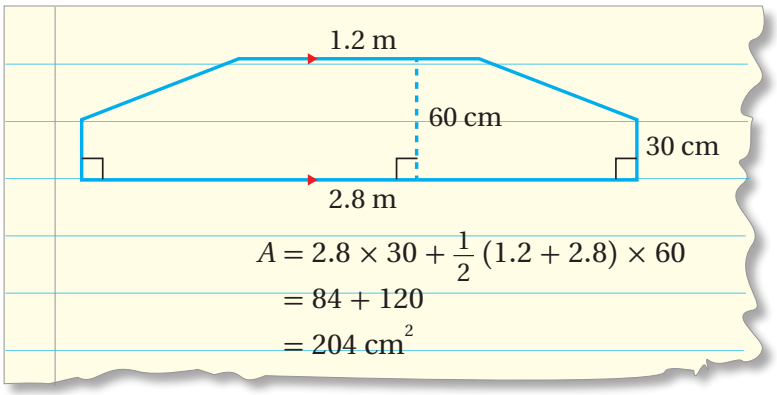


9 **مَكْتَــبٌ:** إِذا صَنَعَ عِمْرانُ مَكْتَبًا عَلى شَــكْلِ حَرْفِ L بِحَسَبِ الْمَقاساتِ الْمُبَيَّنَةِ في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ، فَأَجِدُ مِساحَةَ سَطْحِ الْمَكْتَبِ.

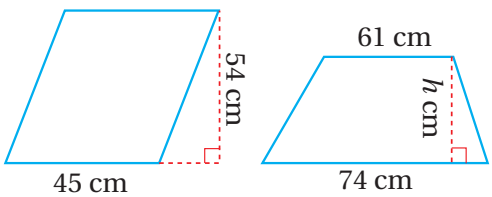


مَهاراتُ التَّفْكيرِ الْعُلْيا

10 **أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ:** أَوْجَدَ سالِمٌ مِساحَةَ الشَّــكْلِ الْمُرَكَّبِ أَدْناهُ، وَكانَ حَلُّهُ كَما هُوَ مُبَيَّنٌ، أُبَيِّنُ الْخَطَأَ الَّذي وَقَعَ فيهِ سالِمٌ، وَأُصَحِّحُهُ.



11 **تَحَدٍّ:** يَظْهَرُ في الشَّــكْلِ الْمُجاوِرِ مُتَــوازي أَضْلاعٍ وَشِــبْهُ مُنْحَرِفٍ مُتَســاوِيانِ في الْمِســاحَةِ، أَجِدُ ارْتِفاعَ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ h.



12 **أَكْتُبُ** كَيْفَ أَجِدُ مِساحَةَ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ؟

نَشاطٌ مَفاهيمِيٌّ

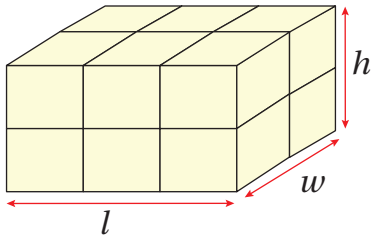
حَجْمُ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ

الْهَدَفُ: أَسْتَكْشِفُ حَجْمَ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ عَمَلِيًّا، وَأَسْتَنْتِجُ قانونًا لِحِسابِهِ.

الْمَنْشــورُ (prism) هُوَ شَــكْلٌ ثُلاثِيُّ الْأَبْعادِ، لَهُ قاعِدَتانِ مُضَلَّعَتانِ مُتَطابِقَتانِ وَمُتَوازِيَتانِ. وَيُسَمّى الْمَنْشورُ بِحَسَبِ شَكْلِ قاعِدَتِهِ. **الحجمُ** (volume) هُوَ الْحَيِّزُ الَّذي يَشْــغَلُهُ الْجِسْــمُ في الْفَضاءِ، وَيُقاسُ بِالْوَحْداتِ الْمُكَعَّبَةِ، وَيُمْكِنُ التَّعْبيرُ عَنْ حَجْمِ الْمَنْشورِ بِعَدَدِ الْمُكَعَّباتِ الَّتي تَمْلَؤُهُ.

نشاط 1

الْخُطْــوَةُ 1 :



- أَبْني مَنْشورًا رُباعِيًّا بِاسْتِعْمالِ 12 مُكَعَّبًا كَما في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ.
- أَبْني ثَلاثَةَ مُجَسَّــماتٍ كُلٌّ مِنْها يُمَثِّلُ مَنْشورًا رُباعِيًّا، بِاسْتِخْدامِ الْعَدَدِ نَفْسِهِ مِنَ الْمُكَعَّباتِ.

الْخُطْــوَةُ 2 :

- إِذا كانَ طولُ حَرْفِ كلِّ مُكَعَّبٍ يُســاوي وَحْدَةً واحِدَةً، فَإِنَّ مِســاحَةَ كُلِّ وَجْهٍ مِنْ أَوْجُهِ الْمُكَعَّبِ الْواحِدِ تُســاوي 1 وَحْدَةً مُرَبَّعَةً، وَحَجْمَ كُلِّ مُكَعَّبٍ يُساوي 1 وَحْدَةً مُكَعَّبَةً. أُكْمِلُ الْجَدْوَلَ الْآتِيَ:

الْمَنْشورُ	طولُ الْقاعِدَةِ (l) وَحْدَةُ طولٍ	عَرْضُ الْقاعِدَةِ (w) وَحْدَةُ طولٍ	مِساحَةُ الْقاعِدَةِ (B) وَحْدَةٌ مُرَبَّعَةٌ	ارْتِفاعُ الْمَنْشورِ (h) وَحْدَةُ طولٍ	الْحَجْمُ (V) وَحْدَةٌ مُكَعَّبَةٌ
1					
2					
3					
4					

أُحَلِّلُ النَّتائِجَ:

- ما الْعَلاقَةُ بَيْنَ مِساحَةِ قاعِدَةِ الْمَنْشورِ وَارْتِفاعِهِ وَحَجْمِهِ؟
- ما الْعَلاقَةُ بَيْنَ حَجْمِ الْمَنْشورِ وَطولِهِ وَعَرْضِهِ وَارْتِفاعِهِ؟

أَتَدَرَّبُ

1. أَجِدُ حَجْمَ مَنْشورٍ مِساحَةُ قاعِدَتِهِ $30\ cm^2$ وَارْتِفاعُهُ $10\ cm$
2. أَجِدُ حَجْمَ مَنْشورٍ قاعِدَتُهُ مُرَبَّعَةُ الشَّكْلِ طولُ ضِلْعِها $3\ cm$ وَارْتِفاعُهُ $7\ cm$

الدرسُ 5 حَجْمُ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ وَمِساحَةُ سَطْحِهِ

فِكْرَةُ الدَّرْسِ

أَجِدُ حَجْمَ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ، وَأَجِدُ مِساحَةَ السَّطْحِيَّةَ.

الْمُصْطَلَحاتُ

الْمِساحَةُ الْكُلِّيَّةُ، الْمِساحَةُ الْجانِبِيَّةُ.

أَسْتَكْشِفُ

إِذا كانَ صُنْدوقُ الشّاحِنَةِ في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ مَنْشورًا رُباعِيًّا أَبْعادُهُ 5 m, 2.4 m, 1.4 m، فَما حَجْمُ الرَّمْلِ الَّذي يُمْكِنُ أَنْ يَتَّسِعَ لَهُ؟

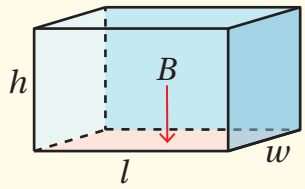
تَوَصَّلْتُ في النَّشاطِ الْمَفاهيمِيِّ السّابِقِ إِلى أَنَّ حَجْمَ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ هُوَ حاصِلُ ضَرْبِ أَبْعادِهِ الثَّلاثَةِ.

أَتَعَلَّمُ

إِذا كانَتْ أَبْعادُ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ مُتَساوِيَةً فَإِنَّهُ يُسَمّى مُكَعَّبًا.

مَفْهومٌ أَساسِيٌّ حَجْمُ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ

بِالْكَلِماتِ: حَجْمُ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ (V) يُساوي ناتِجَ ضَرْبِ مِساحَةِ الْقاعِدَةِ (B) في الِارْتِفاعِ (h)، وَيُساوي ناتِجَ ضَرْبِ طولِهِ (l) في عَرْضِهِ (w) في ارْتِفاعِهِ (h).



بِالرُّموزِ:

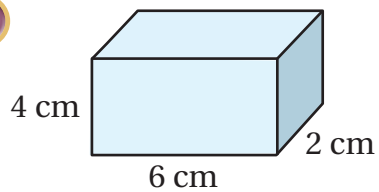
$$V = B \times h$$

$$V = l \times w \times h$$

مِثالٌ 1

أَجِدُ حَجْمَ كُلِّ مَنْشورٍ رُباعِيٍّ مِمّا يَأْتي:

1



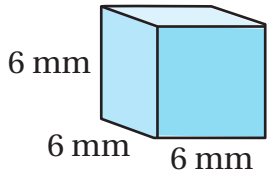
صيغَةُ حَجْمِ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ $V = l \times w \times h$

أُعَوِّضُ $l = 6, w = 2, h = 4$ $= 6 \times 2 \times 4$

أَضْرِبُ $= 48$

إِذَنْ، حَجْمُ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ $48\ \text{cm}^3$

2



صيغَةُ حَجْمِ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ (الْمُكَعَّبِ) $V = l \times w \times h$

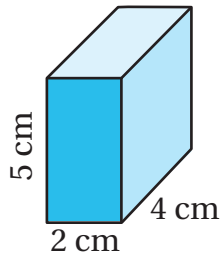
أُعَوِّضُ $l = 6, w = 6, h = 6$ $= 6 \times 6 \times 6$

أَضْرِبُ $= 216$

إِذَنْ، حَجْمُ الْمُكَعَّبِ يُساوي $216\ \text{mm}^3$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

3

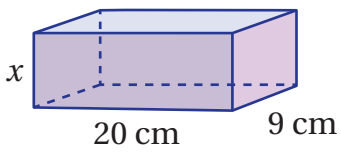


يُمْكِنُ اسْتِعْمالُ صيغَةِ حَجْمِ الْمَنْشورِ لِكِتابَةِ مُعادَلَةٍ ثُمَّ حَلِّها لِإِيجادِ بُعْدٍ مَجْهولٍ مِنْ أَبْعادِ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ.

مثال 2

أَجِدُ قيمَةَ x في كُلِّ مَنْشورٍ رُباعِيٍّ مِمّا يَأْتي عِلْمًا أَنَّ حَجْمَ كُلٍّ مِنْها $360\ \text{cm}^3$

1



صيغَةُ حَجْمِ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ $V = l \times w \times h$

أُعَوِّضُ $V = 360, l = 20, w = 9, h = x$ $360 = 20 \times 9 \times x$

أَضْرِبُ 20×9 $360 = 180 \times x$

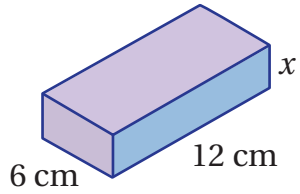
أَقْسِمُ طَرَفَي الْمُعادَلَةِ عَلى 180 $x = 360 \div 180$

أُبَسِّطُ $x = 2$

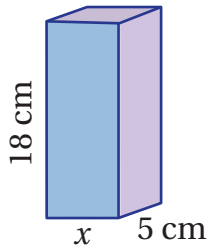
إِذَنْ، قيمَةُ x تُساوي 2 cm

أتحقّقُ مِنْ فَهْمي:

2



3

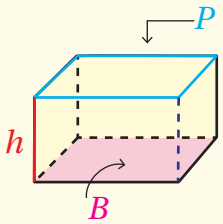


الْمِسـاحَةُ الْكُلِّيَّةُ (*S.A*) (total surface area) لِسَطْحِ أَيِّ مُجَسَّمٍ تُساوي مَجْموعَ مِساحاتِ أَوْجُهِهِ جَميعِها؛ لِذا يُمْكِنُ إيجادُ الْمِسـاحَةِ الْكُلِّيَّةِ لِسَطْحِ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ بِجَمْعِ مِسـاحاتِ الْأَوْجُهِ الْمُسْتَطيلَةِ السِّـتَّةِ. أَمّا **الْمِساحَةُ الْجانِبِيَّةُ** (*L.A*) (lateral area) لِسَطْحِ الْمَنْشورِ فَهِيَ مَجْموعُ مِساحاتِ أَوْجُهِهِ الْجانِبِيَّةِ الْأَرْبَعَةِ.

1 مَفْهومٌ أَساسِيٌّ — الْمِساحَةُ الْجانِبِيَّةُ وَالْمِساحَةُ الْكُلِّيَّةُ لِسَطْحِ الْمَنْشورِ

الْمِساحَةُ الْجانِبِيَّةُ

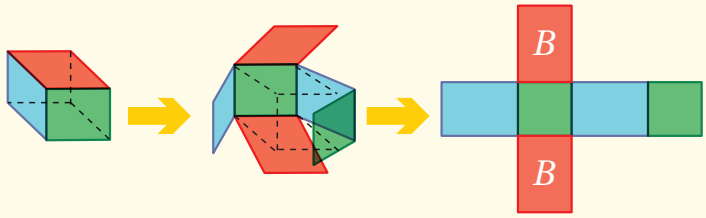
بِالْكَلِماتِ: **الْمِساحَةُ الْجانِبِيَّةُ** (*L.A*) لِسَـطْحِ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ تُساوي مَجْموعَ مَساحاتِ أَوْجُهِهِ الْجانِبِيَّةِ الْأَرْبَعَةِ، وَهِيَ ناتِجُ ضَرْبِ ارْتِفاعِ الْمَنْشورِ (*h*) في مُحيطِ قاعِدَتِهِ (*P*).



بِالرُّموزِ: $L.A = P\,h$

الْمِساحَةُ الْكُلِّيَّةُ

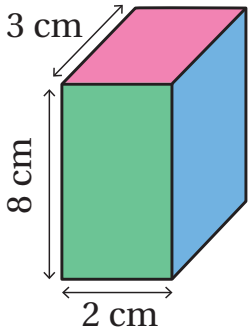
بِالْكَلِماتِ: **الْمِسـاحَةُ الْكُلِّيَّةُ** (*S.A*) لِسَطْحِ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ تُساوي مَجْموعَ مِسـاحاتِ أَوْجُهِهِ الْمُسْتَطيلَةِ السِّتَّةِ، أَوْ مَجْموعَ مِساحَتِهِ الْجانِبِيَّةِ وَمِساحَتَيْ قاعِدَتَيْهِ.



بِالرُّموزِ: $S.A = L.A + 2B$

مثال 3 أَجِدُ الْمِساحَةَ الْجانِبِيَّةَ وَالْمِساحَةَ الْكُلِّيَّةَ لِسَطْحِ كُلِّ مَنْشورٍ رُباعِيٍّ مِمّا يَأْتي:

1



الْخُطْوَةُ 1: أَجِدُ مُحيطَ الْقاعِدَةِ:

صيغَةُ مُحيطِ الْقاعِدَةِ الْمُسْتَطيلَةِ $P = 2l + 2w$

أُعَوِّضُ $l = 3, w = 2$ $= 2(3) + 2(2)$

أُبَسِّطُ $= 10$

إِذَنْ، مُحيطُ الْقاعِدَةِ 10 cm

الْخُطْوَةُ 2: أَجِدُ الْمِساحَةَ الْجانِبِيَّةَ لِسَطْحِ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ:

صيغَةُ الْمِساحَةِ الْجانِبِيَّةِ $L.A = P\,h$

أُعَوِّضُ $P = 10, h = 8$ $= 10 \times 8$

أُبَسِّطُ $= 80$

إِذَنْ، الْمِساحَةُ الْجانِبِيَّةُ لِسَطْحِ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ تُساوي $80\ \text{cm}^2$

الْخُطْوَةُ 3: أَجِدُ مِساحَةَ الْقاعِدَةِ:

صيغَةُ مِساحَةِ الْمُسْتَطيلِ $B = l \times w$

أُعَوِّضُ $l = 2, w = 3$ $= 2 \times 3$

أُبَسِّطُ $= 6$

إِذَنْ، مِساحَةُ قاعِدَةِ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ تُساوي $6\ \text{cm}^2$

الْخُطْوَةُ 4: أَجِدُ الْمِساحَةَ الْكُلِّيَّةَ لِسَطْحِ الْمَنْشورِ:

صيغَةُ الْمِساحَةِ الْكُلِّيَّةِ $S.A = L.A + 2B$

أُعَوِّضُ $L.A = 80, B = 6$ $= 80 + (2 \times 6)$

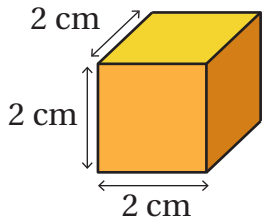
أَضْرِبُ $= 80 + 12$

أُبَسِّطُ $= 92$

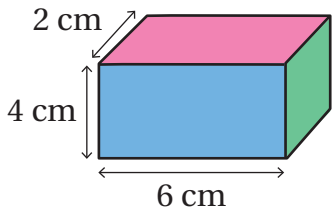
إِذَنْ، الْمِساحَةُ الْكُلِّيَّةُ لِسَطْحِ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ تُساوي $92\ \text{cm}^2$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

3



2



يُمْكِنُ اسْتِعْمالُ صيغَتَيْ حَجْمِ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ وَمِساحَةِ سَطْحِهِ الْكُلِّيَّةِ في كَثيرٍ مِنْ مَواقِفِ الْحَياةِ.

مثال 4: مِنَ الْحَياةِ

يَظْهَرُ في الصّورَةِ الْمُجاوِرَةِ صُندوقُ جِهازِ حاسوبٍ عَلى شَكْلِ مَنْشورٍ رُباعِيٍّ حَجْمُهُ $28000\ cm^3$ وَطولُهُ $40\ cm$ وَعَرْضُهُ $17.5\ cm$:

1 أَجِدُ ارْتِفاعَ الصُّنْدوقِ (h).

صيغَةُ حَجْمِ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ $V = l \times w \times h$

أُعَوِّضُ $l = 40,\ w = 17.5,\ V = 28000$ $28000 = 40 \times 17.5 \times h$

أَضْرِبُ 40×17.5 $28000 = 700 \times h$

أَقْسِمُ طَرَفَيِ الْمُعادَلَةِ عَلى 700 $h = 28000 \div 700$

أُبَسِّطُ $= 40$

إِذَنْ، ارْتِفاعُ الصُّنْدوقِ يُساوي 40 cm

2 أَجِدُ الْمِساحَةَ الْكُلِّيَّةَ لِسَطْحِ الصُّنْدوقِ.

الْخُطْوَةُ 1: أَجِدُ مُحيطَ قاعِدَةِ الصُّنْدوقِ:

صيغَةُ مُحيطِ الْقاعِدَةِ الْمُسْتَطيلَةِ $P = 2l + 2w$

أُعَوِّضُ $l = 40,\ w = 17.5$ $P = 2\times(40) + 2\times(17.5)$

أَضْرِبُ $P = 80 + 35$

أُبَسِّطُ $P = 115$

إِذَنْ، مُحيطُ قاعِدَةِ الصُّنْدوقِ يُساوي 115 cm

الْخُطْوَةُ 2: أَجِدُ الْمِساحَةَ الْجانِبِيَّةَ لِسَطْحِ الصُّنْدوقِ:

صيغَةُ الْمِساحَةِ الْجانِبِيَّةِ $L.A = P \times h$

أُعَوِّضُ $P = 115, h = 40$ $= 115 \times 40$

أُبَسِّطُ $= 4600$

إِذَنْ، الْمِساحَةُ الْجانِبِيَّةُ لِسَطْحِ الصُّنْدوقِ تُساوي $4600\ \text{cm}^2$

الْخُطْوَةُ 3: أَجِدُ مِساحَةَ قاعِدَةِ الصُّنْدوقِ:

صيغَةُ مِساحَةِ الْمُسْتَطيلِ $B = l \times w$

أُعَوِّضُ $l = 40, w = 17.5$ $= 40 \times 17.5$

أُبَسِّطُ $= 700$

إِذَنْ، مِساحَةُ قاعِدَةِ الصُّنْدوقِ تُساوي $700\ \text{cm}^2$

الْخُطْوَةُ 4: أَجِدُ الْمِساحَةَ الْكُلِّيَّةَ لِسَطْحِ الصُّنْدوقِ:

صيغَةُ الْمِساحَةِ الْكُلِّيَّةِ $S.A = L.A + 2B$

أُعَوِّضُ $L.A = 4600, B = 700$ $= 4600 + (2 \times 700)$

أَضْرِبُ $= 4600 + 1400$

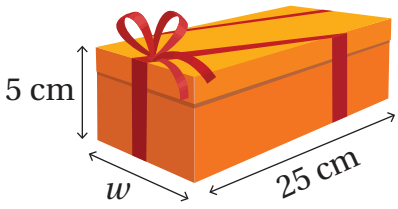
أُبَسِّطُ $= 6000$

إِذَنْ، الْمِساحَةُ الْكُلِّيَّةُ لِسَطْحِ الصُّنْدوقِ تُساوي $6000\ \text{cm}^2$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

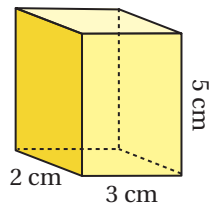
يَظْهَرُ في الصّورَةِ الْمُجاوِرَةِ صُنْدوقُ هَدِيَّةٍ عَلى شَكْلِ مَنْشورٍ رُباعِيٍّ حَجْمُهُ $1125\ \text{cm}^3$ وَطولُهُ $25\ \text{cm}$ وَارْتِفاعُهُ $5\ \text{cm}$

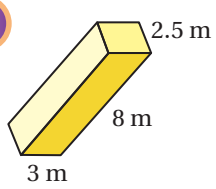
أَجِدُ عَرْضَ الصُّنْدوقِ وَمِساحَةَ سَطْحِهِ الْكُلِّيَّةَ.

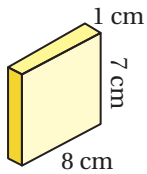


أَتَدَرَّبُ وَأَحُلُّ الْمَسائِلَ

أَجِدُ حَجْمَ كُلِّ مَنْشورٍ رُباعِيٍّ مِمّا يَأْتي:

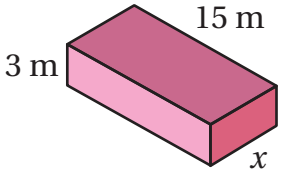
1


2


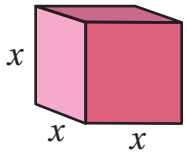
3


أَجِدُ قيمَةَ x في الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ الْمُعْطى حَجْمُهُ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

4 $V = 337.5\ \text{m}^3$

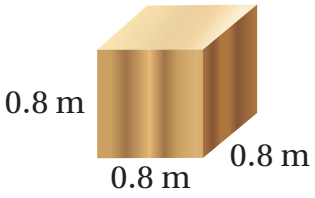


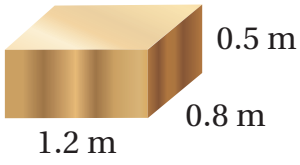
5 $V = 125\ \text{cm}^3$



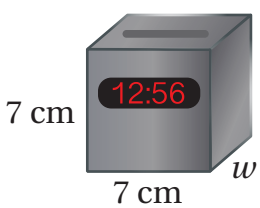
6 **بيتْزا:** أَجِدُ الْمِساحَةَ الكُلِّيَّةَ لِسَطْحِ عُلْبَةِ الْبيتْـزا الْمُبَيَّنَةِ في الشَّـكْلِ الْمُجاوِرِ.

7 **دِهانٌ:** يُريدُ عَبْدُ الْعَزيزِ دِهانَ الصُّنْدوقَيْنِ الْخَشَـبِيَّيْنِ الْمُبَيَّيْـنِ أَدْناهُ بِاللَّوْنِ الْأَصْفَرِ؛ لِاسْتِخْدامِها في عَرْضٍ مَسْرَحِيٍّ. ما الْمِساحَةُ الْكُلِّيَّةُ الَّتي سَيُغَطّيها الدِّهانُ؟





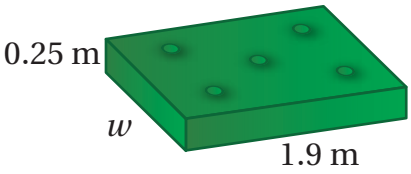
8 **ساعَةٌ رَقْمِيَّةٌ ذَكِيَّةٌ:** أَجِدُ عَرْضَ السّاعَةِ w الْمُبَيَّنَةِ في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ، عِلْمًا أَنَّ حَجْمَها $220.5\ \text{cm}^3$



مَعْلومَةٌ

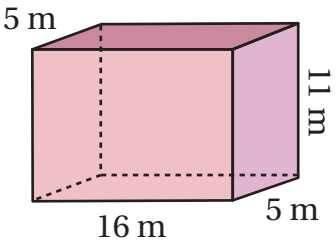
تُسْـتَخْدَمُ بَعْضُ السّـاعاتِ الرَّقْمِيَّةِ الذَّكِيَّةِ في تَحْديدِ كَثيرٍ مِـنَ الْأُمورِ، مِثْلَ: سـاعاتِ النَّـوْمِ، وَالنَّبْـضِ، وَالْمَواقِعِ الْجُغْرافِيَّةِ، وَالزَّمَنِ.

9 **فَرْشَــةٌ:** أَجِدُ عَرْضَ فَرْشَــةِ السَّــريرِ w الْمُبَيَّنَةِ في الشَّــكْلِ الْمُجــاوِرِ، عِلْمًا أَنَّ حَجْمَها $0.475\ \text{m}^3$



مَهاراتُ التَّفْكيرِ الْعُلْيا

10 **أَكْتَشِــفُ الْخَطَأَ:** أَوْجَدَتْ إيمانُ حَجْمَ الْمَنْشورِ الرُّباعِيِّ الْمُبَيَّنِ في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ، فَقالَتْ: كُلُّ ما أَحْتاجُهُ هُوَ ضَــرْبُ الْأَطْوالِ جَميعِها الْمُعْطاةِ في الشَّكْلِ عَلى النَّحْوِ الْآتي:



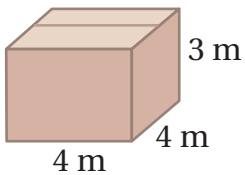
$$V = 16 \times 5 \times 11 \times 5 = 4400\ \text{m}^3$$

أُبَيِّنُ الْخَطَأَ الَّذي وَقَعَتْ فيهِ إيمانُ، وَأُصَحِّحُهُ.

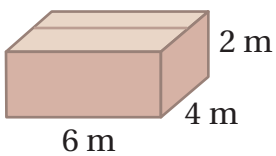
11 **تَبْريرٌ:** مَنْشــورٌ رُباعِيٌّ حَجْمُهُ $72\ \text{cm}^3$، وَأَبْعادُهُ أَعْدادٌ كُلِّيَّةٌ بِالسَّــنْتيمِتْراتِ وَارْتِفاعُهُ $3\ \text{cm}$، أَجِدُ جَميعَ قِيَمِ الطّولِ وَالْعَرْضِ الْمُمْكِنَةِ لِلْمَنْشورِ، وأبرّر إِجابَتي.

12 **تَبْريرٌ:** يَزْدادُ الطَّلَبُ عَلى صَناديــقِ التَّعْبِئَةِ كُلَّما زادَ حَجْمُها وَقَلَّ مِقْدارُ الْمادَّةِ اللّازِمَةِ لِصُنْعِها. أُبَيِّنُ أَيُّ الصُّنْدوقَيْنِ الْآتِيَيْنِ يُعَدُّ الْأَكْثَرَ طَلَبًا، وأبرّر إِجابَتي.

الصُّنْدوقُ B



الصُّنْدوقُ A



13 **أَكْتُبُ** كَيْفَ أَجِدُ مِساحَةَ السَّطْحِ الْكُلِّيَّةَ لِمَنْشورٍ رُباعِيٍّ؟

اخْتِبارُ نِهايَةِ الْوَحْدَةِ

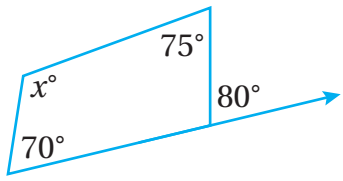
أَخْتارُ رَمْزَ الْإِجابَةِ الصَّحيحَةِ لِكُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1 إِذا كانَتْ $28°$, $100°$, $85°$, $x°$ قِياساتِ زَوايا مُضَلَّعٍ رُباعِيٍّ، فَإِنَّ قيمَةَ x تُساوي:

a) $213°$ **b)** $147°$

c) $33°$ **d)** $95°$

2 قيمَةُ x في الشَّكْلِ الْآتي تُساوي:



a) $80°$ **b)** $107.5°$ **c)** $115°$ **d)** $100°$

3 مُثَلَّثٌ طولُ قاعِدَتِهِ 7 cm وَارْتِفاعُهُ 8 cm، فَإِنَّ مِساحَتَهُ تُساوي:

a) $56\ cm^2$ **b)** $28\ cm^2$

c) $15\ cm^2$ **d)** $112\ cm^2$

4 مُتَوازي أَضْلاعٍ طولُ قاعِدَتِهِ 10 m وَارْتِفاعُهُ 6 m، فَإِنَّ مِساحَتَهُ تُساوي:

a) $60\ m^2$ **b)** $30\ m^2$

c) $15\ m^2$ **d)** $16\ m^2$

5 شِبْهُ مُنْحَرِفٍ طولا قاعِدَتَيْهِ 12 cm, 8 cm وَارْتِفاعُهُ 6 cm، فَإِنَّ مِساحَتَهُ تُساوي:

a) $576\ cm^2$ **b)** $120\ cm^2$

c) $60\ cm^2$ **d)** $30\ cm^2$

6 مُكَعَّبٌ طولُ ضِلْعِهِ 4 m فَإِنَّ حَجْمَهُ يُساوي:

a) $16\ m^3$ **b)** $96\ m^3$

c) $64\ m^3$ **d)** $12\ m^3$

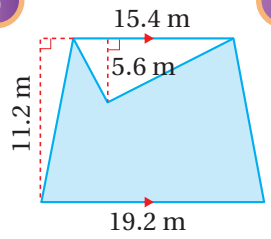
7 مَنْشورٌ رُباعِيٌّ أَبْعادُهُ 7 cm, 9 cm, 12 cm، فَإِنَّ مِساحَتَهُ الْكُلِّيَّةَ تُساوي:

a) $510\ cm^2$ **b)** $115\ cm^2$

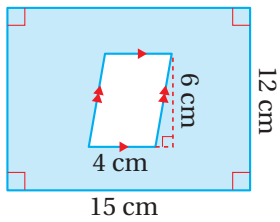
c) $255\ cm^2$ **d)** $25\ cm^2$

أَجِدُ مِساحَةَ الْمِنْطَقَةِ الْمُظَلَّلَةِ في كُلٍّ مِنَ الشَّكْلَيْنِ الْآتِيَيْنِ:

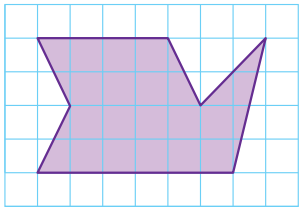
8



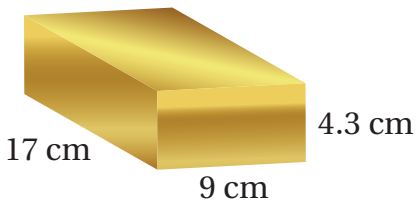
9



10 أَجِدُ مِساحَةَ الشَّكْلِ الْمَرْسومِ في الشَّبَكَةِ الْمُجاوِرَةِ.



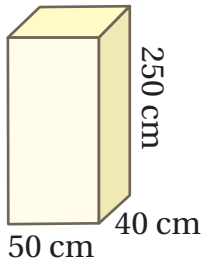
11 تَظْهَرُ في الشَّكْلِ الْآتي أَبْعادُ سَبيكَةٍ مِنَ الذَّهَبِ، إِذا عَلِمْتُ أَنَّ كُتْلَةَ $1\ cm^3$ مِنْها تُساوي 19.3 g فَأَجِدُ كُتْلَةَ هذِهِ السَّبيكَةِ.



12 تَظْهَرُ في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ خِزانَةُ مِطْبَخٍ ارْتِفاعُها 1.2 m وَحَجمُها $0.36\ m^3$، ما مِساحَةُ الْوَجْهِ الْأَرْضِيِّ لِلْخِزانَةِ؟

تَدْريبٌ عَلى الِاخْتِباراتِ الدَّوْلِيَّةِ:

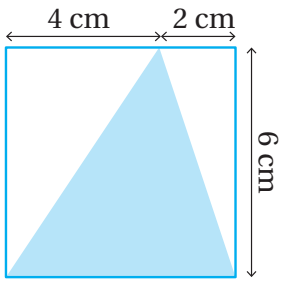
13 عَمودُ بِناءٍ قاعِدَتُهُ مُسْتَطيلَةُ الشَّكْلِ طولُها 50 cm، وَعَرْضُها 40 cm، وَارْتِفاعُ الْعَمودِ 250 cm. إِذا أَرادَ عُمَرُ تَغْطِيَةَ جَوانِبِ هذا الْعَمودِ بِقِطَعٍ مِنَ الْبَلاطِ مُسْتَطيلَةِ الشَّكْلِ طولُ كُلٍّ مِنْها 30 cm وَعَرْضُها 15 cm فَإِنَّ عَدَدَ قِطَعِ الْبَلاطِ اللّازِمَةِ يُساوي:



a) 450 **b)** 100

c) 109 **d)** 50

14 مِساحَةُ الْمُثَلَّثِ الْمُظَلَّلِ داخِلَ الْمُرَبَّعِ في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ تُساوي:



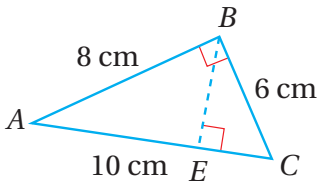
a) $36\ cm^2$

b) $18\ cm^2$

c) $12\ cm^2$

d) $6\ cm^2$

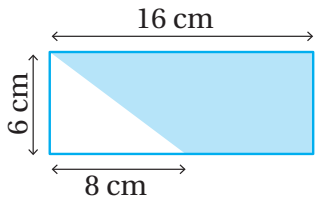
15 قِياسُ $\overline{BE}$ في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ يُساوي:



a) 48 cm **b)** 24 cm

c) 4.8 cm **d)** 2.4 cm

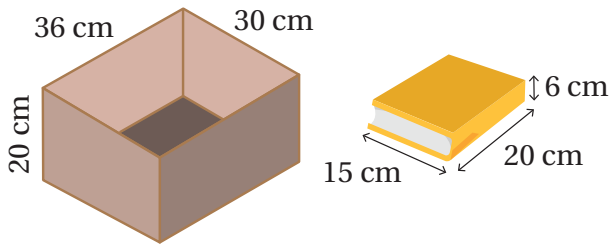
16 مِساحَةُ الْمِنْطَقَةِ الْمُظَلَّلَةِ في الشَّكْلِ الْآتي تُساوي:



a) $72\ cm^2$ **b)** $36\ cm^2$

c) $24\ cm^2$ **d)** $96\ cm^2$

17 تَضَعُ نانْسي كُتُبًا لَها الْأَبْعادُ نَفْسُها في صُنْدوقٍ قاعِدَتُهُ مُسْتَطيلَةٌ كَما في الشَّكْلِ أَدْناهُ، ما أَكْبَرُ عَدَدٍ مِنَ الْكُتُبِ يُمْكِنُ لِنانْسي وَضْعُها في الصُّنْدوقِ؟



a) 5 **b)** 10

c) 12 **d)** 15

الْوَحْدَةُ 8

الإِحْصاءُ وَالِاحْتِمالاتُ

ما أَهَمِّيَّةُ هذِهِ الْوَحْدَةِ؟

يُسْتَعْمَلُ الْإِحْصاءُ في مَجالاتٍ عِلْمِيَّةٍ وَحَياتِيَّةٍ كَثيرَةٍ، وَفي هذِهِ الْوَحْدَةِ مَهاراتٌ إِحْصائِيَّةٌ عَديدَةٌ سَأَتَعَلَّمُها، مِثْلَ اخْتِيارِ عَيِّنَةٍ مُناسِبَةٍ مِنَ الْمُجْتَمَعِ وَاسْتِعْمالِها لِجَمْعِ بَياناتٍ، وَعَمَلِ اسْتِنْتاجاتٍ صَحيحَةٍ حَوْلَ الْمُجْتَمَعِ.

تَعَلَّمْتُ سابِقًا:

- ✓ تَمْييزَ السُّؤالِ الْإِحْصائِيِّ.
- ✓ جَمْعَ بَياناتٍ وَتَسْجيلَها في جَداوِلَ تَكْراريَّةٍ.
- ✓ تَعَرُّفَ الْحَوادِثِ الْمُمْكِنَةِ وَالْمُسْتَحيلَةِ وَالْمُؤَكَّدَةِ في مَواقِفَ مُخْتَلِفَةٍ.
- ✓ إِجْراءَ تَجارِبَ عَشْوائِيَّةٍ وَتَسْجيلَ نَواتِجِها.

سَأَتَعَلَّمُ في هذِهِ الْوَحْدَةِ:

- تَعَرُّفَ الْبَياناتِ الْعَدَدِيَّةِ وَالنَّوْعِيَّةِ.
- تَعَرُّفَ الْمُجْتَمَعِ وَالْعَيِّنَةِ.
- حِسابَ الْوَسَطِ وَالْوَسيطِ وَالْمِنْوالِ لِبَياناتٍ مُنَظَّمَةٍ في جَداوِلَ تَكْراريَّةٍ.
- تَمْثيلَ الْبَياناتِ بِاسْتِعْمالِ الْمُخَطَّطِ التَّكْراريِّ وَالْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ.
- تَعَرُّفَ الِاحْتِمالِ وَمِقْياسِ الِاحْتِمالِ.

مشروع الوحدة: الْعاداتُ الصِّحِّيَّةُ لِلطَّلَبَةِ

أَسْتَعِدُّ وَزُمَلائي/ زَميلاتي لِتَنْفيذِ مَشْروعِنا الْخاصِّ، الَّذي سَنَسْتَعْمِلُ فيهِ ما نَتَعَلَّمُهُ في هٰذِهِ الْوَحْدَةِ حَوْلَ أَنْواعِ الْبَياناتِ وَطَرائِقِ جَمْعِها وَتَمْثيلِها؛ لِجَمْعِ بَياناتٍ حَوْلَ الْعاداتِ الصِّحِّيَّةِ لِلطَّلَبَةِ.

بَعْضُ الْعاداتِ الصِّحِّيَّةِ:

- تَنْظيفُ الْأَسْنانِ بِالْفُرْشاةِ قَبْلَ النَّوْمِ.
- شُرْبُ كَمِّيَّةٍ كافِيَةٍ مِنَ الْماءِ كُلَّ يَوْمٍ.
- الْإِكْثارُ مِنْ أَكْلِ الْفَواكِهِ وَالْخَضْراواتِ.
- النَّوْمُ باكِرًا وَالِاسْتيقاظُ باكِرًا.
- الْحِرْصُ عَلى تَناوُلِ وَجْبَةِ الْفَطورِ.
- التَّقْليلُ مِنْ أَكْلِ السَّكاكِرِ.

خُطُواتُ تَنْفيذِ الْمَشْروعِ:

1. أُصَمِّمُ اسْتِبانَةً حَوْلَ مَوْضوعِ (الْتِزامُ الطَّلَبَةِ بِالْعاداتِ الصِّحِّيَّةِ) تَحْتَوي:
   - 3 أَسْئِلَةٍ إِحْصائِيَّةٍ إِجاباتُها بَياناتٌ عَدَدِيَّةٌ مُنْفَصِلَةٌ.
   - 3 أَسْئِلَةٍ إِحْصائِيَّةٍ إِجاباتُها بَياناتٌ عَدَدِيَّةٌ مُتَّصِلَةٌ.
   - 3 أَسْئِلَةٍ إِحْصائِيَّةٍ إِجاباتُها بَياناتٌ نَوْعِيَّةٌ.
2. أَخْتارُ عَيِّنَةً مُناسِبَةً مِنْ طَلَبَةِ مَدْرَسَتي، وَأُبَرِّرُ اخْتِيارَها مُحَدِّدًا: الْمُجْتَمَعَ، وَحَجْمَ الْعَيِّنَةِ.
3. أَطْلُبُ إِلى الْعَيِّنَةِ الْإِجابَةَ عَنْ أَسْئِلَةِ الِاسْتِبانَةِ.
4. أُنَظِّمُ الْبَياناتِ الْعَدَدِيَّةَ الْمُنْفَصِلَةَ الَّتي حَصَلْتُ عَلَيْها في جَداوِلَ تَكْراريَّةٍ، ثُمَّ أَحْسُبُ الْوَسَطَ الْحِسابِيَّ وَالْوَسيطَ وَالْمِنْوالَ لَها.
5. أُنَظِّمُ الْبَياناتِ الْعَدَدِيَّةَ الْمُنْفَصِلَةَ الَّتي حَصَلْتُ عَلَيْها مِنْ إِجاباتِ الْعَيِّنَةِ في جَداوِلَ تَكْراريَّةٍ ذاتِ فِئاتٍ.
6. أُمَثِّلُ الْبَياناتِ النَّوْعِيَّةَ الَّتي حَصَلْتُ عَلَيْها مِنْ إِجاباتِ الْعَيِّنَةِ، بِاسْتِعْمالِ الْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ.
7. أَخْتارُ إِحْدى الْعاداتِ الصِّحِّيَّةِ الَّتي كَتَبْتُ سُؤالًا إِحْصائِيًّا حَوْلَها، ثُمَّ أَسْتَعْمِلُ الْبَياناتِ الَّتي جَمَعْتُها؛ لِأُقَدِّرَ عَدَدَ الطَّلَبَةِ في مَدْرَسَتي الَّذينَ يَلْتَزِمونَ هٰذِهِ الْعادَةَ الصِّحِّيَّةَ.

عَرْضُ النَّتائِجِ:

- أُصَمِّمُ مَطْوِيَّةً جَميلَةً أَكْتُبُ فيها النَّتائِجَ الَّتي تَوَصَّلْتُ إِلَيْها في هٰذا الْمَشْروعِ.
- أَعْرِضُ الِاسْتِبانَةَ وَالْمَطْوِيَّةَ أَمامَ زُمَلائي/ زَميلاتي، وَأُقارِنُ نَتائِجي بِنَتائِجِهِمْ.

الدرسُ 1 جَمْعُ الْبَياناتِ

فِكْرَةُ الدَّرْسِ

- أَتَعَرَّفُ الْبَياناتِ الْعَدَدِيَّةَ وَالنَّوْعِيَّةَ.
- أَتَعَرَّفُ الْمُجْتَمَعَ وَالْعَيِّنَةَ.
- أَتَعَرَّفُ الإِسْتِبانَةَ كَأَداةٍ لِجَمْعِ الْبَياناتِ.

الْمُصْطَلَحاتُ

الْبَياناتُ الْعَدَدِيَّةُ، الْبَياناتُ النَّوْعِيَّةُ، الْبَياناتُ الْمُنْفَصِلَةُ، الْبَياناتُ الْمُتَّصِلَةُ، الْمُجْتَمَعُ، الْعَيِّنَةُ، حَجْمُ الْعَيِّنَةِ، الإِسْتِبانَةُ.

أَسْتَكْشِفُ

كَيْفَ يُمْكِنُ تَقْديرُ عَدَدِ الطَّلَبَةِ الَّذينَ يُحْضِرونَ وَجْباتِ طَعامٍ مِنَ الْبَيْتِ في مَدْرَسَةٍ تَحْتَوي عَدَدًا كَبيرًا مِنَ الطَّلَبَةِ؟

تُقْسَمُ الْبَياناتُ إِلى نَوْعَيْنِ، أَحَدُهُما **الْبَياناتُ الْعَدَدِيَّةُ** (numerical data)، وَهِيَ بَياناتٌ يُمْكِنُ رَصْدُها عَلى صورَةِ أَرْقامٍ، وَأَيْضًا يُمْكِنُ قِياسُها وَإِجْراءُ الْعَمَلِيّاتِ الْحِسابِيَّةِ عَلَيْها وَتَرْتيبُها تَصاعُدِيًّا وَتَنازُلِيًّا. وَالنَّوْعُ الآخَرُ هُوَ **الْبَياناتُ النَّوْعِيَّةُ** (categorical data)، وَهِيَ بياناتٌ غَيْرُ رَقْمِيَّةٍ يُمْكِنُ مُلاحَظَتُها وَلا يُمْكِنُ قِياسُها أَوْ إِجْراءُ الْعَمَلِيّاتِ الْحِسابِيَّةِ عَلَيْها.

بَياناتٌ عَدَدِيَّةٌ
الطّولُ
الْكُتْلَةُ
الْعُمْرُ

بَياناتٌ نَوْعِيَّةٌ
لَوْنُ الْعَيْنِ
مَكانُ الْوِلادَةِ
الْفاكِهَةُ الْمُفَضَّلَةُ

تُقْسَمُ الْبَياناتُ الْعَدَدِيَّةُ إِلى نَوْعَيْنِ هُما: **الْبَياناتُ الْمُنْفَصِلَةُ** (discrete data)، وَهِيَ بَياناتٌ تَأْخُذُ قِيَمًا مُحَدَّدَةً قابِلَةً لِلْعَدِّ، **وَالْبَياناتُ الْمُتَّصِلَةُ** (continuous data)، وَهِيَ بَياناتٌ قِيَمُها الْمُمْكِنَةُ غَيْرُ قابِلَةٍ لِلْعَدِّ لَكِنَّها قابِلَةٌ لِلْقِياسِ، وَيُمْكِنُ تَقْريبُها لِتُعْطِيَ دَرَجَةً مِنَ الدِّقَّةِ.

بَياناتٌ مُنْفَصِلَةٌ
عَدَدُ الإِخْوَةِ
عَدَدُ الْكُتُبِ
عَدَدُ الأَشْجارِ

بَياناتٌ مُتَّصِلَةٌ
الطّولُ
الْكُتْلَةُ
دَرَجَةُ الْحَرارَةِ

تَعَلَّمْتُ سابِقًا أَنَّ **السُّؤالَ الإِحْصائِيَّ** سُؤالٌ تَخْتَلِفُ إِجابَتُهُ مِنْ شَخْصٍ لِآخَرَ، وَقَدْ تَكونُ إِجابَتُهُ بَياناتٍ عَدَدِيَّةً أَوْ نَوْعِيَّةً، وَأَنَّ **السُّؤالَ غَيْرَ الإِحْصائِيِّ** لَهُ إِجابَةٌ واحِدَةٌ فَقَطْ.

مثال 1

أُحَدِّدُ ما إِذا كانَتْ إِجابَةُ كُلِّ سُــؤالٍ إِحْصائِيٍّ مِمّا يَأْتي بَياناتٍ عَدَدِيَّةً مُتَّصِلَــةً أَوْ مُنْفَصِلَةً أَمْ بَياناتٍ نَوْعِيَّةً، ثُمَّ أَكْتُبُ إِجابَةً مُحْتَمَلَةً عَنْ كُلِّ سُؤالٍ:

1 ما الْمَسافَةُ بَيْنَ مَنْزِلِكِ وَالْمَدْرَسَةِ؟

تُمَثِّلُ الْمَسافاتُ بَياناتٍ عَدَدِيَّةً مُتَّصِلَةً يُمْكِنُ قِياسُها وَتَقْريبُها وَلا يُمْكِنُ عَدُّ قِيَمِها الْمُمْكِنَةِ.

إِجابَةٌ مُحْتَمَلَةٌ عَنِ السُّؤالِ: $3\frac{1}{2}$ km

2 في أَيِّ يَوْمٍ مِنْ أَيّامِ الْأُسْبوعِ وُلِدْتَ؟

أَيّامُ الْأُسْبوعِ بَياناتٌ نَوْعِيَّةٌ؛ لِأَنَّهُ لا يُمْكِنُ قِياسُها أَوْ إِجْراءُ الْعَمَلِيّاتِ الْحِسابِيَّةِ عَلَيْها.

إِجابَةٌ مُحْتَمَلَةٌ عَنِ السُّؤالِ: يَوْمَ الْأَرْبِعاءِ.

3 ما عَدَدُ إِخْوَتِكِ؟

عَدَدُ الْإِخْوَةِ بَياناتٌ عَدَدِيَّةٌ مُنْفَصِلَةٌ؛ لِأَنَّها أَعْدادٌ صَحيحَةٌ يُمْكِنُ عَدُّها وَإِجْراءُ عَمَلِيّاتٍ حِسابِيَّةٍ عَلَيْها.

إِجابَةٌ مُحْتَمَلَةٌ عَنِ السُّؤالِ: 4 إِخْوَةٍ.

4 هَلْ لَدَيْكَ دَرّاجَةٌ هَوائِيَّةٌ؟

الْإِجابَةُ عَنْ هذا السُّؤالِ إِمّا (نَعَمْ) أَوْ (لا)، وَهِيَ بَياناتٌ نَوْعِيَّةٌ، لِأَنَّهُ لا يُمْكِنُ قِياسُها.

إِجابَةٌ مُحْتَمَلَةٌ عَنِ السُّؤالِ: نَعَمْ.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

5 أَيُّ فُصولِ الْعامِ تُفَضِّلينَ؟

6 ما طولُكَ؟

7 هَلْ زُرْتَ طَبيبَ الْأَسْنانِ هذا الشَّهْرَ؟

8 ما عَدَدُ الْكُتُبِ في مَكْتَبَتِكِ؟

عِنْدَما أَسْتَقْصي أَمْرًا ما حَوْلَ **مُجْتَمَعٍ** (population) مِثْلَ الطُّيورِ أَوِ الْأَشْجارِ، فَإِنَّني أَجْمَعُ بَياناتٍ حَوْلَ أَفْرادِ هذا الْمُجْتَمَعِ، ثُمَّ أُنَظِّمُها تَنْظيمًا واضِحًا، ثُمَّ أُفَسِّرُها وَأَكْتُبُ اسْتِنْتاجًا. فَإِذا كانَ الْمُجْتَمَعُ كَبيرًا جِدًّا وَيَصْعُبُ الْوُصولُ إِلى أَفْرادِهِ جَميعًا، فَأَسْتَعْمِلُ **الْعَيِّنَةَ** (sample)، وَهِيَ مَجْموعَةٌ صَغيرَةٌ أَخْتارُها عَشْوائِيًّا مِنَ الْمُجْتَمَعِ لِتُمَثِّلَهُ. وَيُسَمّى عَدَدُ أَفْرادِ الْمُجْتَمَعِ الَّذينَ تَحْتَويهِمُ الْعَيِّنَةُ **حَجْمَ الْعَيِّنَةِ** (sample size).

الْمُجْتَمَعُ	الْعَيِّنَةُ
الْمَصابيحُ جَميعُها الَّتي أَنْتَجَها مَصْنَعٌ يَوْمَ الْخَميسِ.	24 مُصْباحًا مِنْ إِنْتاجِ الْمَصْنَعِ يَوْمَ الْخَميسِ.
الْماءُ الْمَوْجودُ في بِرْكَةِ سِباحَةٍ.	كوبٌ مَمْلوءٌ بِالْماءِ مِنْ بِرْكَةِ السِّباحَةِ.
سُكّانُ الْأُرْدُنِّ جَميعًا.	1200 شَخْصٍ مِنْ سُكّانِ الْأُرْدُنِّ.

مثال 2: مِنَ الْحَياةِ

أُحَدِّدُ الْمُجْتَمَعَ وَالْعَيِّنَةَ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1. **أَخَذَتْ مُهَنْدِسَةٌ زِراعِيَّةٌ كيسًا مِنْ تُرْبَةِ الْمَزْرَعَةِ لِتَفْحَصَها.**

الْعَيِّنَةُ هِيَ كيسُ التُّرْبَةِ، وَالْمُجْتَمَعُ هُوَ تُرْبَةُ الْمَزْرَعَةِ.

2. **أَخَذَ باحِثٌ 5 أَسْماكٍ مِنْ سَدِّ الْمَلِكِ طَلالٍ لِيَفْحَصَها.**

الْعَيِّنَةُ هِيَ 5 أَسْماكٍ مِنْ سَدِّ الْمَلِكِ طَلالٍ، وَالْمُجْتَمَعُ هُوَ الْأَسْماكُ جَميعُها الَّتي تَعيشُ في سَدِّ الْمَلِكِ طَلالٍ.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

3. **تُريدُ سارَةُ أَنْ تَعْرِفَ نِسْبَةَ الطّالِباتِ اللّاتي يَأْتينَ إِلى الْمَدْرَسَةِ مَشْيًا عَلى الْأَقْدامِ في مُحافَظَةِ الْكَرَكِ، فَاخْتارَتْ 50 طالِبَةً وَسَأَلَتْهُنَّ.**

4. **سَأَلَ وَليدٌ 14 شَخْصًا مِنْ زُوّارِ مَطْعَمِهِ عَنِ الْوَجْبَةِ الَّتي يُفَضِّلونَ تَناوُلَها في مَطْعَمِهِ.**

الِاسْتِبانَةُ (questionare) هِيَ إِحْدى طَرائِقِ جَمْعِ الْبَياناتِ حَوْلَ مَوْضوعِ الْبَحْثِ، وَتَحْتَوي مَجْموعَةً مِنَ الْأَسْئِلَةِ الْإِحْصائِيَّةِ الْمُرْتَبِطَةِ بِمَوْضوعِ الْبَحْثِ فَقَطْ، وَتُجيبُ عَنْها عَيِّنَةٌ يَتِمُّ اخْتِيارُها عَشْوائِيًّا مِنَ الْمُجْتَمَعِ.

عِنْدَ اخْتِيارِ عَيِّنَةٍ مِنَ الْمُجْتَمَعِ لِتُجيبَ عَنْ أَسْئِلَةِ الِاسْتِبانَةِ، يَجِبُ مُراعاةُ:

- اخْتِيارِ الْعَيِّنَةِ عَشْوائِيًّا.
- عَدَمِ انْحِيازِ اخْتِيارِ الْعَيِّنَةِ لِفِئَةٍ مُحَدَّدَةٍ في الْمُجْتَمَعِ.
- مُناسَبَةِ حَجْمِ الْعَيِّنَةِ.

أَتَعَلَّمُ

يُمْكِنُ أَنْ تَحْتَوِيَ الِاسْتِبانَةُ أَسْئِلَةً إِحْصائِيَّةً إِجاباتُها بَياناتٌ عَدَدِيَّةٌ وَأُخْرى إِجاباتُها بَياناتٌ نَوْعِيَّةٌ.

مثال 3

اخْتِيارٌ مِنْ مُتَعَدِّدٍ: يُريدُ فَيْصَلُ تَحْديدَ النَّشاطِ الْأَكْثَرِ تَفْضيلًا عِنْدَ طَلَبَةِ مَدْرَسَتِهِ. أَيُّ الْعَيِّناتِ الْآتِيَةِ هِيَ الْأَنْسَبُ؟

a) اخْتِيارُ 4 طَلَبَةٍ عَشْوائِيًّا مِنْ بَيْنِ الطَّلَبَةِ الَّذينَ يَقِفونَ في ساحَةِ الْمَدْرَسَةِ.

b) اخْتِيارُ الطَّلَبَةِ الْمُشارِكينَ في النَّشاطِ الرِّياضِيِّ.

c) اخْتِيارُ 30 طالِبًا عَشْوائِيًّا مِنْ طَلَبَةِ الْمَرْحَلَةِ الثّانَوِيَّةِ.

d) اخْتِيارُ 30 طالِبًا عَشْوائِيًّا مِنْ بَيْنِ الطَّلَبَةِ الَّذينَ يَقِفونَ في ساحَةِ الْمَدْرَسَةِ.

الْعَيِّنَةُ في الْخَيارِ (a) مُخْتارَةٌ بِطَريقَةٍ عَشْوائِيَّةٍ، لكِنَّ حَجْمَها صَغيرٌ.

الْعَيِّنَةُ في الْخَيارِ (b) غَيْرُ مُخْتارَةٍ بِطَريقَةٍ عَشْوائِيَّةٍ، لكِنَّها مُنْحازَةٌ لِفِئَةٍ مُعَيَّنَةٍ، وَسَوْفَ تَكونُ نَتائِجُها غَيْرَ دَقيقَةٍ؛ لِأَنَّ الطَّلَبَةَ الْمُشارِكينَ في النَّشاطِ الرِّياضِيِّ قَدْ يُفَضِّلُ مُعْظَمُهُمُ النَّشاطَ الرِّياضِيَّ.

الْعَيِّنَةُ في الْخَيارِ (c) غَيْرُ مُخْتارَةٍ بِطَريقَةٍ عَشْوائِيَّةٍ، وَسَوْفَ تَكونُ نَتائِجُها غَيْرَ دَقيقَةٍ؛ لِأَنَّ طَلَبَةَ الْمَرْحَلَةِ الثّانَوِيَّةِ قَدْ تَكونُ نَشاطاتُهُمُ الْمُفَضَّلَةُ مُخْتَلِفَةً عَنِ النَّشاطاتِ الْمُفَضَّلَةِ لِطَلَبَةِ صُفوفِ الْمَرْحَلَةِ الِابْتِدائِيَّةِ وَالْمُتَوَسِّطَةِ.

الْعَيِّنَةُ في الْخَيارِ (d) هِيَ الْأَفْضَلُ؛ لِأَنَّها مُخْتارَةٌ بِطَريقَةٍ عَشْوائِيَّةٍ وَحَجْمُها مُناسِبٌ.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

في الْمِثالِ السّابِقِ، إِذا أَرادَ فَيْصَلُ تَحْديدَ النَّشاطِ الْمُفَضَّلِ لِطَلَبَةِ الْمَرْحَلَةِ الثّانَوِيَّةِ، فَأَيُّ الْعَيِّناتِ هِيَ الْأَنْسَبُ؟

إِذا اخْتيرَتْ عَيِّنَةٌ عَشْوائِيًّا مِنْ مُجْتَمَعٍ، وَكانَتِ الْعَيِّنَةُ لَيْسَتْ مُنْحازَةً لِفِئَةٍ مُحَدَّدَةٍ مِنَ الْمُجْتَمَعِ وَكانَ حَجْمُها مُناسِبًا، فَإِنَّهُ يُمْكِنُ اسْتِعْمالُ الْبَياناتِ الَّتي حَصَلْتُ عَلَيْها عَنْ طَريقِ الْعَيِّنَةِ لِوَضْعِ اسْتِنْتاجاتٍ حَوْلَ الْمُجْتَمَعِ كُلِّهِ؛ لِأَنَّ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ لِإِجابَةٍ ما في الْعَيِّنَةِ تَكونُ قَريبَةً مِنَ النِّسْبَةِ الْمِئَوِيَّةِ لِلْإِجابَةِ نَفْسِها في الْمُجْتَمَعِ كُلِّهِ.

مثال 4

اخْتارَ حَمْزَةُ 80 طالبًا عَشْــوائِيًّا مِنْ مَدْرَسَتِهِ وَسَــأَلَهُمْ إِنْ كانَ أَحَدُ والِديهِمْ يَعْمَلُ مُعَلِّمًا، فَأَجابَ 16 طالِبًا مِنْهُمْ بِأَنَّ أَحَدَ والِدَيْهِ يَعْمَلُ مُعَلِّمًا.

1 ما الْكَسْرُ الَّذي يُمَثِّلُ الطَّلَبَةِ الَّذينَ يَعْمَلُ أَحَدُ والِديهِمْ مُعَلِّمًا في الْعَيِّنَةِ؟

عَدَدُ الطَّلَبَةِ الَّذينَ يَعْمَلُ أَحَدُ والِديهِمْ مُعَلِّمًا في الْعَيِّنَةِ

عَدَدُ الطَّلَبَةِ في الْعَيِّنَةِ

$$\frac{16}{80} = \frac{1}{5}$$

إِذَنْ، $\frac{1}{5}$ الطَّلَبَةِ في الْعَيِّنَةِ يَعْمَلُ أَحَدُ والِديهِمْ مُعَلِّمًا.

2 إِذا كانَ عَدَدُ الطَّلَبَةِ في مَدْرَسَةِ حَمْزَةَ 485 طالِبًا، فَما الْعَدَدُ التَّقْريبِيُّ لِلطَّلَبَةِ الَّذينَ يَعْمَلُ أَحَدُ والِديهِمْ مُعَلِّمًا في الْمَدْرَسَةِ؟

بِما أَنَّ الْعَيِّنَةَ عَشْوائِيَّةٌ وَتَحْتَوي عَدَدًا مُناسِبًا مِنَ الطَّلَبَةِ، فَإِنَّها تُمَثِّلُ الْمُجْتَمَعَ، وَيُمْكِنُ اسْتِعْمالُها لِتَقْديرِ عَدَدِ طَلَبَةِ الْمَدْرَسَةِ الَّذينَ يَعْمَلُ أَحَدُ والِديهِمْ مُعَلِّمًا. نِسْبَةُ الطَّلَبَةِ الَّذينَ يَعْمَلُ أَحَدُ والِديهِمْ مُعَلِّمًا في الْعَيِّنَةِ عَلى صورَةِ كَسْرٍ هِيَ $\frac{1}{5}$

أَضْرِبُ هذا الْكَسْرَ (النِّسْبَةَ) في عَدَدِ طَلَبَةِ الْمَدْرَسَةِ.

عَدَدُ طَلَبَةِ الْمَدْرَسَةِ 485 طالِبًا

أُبَسِّطُ

$$\frac{1}{5} \times 485 = \frac{485}{5}$$
$$= 97$$

إِذَنْ، عَدَدُ طَلَبَةِ الْمَدْرَسَةِ الَّذينَ يَعْمَلُ أَحَدُ والِديهِمْ مُعَلِّمًا يُساوي 97 طالِبًا تَقْريبًا.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

اخْتارَتْ باحِثَةٌ زِراعِيَّةٌ 70 شَجَرَةً عَشْــوائِيًّا مِنْ مَزْرَعَةٍ، فَوَجَدَتْ أَنَّ 25 شَجَرَةً مِنْها مُصابَةٌ بِمَرَضِ التَّصَمُّغِ:

3 ما الْكَسْرُ الَّذي يُمَثِّلُ عَدَدَ الْأَشْجارِ الْمُصابَةِ بِمَرَضِ التَّصَمُّغِ في الْعَيِّنَةِ؟

4 إِذا كانَ في الْمَزْرَعَةِ 686 شَــجَرَةً، فَما الْعَدَدُ التَّقْريبِيُّ لِلْأَشْــجارِ الْمُصابَةِ بِمَرَضِ التَّصَمُّغِ في الْمَزْرَعَةِ؟

أَتَدَرَّبُ وَأَحُلُّ الْمَسائِلَ

أُحَدِّدُ ما إِذا كانَتِ الْإِجابَةُ عَنْ كُلِّ سُؤالٍ إِحْصائِيٍّ مِمّا يَأْتي بَياناتٍ عَدَدِيَّةً مُتَّصِلَةً أَوْ مُنْفَصِلَةً أَمْ بَياناتٍ نَوْعِيَّةً، ثُمَّ أَكْتُبُ إِجابَةً مُحْتَمَلَةً عَنْ كُلِّ سُؤالٍ:

1. ما عَدَدُ أَفْرادِ أُسْرَتِكَ الَّذين تَزيدُ أَعْمارُهُمْ عَنْ 15 سَنَةً؟
2. ما الْمُحافَظاتُ الْأُرْدُنِيَّةُ الَّتي زُرْتَها؟
3. ما عَرْضُ كِتابِ الرِّياضِيّاتِ؟
4. ما عَدَدُ الْأَحْرُفِ الْعَرَبِيَّةِ في اسْمِكَ؟
5. ما الْأَحْرُفُ الْعَرَبِيَّةُ في اسْمِكَ؟
6. هَلْ تَتَحَدَّثُ لُغَةً غَيْرَ الْعَرَبِيَّةِ؟

أُحَدِّدُ الْمُجْتَمَعَ وَالْعَيِّنَةَ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

7. يُريدُ مُهَنْدِسٌ تَحْديدَ نِسْبَةِ الْبَلاطاتِ الْمُتَشَقِّقَةِ في كَمِّيَّةٍ مِنَ الْبَلاطِ، فَفَحَصَ 100 بَلاطَةٍ.
8. تُريدُ إِذاعَةٌ أُرْدُنِيَّةٌ اخْتِيارَ مَوْعِدٍ مُناسِبٍ لِأَحَدِ بَرامِجِها، فَأَرْسَلَتْ رِسالَةً عَبْرَ الْهاتِفِ إِلى 1000 شَخْصٍ يَسْتَمِعونَ لَها.
9. تُريدُ سَميرَةُ مَعْرِفَةَ عَدَدِ الْأُسَرِ الَّتي يَتَناوَلُ أَفْرادُها وَجْبَةَ الْعَشاءِ مَعَ بَعْضِهِمْ في مَدينَتِها، فَسَأَلَتْ 15 عائِلَةً.
10. أَرادَ نَجّارٌ اخْتِبارَ قُوَّةِ الْمَساميرِ الَّتي يَسْتَعْمِلُها، فَاخْتارَ 3 مَساميرَ وَاخْتَبَرَها.

مَعْلومَةٌ

مِنْ عاداتِ التَّسَوُّقِ الْجَيِّدَةِ وَضْعُ قائِمَةٍ لِلْمُشْتَرَياتِ قَبْلَ الذَّهابِ لِلسّوقِ، وَعَدَمُ التَّسَوُّقِ في وَقْتِ الذَّرْوَةِ، وَمُراجَعَةُ الْفاتورَةِ لِلتَّأَكُّدِ مِنْ قِيَمِ الْمُشْتَرَياتِ.

11. **تَسَوُّقٌ:** أَكْتُبُ 3 أَسْئِلَةٍ إِحْصائِيَّةٍ إِجاباتُها عَدَدِيَّةٌ وَ3 أَسْئِلَةٍ إِحْصائِيَّةٍ إِجاباتُها نَوْعِيَّةٌ وَيُمْكِنُ وَضْعُها في اسْتِبانَةٍ تَهْدِفُ إِلى جَمْعِ بَياناتٍ حَوْلَ عاداتِ التَّسَوُّقِ.

أُحَدِّدُ ما إِذا كانَتِ الْبَياناتُ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي تُمَثِّلُ عَيِّنَةً أَوْ مُجْتَمَعًا:

12. مِئَةُ مُشَجِّعٍ لِفَريقِ كُرَةِ السَّلَّةِ مِنْ بَيْنِ 200 مُشَجِّعٍ حَضَروا الْمُباراةَ.
13. أَعْمارُ جَميعِ أَطِبّاءِ الْأَسْنانِ في الْأُرْدُنِّ.
14. لَوْنُ سَيّارَةٍ مِنْ كُلِّ خَمْسِ سَيّاراتٍ مَرَّتْ أَمامَ مَنْزِلِ خالِدٍ في إِحْدى السّاعاتِ.

مَعْلومَةٌ

يُفَضَّلُ طَهْيُ الْبَيْضِ جَيِّدًا قَبْلَ تَناوُلِهِ؛ لِقَتْلِ بَكْتيريا السّالْمونيلّا الْمُحْتَمِلِ وُجودُها في الْبَيْضِ، وَالَّتي قَدْ تُسَبِّبُ بَعْضَ الْأَمْراضِ.

اخْتارَ سَعْدٌ 84 بَيْضَةً عَشْوائِيًّا مِنْ إِنْتاجِ مَزْرَعَتِهِ في أَحَدِ الْأَيّامِ، فَوَجَدَ أَنَّ 4 بَيْضاتٍ مِنْها مُتَشَقِّقَةٌ:

15 ما الْكَسْرُ الَّذي يُمَثِّلُ عَدَدَ الْبَيْضاتِ الْمُتَشَقِّقَةِ في الْعَيِّنَةِ؟

16 إِذا كانَ إِنْتاجُ الْمَزْرَعَةِ في ذلِكَ الْيَوْمِ 2205 بَيْضَةً، فَما الْعَدَدُ التَّقْريبِيُّ لِلْبَيْضاتِ الْمُتَشَقِّقَةِ في إِنْتاجِ الْمَزْرَعَةِ ذلِكَ الْيَوْمَ؟

أَصِفُ عَيِّنَةً مُناسِبَةً وَأُخْرى غَيْرَ مُناسِبَةٍ لِجَمْعِ بَياناتٍ يُمْكِنُ بِها اسْتِقْصاءُ كُلٍّ مِنَ الْمَوْضوعاتِ الْبَحْثِيَّةِ الْآتِيَةِ:

17 عَدَدِ ساعاتِ عَمَلِ الْبَطّارِيّاتِ الصَّغيرَةِ.

18 جَوْدَةِ طُنٍّ مِنَ الْقَمْحِ الْمُسْتَوْرَدِ.

19 أَسْعارِ الْمَنازِلِ في مُحافَظَةِ جَرَشَ.

20 نِسْبَةِ الْأُسَرِ الْفَقيرَةِ في مُحافَظَةِ إِرْبِدَ.

مَهاراتُ التَّفْكيرِ الْعُلْيا

21 **أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ:** أَرْسَلَ مَحْمودٌ اسْتِبانَةً إِلى 312 طالِبًا جامِعِيًّا في الْأُرْدُنِّ، تَحْتَوي سُؤالًا إِحْصائِيًّا حَوْلَ وَسيلَةِ الْمُواصَلاتِ الَّتي يَسْتَعْمِلونَها عِنْدَ الذَّهابِ لِلْجامِعَةِ، فَأَفادَ 165 طالِبًا مِنْهُمْ بِأَنَّهُمْ يَسْتَعْمِلونَ الْحافِلَةَ.

أُحَدِّدُ الْخَطَأَ في الْعِبارَةِ الْآتِيَةِ، ثُمَّ أُصَحِّحُهُ.

الْمُجْتَمَعُ هُوَ جَميعُ الطَّلَبَةِ الْجامِعِيّينَ في الْأُرْدُنِّ، وَالْعَيِّنَةُ هِيَ الطَّلَبَةُ الَّذينَ أَفادوا بِأَنَّهُمْ يَسْتَعْمِلونَ الْحافِلَةَ وَعَدَدُهُمْ 165 طالِبًا.

22 **تَبْريرٌ:** أَيُّ الْعَيِّنَتَيْنِ هِيَ الْأَنْسَبُ لِلْإِجابَةِ عَنِ السُّؤالِ الْإِحْصائِيِّ الْآتي؟ أُبَرِّرُ إِجابَتي.

السُّؤالُ الْإِحْصائِيُّ: ما نِسْبَةُ طالِباتِ الْمَدْرَسَةِ اللّاتي يَسْكُنَّ بِجِوارِ الْمَدْرَسَةِ؟	
الْعَيِّنَةُ (1)	35 طالِبَةً مِنْ طالِباتِ الْمَدْرَسَةِ اللّاتي يَأْتينَ إِلى الْمَدْرَسَةِ سَيْرًا عَلى الْأَقْدامِ.
الْعَيِّنَةُ (2)	29 طالِبَةً مُخْتاراتٍ عَشْوائِيًّا مِنْ طالِباتِ الْمَدْرَسَةِ.

23 **أَكْتُبُ** ما الْفَرْقُ بَيْنَ الْعَيِّنَةِ وَالْمُجْتَمَعِ؟ أُوَضِّحُ إِجابَتي بِأَمْثِلَةٍ مُناسِبَةٍ.

الدرسُ 2 الْجَداوِلُ التَّكْرارِيَّةُ

فِكْرَةُ الدَّرْسِ

- أُنَظِّمُ الْبَياناتِ في جَداوِلَ تَكْرارِيَّةٍ.
- أَحْسُبُ الْوَسَطَ الْحِسابِيَّ وَالْوَسيطَ وَالْمِنْوالَ لِبَياناتٍ مُنَظَّمَةٍ في جَداوِلَ تَكْرارِيَّةٍ.

الْمُصْطَلَحاتُ

الْجَدْوَلُ التَّكْرارِيُّ

أَسْتَكْشِفُ

يُبَيِّنُ الْجَدْوَلُ الْمُجاوِرُ عَدَدَ الْبَيْضاتِ الَّتي وَضَعَتْها مَجْموعَةٌ مِنَ الدَّجاجاتِ في أُسْبوعٍ. أَجِدُ الْوَسَطَ الْحِسابِيَّ لِعَدَدِ الْبَيْضاتِ.

التَّكْرارُ	عَدَدُ الْبَيْضاتِ
6	0
8	1
15	2
35	3
48	4
37	5

تَعَلَّمْتُ في الدَّرْسِ السّابِقِ أَنَّ الْبَياناتِ نَوْعانِ (عَدَدِيَّةٌ، وَنَوْعِيَّةٌ)، وَأَنَّ الْبَياناتِ تُجْمَعُ بِطَرائِقَ عِدَّةٍ، مِنْها الِاسْتِبانَةُ. يُمْكِنُني تَنْظيمُ الْبَياناتِ الَّتي أَجْمَعُها بِاسْتِعْمالِ **الْجَدْوَلِ التَّكْرارِيِّ** (frequency table) الَّذي يُبَيِّنُ عَدَدَ مَرّاتِ ظُهورِ كُلِّ قيمَةٍ مِنْ قِيَمِ الْبَياناتِ.

مثال 1: مِنَ الْحَياةِ

رِياضَةٌ: سَجَّلَ أَحْمَدُ عَدَدَ الْأَهْدافِ الَّتي أَحْرَزَها فَريقُ كُرَةِ الْقَدَمِ الَّذي يُشَجِّعُهُ في آخِرِ 20 مُباراةً، وَكانَتْ كَالْآتي:

0 1 1 0 2 0 1 3 2 1
0 1 0 3 2 1 0 2 1 1

أُنَظِّمُ الْبَياناتِ في جَدْوَلٍ تَكْرارِيٍّ.

الْخُطْوَةُ 1: أُنْشِئُ جَدْوَلًا مِنْ عَمودَيْنِ، ثُمَّ أُسَمّي هذَيْنِ الْعَمودَيْنِ عَلى النَّحْوِ الْآتي: عَدَدُ الْأَهْدافِ، التَّكْرارُ. بَعْدَ ذلِكَ أَخْتارُ عُنْوانًا مُناسِبًا لِلْجَدْوَلِ، وَلْيَكُنْ: أَهْدافُ الْفَريقِ.

الْخُطْوَةُ 2: أَكْتُبُ التَّكْرارَ الْمُناسِبَ مُقابِلَ كُلِّ عَدَدٍ مِنَ الْأَهْدافِ.

أَهْدافُ الْفَريقِ	
التَّكْرارُ	عَدَدُ الْأَهْدافِ
6	0
8	1
4	2
2	3

أَتَحَقَّقُ: أُلاحِظُ أَنَّ مَجْموعَ التَّكْراراتِ في الْجَدْوَلِ هُوَ 20، وَأَنَّهُ يُساوي عَدَدَ الْمُبارَياتِ.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

كُتَلٌ: يُبَيِّنُ الْجَدْوَلُ الْمُجاوِرُ كُتَلَ 15 طالِبَةً مِنْ طالِباتِ الصَّفِّ السّـادِسِ مُقَرَّبَةً إِلى أَقْرَبِ كيلوغرامٍ. أُنَظِّمُ الْبَياناتِ في جَدْوَلٍ تَكْرارِيٍّ.

كُتَلُ الطّالِباتِ				
42	43	40	41	44
41	42	40	42	44
44	40	44	45	42

تَعَلَّمْتُ في الْمِثالِ السّـابِقِ تَنْظيمَ الْبَياناتِ في جَداوِلَ تَكْرارِيَّةٍ، وَذلِكَ لِتَسْـهيلِ قِراءَتِها وَتَفْسيرِها، وَسَأَتَعَلَّمُ في الْمِثالِ الْآتي تَفْسيرَ الْبَياناتِ الْمُنَظَّمَةِ في جَداوِلَ تَكْرارِيَّةٍ.

مِثال 2: مِنَ الْحَياةِ

دَرَجاتُ حَرارَةٍ: يُبَيِّنُ الْجَدْوَلُ الْمُجاوِرُ دَرَجاتِ الْحَرارَةِ بِالسِّلْسيوسِ خِلالَ 25 يَوْمًا في الْعاصِمَةِ عَمّانَ.

التَّكْرارُ	دَرَجَةُ الْحَرارَةِ °C
11	16
6	20
	23
3	26
1	29

1 **كَمْ يَوْمًا كانَتْ دَرَجَةُ الْحَرارَةِ 23°C؟**

أَفْتَرِضُ أَنَّ عَدَدَ الْأَيّامِ الَّتي كانَتْ دَرَجَةُ الْحَرارَةِ فيها 23°C يُساوي x، وَمِنْهُ:

مَجْموعُ التَّكْراراتِ $11 + 6 + x + 3 + 1 = 25$

أُبَسِّطُ $21 + x = 25$

أَطْرَحُ 21 مِنْ طَرَفَيِ الْمُعادَلَةِ $x = 4$

إِذَنْ، عَدَدُ الْأَيّامِ الَّتي كانَتْ دَرَجَةُ الْحَرارَةِ فيها 23°C يُساوي 4

2 **ما دَرَجَةُ الْحَرارَةِ الْأَكْثَرِ تَكْرارًا في هذِهِ الْأَيّامِ؟**

دَرَجَةُ الْحَرارَةِ الْأَكْثَرِ تَكْرارًا في هذِهِ الْأَيّامِ 16°C

3 **كَمْ يَوْمًا كانَتْ دَرَجَةُ الْحَرارَةِ فيهِ أَعْلى مِنْ 20°C؟**

أَجْمَعُ تَكْراراتِ دَرَجاتِ الْحَرارَةِ الَّتي تَزيدُ عَلى 20°C:

$4 + 3 + 1 = 8$

التَّكْرارُ	كُتْلَةُ الْخَروفِ (kg)
6	20
	25
5	30
2	35

أتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

خِرافٌ: يُبَيِّنُ الْجَدْوَلُ الْمُجاوِرُ كُتَلَ 24 خَروفًا.

4. كَمْ خَروفًا كُتْلَتُهُ 25 kg؟
5. ما كُتْلَةُ الْخِرافِ الْأَكْثَرِ تَكْرارًا؟
6. كَمْ خَروفًا كُتْلَتُهُ تَقِلُّ عَنْ 30 kg؟

تَعَلَّمْتُ سابِقًا أَنَّ الْوَسَطَ الْحِسابِيَّ لِمَجْموعَةٍ مِنَ الْقِيَمِ يُساوي ناتِجَ جَمْعِ الْقِيَمِ مَقْسومًا عَلى عَدَدِها، وَيُرْمَزُ إِلَيْهِ بِالرَّمْزِ $\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{\text{(مَجْموعُ الْقِيَمِ)}}{\text{(عَدَدُ الْقِيَمِ)}}$$

وَتَعَلَّمْتُ سابِقًا أَنَّ وَسيطَ الْبَياناتِ الْمُفْرَدَةِ هُوَ الْقيمَةُ الَّتي تَتَوَسَّطُ الْبَياناتِ عِنْدَ تَرْتيبِها تَصاعُدِيًّا أَوْ تَنازُلِيًّا؛ فَإِذا كانَ عَدَدُ الْبَياناتِ زَوْجِيًّا، فَإِنَّهُ توجَدُ قيمَتانِ في الْوَسَطِ. وَعَلَيْهِ، فَإِنَّ الْوَسيطَ يُساوي الْوَسَطَ الْحِسابِيَّ لِهاتَيْنِ الْقيمَتَيْنِ.

وَتَعَلَّمْتُ أَيْضًا أَنَّ الْمِنْوالَ هُوَ الْقيمَةُ الْأَكْثَرُ تَكْرارًا، وَسَأَتَعَلَّمُ في الْمِثالِ الْآتي إيجادَ الْوَسَطِ الْحِسابِيِّ وَالْوَسيطِ وَالْمِنْوالِ لِبَياناتٍ مُنَظَّمَةٍ في جَداوِلَ تَكْرارِيَّةٍ.

مثال 3: مِنَ الْحَياةِ

صِيانَةُ الْمَرافِقِ الْمَدْرَسِيَّةِ: سَجَّلَ مُرادٌ في الْجَدْوَلِ الْمُجاوِرِ عَدَدَ مَصابيحِ الْإِضاءَةِ (النِّيون) الْمُعَطَّلَةِ في عَدَدٍ مِنَ الْغُرَفِ الصَّفِّيَّةِ في مَدْرَسَتِهِ.

التَّكْرارُ	عَدَدُ مصابيحِ الإضاءةِ (النِّيون) الْمُعَطَّلَةِ في الْغُرْفَةِ
2	1
3	2
4	3
2	4
1	5

1. أَجِدُ مِنْوالَ الْبَياناتِ.

أُلاحِظُ مِنَ الْجَدْوَلِ أَنَّ عَدَدَ مَصابيحِ الْإِضاءَةِ الْمُعَطَّلَةِ الْأَكْثَرِ تَكْرارًا هُوَ 3؛ لِأَنَّهُ تَكَرَّرَ 4 مَرّاتٍ، إِذَنْ مِنْوالُ الْبَياناتِ هُوَ 3

2 أَجِدُ وَسيطَ الْبَياناتِ.

الْخُطْوَةُ 1: أُرَتِّبُ الْقِيَمَ تَصاعُدِيًّا، ثُمَّ أَشْطُبُ الْأَعْدادَ مِنَ الْيَمينِ وَالْيَسارِ إِلى أَنْ أَصِلَ إِلى الْوَسيطِ:

$$\cancel{1}, \cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{2}, \cancel{2}, 3, 3, \cancel{3}, \cancel{3}, \cancel{4}, \cancel{4}, \cancel{5}$$

الْخُطْوَةُ 2: توجَدُ قيمَتانِ وَسيطِيَّتانِ.

إِذَنْ، الْوَسيطُ هُوَ الْوَسَطُ الْحِسابِيُّ لِهاتَيْنِ الْقيمَتَيْنِ:

$$\frac{3+3}{2} = 3$$

إِذَنْ، وَسيطُ الْبَياناتِ هُوَ 3

3 أَجِدُ الْوَسَطَ الْحِسابِيَّ لِلْبَياناتِ.

الطَّريقَةُ 1:

أَجِدُ مَجْموعَ الْقِيَمِ، بِتَكْرارِ جَمْعِ كُلٍّ مِنْها بِحَسَبِ التَّكْرارِ الْمُعْطى في الْجَدْوَلِ، ثُمَّ أَقْسِمُ النّاتِجَ عَلى عَدَدِ الْقِيَمِ (مَجْموعِ التَّكْراراتِ).

أَجْمَعُ الْقِيَمَ وَأَقْسِمُها عَلى عَدَدِها

$$\bar{x} = \frac{1+1+2+2+2+3+3+3+3+4+4+5}{12}$$

أُبَسِّطُ

$$= \frac{33}{12} = 2.75$$

الطَّريقَةُ 2:

يُمْكِنُ إِيجادُ مَجْموعِ الْقِيَمِ بِضَرْبِ كُلٍّ مِنْها في تَكْرارِها. أُضيفُ إِلى الْجَدْوَلِ عَمودًا لِأَكْتُبَ فيهِ نَواتِجَ الضَّرْبِ، وَصَفًّا لِأَكْتُبَ فيهِ الْمَجْموعَ.

عَدَدُ مَصابيحِ الْإِضاءَةِ (النِّيون) الْمُعَطَّلَةِ في الْغُرْفَةِ (x)	التَّكْرارُ (f)	$x \times f$
1	2	$1 \times 2 = 2$
2	3	$2 \times 3 = 6$
3	4	$3 \times 4 = 12$
4	2	$4 \times 2 = 8$
5	1	$5 \times 1 = 5$
المجموع	12	33

مَجْموعُ نَواتِجِ الضَّرْبِ

$$\bar{x} = \frac{33}{12}$$

أُبَسِّطُ

$$= 2.75$$

إِذَنْ، الْوَسَطُ الْحِسابِيُّ يُساوي 2.75، وَهِيَ الْقيمَةُ نَفْسُها الَّتي حَصَلْتُ عَلَيْها في الطَّريقَةِ الْأولى.

أتحقّقُ مِنْ فَهْمي:

زِراعَةٌ: يُبَيِّنُ الْجَدْوَلُ الْمُجاوِرُ عَدَدَ أَشْتالِ الزَّيْتونِ الَّتي غَرَسَتْها مَجْموعَةٌ مِنَ الطّالِباتِ في حَديقَةِ الْمَدْرَسَةِ.

التَّكْرارُ	عَدَدُ الْأَشْتالِ الَّتي غَرَسَتْها الطّالِبَةُ
2	0
4	1
3	2
6	3
3	4
2	5

4 أَجِدُ مِنْوالَ الْبَياناتِ.

5 أَجِدُ وَسيطَ الْبَياناتِ.

6 أَجِدُ الْوَسَطَ الْحِسابِيَّ لِلْبَياناتِ.

أَتَدَرَّبُ وَأَحُلُّ الْمَسائِلَ

1 يُبَيِّنُ الْجَدْوَلُ الْمُجاوِرُ عَلاماتِ مَجْموعَةٍ مِنَ الطَّلَبَةِ في اخْتِبارِ مادَّةِ الرِّياضِيّاتِ نِهايَتُهُ الْعُظْمى 20. أُنَظِّمُ الْبَياناتِ في جَدْوَلٍ تَكْرارِيٍّ.

عَلاماتُ الطَّلَبَةِ				
14	20	15	17	14
14	17	17	12	17
20	17	14	20	12
12	14	12	15	14
17	12	14	20	15

يُبَيِّنُ الْجَدْوَلُ الْمُجاوِرُ أَعْمارَ 24 بَقَرَةً بِالسَّنَواتِ في إِحْدى الْمَزارِعِ.

التَّكْرارُ	عُمْرُ الْبَقَرَةِ (سنة)
7	3
5	4
6	5
	6

2 ما عَدَدُ الْأَبْقارِ الَّتي عُمْرُها 6 سَنَواتٍ؟

3 ما عَدَدُ الْأَبْقارِ الَّتي يَقِلُّ عُمْرُها عَنْ 5 سَنَواتٍ؟

4 ما عَدَدُ الْأَبْقارِ الَّتي يَزيدُ عُمْرُها عَلى 4 سَنَواتٍ؟

5 ما عُمْرُ الْأَبْقارِ الْأَكْثَرِ تَكْرارًا.

يُبَيِّنُ الْجَدْوَلُ الْمُجاوِرُ عَدَدَ الْمُشْتَرِكينَ في أَحَدِ النَّوادي الرِّياضِيَّةِ خِلالَ 24 أُسْبوعًا.

عَدَدُ الْأَسابيعِ (التَّكْرارُ)	عَدَدُ الْمُشْتَرِكينَ
5	12
7	13
6	14
4	15
2	16

6 أَجِدُ مِنْوالَ الْبَياناتِ.

7 أَجِدُ وَسيطَ الْبَياناتِ.

8 أَجِدُ الْوَسَطَ الْحِسابِيَّ لِلْبَياناتِ.

أَجْرَتْ إِحْدى الْمَدارِسِ مَسْحًا لِتَحْديدِ عَدَدِ الْمَرّاتِ الَّتي تَأَخَّرَ فيها الطَّلَبَةُ في الْوُصولِ إِلى الْمَدْرَسَةِ خِلالَ أُسْبوعٍ، وَكانَتِ النَّتائِجُ كَما هُوَ مُبَيَّنٌ في الْجَدْوَلِ الْمُجاوِرِ.

التَّكْرارُ	عَدَدُ مَرّاتِ التَّأَخُّرِ
48	1
34	2
23	3
15	4
3	5
4	6

9 أَجِدُ مِنْوالَ الْبَياناتِ.

10 أَجِدُ الْوَسَطَ الْحِسابِيَّ لِلْبَياناتِ.

مَهاراتُ التَّفْكيرِ الْعُلْيا

مَعْلومَةٌ

تَتَكَوَّنُ حُفَرُ الشَّوارِعِ نَتيجَةَ الْماءِ الْمَوْجودِ في التُّرْبَةِ الَّتي أَسْفَلَ الشّارِعِ، إِذْ تُجْهِدُ حَرَكَةُ الْمُرورِ فَوْقَ الْمِنْطَقَةِ الَّتي تَحْتَها تُرْبَةٌ مُبْتَلَّةٌ سَطْحَ الْأَسْفَلْتِ وَتُكَسِّرُهُ.

11 **أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ:** يَعْمَلُ خالِدٌ مُهَنْدِسًا مَدَنِيًّا، وَقَدْ أَحْصى عَدَدَ الْحُفَرِ في عَدَدٍ مِنَ الشَّوارِعِ الْفَرْعِيَّةِ، وَنَظَّمَها في الْجَدْوَلِ التَّكْرارِيِّ الْآتي، ثُمَّ حَسَبَ الْوَسَطَ الْحِسابِيَّ لِعَدَدِ الْحُفَرِ في الشَّوارِعِ عَلى النَّحْوِ الْآتي. هَلْ حِسابُ خالِدٍ صَحيحٌ؟ أُبَرِّرُ إِجابَتي.

عَدَدُ الْأَسابيعِ (التَّكْرارُ)	عَدَدُ الْحُفَرِ في الشّارِعِ
5	5
8	6
6	7
3	8
5	9

✗ $5 + 8 + 6 + 3 + 5 = 27$

إِذَنْ، الْوَسَطُ الْحِسابِيُّ يُساوي $\frac{27}{5}$

12 **مَسْأَلَةٌ مَفْتوحَةٌ:** أَجْمَعُ بَياناتٍ مِنْ طَلَبَةِ صَفّي حَوْلَ عَدَدِ ساعاتِ نَوْمِهِمْ في الْيَوْمِ، ثُمَّ أُنَظِّمُ الْبَياناتِ الَّتي جَمَعْتُها في جَدْوَلٍ تَكْرارِيٍّ، ثُمَّ أَجِدُ الْوَسَطَ الْحِسابِيَّ لِلْبَياناتِ الَّتي جَمَعْتُها، وَمِنْوالَها وَوَسيطَها.

13 **أَكْتُبُ** كَيْفَ أَجِدُ وَسيطَ بَياناتٍ مُنَظَّمَةٍ في جَدْوَلٍ تَكْرارِيٍّ؟

الدرسُ 3 الْجَداوِلُ وَالْمُخَطَّطاتُ التَّكْرارِيَّةُ ذاتُ الْفِئاتِ

فِكْرَةُ الدَّرْسِ

أُمَثِّلُ الْبَياناتِ بِاسْتِعْمالِ الْجَداوِلِ وَالْمُخَطَّطاتِ التَّكْرارِيَّةِ ذاتِ الْفِئاتِ، وَأُفَسِّرُها.

الْمُصْطَلَحاتُ

الْفِئاتُ، الْجَداوِلُ التَّكْرارِيَّةُ ذَواتُ الْفِئاتِ، الْمُخَطَّطاتُ التَّكْرارِيَّةُ.

أَسْتَكْشِفُ

في ما يَأْتي عَدَدُ الْبَتَلاتِ في 16 وَرْدَةَ جورِيٍّ.

19	13	18	15
26	16	33	22
18	12	17	23
8	10	9	14

هَلْ يُمْكِنُ تَنْظيمُ هذِهِ الْبَياناتِ بِطَريقَةٍ مُبَسَّطَةٍ؟

تُسْتَعْمَلُ **الْفِئاتُ** (class intervals) لِتَجْميعِ الْبَياناتِ الْعَدَدِيَّةِ الْمُتَّصِلَةِ وَعَرْضِها عَرْضًا مُبَسَّطًا، فَمَثَلًا، يُمْكِنُ التَّعْبيرُ عَنْ جَميعِ الْأَعْدادِ الْأَكْبَرِ مِنْ أَوْ تُساوي 20 وَالْأَقَلِّ مِنْ 30 عَلى النَّحْوِ الْآتي:

$20 \leq x < 30$ ← لَيْسَ ضِمْنَ الْفِئَةِ — ضِمْنَ الْفِئَةِ →

تُسْتَعْمَلُ **الْجَداوِلُ التَّكْرارِيَّةُ ذَواتُ الْفِئاتِ** (frequency tables with class intervals) لِعَرْضِ الْبَياناتِ الْعَدَدِيَّةِ الْمُتَّصِلَةِ وَالْمُجَمَّعَةِ في فِئاتٍ مُتَساوِيَةِ الطّولِ، بِحَيْثُ تُقابِلُ كُلَّ فِئَةٍ عَدَدَ الْبَياناتِ الَّتي تَحْويها (التَّكْرارَ).

مثال 1: مِنَ الْحَياةِ

في ما يَأْتي أَطْوالُ الْأَسْماكِ الَّتي اصْطادَها مُرادٌ في أَحَدِ الْأَيّامِ مِنْ خَليجِ الْعَقَبَةِ.

6.59 cm	3.6 cm	1.5 cm	5.9 cm	12.8 cm	6.7 cm
10.8 cm	11.2 cm	7.1 cm	9.0 cm	8.3 cm	4.25 cm
15.0 cm	13.2 cm	9.1 cm	6.2 cm	17.3 cm	15.05 cm

1 أُنَظِّمُ أَطْوالَ الْأَسْماكِ في الْجَدْوَلِ التَّكْرارِيِّ الْمُجاوِرِ.

إِنَّ أَطْوالَ الْأَسْماكِ بَيانَاتٌ عَدَدِيَّةٌ مُتَّصِلَةٌ؛ لِذا أُلاحِظُ أَنَّهُ لا توجَدُ فَجْواتٌ بَيْنَ الْفِئاتِ، وَأَنَّها تُغَطّي الْأَطْوالَ جَميعَها لِلْأَسْماكِ. وَأُلاحِظُ أَيْضًا أَنَّ أَطْوالَ الْفِئاتِ في الْجَدْوَلِ مُتَساوِيَةٌ. أَمْلَأُ الْجَدْوَلَ بِاتِّباعِ الْخُطْوَتَيْنِ الْآتِيَتَيْنِ:

أَطْوالُ الْأَسْماكِ (l)		
التَّكْرارُ	الْإِشاراتُ	الطّولُ (cm)
		$0 \le l < 3$
		$3 \le l < 6$
		$6 \le l < 9$
		$9 \le l < 12$
		$12 \le l < 15$
		$15 \le l < 18$

الْخُطْوَةُ 1: أَضَعُ إِشاراتِ عَدِّ مُقابِلَ كُلِّ فِئَةٍ بِعَدَدِ الْأَسْماكِ الَّتي تَحْتَويها.

أَطْوالُ الْأَسْماكِ (l)		
التَّكْرارُ	الْإِشاراتُ	الطّولُ (cm)
	|	$0 \le l < 3$
	|||	$3 \le l < 6$
	𝍸	$6 \le l < 9$
	||||	$9 \le l < 12$
	||	$12 \le l < 15$
	|||	$15 \le l < 18$

الْخُطْوَةُ 2: أَكْتُبُ أَعْدادَ الْإِشاراتِ في عَمودِ التَّكْرارِ.

أَطْوالُ الْأَسْماكِ (l)		
التَّكْرارُ	الْإِشاراتُ	الطّولُ (cm)
1	|	$0 \le l < 3$
3	|||	$3 \le l < 6$
5	𝍸	$6 \le l < 9$
4	||||	$9 \le l < 12$
2	||	$12 \le l < 15$
3	|||	$15 \le l < 18$

تُوجَدُ سَمَكَةٌ واحِدَةٌ طولُها أَكْبَرَ مِنْ أَوْ يُساوي 0 cm وَأَقَلَّ مِنْ 3 cm

2 ما عَدَدُ الْأَسْماكِ الَّتي طولُها أَكْبَرَ مِنْ أَوْ يُساوي 9 cm؟

الْأَسْماكُ الَّتي طولُها أَكْبَرَ مِنْ أَوْ يُساوي 9 cm تَقَعُ في الْفِئاتِ الثَّلاثِ الْأَخيرَةِ، وَلِإِيجادِ عَدَدِها أَجْمَعُ تَكْراراتِ هذِهِ الْفِئاتِ الثَّلاثِ.

مَجْموعُ تَكْراراتِ الْفِئاتِ الثَّلاثِ الْأَخيرَةِ $4 + 2 + 3 = 9$

إِذَنْ، توجَدُ 9 سَمَكاتٍ طولُها أَكْبَرَ مِنْ أَوْ يُساوي 9 cm

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

في ما يَأْتي كُتَلُ **18** خَروفًا صَغيرًا:

16 kg	22 kg	6 kg	11 kg	13 kg	16 kg
14 kg	18 kg	19 kg	17 kg	21 kg	20 kg
25 kg	27 kg	16 kg	9 kg	5 kg	25 kg

3 أُنَظِّمُ الْبَياناتِ في الْجَدْوَلِ التَّكْرارِيِّ الْمُجاوِرِ.

كُتَلُ الْخِرافِ (w)		
التَّكْرارُ	الْإِشاراتُ	الْكُتْلَةُ (kg)
		$4 \le w < 8$
		$8 \le w < 12$
		$12 \le w < 16$
		$16 \le w < 20$
		$20 \le w < 24$
		$24 \le w < 28$

4 ما عَـدَدُ الْخِرافِ الَّتي كُتْلَةُ كُلٍّ مِنْها أَكْبَرُ مِنْ أَوْ تُساوي **12 kg**؟

تُسْـتَعْمَلُ الْفِئاتُ أَيْضًا لِتَجْميعِ الْبَياناتِ الْعَدَدِيَّةِ الْمُنْفَصِلَةِ وَعَرْضِها عَرْضًا مُبَسَّـطًا، فَمَثَلًا، يُمْكِنُ التَّعْبيرُ عَنْ جَميعِ الْأَعْدادِ الصَّحيحَةِ الْأَكْبَرِ مِنْ أَوْ تُساوي 5 وَالْأَقَلِّ مِنْ أَوْ تُساوي 10 بِاسْتِعْمالِ الْفِئَةِ 5–10

وَعِنْدَ تَمْثيلِ بَياناتٍ عَدَدِيَّةٍ مُنْفَصِلَةٍ بِاسْتِعْمالِ جَدْوَلٍ تَكْرارِيٍّ ذي فِئاتٍ تَظْهَرُ فَجْواتٌ بَيْنَ الْفِئاتِ الْمُتَتالِيَةِ.

مثال 2: مِنَ الْحَياةِ

في ما يَأْتي عَدَدُ ثِمارِ الرُّمّانِ الَّتي تَحْمِلُها **18** شَجَرَةً في مَزْرَعَةٍ سامِيَةَ.

32	26	48	29	26	18	21	40	37
17	44	39	20	36	33	43	26	19

1 أُنَظِّمُ الْبَياناتِ في الْجَدْوَلِ التَّكْراريِّ الْآتي:

إِنَّ أَعْدادَ ثِمارِ الرُّمّانِ بَياناتٌ عَدَدِيَّةٌ مُنْفَصِلَةٌ؛ لِذا أُلاحِظُ وُجودَ فَجْواتٍ بَيْنَ الْفِئاتِ. فَمَثَلًا، تَنْتَهي الْفِئَةُ الْأولى عِنْدَ الْعَدَدِ 20، وَتَبْدَأُ الْفِئَةُ الثّانِيَةُ عِنْدَ الْعَدَدِ 21؛ لِأَنَّهُ لا توجَدُ شَجَرَةٌ تَحْمِلُ عَدَدًا مِنَ الثِّمارِ يَقَعُ بَيْنَ 20 وَ21

أَمْلَأُ الْجَدْوَلَ بِاتِّباعِ الْخُطْوَتَيْنِ الْآتِيَتَيْنِ:

عَدَدُ ثِمارِ الرُّمّانِ		
التَّكْرارُ	الْإِشاراتُ	الْعَدَدُ
		15–20
		21–26
		27–32
		33–38
		39–44
		45–50

الْخُطْوَةُ 1: أَضَعُ إِشاراتِ عَدٍّ مُقابِلَ كُلِّ فِئَةٍ بِعَدَدِ الْأَشْجارِ الَّتي تَحْتَويها الْفِئَةُ.

عَدَدُ ثِمارِ الرُّمّانِ		
التَّكْرارُ	الْإِشاراتُ	الْعَدَدُ
	////	15–20
	////	21–26
	//	27–32
	///	33–38
	////	39–44
	/	45–50

توجَدُ 3 أَشْجارٍ عَدَدُ ثِمارِها بَيْنَ 33 وَ 38

الْخُطْوَةُ 2: أَكْتُبُ أَعْدادَ الْإِشاراتِ في عَمودِ التَّكْرارِ.

عَدَدُ ثِمارِ الرُّمّانِ		
التَّكْرارُ	الْإِشاراتُ	الْعَدَدُ
4	////	15–20
4	////	21–26
2	//	27–32
3	///	33–38
4	////	39–44
1	/	45–50

2 ما عَدَدُ الْأَشْجارِ الَّتي تَحْمِلُ 38 ثَمَرَةً عَلى الْأَكْثَرِ؟

الْأَشْجارُ الَّتي تَحْمِلُ 38 ثَمَرَةً عَلى الْأَكْثَرِ تَقَعُ في الْفِئاتِ الْأَرْبَعِ الْأولى، وَلِإيجادِ عَدَدِها أَجْمَعُ تَكْراراتِ هذِهِ الْفِئاتِ الْأَرْبَعِ.

مَجْموعُ تَكْراراتِ الْفِئاتِ الْأَرْبَعِ الْأولى $4 + 4 + 2 + 3 = 13$

إِذَنْ، توجَدُ 13 شَجَرَةً تَحْمِلُ 38 ثَمَرَةً عَلى الْأَكْثَرِ.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

سَأَلَتْ مُنى بَعْضَ زَميلاتِها عَنْ عَدَدِ أَقْلامِ التَّلْوينِ الَّتي لَدى كُلٍّ مِنْهُنَّ، فَكانَتِ الْإِجاباتُ على النَّحْوِ الْآتي:

18	12	9	15	4	0	11	10	2
7	14	16	12	6	13	12	5	17

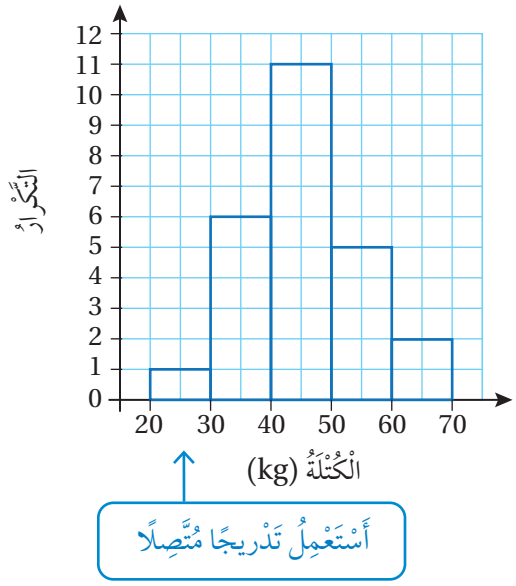
3 أُنَظِّمُ الْبَياناتِ في الْجَدْوَلِ التَّكْرارِيِّ الْآتي:

عَدَدُ أَقْلامِ التَّلْوينِ		
التَّكْرارُ	الْإِشاراتُ	الْعَدَدُ
		0–3
		4–7
		8–11
		12–15
		16–19

4 ما عَدَدُ الطّالِباتِ اللّاتي لَدى كُلٍّ مِنْهُنَّ 12 قَلَمًا أَوْ أَكْثَرَ؟

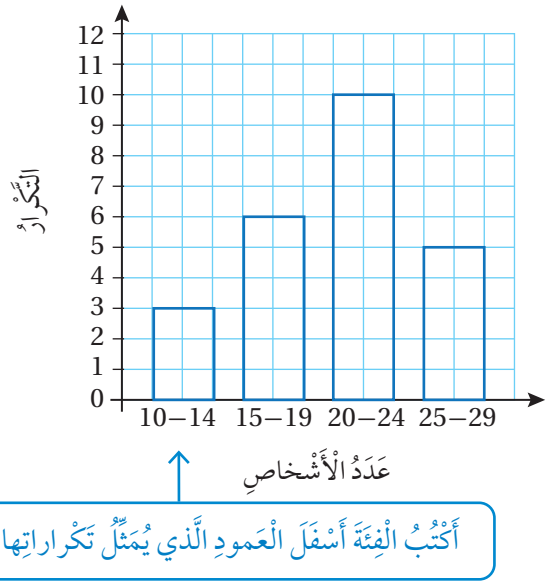
تُسْتَعْمَلُ **الْمُخَطَّطاتُ التَّكْرارِيَّةُ** (frequency diagrams) لِعَرْضِ الْبَياناتِ الْعَدَدِيَّةِ الْمُجَمَّعَةِ في فِئاتٍ بِنَوْعَيْها: الْمُتَّصِلَةِ، وَالْمُنْفَصِلَةِ.

بَياناتٌ عَدَدِيَّةٌ مُتَّصِلَةٌ



أَسْتَعْمِلُ تَدْريجًا مُتَّصِلًا

بَياناتٌ عَدَدِيَّةٌ مُنْفَصِلَةٌ



أَكْتُبُ الْفِئَةَ أَسْفَلَ الْعَمودِ الَّذي يُمَثِّلُ تَكْراراتِها

مثال 3

اخْتارَتْ صَفاءُ 40 كَلِمَةً عَشْوائِيًّا مِنْ كِتابِ اللُّغَةِ الْإِنْجِليزِيَّةِ، وَسَجَّلَتْ عَدَدَ الْأَحْرُفِ في كُلٍّ مِنْها، ثُمَّ نَظَّمَتِ الْبَياناتِ في الْجَدْوَلِ التَّكْرارِيِّ الْمُجاوِرِ. أُمَثِّلُ الْبَياناتِ بِاسْتِعْمالِ مُخَطَّطٍ تَكْرارِيٍّ.

عَدَدُ الْأَحْرُفِ	
التَّكْرارُ	الْعَدَدُ
14	1–3
15	4–6
6	7–9
5	10–12

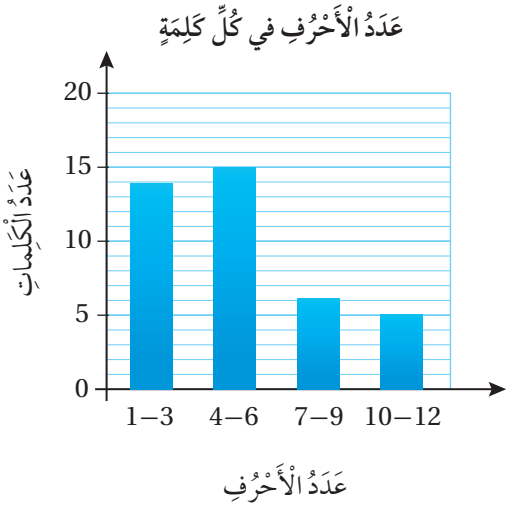
إِنَّ عَدَدَ الْأَحْرُفِ في الْكَلِماتِ بَياناتٌ عَدَدِيَّةٌ مُنْفَصِلَةٌ؛ لِذا أَرْسُمُ مُخَطَّطًا تَكْرارِيًّا يَحْتَوي أَعْمِدَةً غَيْرَ مُتَلاصِقَةٍ.

أَرْسُمُ مُخَطَّطًا تَكْرارِيًّا بِاتِّباعِ الْخُطُواتِ الْآتِيَةِ:

الْخُطْوَةُ 1: أَرْسُمُ مِحْوَرَيْنِ: أُفُقِيًّا، وَعَمودِيًّا، وَأَكْتُبُ الْفِئاتِ أَسْفَلَ الْمِحْوَرِ الْأُفُقِيِّ، ثُمَّ أَضَعُ تَدْريجًا مُناسِبًا لِلْمِحْوَرِ الْعَمودِيِّ.

الْخُطْوَةُ 2: أُسَمّي كُلًّا مِنَ الْمِحْوَرَيْنِ، ثُمَّ أَكْتُبُ عُنْوانًا مُناسِبًا لِلْمُخَطَّطِ التَّكْرارِيِّ.

الْخُطْوَةُ 3: أَرْسُمُ عَمودًا يُمَثِّلُ ارْتِفاعُهُ تَكْرارَ كُلِّ فِئَةٍ.



أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

تَمارينُ رِياضِيَّةٌ: يُبَيِّنُ الْجَدْوَلُ التَّكْرارِيُّ الْآتي عَدَدَ مَرّاتِ تَمارينِ الضَّغْطِ الَّتي اسْتَطاعَ طَلَبَةُ الصَّفِّ السّادِسِ الْقِيامَ بِها في اخْتِبارِ اللِّياقَةِ الْبَدَنِيَّةِ. أُمَثِّلُ الْبَياناتِ بِاسْتِعْمالِ مُخَطَّطٍ تَكْرارِيٍّ.

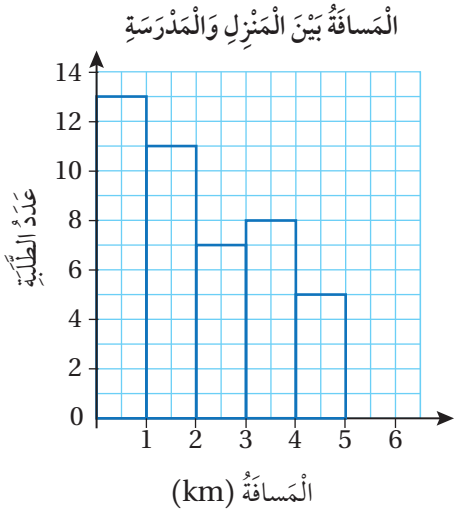
عَدَدُ مَرّاتِ الضَّغْطِ	0–8	9–17	18–26	27–35
عَدَدُ الطَّلَبَةِ	11	13	6	4

إِرْشادٌ: أَسْتَعْمِلُ أَوْراقَ الْمُرَبَّعاتِ الْمَوْجودَةَ في نِهايَةِ كِتابِ التَّمارينِ.

يُمْكِنُني في بَعْضِ الْأَحْيانِ أَنْ أُكْمِلَ الْمُخَطَّطَ التَّكْرارِيَّ إِذا عَلِمْتُ مَجْموعَ التَّكْراراتِ.

مثال 4

يُبَيِّنُ الْمُخَطَّطُ التَّكْرارِيُّ الْمُجاوِرُ الْمَسافاتِ بَيْنَ مَنازِلِ 50 طالِبًا وَبَيْنَ الْمَدْرَسَةِ بِالْكيلومِتْرِ، إِلّا أَنَّ الْعَمودَ الْأَخيرَ لَمْ يُرْسَمْ. أُكْمِلُ الْمَخَطَّطَ التَّكْرارِيَّ.



بِما أَنَّ عَدَدَ الطَّلَبَةِ يُساوي 50 فَإِنَّ مَجْموعَ تَكْراراتِ الْفِئاتِ يُساوي 50

لِإيجادِ تَكْرارِ الْفِئَةِ الْأَخيرَةِ (ارْتِفاعِ الْعَمودِ)، أَجْمَعُ التَّكْراراتِ الْمَعلومَةَ وَأَطْرَحُ النّاتِجَ مِنَ الْعَدَدِ 50

أُلاحِظُ أَنَّ تَكْراراتِ الْفِئاتِ الْخَمْسِ الأولى هِيَ: 13, 11, 7, 8, 5

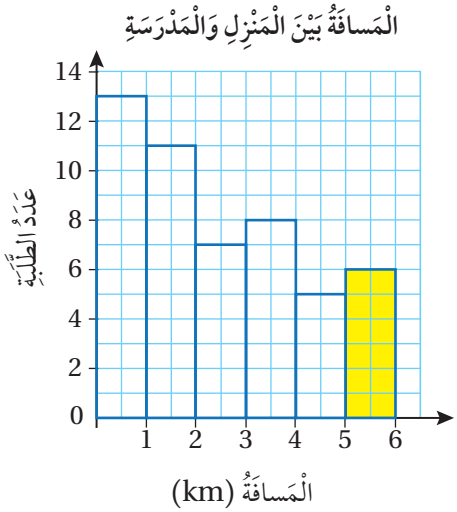
مَجْموعُ تَكْراراتِ الْفِئاتِ الْخَمْسِ الْأولى

$$13 + 11 + 7 + 8 + 5 = 44$$

أَطْرَحُ الْمَجْموعَ مِنْ 50

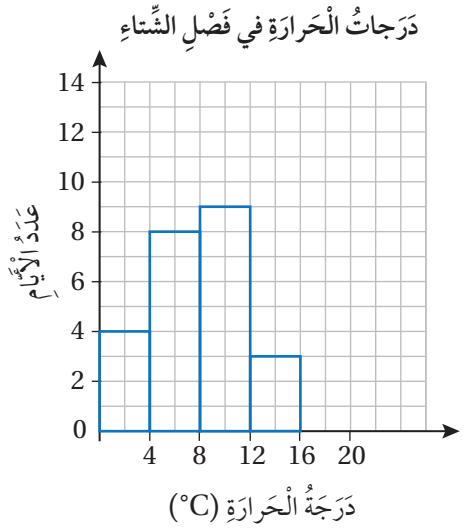
$$50 - 44 = 6$$

إِذَنْ، ارْتِفاعُ الْعَمودِ الْأَخيرِ يُساوي 6



أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

يُبَيِّنُ الْمُخَطَّطُ التَّكْرارِيُّ الْمُجاوِرُ دَرَجاتِ الْحَرارَةِ في 31 يَوْمًا مِنْ فَصْلِ الشِّتاءِ، إِلّا أَنَّ الْعَمودَ الْأَخيرَ لَمْ يُرْسَمْ. أُكْمِلُ الْمُخَطَّطَ التَّكْرارِيَّ.



أَتَدَرَّبُ وَأَحُلُّ الْمَسائِلَ

في ما يَأْتي ارْتِفاعُ 12 شَجَرَةً في مَزْرَعَةٍ بِالْأَمْتارِ.

3.5 m	2.9 m	5.1 m	7.9 m
6.0 m	9.1 m	5.5 m	1.2 m
4.5 m	8.3 m	7.7 m	6.3 m

1 أُنَظِّمُ هٰذِهِ الْبَياناتِ في الْجَدْوَلِ التَّكْرارِيِّ الْمُجاوِرِ.

التَّكْرارُ	الْإِشاراتُ	الِارْتِفاعُ (m)
		$0 \le h < 2$
		$2 \le h < 4$
		$4 \le h < 6$
		$6 \le h < 8$
		$8 \le h < 10$

2 ما عَدَدُ الْأَشْجارِ الَّتي ارْتِفاعُها أَقَلُّ مِنْ 4 m؟

مَعْلومَةٌ

أَحْمَدُ شَوْقي (1868–1932) م هُوَ كاتِبٌ وَشاعِرٌ مِصْرِيٌّ، يُعَدُّ أَشْهَرَ شُعَراءِ الْعَصْرِ الْحَديثِ، وَيُلَقَّبُ بِأَميرِ الشُّعَراءِ، وَلَهُ ديوانٌ شِعْرِيٌّ يُسَمّى (الشَّوْقِيّاتُ).

في ما يَأْتي عَدَدُ أَبْياتِ الشِّعْرِ الَّتي حَفِظَها عَدَدٌ مِنَ الطَّلَبَةِ مِنْ قَصيدَةِ (الْهَمْزِيَّةُ النَّبَوِيَّةُ) لِلشّاعِرِ أَحْمَد شَوْقي.

23	29	31	36	20	35
19	27	15	33	18	24
10	25	17	14	39	31

3 أُنَظِّمُ هٰذِهِ الْبَياناتِ في الْجَدْوَلِ التَّكْرارِيِّ الْمُجاوِرِ.

التَّكْرارُ	الْإِشاراتُ	عَدَدُ الْأَبْياتِ
		10 – 15
		16–21
		22–27
		28–33
		34–39

4 ما عَدَدُ الطَّلَبَةِ الَّذينَ حَفِظوا 22 بَيْتًا أَوْ أَكْثَرَ؟

التَّكْرارُ	الْكُتْلَةُ (g)
4	$0 \le h < 5$
7	$5 \le h < 10$
6	
8	$15 \le h < 20$
	$20 \le h < 25$

5 أَكْتُبُ الْفِئَةَ الْمَفْقودَةَ في الْجَدْوَلِ التَّكْرارِيِّ الْمُجاوِرِ.

6 إِذا كانَ مَجْموعُ التَّكْراراتِ في الْجَدْوَلِ الْمُجاوِرِ يُساوي 41، فَأَجِدُ تَكْرارَ الْفِئَةِ: $20 \le h < 25$

إِرْشادٌ

أَسْتَعْمِلُ أَوْراقَ الْمُرَبَّعاتِ الْمَوْجودَةَ في نِهايَةِ كِتابِ التَّمارينِ.

أُحَدِّدُ ما إِذا كانَتِ الْبَياناتُ الْمُعْطاةُ في كُلٍّ مِمّا يَأْتي عَدَدِيَّةً مُتَّصِلَةً أَمْ عَدَدِيَّةً مُنْفَصِلَةً، ثُمَّ أُمَثِّلُها بِاسْتِعْمالِ مُخَطَّطٍ تَكْرارِيٍّ:

8

التِّكْرارُ	عَدَدُ الْحَشَراتِ
6	0 – 4
11	5 – 9
14	10 – 14
9	15 – 19

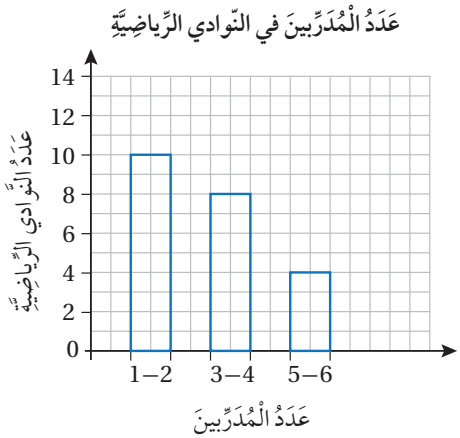
7

عَدَدُ الشّاحِناتِ	طولُ الشّاحِنَةِ (x)
9	$8 \le x < 10$
16	$10 \le x < 12$
8	$12 \le x < 14$
7	$14 \le x < 16$

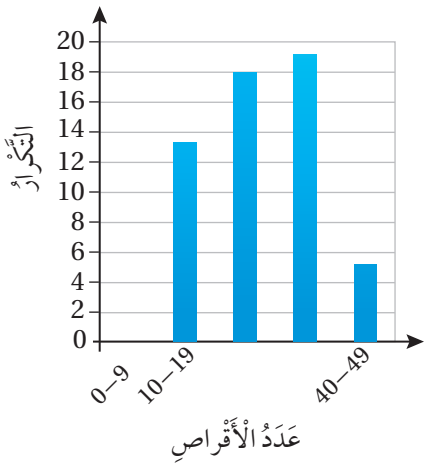
أَتَذَكَّرُ

عَدَدُ الْمُدَرِّبينَ هُوَ بياناتٌ عَدَدِيَّةٌ مُنْفَصِلَةٌ؛ لِذلِكَ توجَدُ فَراغاتٌ بَيْنَ أَعْمِدَةِ الْمُخَطَّطِ التِّكْرارِيِّ.

9 **رِياضَةٌ:** يُبَيِّنُ الْمُخَطَّطُ التِّكْرارِيُّ الْمُجاوِرُ عَدَدَ الْمُدَرِّبينَ في 30 ناديًا رِياضِيًّا، إِلّا أَنَّ الْعَمودَ الْأَخيرَ لَمْ يُرْسَمْ. أُكْمِلُ الْمُخَطَّطَ التِّكْرارِيَّ.



أَقْراصٌ مُدْمَجَةٌ: يُمَثِّلُ كُلٌّ مِنَ الْجَدْوَلِ التِّكْرارِيِّ وَالْمُخَطَّطِ التِّكْرارِيِّ الْآتِيَيْنِ عَدَدَ الْأَقْراصِ الْمُدْمَجَةِ التَّعْليمِيَّةِ الَّتي يَمْتَلِكُها 70 طالِبًا وَطالِبَةً.



10 أَسْتَعْمِلُ الْمُخَطَّطَ التِّكْرارِيَّ لِإِكْمالِ الْجَدْوَلِ التِّكْرارِيِّ.

التِّكْرارُ	عَدَدُ الْأَقْراصِ
15	
	10–19
	20–29
19	
	40–49

11 أَسْتَعْمِلُ الْجَدْوَلَ التِّكْرارِيَّ لِإِكْمالِ الْمُخَطَّطِ التِّكْرارِيِّ.

مُـرورٌ: يُبَيِّنُ الْجَـدْوَلُ التَّكْـرارِيُّ الْمُجاوِرُ سُـرْعَةَ السَّـيّاراتِ الَّتي مَرَّتْ أَمامَ مَدْرَسَـةِ يوسُفَ خِلالَ ساعَةٍ:

السُّرْعَةُ (km/h)	التَّكْرارُ
$0 \le s < 10$	1
$10 \le s < 20$	5
$20 \le s < 30$	6
$30 \le s < 40$	10
$40 \le s < 50$	5
$50 \le s < 60$	4

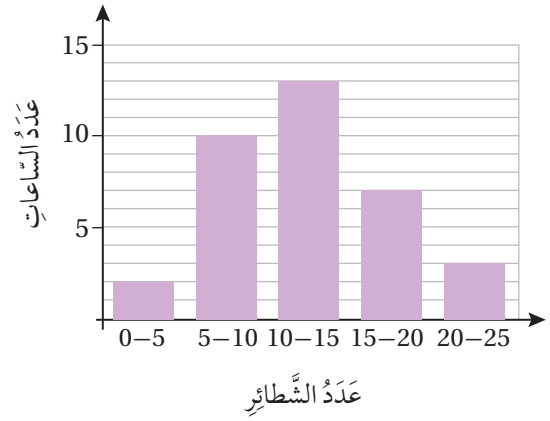
12 ما عَدَدُ السَّـيّاراتِ الَّتي مَرَّتْ أَمامَ الْمَدْرَسَةِ خِلالَ هذِهِ السّاعَةِ؟

13 ما عَدَدُ السَّيّاراتِ الَّتي كانَتْ سُرْعَتُها أَقَلَّ مِنْ 30 km/h؟

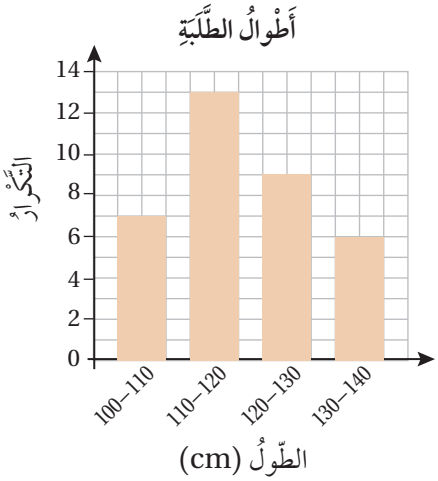
14 إِذا كانَتِ السُّرْعَةُ الْمُقَرَّرَةُ في الشّارِعِ الَّذي تَقَعُ فيهِ الْمَدْرَسَةُ أَقَلَّ مِنْ 40 km/h، فَما عَدَدُ السَّيّاراتِ الَّتي تَجاوَزَتِ السُّرْعَةَ الْمُقَرَّرَةَ؟

مَهاراتُ التَّفْكيرِ الْعُلْيا

15 **أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ:** رَسَمَتْ مَنالُ الْمُدَرَّجَ التَّكْرارِيَّ الْمُجاوِرَ لِتُمَثِّـلَ عَدَدَ الشَّـطائِرِ الَّتي باعَهـا مَطْعَمُهـا خِلالَ 35 ساعَةَ عَمَلٍ. أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ في تَمْثيلِ مَنالَ، وَأُصَحِّحُهُ.



16 **أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ:** رَسَـمَ راشِدٌ الْمُخَطَّطَ التَّكْراريَّ الْمُجاوِرَ لِتَمْثيلِ أَطْوالِ بَعْضِ الْأَطْفـالِ. أَكْتَشِـفُ الْخَطَأَ فـي تَمْثيلِ راشِدٍ، وَأُصَحِّحُهُ.



17 **أَكْتُبُ** أَصِـفُ كَيْفِيَّةَ تَمْثيلِ بَياناتٍ عَدَدِيَّـةٍ مُنْفَصِلَـةٍ بِاسْـتِعْمالِ مُخَطَّطٍ تَكْرارِيٍّ.

الدرسُ 4 الْقِطاعاتُ الدّائِرِيَّةُ

فِكْرَةُ الدَّرْسِ

أَقْرَأُ بَياناتٍ مُمَثَّلَةٍ بِالْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ، وَأُفَسِّرُها وَأَحُلُّها.

الْمُصْطَلَحاتُ

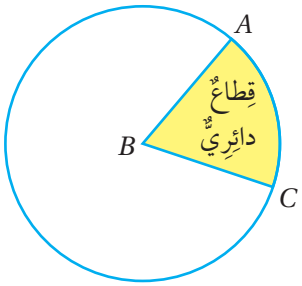
الْقِطاعاتُ الدّائِرِيَّةُ.

أَسْتَكْشِفُ

سَأَلَتْ سَمَرُ عَدَدًا مِنْ صَديقاتِها عَنِ الْفاكِهَةِ الَّتي يُفَضِّلْنَها، وَنَظَّمَتِ الْبَياناتِ في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ. ما الْكَسْرُ الَّذي يُمَثِّلُ الطّالِباتِ اللّاتي يُفَضِّلْنَ التُّفّاحَ؟

الْفاكِهَةُ الْمُفَضَّلَةُ

تَعَلَّمْتُ سابِقًا أَنَّ الْقِطاعَ الدّائِرِيَّ جُزْءٌ مِنَ الدّائِرَةِ مَحْصورٌ بَيْنَ نِصْفَيْ قُطْرَيْنِ وَقَوْسٍ مِنَ الدّائِرَةِ كَما في الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ. وَتُسَمّى $\angle ABC$ زاوِيَةَ الْقِطاعِ الدّائِرِيِّ.



عِنْدَ تَمْثيلِ الْبَياناتِ بِاسْتِعْمالِ **الْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ** (pie charts) فَإِنَّ كُلَّ قِطاعٍ في الدّائِرَةِ يُمَثِّلُ إِحْدى فِئاتِ الْبَياناتِ.

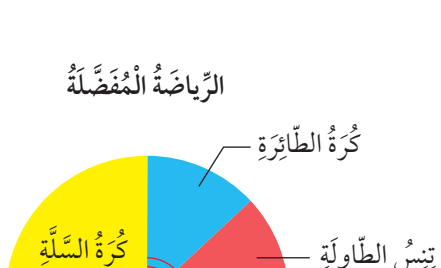
يُظْهِرُ التَّمْثيلُ بِالْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ نِسْبَةَ تَكْرارِ كُلِّ فِئَةٍ في الْبَياناتِ إِلى تَكْرارِ الْبَياناتِ جَميعِها بَدَلًا مِنْ إِظْهارِ تَكْراراتِ تِلْكَ الْفِئاتِ، لِذلِكَ فَهُوَ مُناسِبٌ لِمُقارَنَةِ تَكْرارِ كُلِّ فِئَةٍ مِنَ الْبَياناتِ بِالْمَجْموعِ الْكُلِّيِّ لِلْبَياناتِ.

إِذا أَرَدْنا مُقارَنَةَ تَكْراراتِ فِئاتِ الْبَياناتِ بِبَعْضِها بَعْضًا، فَإِنَّ اسْتِعْمالَ التَّمْثيلِ بِالْأَعْمِدَةِ أَنْسَبُ مِنَ الْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ.

مِثال 1

يُوَضِّحُ التَّمْثيلُ بِالْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ الْمُجاوِرُ الرِّياضاتِ الْمُفَضَّلَةَ لِطَلَبَةِ الصَّفِّ السّادِسِ في مَدْرَسَةِ حَمْزَةَ.

الرِّياضَةُ الْمُفَضَّلَةُ



1 ما الرِّياضَةُ الْأَكْثَرُ تَفْضيلًا لَدى طَلَبَةِ الصَّفِّ السّادِسِ؟

أَكْبَرُ قِطاعٍ في الدّائِرَةِ يُمَثِّلُ كُرَةَ الْقَدَمِ، إِذَنْ كُرَةُ الْقَدَمِ هِيَ الرِّياضَةُ الْأَكْثَرُ تَفْضيلًا.

2 ما الرِّياضَتانِ اللَّتانِ يُفَضِّلُهُما الْعَدَدُ نَفْسُهُ مِنَ الطَّلَبَةِ؟

يَظْهَرُ في الدّائِرَةِ قِطاعانِ مُتَساوِيانِ يُمَثِّلانِ كُرَةَ الطّائِرَةِ وَتِنِسَ الطّاوِلَةِ؛ إِذَنْ يُفَضِّلُ الْعَدَدُ نَفْسُهُ مِنَ الطَّلَبَةِ كُرَةَ الطّائِرَةِ وَتِنِسَ الطّاوِلَةِ.

3 ما النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ لِلطَّلَبَةِ الَّذين يُفَضِّلونَ كُرَةَ السَّلَّةِ؟

أُلاحِظُ أَنَّ $\frac{1}{4}$ مِساحَةِ الدّائِرَةِ تُمَثِّلُ كُرَةَ السَّلَّةِ.

أَكْتُبُ الْكَسْرَ $\frac{1}{4}$ عَلى صورَةِ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ:

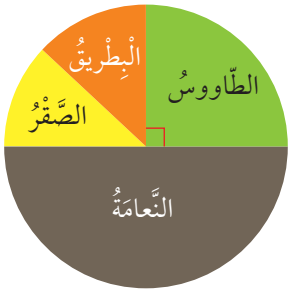
$$\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$$

إِذَنْ، النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ لِلطَّلَبَةِ الَّذين يُفَضِّلونَ كُرَةَ السَّلَّةِ هِيَ 25%

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

يُوَضِّحُ التَّمْثيلُ بِالْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ الْمُجاوِرُ الطُّيورَ الَّتي فَضَّلَتْها طالِباتُ الصَّفِّ السّادِسِ عِنْدَ زِيارَتِهِنَّ حَديقَةَ الطُّيورِ:

الطَّيْرُ الْمُفَضَّلُ



4 ما الطّائِرُ الْأَكْثَرُ تَفْضيلًا؟

5 ما الطّائِرُ الَّذي فَضَّلَتْهُ رُبْعُ الطّالِباتِ؟

6 ما نِسْبَةُ الطّالِباتِ اللّاتي فَضَّلْنَ الصَّقْرَ؟

عِنْدَ تَمْثيلِ الْبَياناتِ بِالْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ أُحَوِّلُ التَّكْراراتِ إِلى كُسورٍ (أَوْ نِسَبٍ مِئَوِيَّةٍ)، ثُمَّ أَضْرِبُ الْكُسورَ في 360° لِأَجِدَ قِياسَ زاوِيَةِ كُلِّ قِطاعٍ.

مِثال 2: مِنَ الْحَياةِ

سَجَّلَ مُرادٌ أَلْوانَ الْأَحْذِيَةِ الرِّياضِيَّةِ الَّتي يَرْتَديها طَلَبَةُ الصَّفِّ السّادِسِ في الْجَدْوَلِ أَدْناهُ.

أُمَثِّلُ الْبَياناتِ بِالْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ.

اللَّوْنُ	أَسْوَدُ	أَبْيَضُ	أَزْرَقُ	بُنِّيٌّ	أَخْضَرُ
عَدَدُ الطَّلَبَةِ	38	22	10	4	6

الْخُطْوَةُ 1: أَجِدُ عَدَدَ الطَّلَبَةِ جَميعِهِمُ الَّذينَ سَجَّلَ مُرادٌ أَلْوانَ أَحْذِيَتِهِمْ.

$$38 + 22 + 10 + 4 + 6 = 80$$

الْخُطْوَةُ 2: أَجِدُ زاوِيَةَ كُلِّ قِطاعٍ دائِرِيٍّ.

أَضْرِبُ الْكَسْرَ الَّذي يُمَثِّلُ عَدَدَ الطَّلَبَةِ الَّذين يَرْتَدونَ كُلَّ لَوْنٍ مِنَ الْأَحْذِيَةِ في 360° (مَجْموعُ قِياساتِ الزَّوايا حَوْلَ نُقْطَةٍ) كَما في الْجَدْوَلِ الْمُجاوِرِ.

اللَّوْنُ	زاوِيَةُ الْقِطاعِ
أَسْوَدُ	$\frac{38}{80} \times 360° = 171°$
أَبْيَضُ	$\frac{22}{80} \times 360° = 99°$
أَزْرَقُ	$\frac{10}{80} \times 360° = 45°$
بُنِّيٌّ	$\frac{4}{80} \times 360° = 18°$
أَخْضَرُ	$\frac{6}{80} \times 360° = 27°$
الْمَجْموعُ	360°

أَتَحَقَّقُ: يَجِبُ أَنْ يَكونَ مَجْموعُ قِياساتِ زَوايا الْقِطاعاتِ 360°

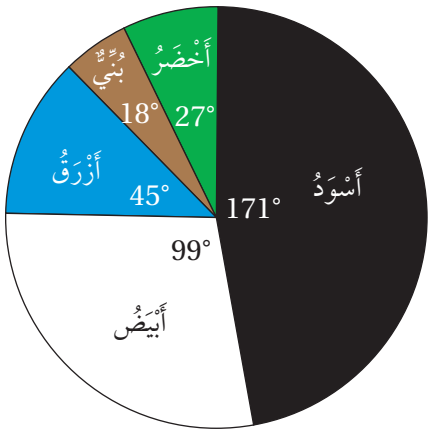
$171° + 99° + 45° + 18° + 27° \stackrel{?}{=} 360°$

$360° = 360°$ ✓

الْخُطْوَةُ 3: أَرْسُمُ الْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةَ بِاتِّباعِ الْخُطْوَتَيْنِ الْآتِيَتَيْنِ:

- أَرْسُمُ دائِرَةً بِمَقاسٍ مُناسِبٍ، ثُمَّ أَرْسُمُ نِصْفَ قُطْرٍ أُفُقِيٍّ فيها.
- بَدْءًا مِنْ نِصْفِ الْقُطْرِ الْأُفُقِيِّ، أَرْسُمُ بِاسْتِخْدامِ الْمِنْقَلَةِ زَوايا قِياساتُها كَما في الْجَدْوَلِ أَعْلاهُ.

أَلْوانُ الْأَحْذِيَةِ الرِّياضِيَّةِ



الْخُطْوَةُ 4: أَكْتُبُ اسْمَ كُلِّ قِطاعٍ، ثُمَّ أَكْتُبُ عُنْوانًا مُناسِبًا أَعْلى التَّمْثيلِ.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

يُبَيِّنُ الْجَدْوَلُ الْآتي فَصيلَةَ دَمِ مُراجِعي مُخْتَبَرٍ طِبِّيٍّ في أَحَدِ الْأَيّامِ. أُمَثِّلُ هذِهِ الْبَياناتِ بِالْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ:

فَصيلَةُ الدَّمِ	A	B	AB	O
عَدَدُ الْمَرْضى	40	10	5	45

إِذا عَلِمْتُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ لِكُلِّ فِئَةٍ في الْبَياناتِ، فَإِنَّهُ يُمْكِنُني أَيْضًا أَنْ أُمَثِّلَها بِالْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ.

مثال 3

يُبَيِّنُ الْجَدْوَلُ الْآتي أَلْوانَ السَّيّاراتِ الَّتي تَصْطَفُّ في مَوْقِفٍ لِلسَّيّاراتِ وَنِسْبَةَ السَّيّاراتِ مِنْ كُلِّ لَوْنٍ.

1 أُمَثِّلُ الْبَياناتِ بِاسْتِعْمالِ الْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ.

لَوْنُ السَّيّارَةِ	أَبْيَضُ	أَحْمَرُ	أَسْوَدُ	فِضِّيٌّ
النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ	10%	20%	30%	40%

الْخُطْوَةُ 1: أَجِدُ قِياسَ زاوِيَةِ كُلِّ قِطاعٍ:

$$360^\circ \times 10\% = 360^\circ \times \frac{10}{100} = 36^\circ$$

$$360^\circ \times 20\% = 360^\circ \times \frac{20}{100} = 72^\circ$$

$$360^\circ \times 30\% = 360^\circ \times \frac{30}{100} = 108^\circ$$

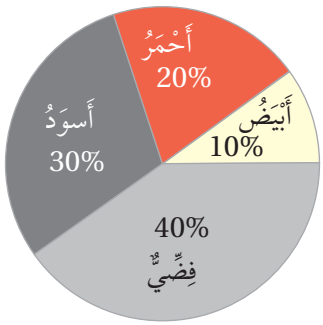
$$360^\circ \times 40\% = 360^\circ \times \frac{40}{100} = 144^\circ$$

الْخُطْوَةُ 2: أَرْسُمُ الْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةَ.

- أَرْسُمُ دائِرَةً بِمَقاسٍ مُناسِبٍ، ثُمَّ أَرْسُمُ نِصْفَ قُطْرٍ أُفُقِيٍّ فيها.
- بَدْءًا مِنْ نِصْفِ الْقُطْرِ الْأُفُقِيِّ، أَرْسُمُ بِاسْتِخْدامِ الْمِنْقَلَةِ زَوايا قِياساتُها كَما في الْخُطْوَةِ 1

الْخُطْوَةُ 3: أَكْتُبُ اسْمَ كُلِّ قِطاعٍ وَنِسْبَتَهُ الْمِئَوِيَّةَ، ثُمَّ أَكْتُبُ عُنْوانًا مُناسِبًا أَعلى التَّمْثيلِ.

أَلْوانُ السَّيّاراتِ



2 إِذا كانَ عَدَدُ السَّيّاراتِ الَّتي تَصْطَفُّ في الْمَوْقِفِ 60 سَيّارَةً، فَما عَدَدُ السَّيّاراتِ الْبَيْضاءِ؟

لِإيجادِ عَدَدِ السَّيّاراتِ الْبَيْضاءِ أَضْرِبُ نِسْبَةَ السَّيّاراتِ الْبَيْضاءِ بِالْعَدَدِ الْكُلِّيِّ لِلسَّيّاراتِ.

نِسْبَةُ السَّيّاراتِ الْبَيْضاءِ تُساوي 10%

أُبَسِّطُ

$$10\% \times 60 = \frac{10}{100} \times 60$$

$$= 6$$

إِذَنْ، توجَدُ في الْمَوْقِفِ 6 سَيّاراتٍ بَيْضاءَ.

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

يُبَيِّنُ الْجَدْوَلُ الْآتي أَنْواعَ أَشْتالِ الْوُرودِ الَّتي زَرَعَتْها ابْتِسامُ في حَديقَتِها وَالنِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ لِكُلِّ نَوْعٍ.

3 أُمَثِّلُ الْبَياناتِ بِاسْتِعْمالِ الْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ.

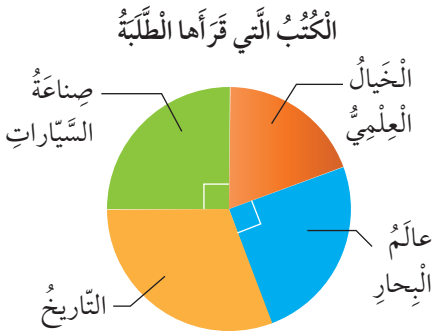
النَّوْعُ	زَنْبَقٌ	قَرَنْفُلٌ	رَيْحانٌ
النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ	35%	40%	25%

4 إِذا زَرَعَتِ ابْتِسامُ 40 شَتْلَةً مِنَ الْأَنْواعِ جَميعِها، فَما عَدَدُ شَتْلاتِ الْقَرَنْفُلِ الَّتي زَرَعَتْها؟

يُمْكِنُ اسْتِخْلاصُ كَثيرٍ مِنَ الْمَعْلوماتِ مِنْ بَياناتٍ مُمَثَّلَةٍ بِالْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ.

مثال 4

يُبَيِّنُ التَّمْثيلُ بِالْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ الْمُجاوِرُ مَوْضوعاتِ الْكُتُبِ الَّتي قَرَأَها طَلَبَةُ الصَّفِّ السّادِسِ عِنْدَ زِيارَتِهِمْ مَكْتَبَةَ الْمَدْرَسَةِ.



1 ما الْكَسْرُ الَّذي يُمَثِّلُ الطَّلَبَةَ الَّذين قَرَؤوا كُتُبًا حَوْلَ عالَمِ الْبِحارِ؟

بِما أَنَّ زاوِيَةَ الْقِطاعِ الَّذي يُمَثِّلُ عالَمَ الْبِحارِ قائِمَةٌ، فَإِنَّ الْكَسْرَ الَّذي يُمَثِّلُ هذا الْقِطاعَ هُوَ:

$$\frac{90^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{4}$$

إِذَنْ، قَرَأَ رُبْعُ الطَّلَبَةِ كُتُبًا حَوْلَ عالَمِ الْبِحارِ.

2 إِذا قَرَأَ 8 طَلَبَةٍ كُتُبًا حَوْلَ عالَمِ الْبِحارِ، فَما عَدَدُ طَلَبَةِ الصَّفِّ السّادِسِ؟

أَفْتَرِضُ أَنَّ x تُمَثِّلُ عَدَدَ طَلَبَةِ الصَّفِّ السّادِسِ. أَسْتَعْمِلُ الْكَسْرَ الَّذي حَصَلْتُ عَلَيْهِ في السُّؤالِ السّابِقِ وَعَدَدَ الطَّلَبَةِ الَّذينَ قَرَؤوا كُتُبًا حَوْلَ عالَمِ الْبِحارِ لِكِتابَةِ مُعادَلَةٍ.

عَدَدُ الطَّلَبَةِ الَّذينَ قَرَؤوا كُتُبًا حَوْلَ عالَمِ الْبِحارِ يُساوي 8 $\quad \frac{1}{4}x = 8$

أَضْرِبُ طَرَفَيِ الْمُعادَلَةِ في 4 $\quad x = 32$

إِذَنْ، عَدَدُ طَلَبَةِ الصَّفِّ السّادِسِ يُساوي 32

3 **إِذا قَرَأَ 10 طَلَبَةٍ كُتُبًا حَوْلَ التّاريخِ، فَما عَدَدُ الطَّلَبَةِ الَّذينَ قَرَؤوا كُتُبًا حَوْلَ الْخَيالِ الْعِلْمِيِّ؟**

بِما أَنَّ الْقِطاعَيْنِ اللَّذَيْنِ يُمَثِّلانِ عالَمَ الْبِحارِ وَصِناعَةَ السَّيّاراتِ لَهُما قِياسُ الزّاوِيَةِ نَفْسُهُ، فَإِنَّ عَدَدَ الطَّلَبَةِ الَّذينَ قَرَؤوا كُتُبًا في هذَيْنِ الْمَوْضوعَيْنِ مُتَساوٍ. إِذَنْ، قَرَأَ 8 طَلَبَةٍ كُتُبًا حَوْلَ صِناعَةِ السَّيّاراتِ. أَطْرَحُ لِأَجِدَ عَدَدَ الطَّلَبَةِ الَّذين قَرَؤوا كُتُبًا حَوْلَ الْخَيالِ الْعِلْمِيِّ.

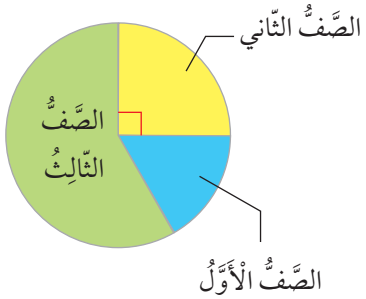
عَدَدُ طَلَبَةِ الصَّفِّ السّادِسِ يُساوي 32 $32 - 8 - 8 - 10 = 6$

إِذَنْ، عَدَدُ الطَّلَبَةِ الَّذينَ قَرَؤوا كُتُبًا حَوْلَ الْخَيالِ الْعِلْمِيِّ يُساوي 6

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

يُبَيِّنُ التَّمْثيلُ بِالْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ الْمُجاوِرُ صُفوفَ الطَّلَبَةِ الْمُشارِكينَ في رِحْلَةٍ مَدْرَسِيَّةٍ إِلى مَوْقِعِ أَهْلِ الْكَهْفِ:

الطَّلَبَةُ الْمُشارِكونَ في رِحْلَةٍ مَدْرَسِيَّةٍ



4 ما الْكَسْرُ الَّذي يُمَثِّلُ طَلَبَةَ الصَّفِّ الثّاني الْمُشارِكينَ في الرِّحْلَةِ الْمَدْرَسِيَّةِ؟

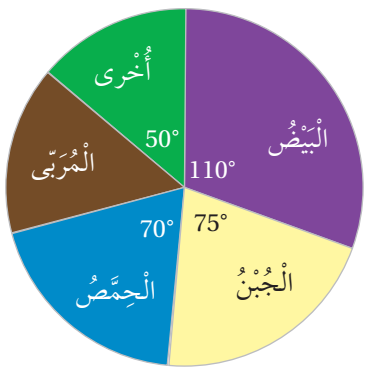
5 **إِذا كانَ عَدَدُ طَلَبَةِ الصَّفِّ الثّاني الْمُشارِكينَ في الرِّحْلَةِ يُساوي 12 طالِبًا، فَما عَدَدُ الطَّلَبَةِ الْمُشارِكينَ في الرِّحْلَةِ؟**

6 **إِذا كانَ عَدَدُ طَلَبَةِ الصَّفِّ الْأَوَّلِ الْمُشارِكينَ في الرِّحْلَةِ يُساوي 8، فَما عَدَدُ طَلَبَةِ الصَّفِّ الثّالِثِ الْمُشارِكينَ في الرِّحْلَةِ؟**

أَتَدَرَّبُ وَأَحُلُّ الْمَسائِلَ

يُبَيِّنُ التَّمْثيلُ بِالْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ الْمُجاوِرُ الْأَطْباقَ الَّتي يُفَضِّلُها طَلَبَةُ الصَّفِّ السّادِسِ عَلى وَجْبَةِ الْفَطورِ:

أَطْباقُ الْفَطورِ الْمُفَضَّلَةُ



1 ما الطَّبَقُ الْأَكْثَرُ تَفْضيلًا؟

2 أَجِدُ الْكَسْرَ الَّذي يُمَثِّلُ الطَّلَبَةَ الَّذينَ يُفَضِّلونَ الْحِمَّصَ؟

3 ما نِسْبَةُ الطَّلَبَةِ الَّذينَ يُفَضِّلونَ الْمُرَبّى؟

أُمَثِّلُ كُلَّ مَجْموعَةِ بَياناتٍ مِمّا يَأْتي بِالْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ:

4

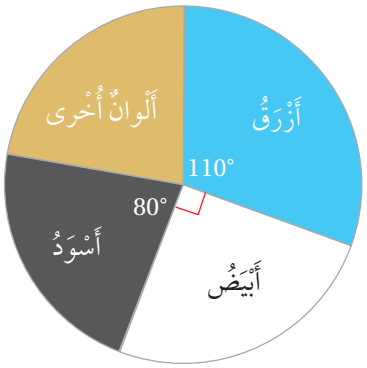
مَبيعاتُ مَحَلِّ أَلْبِسَةٍ	
النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ	نَوْعُ الْبِنْطالِ
35%	قُطْنٌ
55%	جينزٌ
10%	كِتّانٌ

5

رُكّابُ الطّائِرَةِ	
الْعَدَدُ	الْمُسافِرونَ
18	رِجالٌ
24	نِساءٌ
6	أَوْلادٌ
12	بَناتٌ

مَلابِسُ: يُبَيِّنُ التَّمْثيلُ بِالْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ الْمُجاوِرُ أَلْوانَ الْقُمْصانِ في أَحَدِ مَحالِّ الْمَلابِسِ.

أَلْوانُ الْقُمْصانِ



6 إِذا كانَ عَدَدُ الْقُمْصانِ السَّوْداءِ يُساوي 64 قَميصًا، فَما عَدَدُ الْقُمْصانِ جَميعِها؟

7 ما عَدَدُ الْقُمْصانِ الزَّرْقاءِ؟

8 **اخْتِيارٌ مِنْ مُتَعَدِّدٍ:** يُبَيِّنُ الْجَدْوَلُ الْمُجاوِرُ مَبيعاتِ مَحَلِّ عَصائِرَ طَبيعِيَّةٍ في أَحَدِ الْأَيّامِ. عِنْدَ تَمْثيلِ الْبَياناتِ بِالْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ يُمَثِّلُ الْقِطاعُ الَّذي قِياسُ زاوِيَتِهِ 90° عَصيرَ:

مَبيعاتُ مَحَلِّ عَصائِرَ	
الْعَدَدُ	النَّوْعُ
10	بُرْتُقالٌ
30	جَزَرٌ
60	كوكْتيلٌ
20	رُمّانٌ

a) الْبُرْتُقالِ
b) الْجَزَرِ
c) الْكوكْتيلِ
d) الرُّمّانِ

أَنْدِيَـةٌ صَيْفِيَّـةٌ: يُبَيِّـنُ الْجَـدْوَلُ الْمُجاوِرُ بَعْـضَ الْمَعْلوماتِ حَوْلَ اخْتِيـاراتِ **30** طالِبَـةً مِنَ الصَّفِّ السّادِسِ اللّاتي شارَكْنَ في الْأَنْدِيَةِ الصَّيْفِيَّةِ:

النّادي	التَّكْرارُ	قِياسُ زاوِيَةِ الْقِطاعِ الدّائِرِيِّ
الْقِصَّةُ الْقَصيرَةُ	7	84°
الرِّياضَةُ		108°
الرَّسْمُ		72°
الزِّراعَةُ		
الْمَجْموعُ	30	360°

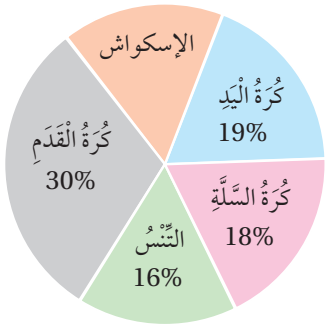
9 أَنْسَخُ الْجَدْوَلَ، ثُمَّ أُكْمِلُهُ.

10 أُمَثِّلُ الْبَياناتِ بِاسْتِعْمالِ الْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ.

مَهاراتُ التَّفْكيرِ الْعُلْيا

يُوَضِّـحُ التَّمْثيـلُ بِالْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّـةِ الْمُجاوِرُ نِسَبَ الطَّلَبَةِ الَّذينَ يُمارِسونَ رِياضاتٍ مُخْتَلِفَةً في الْمَدْرَسَةِ:

الرِّياضاتُ الَّتي يُمارِسُها الطَّلَبَةُ



11 **تَبْريرٌ:** أَجِدُ عَدَدَ الطَّلَبَةِ الَّذين يُمارِسونَ رِياضَةَ كُرَةِ السَّـلَّةِ، إِذا عَلِمْتُ أَنَّ عَدَدَ الطَّلَبَةِ الَّذينَ يُمارِسونَ رِياضَةَ كُرَةِ الْقَدَمِ 60 طالِبًا، وَأُبَرِّرُ إِجابَتي.

12 **تَبْريرٌ:** إِذا انْتَقَلَ طالِبٌ واحِدٌ مِنَ الطَّلَبَةِ الَّذين يُمارِسـونَ رِياضَةَ (الإسـكواش) إِلى الطَّلَبَةِ الَّذينَ يُمارِسـونَ رِياضَةَ كُرَةِ السَّـلَّةِ، فَكَمْ يُصْبِحُ عَدَدُ الطَّلَبَةِ الَّذينَ يُمارِسونَ رِياضَةَ (الإسكواش)؟ أبرّر إِجابَتي.

13 **تَبْريرٌ:** يُبَيِّنُ الْجَدْوَلُ الْمُجاوِرُ نِسَبَ السُّيّاحِ الَّذينَ زاروا بَعْضَ الْأَماكِنِ الْأَثَرِيَّةِ في الْأُرْدُنِّ في أَحَدِ الْأَيّامِ. هَلْ يُمْكِنُ تَمْثيلُ هذِهِ الْبَياناتِ بِالْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ؟ أُبَرِّرُ إِجابَتي.

زُوّارُ الْمَواقِعِ الْأَثَرِيَّةِ	
نِسْبَةُ الزُّوّارِ	الْمَوْقِعُ
49%	الْبَتْرا
36%	جَرَشُ
31%	قَلْعَةُ عَجْلونَ
28%	جَبَلُ الْقَلْعَةِ
33%	الْمُدَرَّجُ الرّومانِيُّ

14 **أَكْتُبُ** كَيْـفَ تُمَثِّلُ بَيانـاتٌ مُعْطاةٌ في جَـدْوَلٍ تَكْـرارِيٍّ بِاسْـتِعْمالِ الْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ؟

الدرسُ 5 الاِحْتِمالاتُ

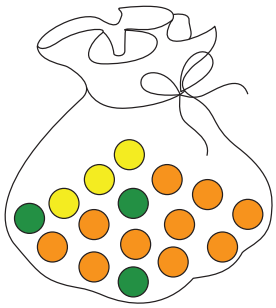
فِكْرَةُ الدَّرْسِ

- أُعَيِّنُ قيمَةَ الاِحْتِمالِ عَلى مِقْياسِ الاِحْتِمالِ.
- أَجِدُ احْتِمالاتِ وُقوعِ الْحَوادِثِ.

الْمُصْطَلَحاتُ

الْحادِثُ، احْتِمالُ الْحادِثِ، مِقْياسُ الاِحْتِمالِ، مُتَساوي الاِحْتِمالِ، غَيْرُ مُتَساوي الاِحْتِمالِ، الْفَضاءُ الْعَيِّنِيُّ.

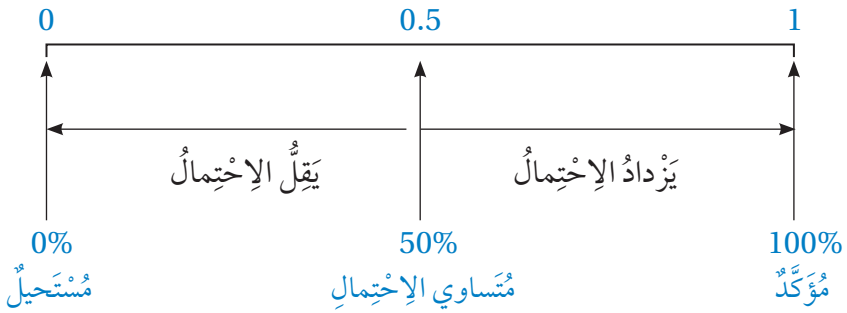
أَسْتَكْشِفُ



1. ما الْكَسْرُ الَّذي يُمَثِّلُ الْكُراتِ الْخَضْراءَ في الْكيسِ الْمُجاوِرِ؟
2. إِذا أَغْمَضَ حَسَنٌ عَيْنَيْهِ وَاخْتارَ كُرَةً عَشْوائِيَّةً مِنَ الْكيسِ، فَهَلْ فُرْصَةُ اخْتِيارِ كُرَةٍ بُرْتُقالِيَّةٍ مُساوِيَةٌ لِفُرْصَةِ اخْتِيارِ كُرَةٍ صَفْراءَ؟

تَعَلَّمْتُ سابِقًا أَنَّ **الْحادِثَ** (event) هُوَ ناتِجٌ واحِدٌ أَوْ أَكْثَرُ مِنْ نَواتِجِ التَّجْرِبَةِ الْعَشْوائِيَّةِ، **وَاحْتِمالَ الْحادِثِ** (event probability) هُوَ فُرْصَةُ وُقوعِهِ. يُمْكِنُ وَصْفُ احْتِمالِ وُقوعِ أَيِّ حادِثٍ في تَجْرِبَةٍ عَشْوائِيَّةٍ بِاسْتِعْمالِ قيمَةٍ عَدَدِيَّةٍ تَقَعُ بَيْنَ 0 وَ1 عَلى **مِقْياسِ الاِحْتِمالِ** (probability scale) الْمُبَيَّنِ في الشَّكْلِ أَدْناهُ.

مِقْياسُ الاِحْتِمالِ



قيمَةُ الاِحْتِمالِ 0 تَعْني أَنَّ الْحادِثَ لا يُمْكِنُ أَنْ يَقَعَ، وَقيمَةُ الاِحْتِمالِ 1 تَعْني أَنَّ الْحادِثَ سَوْفَ يَقَعُ بِالتَّأْكيدِ.

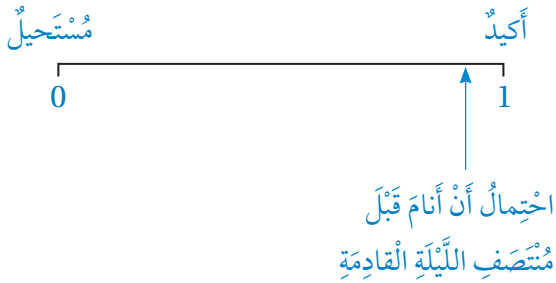
إِنَّ الْحَوادِثَ الَّتي احْتِمالُها أَقَلُّ مِنْ 50% غَيْرُ مُرَجَّحَةِ الْوُقوعِ، وَالْحَوادِثَ الَّتي احْتِمالُها أَكْبَرُ مِنْ 50% مُرَجَّحَةُ الْوُقوعِ، أَمّا الْحَوادِثُ الَّتي احْتِمالُها 50% فَاحْتِمالُ حُدوثِها يُساوي احْتِمالَ عَدَمِ حُدوثِها؛ أَيْ إِنَّها مُتَساوِيَةُ الاِحْتِمالِ.

مثال 1

أُعَيِّنُ احْتِمالَ كُلِّ حادِثٍ مِمّا يَأْتي عَلى مِقْياسِ الِاحْتِمالِ:

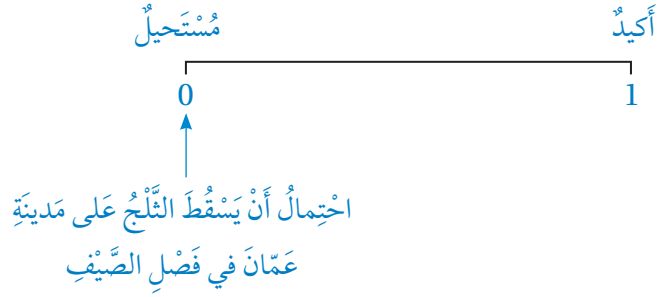
1 أَنْ أَنامَ قَبْلَ مُنْتَصَفِ اللَّيْلَةِ الْقادِمَةِ.

مِنَ الْمُحْتَمَلِ جِدًّا أَنَّني سَأَنامُ قَبْلَ مُنْتَصَفِ اللَّيْلَةِ الْقادِمَةِ، إِلّا أَنَّني قَدْ لا أَفْعَلُ ذلِكَ لِسَبَبٍ ما؛ لِذا يَقَعُ احْتِمالُ هذا الْحادِثِ بِالْقُرْبِ مِنَ الْعَدَدِ 1 عَلى خَطِّ الْأَعْدادِ؛ لِأَنَّهُ لَيْسَ حادِثًا أَكيدًا.



2 أَنْ يَسْقُطَ الثَّلْجُ عَلى مَدينَةِ عَمّانَ في فَصْلِ الصَّيْفِ.

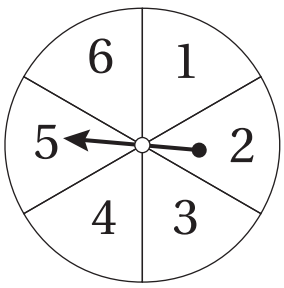
مِنْ غَيْرِ الْمُمْكِنِ أَنْ يَسْقُطَ الثَّلْجُ عَلى مَدينَةِ عَمّانَ في فَصْلِ الصَّيْفِ؛ لِذا يَقَعُ احْتِمالُ هذا الْحادِثِ عِنْدَ الْعَدَدِ 0 عَلى مِقْياسِ الِاحْتِمالِ؛ لِأَنَّهُ حادِثٌ مُسْتَحيلٌ.

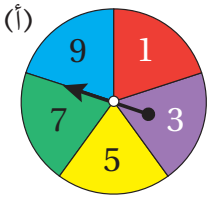


أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

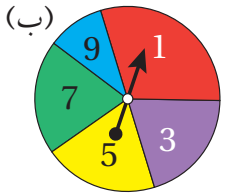
3 أَنْ أَصِلَ إِلى الْمَدْرَسَةِ باكِرًا.

4 أَنْ يَقِفَ مُؤَشِّرُ الْقُرْصِ الْمُجاوِرِ عِنْدَ الْعَدَدِ 7





عِنْـدَ تَدْويرِ مُؤَشِّـرِ الْقُرْصِ (أ) الْمُجـاوِرِ يَكونُ لِكُلِّ عَـدَدٍ فُرْصَةُ الظُّهورِ نَفْسُـها؛ لِأَنَّ مِسـاحاتِ الْقِطاعاتِ مُتَسـاوِيَةٌ؛ لِذا تُسَـمّى نَواتِجُ هذِهِ التَّجْرِبَةِ نَواتِجَ **مُتَساوِيَةِ الِاحْتِمالِ** (equally likely)، وَتُسَمّى تَجْرِبَةً عادِلَةً.



عِنْدَ تَدْويرِ مُؤَشِّرِ الْقُرْصِ (ب) الْمُجاوِرِ تَكونُ فُرَصُ ظُهورِ الْأَعْدادِ مُخْتَلِفَةً؛ لِأَنَّ مساحاتِ الْقِطاعاتِ غَيْرُ مُتَسـاوِيَةٍ؛ لِذا تُسَـمّى نَواتِجُ هـذِهِ التَّجْرِبَةِ نَواتِجَ **غَيْرِ مُتَسـاوِيَةِ الِاحْتِمالِ** (not equally likely).

تَعَلَّمْتُ سـابِقًا أَنَّ الْحادِثَ هُوَ ناتِجٌ واحِدٌ أَوْ أَكْثَرُ مِنْ نَواتِجِ التَّجْرِبَةِ الْعَشْـوائِيَّةِ، وَيُرْمَزُ إِلَيْهِ بِأَحَدِ الْأَحْرُفِ مِثْلَ A، وَيُرْمَزُ إِلى احْتِمالِ الْحادِثِ بِالرَّمْزِ $P(A)$، فَإِذا كانَتِ التَّجْرِبَةُ عَشْـوائِيَّةً مُتَسـاوِيَةَ الِاحْتِمالِ، فَإِنَّ احْتِمالَ وُقوعِ أَيِّ حادِثٍ يُساوي نِسْبَةَ عَدَدِ عَناصِرِ الْحادِثِ إِلى عَدَدِ النَّواتِجِ الْمُمْكِنَةِ جَميعِها لِلتَّجْرِبَةِ الْعَشْوائِيَّةِ الَّتي تُسَمّى **الْفَضاءَ الْعَيِّنِيَّ** (sample space).

$$P(A) = \frac{\text{عَدَدُ عَناصِرِ الْحادِثِ}}{\text{عَدَدُ عَناصِرِ الْفَضاءِ الْعَيِّنِيِّ}}$$

مثال 2: مِنَ الْحَياةِ

لَـدى حَنينَ كيسٌ يَحْتَوي قِطَعَ حَلْوى بِأَلْـوانٍ مُخْتَلِفَةٍ، إِذا أَغْمَضَتْ حَنينُ عَيْنَيْها وَسَـحَبَتْ قِطْعَةَ حَلْوى عَشْوائِيًّا مِنَ الْكيسِ، فَأَجِدُ احْتِمالَ كُلِّ حادِثٍ مِمّا يَأْتي:

1 A: سَحْبُ قِطْعَةِ حَلْوى حَمْراءَ:

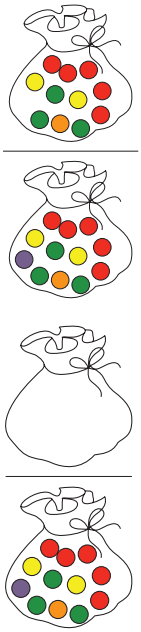
عَدَدُ النَّواتِجِ الْمُمْكِنَةِ (الْفَضاءُ الْعَيِّنِيُّ) لِهذِهِ التَّجْرِبَةِ الْعَشْوائِيَّةِ يُساوي 12 وَعَدَدُ عَناصِرِ الْحادِثِ (A) يُساوي 5؛ لِأَنَّ الْكيسَ فيهِ 5 قِطَعِ حَلْوى حَمْراءَ.

$$P(A) = \frac{5}{12}$$

2 B: سَحْبُ قِطْعَةِ حَلْوى خَضْراءَ أَوْ بُرْتُقالِيَّةٍ:

عَـدَدُ عَناصِرِ الْحادِثِ (B) يُسـاوي 4؛ لِأَنَّ الْكيسَ فيهِ 3 قِطَعِ حَلْـوى خَضْراءَ وَقِطْعَةُ حَلْوى بُرْتُقالِيَّةٍ واحِدَةٌ وَمَجْموعُها مَعًا يُساوي 4

$$P(B) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$



3 **C** : سَحْبُ قِطْعَةِ حَلْوى لَيْسَتْ بَنَفْسَجِيَّةً:

عَدَدُ عَناصِرِ الْحادِثِ (C) يُساوي 11؛ لِأَنَّ الْكيسَ يَحْتَوي 11 قِطْعَةَ حَلْوى لَيْسَتْ بَنَفْسَجِيَّةً.

$$P(C) = \frac{11}{12}$$

4 **D** : سَحْبُ قِطْعَةِ حَلْوى زَرْقاءَ:

عَدَدُ عَناصِرِ الْحادِثِ (D) يُساوي 0؛ لِأَنَّ الْكيسَ لا يوجَدُ فيهِ قِطَعُ حَلْوى زَرْقاءَ.

$$P(D) = \frac{0}{12} = 0$$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

5 سَحْبُ قِطْعَةِ حَلْوى خَضْراءَ.

6 سَحْبُ قِطْعَةِ حَلْوى صَفْراءَ أَوْ خَضْراءَ.

7 سَحْبُ قِطْعَةِ حَلْوى لَيْسَتْ حَمْراءَ.

8 سَحْبُ قِطْعَةِ حَلْوى سَوْداءَ.

مثال 3

عِنْدَ رَمْيِ حَجَرِ النَّرْدِ الْمُجاوِرِ مَرَّةً واحِدَةً، أَجِدُ احْتِمالَ كُلِّ حادِثٍ مِمّا يَأْتي:

1 **A** : الْحُصولُ عَلى عَدَدٍ زَوْجِيٍّ:

النَّواتِجُ الْمُمْكِنَةُ (الْفَضاءُ الْعَيِّنِيُّ) لِهذِهِ التَّجْرِبَةِ الْعَشْوائِيَّةِ هِيَ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ مِنْها 3 أَعْدادٍ زَوْجِيَّةٌ هِيَ $\{2, 4, 6\}$.

إِذَنْ، احْتِمالُ الْحُصولِ عَلى عَدَدٍ زَوْجِيٍّ يُساوي:

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

2 **B** : الْحُصولُ عَلى عَدَدٍ أَكْبَرَ مِنْ 4:

النَّواتِجُ الْمُمْكِنَةُ (الْفَضاءُ الْعَيِّنِيُّ) لِهذِهِ التَّجْرِبَةِ الْعَشْوائِيَّةِ هِيَ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ مِنْها عَدَدانِ أَكْبَرُ مِنْ 4 هُما $\{5, 6\}$.

إِذَنْ، احْتِمالُ الْحُصولِ عَلى عَدَدٍ أَكْبَرَ مِنْ 4 يُساوي:

$$P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

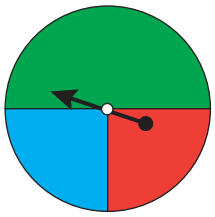
أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمي:

3 الْحُصولُ عَلى عَدَدٍ فَرْدِيٍّ.

4 الْحُصولُ عَلى عَدَدٍ أَقَلَّ مِنْ 3

أَتَدَرَّبُ وَأَحُلُّ الْمَسائِلَ

أَرْسُمُ مِقْياسَ الِاحْتِمالِ، ثُمَّ أُعَيِّنُ عَلَيْهِ احْتِمالَ حادِثِ وُقوفِ مُؤَشِّرِ الْقُرْصِ الْمُجاوِرِ عِنْدَ قِطاعٍ:

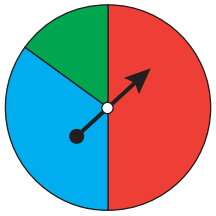


1 لَوْنُهُ أَخْضَرُ.

2 لَوْنُهُ أَزْرَقُ.

3 لَوْنُهُ أَصْفَرُ.

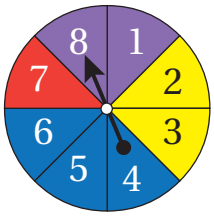
أَيُّ التّجارِبِ الْعَشْوائِيَّةِ الْآتِيَةِ نَواتِجُها مُتَساوِيَةُ الِاحْتِمالِ؟



4 تَدْويرُ مُؤَشِّرِ الْقُرْصِ الْمُجاوِرِ.

5 اخْتِيارُ كُرَةٍ زُجاجِيَّةٍ مِنْ وِعاءٍ يَحْتَوي 5 كُراتٍ زُجاجِيَّةٍ حَمْراءَ وَ5 كُراتٍ زُجاجِيَّةٍ خَضْراءَ.

أَدارَ فادي مُؤَشِّرَ الْقُرْصِ الْمُجاوِرِ، أَجِدُ احْتِمالَ أَنْ يَقِفَ الْمُؤَشِّرُ عِنْدَ:



6 قِطاعٍ أَحْمَرَ.

7 قِطاعٍ أَزْرَقَ.

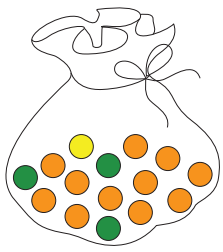
8 قِطاعٍ أَصْفَرَ يَحْمِلُ عَدَدًا زَوْجِيًّا.

9 قِطاعٍ يَحْمِلُ عَدَدًا أَكْبَرَ مِنْ 3

10 قِطاعٍ يَحْمِلُ عَدَدًا أَقَلَّ مِنْ 10

11 قِطاعٍ أَزْرَقَ وَيَحْمِلُ عَدَدًا زَوْجِيًّا.

أَغْمِضُ حَسّانُ عَيْنَيْهِ وَسَحَبَ كُرَةً واحِدَةً عَشْوائِيًّا مِنَ الْكيسِ الْمُجاوِرِ، أَرْسُمُ مِقْياسَ الِاحْتِمالِ، ثُمَّ أُعَيِّنُ عَلَيْهِ احْتِمالَ:



12 سَحْبِ كُرَةٍ بُرْتُقالِيَّةٍ.

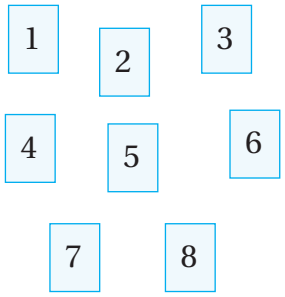
13 سَحْبِ كُرَةٍ خَضْراءَ.

14 سَحْبِ كُرَةٍ صَفْراءَ.

إِرْشادٌ

أَجِدُ قيمَةَ احْتِمالِ كُلِّ حادِثٍ عَلى صورَةِ كَسْــرٍ، ثُمَّ أُعَيِّنُ مَوْقِعَ الْكَسْــرِ عَلى مِقْياسِ الِاحْتِمالِ بَيْنَ الْعَدَدَيْنِ 0 وَ1

اعْتِمادًا عَلى الْبِطاقاتِ الْمُجاوِرَةِ، أُعَيِّنُ عَلى مِقْياسِ الِاحْتِمالِ أَدْناهُ احْتِمالَ كُلٍّ مِنَ الْحَوادِثِ الْآتِيَةِ:



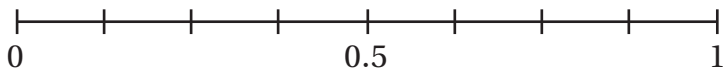
15 الْحادِثُ A: اخْتِيارُ بِطاقَةٍ تَحْمِلُ عَدَدًا زَوْجِيًّا.

16 الْحادِثُ B: اخْتِيارُ بِطاقَةٍ تَحْمِلُ الْعَدَدَ 7

17 الْحادِثُ C: اخْتِيارُ بِطاقَةٍ تَحْمِلُ عَدَدًا رَسْمُهُ يَتَكَوَّنُ مِنْ قِطَعٍ مُسْتَقيمَةٍ فَقَطْ.

18 الْحادِثُ D: اخْتِيارُ بِطاقَةٍ تَحْمِلُ أَحَدَ عَوامِلِ الْعَدَدِ 48

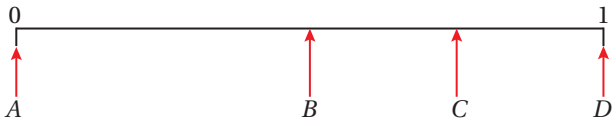
19 الْحادِثُ E: اخْتِيارُ بِطاقَةٍ تَحْمِلُ عَدَدًا أَقَلَّ مِنْ 10



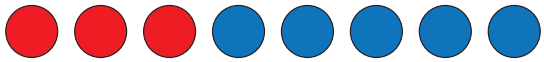
20 احْتِمالُ أَنْ يَصِلَ أَبي إِلى عَمَلِهِ قَبْلَ وُصولي إِلى مَدْرَسَــتي يُساوي $\frac{3}{4}$ ، أَرْسُمُ مِقْياسَ الِاحْتِمالِ، ثُمَّ أُعَيِّنُ عَلَيْهِ هذا الِاحْتِمالَ.

مَهاراتُ التَّفْكيرِ الْعُلْيا

21 **مَسْــأَلَةٌ مَفْتوحَةٌ:** أَكْتُبُ 4 حَوادِثَ يُمْكِنُ تَعْيينُ احْتِمالِها عَلى مِقْياسِ الِاحْتِمالِ الْآتي عِنْدَ الْأَحْرُفِ A, B, C, D



22 **أَكْتَشِفُ الْخَطَأَ:** يَقولُ جَمالٌ: إِنَّ احْتِمالَ اخْتِيارِ قُرْصٍ أَحْمَرَ مِنَ الْأَقْراصِ الْآتِيَةِ يُساوي $\frac{3}{5}$ ؛ لِأَنَّهُ توجَدُ 3 أَقْراصٍ حَمْراءَ وَ5 أَقْراصٍ زَرْقاءَ. أَكْتَشِفُ خَطَأَ جَمالٍ، وَأُصَحِّحُهُ.



23 **مَسْأَلَةٌ مَفْتوحَةٌ:** أَرْسُــمُ قُرْصًا دائِرِيًّا يَحْتَوي 5 قِطاعاتٍ دائِرِيَّةٍ مُلَوَّنَةٍ بِالْأَلْوانِ: الْأَحْمَرِ، وَالْأَصْفَرِ، وَالْأَخْضَرِ، بِحَيْثُ يَكونُ احْتِمالُ وُقوفِ مُؤَشِّرِهِ عِنْدَ الْقِطاعِ الَّذي لَوْنُهُ أَخْضَرُ $\frac{2}{5}$

24 **أَكْتُبُ** أَصِفُ الْفَرْقَ بَيْنَ الْحادِثِ وَاحْتِمالِ الْحادِثِ.

اخْتِبارُ نِهايَةِ الْوَحْدَةِ

أَخْتارُ رَمْزَ الْإِجابَةِ الصَّحيحَةِ لِكُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1 مِنَ الْبَياناتِ الَّتي تُعَدُّ نَوْعِيَّةً:

a) عَدَدُ الْمَصابيحِ

b) كُتَلُ السَّيّاراتِ

c) مِساحاتُ الْغُرَفِ الصَّفِّيَّةِ

d) أَنْواعُ السَّيّاراتِ

2 إِذا أَرادَ مُديرُ مَدْرَسَةِ اخْتِيارَ عَيِّنَةٍ مِنْ طَلَبَةِ الْمَدْرَسَةِ الْمُوَزَّعينَ في عَشْرَةِ صُفوفٍ وَالْبالِغِ عَدَدُهُمْ 250 طالِبًا، فَإِنَّ الْعَيِّنَةَ الْمُناسِبَةَ مِمّا يَأْتي هِيَ:

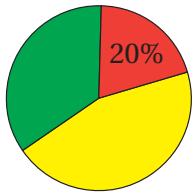
a) اخْتِيارُ 20 طالِبًا مِنَ الصَّفِّ الْأَكْبَرِ عَدَدًا

b) اخْتِيارُ 10 طَلَبَةٍ مِنْ أَيِّ صَفَّيْنِ

c) اخْتِيارُ 5 طَلَبَةٍ عَشْوائِيًّا مِنْ كُلِّ صَفٍّ

d) اخْتِيارُ الطَّلَبَةِ جَميعِهِمْ مِنْ أَحَدِ الصُّفوفِ

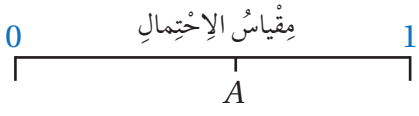
3 زاوِيَةُ الْقِطاعِ ذي اللَّوْنِ الْأَحْمَرِ هِيَ:



a) 90° b) 72°

c) 20° d) 80°

4 أَيٌّ مِنَ الْآتِيَةِ هِيَ قيمَةٌ تَقْريبِيَّةٌ لِلِاحْتِمالِ A الْمُمَثَّلِ عَلى مِقْياسِ الِاحْتِمالِ الْمُجاوِرِ:



a) 0.8 b) 0.75 c) 0.49 d) 0.61

لَدى مَحْمودٍ الْبِطاقاتُ الْآتِيَةُ، سَحَبَ مِنْها بِطاقَةً واحِدَةً عَشْوائِيًّا، اعْتِمادًا عَلَيْها، أُجيبُ عَنِ الْفَقْرَتَيْنِ 5 وَ 6

7	4	9	1	3	8

5 احْتِمالُ ظُهورِ بِطاقَةٍ تَحْمِلُ رَقْمًا يُعَدُّ أَحَدَ عَوامِلِ الْعَدَدِ 11 هُوَ:

a) $\frac{1}{6}$ b) 0

c) $\frac{1}{11}$ d) $\frac{2}{6}$

6 أَضاعَ مَحْمودٌ الْبِطاقَةَ الَّتي تَحْمِلُ الْعَدَدَ 7 وَلَمْ يَسْتَبْدِلْ بِها بِطاقَةً أُخْرى، ثُمَّ سَحَبَ بِطاقَةً واحِدَةً عَشْوائِيًّا، فَإِنَّ احْتِمالَ ظُهورِ بِطاقَةٍ تَحْمِلُ عَدَدًا فَرْدِيًّا هُوَ:

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{6}$

c) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{3}{6}$

أُقَرِّرُ ما إِذا كانَ كُلٌّ مِنَ الْمُتَغَيِّراتِ الْآتِيَةِ بَياناتٍ نَوْعِيَّةً أَوْ عَدَدِيَّةً مُنْفَصِلَةً أَوْ مُتَّصِلَةً:

7 الْوَقْتُ الَّذي أَقْضيهِ كُلَّ أُسْبوعٍ في الْعَمَلِ التَّطَوُّعِيِّ.

8 الْعُمْرُ (بِالسَّنَواتِ).

9 عَدَدُ الْمُتَطَوِّعينَ في مُنَظَّمَتِهِمْ.

10 نَوْعُ الْجِنْسِ (ذَكَرٌ أَوْ أُنْثى).

11 نَوْعُ الْعَمَلِ التَّطَوُّعِيِّ الَّذي أَقومُ بِهِ.

اخْتِبارُ نِهايَةِ الْوَحْدَةِ

يُقَيِّمُ مُدَرِّبُ كُرَةِ الْقَدَمِ لَياقَةَ لاعِبيهِ وَأَداءَهُمْ في الْفَتْرَةِ الَّتي تَسْبِقُ الْمَوْسِمَ الرِّياضِيَّ الْمُقْبِلَ، وَيُريدُ جَمْعَ الْبَياناتِ الآتِيَةَ مِنْ كُلِّ لاعِبٍ. أُصَنِّفُ الْمُتَغَيِّراتِ الْآتِيَةَ إِلى بَياناتٍ مُتَّصِلَةٍ أَوْ بَياناتٍ مُنْفَصِلَةٍ.

12 عَدَدُ ضَرَباتِ الْقَلْبِ في الدَّقيقَةِ

13 الطّولُ

14 الْكُتْلَةُ

15 الْعُمْرُ (بِالسَّنَواتِ)

16 الْوَقْتُ الَّذي اسْتَغْرَقَهُ عَدّاءٌ في سِباقِ 100 m

17 عَدَدُ الْأَهْدافِ الْمُسَجَّلَةِ في التَّدْريبِ

18 **مَبيعاتٌ:** مُلِئَ وِعاءٌ سَعَتُهُ 8 kg مِنَ الذُّرَةِ مِنْ صَوْمَعَةِ التَّخْزينِ، وَذلِكَ لِفَحْصِ رُطوبَةِ الذُّرَةِ الَّتي في الْوِعاءِ. أُحَدِّدُ الْعَيِّنَةَ وَالْمُجْتَمَعَ.

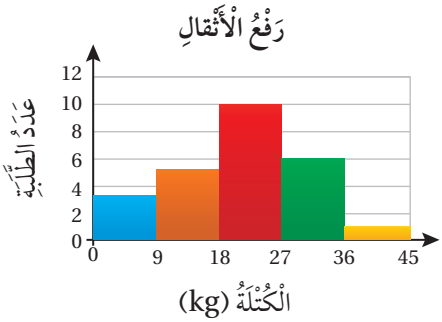
في ما يَأْتي عَلاماتُ 24 طالِبًا في امْتِحانِ الرِّياضِيّاتِ:

31	31	22	23	20	28
26	33	30	27	39	38
37	28	30	37	36	34
25	32	19	31	31	24

19 أُنَظِّمُ الْعَلاماتِ في جَدْوَلٍ تَكْراريٍّ ذي فِئاتٍ وَأَبْدَأُ بِالْفِئَةِ 19–24

20 أَكْتُبُ الْفِئَةَ الْأَكْثَرَ تَكْرارًا.

يُبَيِّنُ الْمُخَطَّطُ التَّكْراريُّ الْآتي الْأَثْقالَ الَّتي اسْتَطاعَ طَلَبَةُ أَحَدِ الصُّفوفِ رَفْعَها في اخْتِبارٍ لِلَّياقَةِ الْبَدَنِيَّةِ.

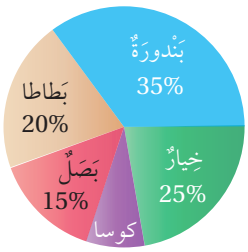


21 أَجِدُ عَدَدَ الطَّلَبَةِ الَّذينَ شارَكوا في هذا الِاخْتِبارِ.

22 أَجِدُ عَدَدَ الطَّلَبَةِ الَّذين يَرْفَعونَ كُتْلَةً 18 kg فَأَكْثَرَ.

23 أَجِدُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ لِلطَّلَبَةِ الَّذينَ يَرْفَعونَ كُتْلَةً أَقَلَّ مِنْ 36 kg

خَضْراواتٌ: يُمَثِّلُ الْقِطاعُ الدّائِريُّ الْمُجاوِرُ نِسَبَ مَبيعاتِ أَحَدِ الْأَسْواقِ في عَمّانَ لِبَعْضِ أَصْنافِ الْخَضْراواتِ، اعْتِمادًا عَلَيْهِ، أُجيبُ عَمّا يَأْتي:

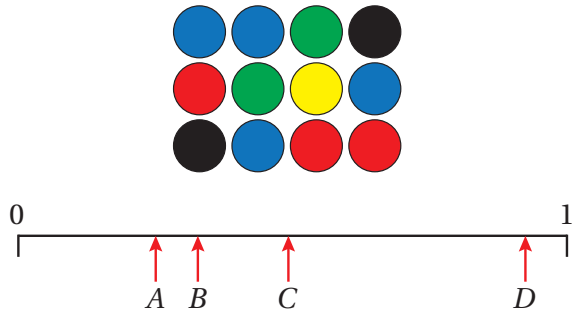


24 أُحَدِّدُ أَيَّ صِنْفَيْنِ يُمَثِّلانِ مَعًا نِصْفَ الْمَبيعاتِ.

25 أَجِدُ نِسْبَةَ مَبيعاتِ الْكوسا.

26 إِذا باعَ الْمَحَلُّ 300 kg مِنَ الْخَضْراواتِ، فَأَجِدُ كَمْ باعَ مِنْ صِنْفِ الْبَنْدورَةِ.

27 مَعي 12 كُرَةً مُلَوَّنَةً، أَقْتَرِحُ حَوادِثَ يُمْكِنُ تَمْثيلُ احْتِمالِها بِالْأَحْرُفِ A, B, C, D عَلى مِقْياسِ الِاحْتِمالِ.

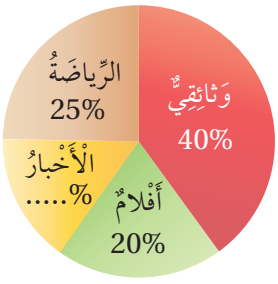


تَدْريبٌ عَلى الِاخْتِباراتِ الدَّوْلِيَّةِ:

28 احْتِمالُ أَنْ يَقِفَ الْمُؤَشِّرُ في الشَّكْلِ الْمُجاورِ عِنْدَ عَدَدٍ أَكْبَرَ مِنْ 5 هُوَ:

a) $\frac{4}{8}$ **b)** $\frac{3}{8}$ **c)** $\frac{5}{8}$ **d)** $\frac{1}{8}$

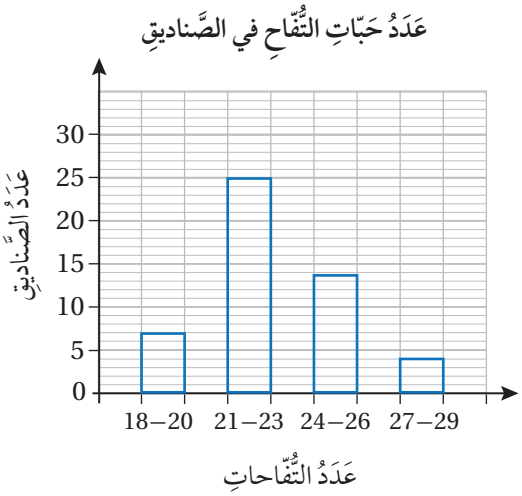
29 يُبَيِّنُ التَّمْثيلُ بِالْقِطاعاتِ الدّائِرِيَّةِ الْمُجاورُ النِّسْبَةَ الْمِئَوِيَّةَ لِلْبَرامِجِ التِّلْفازِيَّةِ الَّتي تَبُثُّها إِحْدى الْقَنَواتِ، ما النِّسْبَةُ الْمِئَوِيَّةُ لِقِطاعِ الْأَخْبارِ:



a) 20% **b)** 10%

c) 5% **d)** 15%

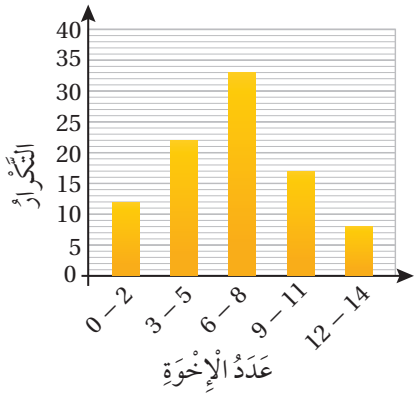
30 يُمَثِّلُ الْمُخَطَّطُ التَّكْرارِيُّ الْآتي عَدَدَ حَبّاتِ التُّفّاحِ في 50 صُنْدوقًا، ما عَدَدُ الصَّناديقِ الَّتي تَحْتَوي 24 أَوْ أَكْثَرَ مِنْ حَبّاتِ التُّفّاحِ؟



a) 4 **b)** 18

c) 46 **d)** 32

31 يُمَثِّلُ الْمُخَطَّطُ التَّكْرارِيُّ الْآتي عَدَدَ الْإِخْوَةِ لِمَجْموعَةٍ مِنَ الْأَشْخاصِ، وَبِناءً عَلَيْهِ فَإِنَّ عَدَدَ الْأَشْخاصِ الَّذينَ لَدَيْهِمْ 5 إِخْوَةٍ عَلى الْأَكْثَرِ:



a) 34 **b)** 24 **c)** 63 **d)** 27