المادة التعليمية للبرنامج العلاجي

المرحلة التحضيرية

للعام 2022-2023

مبحث الرياضيات

الصف: الحادي عشر العلمي

منهاجي
متعة التعليم الهادف

المصدر: مادة التعلم المبني على المفاهيم والنتاجات الأساسية لمبحث الرياضيات

ثانيًا: تمثيلُ الاقترانِ الخطّيِّ بيانيًّا

ماذا سأتعلّمُ؟

- أرسمُ الاقترانَ الخطّيَّ على المستوى الإحداثيِّ.

إذا كانتْ لديَّ المعادلةُ $5x+y=3$ فكيفَ يُمكنُني أنْ أُحدِّدَ إذا كانتِ النقطةُ (2,3) هيَ إحدى حلولِ المعادلةِ أمْ لا؛ منْ دونِ حسابِها؟

معلومةٌ

النقاطُ جميعُها التي تقعُ على منحنى الاقترانِ، هيَ حلولٌ لمعادلتِهِ.

كيفَ أعرفُ إذا كانتِ النقطةُ (2, 3) تقعُ على منحنى الاقترانِ $5x+y = 3$؟

كيْ أستطيعَ أنْ أُحدِّدَ ذلكَ، لا بدَّ لي منْ معرفةِ موقعِ الاقترانِ على المستوى الإحداثيِّ، وذلكَ بالخطواتِ الآتيةِ:

1) أُكوِّنُ جدولًا منْ 3 أعمدةٍ، بحيثُ يكونُ عمودٌ للمتغيِّرِ x، وعمودٌ للمتغيِّرِ y، وعمودٌ للزوجِ المرتَّبِ الناتجِ.

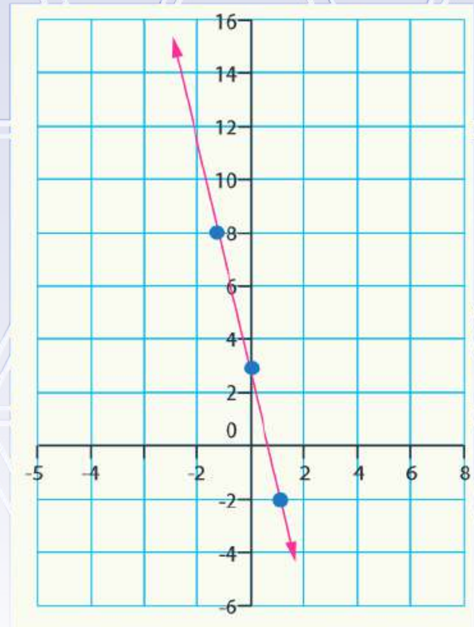
2) افترضُ 3 قِيَمٍ للمتغيِّرِ x بوصفِها مُدخلاتٍ، وأجدُ قيمةَ y بوصفِها مُخرجاتٍ لها، ثمَّ أكتبُ الزوجَ المرتَّبَ الناتجَ.

(x, y)	$y=3-5x$	x
(1,-2)	**-2**	**1**
(0,3)	**3**	**0**
(-1,8)	**8**	**-1**

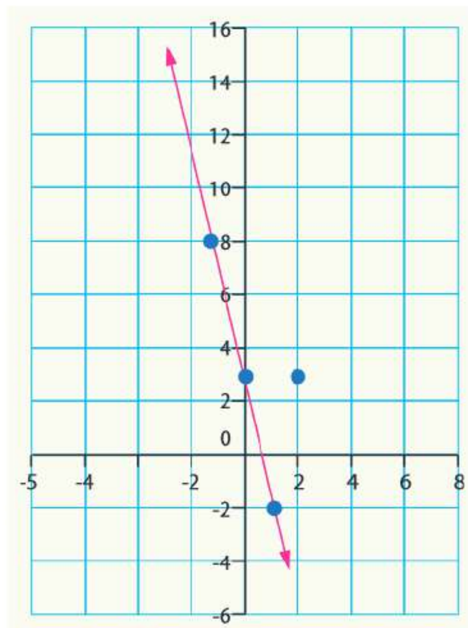
3) أُمثِّلُ الأزواجَ المرتَّبةَ على المستوى الإحداثيِّ، وأصِلُ بينَها بخطٍّ مستقيمٍ.

معلومةٌ

يُسمّى الاقترانُ الخطّيُّ هذا الاسمَ لأنَّهُ خطٌّ مستقيمٌ.



بعدَ أنْ حدَّدتُ موقعَ الاقترانِ، يُمكنُني الآنَ أنْ أُحدِّدَ النقطةَ المطلوبةَ على المستوى الإحداثيِّ؛ لأعرِفَ إذا كانتْ حلًّا للمعادلةِ أمْ لا.



أُلاحِظُ منَ الرسمِ أنَّ النقطةَ (3 , 2) لا تقعُ على منحنى الاقترانِ؛ إذنْ: هيَ ليستْ حلًّا لمعادلتِهِ.

أحاولُ

1) أرسمُ الاقترانَ $y=2x+1$ على المستوى الإحداثيِّ.

2) هلِ النقطةُ (4 , 5) تقعُ على منحنى الاقترانِ؟

ثالثًا: تحليلُ العبارةِ التربيعيَّةِ

ماذا سأتعلَّمُ؟

- العبارةُ التربيعيَّةُ.
- تحليلُ العبارةِ التربيعيَّةِ.

٩

لوحـةٌ مستطيلةُ الشكلِ مِساحتُها بالوحداتِ المربَّعـةِ (س^{٢} + ٤ س + ٣). إذا كانَ طولُها (س + ٣) وحدةَ طولٍ؛ فما عرضُها؟

يُسمّى المقدارُ **أ س^{٢} + ب س + جـ ، أ ≠ ٠** ، أ ، ب ، ج أعدادٌ حقيقيَّةٌ؛ **العبارةَ التربيعيَّةَ**.

تحليلُ العبارةِ التربيعيَّةِ

- أوَّلًا: إذا كانَ معاملُ س^{٢} ، أ = ١
- ثانيًا: إذا كانَ معاملُ س^{٢} ، أ ≠ ١

مثالٌ (١)

أُحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي:

١) س^{٢}+ ٥س + ٦   ٢) س^{٢} - ١١س + ٢٤   ٣) س^{٢} + ٣ س – ٤

الحلُّ:

١) س^{٢}+ ٥ س + ٦

= (س + ٢) (س + ٣)   البحثُ عنْ عددَينِ حاصلُ ضربِهما ٦، وناتجُ جمعِهما ٥ (هما: ٢ و٣).

٢) س^{٢} - ١١س + ٢٤

= (س – ٣) (س – ٨)   البحثُ عنْ عددَينِ حاصلُ ضربِهما ٢٤، وناتجُ جمعِهما -١١ (هما: -٣، -٨).

٣) س^{٢} + ٣ س – ٤   البحثُ عنْ عددَينِ حاصلُ ضربِهما -٤ وناتجُ جمعِهما ٣ (هما: -١، ٤).

- س

= (س – ١) (س + ٤)

+ ٤س

+ ٣س

للتأكَّدِ من الحدِّ الأوسطِ؛ نضربُ الحدَّينِ على الطرفينِ والحدَّينِ الأوسطَينِ ونجمعُهُما (- س + ٤ س = ٣ س).

أحاولُ أُحلّلُ كلًّا ممّا يأتي:

١) س^{٢} + ٧ س + ١٢ ٢) س^{٢} - ٨ س + ١٦ ٣) س^{٢} – ٤ س - ٦٠

مثالٌ (٢)

أُحلّلُ كلًّا ممّا يأتي:

١) ٣ س^{٢} + ٤ س + ١ ٢) ٢ س^{٢} – ٧ س -٤

الحلُّ:

١) ٣س^{٢}+ ٤ س + ١

+ س

= (٣ س + ١) (س+ ١)

+٣س

تحليلُ ٣ س^{٢} إلى عواملِها وتحليلُ الحدِّ المطلقِ إلى عواملِهِ؛ معَ مراعاةِ إشاراتِ الحدودِ.

أتأكّدُ منَ التحليلِ؛ بضربِ الحدَّينِ في الطرفَينِ والحدَّينِ الأوسطَينِ ثمَّ أجمعُهُما.

٢) ٢ س^{٢} – ٧س -٤

٢س× - ٤

= (٢ س +١)(س – ٤)

١×س

للتأكُّدِ منَ الحدِّ الأوسطِ: (حاصلُ ضربِ الطرفَينِ + حاصلِ ضربِ الوسطَينِ = الحدَّ الأوسطَ).

أحاولُ أُحلّلُ ما يأتي إلى عواملِهِ:

١) ٢ س^{٢} + ١٠ س + ٨ ٢) ٥ س^{٢} + ٤٥ س + ٧٠

أختبرُ تعلّمي

١) أُحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي، وأجدُ البطاقةَ الصحيحةَ:

أ) س^{2} + ١٤س − ٣٢

- (س + ٨) (س − ٤)
- (س + ٢) (س − ١٦)
- (س + ١٦) (س − ٢)
- (س + ٨) (س + ٤)

ب) س^{2} + ١١س + ٢٨

- (س + ٧) (س + ٤)
- (س + ٢) (س + ١٤)
- (س + ١٤) (س + ١٤)
- (س + ٤) (س - ٧)

جـ) ٦ س^{2} − س − ٢

- (٢س + ١) (٣س − ٢)
- (٢س - ٣) (٢س + ١)
- (٢س - ١) (٣س + ٢)
- (٦س - ١) (س - ٢)

٢) أجدُ ٣ قِيَمٍ للرمزِ (ك) لتُصبحَ العبارةُ التربيعيَّةُ الآتيةُ قابلةً للتحليلِ إلى العواملِ، ثمَّ أُحلِّلُ كلَّ حالةٍ:

س^{2} − ٣ س + ك

٣) أكتبُ تعبيرًا جبريًّا يُمثِّلُ محيطَ لوحِ خلايا شمسيَّةٍ مستطيلةِ الشكلِ، مِساحتُها (س^{2}+٢٤س − ٨١) وحدةً مربَّعةً.

٤) ما قِيَمُ (ك) التي تجعلُ تحليلَ كلٍّ ممّا يأتي صحيحًا:

أ) س^{2} + ك س − ١٩ = (س - ١٩) (س + ١).

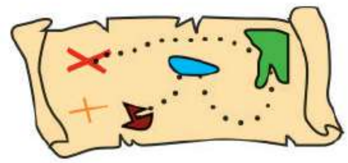
ب) ٢ س^{2} + ك س - ٢١ = (٢ س − ٣) (س + ٧).

٥) أنا أحدُ عواملِ العبارةِ التربيعيَّةِ ٥ س^{2}-٢١ س+ ٤، إذا كان أحد العوامل (س−٤)؛ فما العاملُ الآخرُ؟

لعبةٌ

لعبةُ المتاهةِ

لا تنظرْ إلى الخلفِ، ولا تُعدِ الطريقَ مرَّتَينِ.



تحليلُ المقدارِ س^{٢}+١٠س+٢٤ | (س+ ٤)(س+٦) | تحليلُ المقدارِ س^{٢}-٧س-٣٠ | (س-١٠)(س+٣) | تحليلُ المقدارِ ٣م^{٢}+١٤م-٥

(س - ٤)(س+٦) | (س+٣)(س+٨) | (س+١٠)(س-٣) | (٣م+١)(م-٥) | (٣م-١)(م+٥)

تحليلُ المقدارِ ٢٧م^{٣}-١ | (٣م-١)(م+١) | تحليلُ المقدارِ س^{٢}-٣س+٢ | ٥ ص^{٢}-١ | تحليلُ المقدارِ ٥ص^{٢}- ص

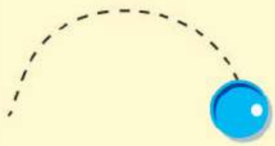
م^{٣}+١ | (س -١) | (س-١)(س+١) | (س-٢)(س-١) | ٥ص(ص-١)

تحليلُ المقدارِ س^{٢}+١٥س+٢٦ |  | $\frac{١}{ص^{٢} - ص + ١}$ | المقدار في أبسط $\frac{ص + ١}{ص^{٣} + ١}$

أوّلًا: الاقترانُ التربيعيُّ

ماذا سأتعلَّمُ؟
- الاقترانُ التربيعيُّ.
- تمثيلُ الاقترانِ التربيعيِّ بيانيًّا.
- خصائصُ الاقترانِ التربيعيِّ.

رمتْ لاعبةٌ كرةً فاتَّخذتْ مسارًا وفقَ العلاقةِ ل = ٢٠ن – ٥ن^{٢} حيثُ (ن) الزمنُ بالثواني، (ل) ارتفاعُ الكرةِ بالأقدامِ. ما أقصى ارتفاعٍ ستصلُ إليهِ الكرةُ؟



تعلمتُ سابقًا الاقترانَ الخطِّيَّ، وسأتعلَّمُ الاقترانَ التربيعيَّ.

الاقترانُ التربيعيُّ اقترانٌ على الصورةِ:

ق (س) = أس^{٢}+ ب س + جـ ، حيثُ أ، ب ، جـ أعدادٌ حقيقيّةٌ، أ $\neq$ صفرًا، وتُسمّى **الصورةَ العامّةَ للاقترانِ التربيعيِّ.**

ألاحظُ في ما يأتي التمثيلاتِ البيانيَّةَ لاقتراناتٍ تربيعيَّةٍ، وأملأُ الفراغَ أمامَ كلِّ تمثيلٍ:

الاقترانُ
علاقةٌ تربطُ كلَّ عنصرٍ في المجالِ، بعنصرٍ واحدٍ فقطْ في المدى.

١) الاقترانُ ق (س) = س^{٢}، حيثُ أ = ١ ، ب = ٠ ، جـ = ٠،

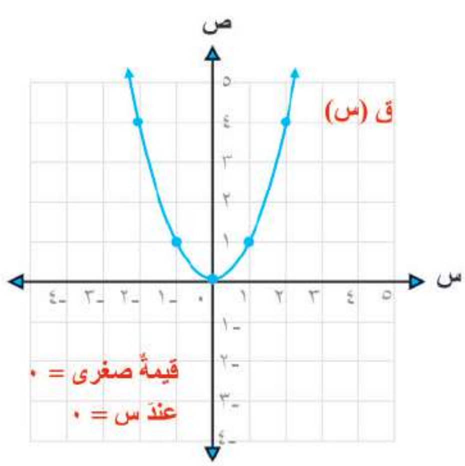
إشارةُ أ ....

مجالُ الاقترانِ ق ....، ومداهُ ....

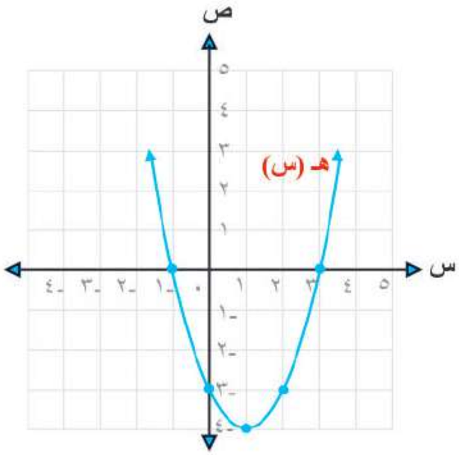
اتِّجاهُ فتحةِ المنحنى ....

معادلةُ محورِ التماثلِ ....

للاقترانِ قيمةٌ (عظمى أمْ صغرى)؟ وتُساوي ....



٢) الاقترانُ هـ (س) = س^{٢} - ٢ س - ٣



أ = ... ، ب = ... ، جـ = ...

إشارةُ أ ....

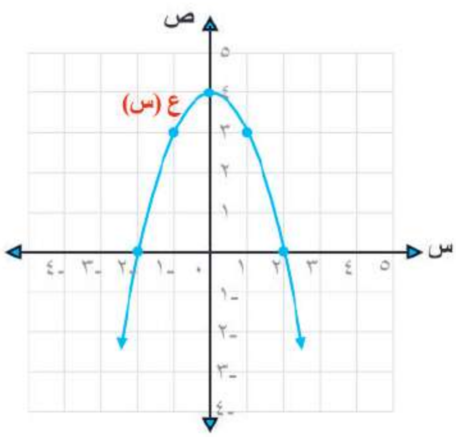
مجالُ الاقترانِ هـ ....، ومداهُ ....

اتِّجاهُ فتحةِ المنحنى ....

معادلةُ محورِ التماثلِ ....

للاقترانِ قيمةٌ (عظمى أمْ صغرى)؟ وتُساوي ....

٣) ع (س) = - س^{٢} + ٤



أ = ... ، ب = ... ، جـ = ...

إشارةُ أ ....

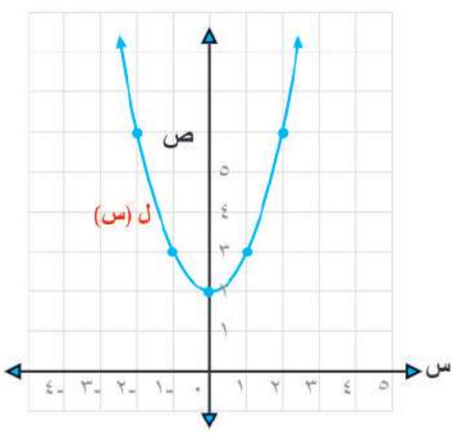
مجالُ الاقترانِ ع ....، ومداهُ ....

اتِّجاهُ فتحةِ المنحنى ....

معادلةُ محورِ التماثلِ ....

للاقترانِ قيمةٌ (عظمى أمْ صغرى)؟ وتُساوي ....

٤) ل (س) = س^{٢} + ١



أ = ... ، ب = ... ، جـ = ...

إشارةُ أ ....

مجالُ الاقترانِ ل ....، ومداهُ ....

اتِّجاهُ فتحةِ المنحنى ....

معادلةُ محورِ التماثلِ ....

للاقترانِ قيمةٌ (عظمى أمْ صغرى)؟ وتُساوي ....

أُلاحظُ ممّا سبقَ أنَّ منحنى الاقترانِ تربيعيٌّ **مفتوحٌ للأعلى أوْ للأسفلِ**، ورأسُ المنحنى النقطةُ التي يكونُ للاقترانِ عندَها **قيمةٌ عظمى أوْ صغرى**، وإحداثيّاتُ رأسِ المنحنى هيَ ($\frac{-ب}{٢أ}$ ، ق ($\frac{-ب}{٢أ}$))، **ومحورُ التماثلِ** هوَ مستقيمٌ رأسيٌّ يمرُّ برأسِ المنحنى.

الصورةُ العامَّةُ للاقترانِ التربيعيِّ ق (س) = أ س٢+ ب س + جـ ، أ ≠ ٠ ، أ، ب، جـ أعدادٌ حقيقيةٌ.

أ موجبةٌ	**مفتوحٌ للأعلى**
المجالُ	ح
المدى	ص ≤ ق($\frac{-ب}{٢أ}$)
معادلةُ محورِ التماثلِ	س = $\frac{-ب}{٢أ}$

أ سالبةٌ	**مفتوحٌ للأسفلِ**
المجالُ	
المدى	
معادلةُ محورِ التماثلِ	

مثالٌ (١)

أُمثِّلُ الاقترانَ ق (س)= س٢ + ٢ س – ٤ بيانيًّا.

الحلُّ:

لتمثيلِ الاقترانِ بيانيًّا؛ أتَّبعُ الخطواتِ الآتيةَ:

١) أُحدِّدُ معاملاتِ الحدودِ أ = ١ ، ب = ٢ ، جـ = -٤

٢) أجدُ إحداثيّا رأسِ القطعِ ($\frac{-٢}{٢(١)}$ ، ق ($\frac{-٢}{٢(١)}$)) = (-١ ، ق (-١))

ق (-١) = (-١)٢ + ٢ (-١) – ٤

= ١ + -٢ – ٤ = -٥

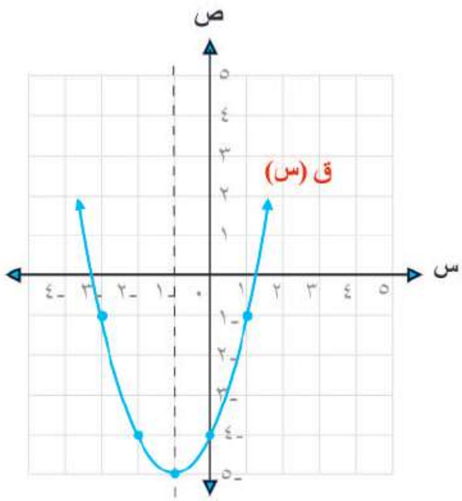
٣) أُنشئُ جدولًا للنقاطِ، ثمَّ أُعيِّنُها على المستوى الإحداثيِّ.

المستقيمُ الرأسيُّ

مستقيمٌ يوازي محورَ الصاداتِ، معادلتُهُ

س = أ

حيثُ أ عددٌ حقيقيٌّ.



س	١	٠	-١	-٢	-٣
ق(س)	-١	-٤	-٥	-٤	-١

مجالُ الاقترانِ يساوي ح، مدى الاقترانِ هو ص $\geq$ -٥،
معادلةُ محورِ التماثلِ س = -١

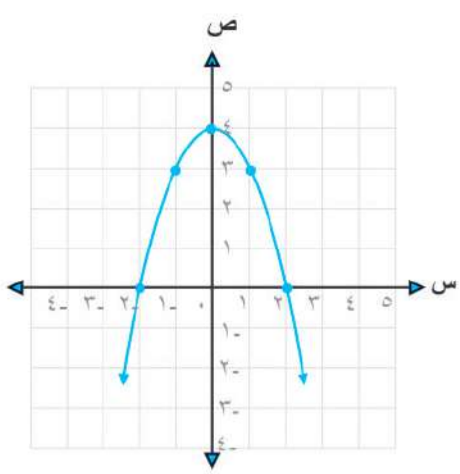
أحاولُ أُمثِّلُ الاقترانَ ك (س) = ٩ – س^{٢}، وأذكرُ المجالَ والمدى ومعادلةَ محورِ التماثلِ.

أختبرُ تعلُّمي

١) أُمثِّلُ بيانيًّا الاقتراناتِ الآتيةَ:

أ) ق (س) = س^{٢} - ١

ب) هـ (س) = س^{٢}-٤س+١



٢) أدرسُ الرسمَ المجاورَ، ثمَّ أُجيبُ عنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

أ) ما إحداثيّا رأسِ القطعِ؟

ب) للاقترانِ قيمةٌ عظمى أمْ صغرى؟ أُحدِّدُها.

جـ) ما مجالُ الاقترانِ؟

د) ما إشارةُ معاملِ س^{٢} ؟

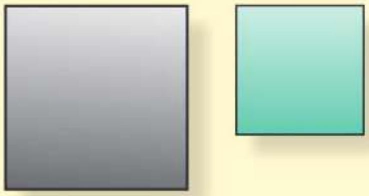
هـ) ما نقاطُ التقاطعِ معَ محورِ س؟

٣) أُطلقَ صاروخٌ إلى أعلى، وكانَ ارتفاعُهُ بالأمتارِ فوقَ سطحِ البحرِ بعدَ (ن) ثانيةً منْ إطلاقِهِ وفقَ العلاقةِ:
ل (ن) = - ٤ ن^{٢} + ١٦ ن + ٥٠٠٠؛ أجدُ أقصى ارتفاعٍ يبلغُهُ الصاروخُ.

ثانيًا: حلُّ المعادلةِ التربيعيَّةِ

ماذا سأتعلَّمُ؟
- المعادلةُ التربيعيَّةُ.
- حلُّ المعادلةِ التربيعيَّةِ.
- القانونُ العامُّ لحلِّ المعادلةِ التربيعيَّةِ.
- مميِّزُ العبارةِ التربيعيَّةِ.

مربَّعانِ يزيدُ طولُ أحدِهما على الثاني بالسنتيمتراتِ بمقدارِ ٣، وكانَ مجموعُ مساحتِهما بالسنتيمتراتِ المربَّعةِ ٢٦٩ ما طولُ ضلعِ كلٍّ منْهُما؟



الصـورةُ العامَّـةُ **للمعادلـةِ التربيعيَّـةِ** بمتغيِّرٍ واحـدٍ هـيَ: أس^{٢} + ب س + جـ =٠: أ، ب، جـ أعـدادٌ حقيقيَّـةٌ أ ≠ ٠

أمَّـا **حلُّ المعادلـةِ** فهـوَ إيجـادُ قِيَـمِ (س) التـي تُحقِّـقُ المعادلـةَ، وتُسمَّى جـذورَ المعادلـةِ. ويوجـدُ عـدَّةُ طرائـقَ لحـلِّ المعادلـةِ التربيعيَّـةِ.

حلُّ المعادلةِ التربيعيَّةِ بالتحليلِ إلى العواملِ:

خطواتُ حلِّ المعادلةِ التربيعيَّةِ بالتحليلِ:

١) أكتبُ المعادلةَ التربيعيَّةَ بالصورةِ العامَّةِ أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠

٢) أُحلِّـلُ المعادلـةَ التربيعيَّـةَ إلـى عواملِهـا الأوَّليَّـةِ؛ بكتابتِهـا علـى شـكلِ حاصـلِ ضـربِ عبارتَيـنِ خطِّيَّتَيـنِ.

٣) أستعملُ الخاصِّيَّةَ الصفريَّةَ.

٤) أحلُّ المعادلتَينِ الخطِّيَّتَينِ التي حصلتُ عليهما في الخطوةِ السابقةِ.

أتعلَّمُ

إذا كانَ أ، ب عددَيـنِ حقيقيَّيـنِ، وكانَ أ×ب = صفـرًا؛ فـإنَّ أ = صفـرًا أوْ ب = صفـرًا أوْ كلَيْهِمـا يسـاوي صفـرًا.

تُسمّى هذِهِ الخاصِّيَّةُ **الخاصِّيَّةَ الصفريَّةَ**.

مثالٌ (١)

أحلُّ المعادلتَينِ الآتيتَينِ:

١) س^{٢} - ٤ = ٥ ٢) س^{٢} + ٧ س – ٨ = ٠

الحلُّ:

١) س^{٢} – ٤ -٥ = ٠ كتابةُ المعادلةِ بالصورةِ العامَّةِ.

س^{٢} – ٩ = ٠

(س – ٣) (س + ٣) =٠ تحليلُ المعادلةِ باستعمالِ الفرقِ بينَ مربَّعَينِ.

إمّا س – ٣ = ٠ ، ومنهُ س = ٣ استعمالُ الخاصّيَّةِ الصفريَّةِ.

أوْ س + ٣ = ٠ ، ومنهُ س = -٣

إذنْ: مجموعةُ الحلِّ هيَ: {٣ ، -٣}.

٢) س^{٢} + ٧ س – ٨ =٠

(س – ١) (س + ٨) = ٠ البحثُ عنْ عددَينِ حاصلُ ضربِهِما (-٨) ومجموعُهُما (+٧).

إمّا س -١ = صفر ، ومنهُ س = ١ باستعمالِ الخاصّيَّةِ الصفريَّةِ.

أوْ س + ٨ = ٠ ، ومنهُ س = -٨

مجموعةُ حلِّ المعادلةِ هيَ: {١ ، - ٨}.

أحاولُ أجدُ حلَّ المعادلتَينِ الآتيتَينِ:

١) س^{٢} + ٣ س + ٢ = ٠ ٢) س^{٢} -٤ س - ٥ = ٠

حلّ المعادلةِ التربيعيَّةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ:

أتأمَّلُ المعادلاتِ الآتيةَ: ٢س^{٢} – ٤ س – ١ = ٠، س^{٢} – ٢ س - ١٠ = ٠، س^{٢} +٣ س + ٧ = ٠

سأجدُ صعوبةً في حلِّ هذِهِ المعادلاتِ بالتحليلِ إلى العواملِ الأوّليّةِ؛ لذا، **أستعملُ القانونَ العامَّ لحلِّ المعادلةِ التربيعيَّةِ.**

أيُّ معادلـةٍ تربيعيَّـةٍ أ $\text{س}^{٢}$ + ب س + جـ = ٠، حيثُ أ، ب، جـ أعدادٌ حقيقيـةٌ، أ ≠ ٠، يُمكنُنـي حلُّها باستـعمالِ القانـونِ العـامِّ للمعادلـةِ التربيعيَّـةِ، وهـو:

$$\text{س} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^{٢} - ٤\,\text{أ}\,\text{جـ}}}{٢\,\text{أ}}$$

ويُسـمّى المقـدارُ $\text{ب}^{٢}$ - ٤ أ جـ **مميِّـزَ المعادلـةِ التربيعيَّـةِ** ويُرمـزُ لـهُ بالرمـز Δ: $\text{ب}^{٢}$ - ٤ أ جـ ≤ ٠ (لمـاذا؟)

أُلاحـظُ أنَّ المميِّـزَ يُمكـنُ استـعمالُهُ للكشـفِ عـنْ إمكانيَّـةِ تحليـلِ المعـادلاتِ التربيعيَّـةِ وتحديـدِ عـددِ الحلـولِ الحقيقيَّـةِ (إنْ وجـدتْ).

إذا كانَ:

١) Δ > ٠ فإنَّ للمعادلةِ التربيعيَّةِ جذرَينِ حقيقيَّينِ مختلفَينِ.

٢) Δ < ٠ فإنَّهُ لا يوجدُ للمعادلةِ التربيعيَّةِ جذورٌ حقيقيَّةٌ.

٣) Δ = ٠ فإنَّ للمعادلةِ التربيعيَّةِ جذرًا حقيقيًّا مكرَّرًا هوَ $\text{س} = \frac{-\text{ب}}{٢\text{أ}}$

مثالٌ (٢)

أجدُ قيمةَ المميِّزِ للمعادلةِ التربيعيَّةِ ٣ $\text{س}^{٢}$ – ٤ س = - ١٠، ثمَّ أتبيَّنُ إذا كانَ للمعادلةِ حلولٌ حقيقيَّةٌ.

الحلُّ:

٣ $\text{س}^{٢}$ – ٤ س + ١٠ = ٠	كتابةُ المعادلـةِ بالصورةِ العامَّةِ.
أ = ٣ ، ب = -٤ ، جـ = ١٠	تحديدُ معاملاتِ الحدودِ
Δ = $\text{ب}^{٢}$ - ٤ أ جـ	كتابةُ مميِّزِ المعادلةِ التربيعيَّةِ.
= $(-٤)^{٢}$ – ٤ × (٣) × (١٠)	تعويضُ قيَمِ أ ، ب ، جـ.
= ١٦ – ١٢٠	
= - ١٠٤ المميِّزُ < ٠	

∴ لا يوجدُ حلولٌ حقيقيَّةٌ للمعادلةِ التربيعيَّة

أحاولُ أجدُ قيمةَ المميّزِ للمعادلةِ التربيعيّةِ $٢ س^٢ + ١ + ٣ س = ٠$؛ ثمَّ أتبيّنُ إذا كانَ للمعادلةِ حلولٌ حقيقيّةٌ.

مثالٌ (٣)

أجدُ حلَّ المعادلةِ $٢ س^٢ + ٣ س - ٣ = ٠$ باستعمالِ القانونِ العامِّ للمعادلةِ التربيعيّةِ.

الحلُّ:

أ = ٢ ، ب = ٣ ، جـ = -٣	تحديدُ معاملاتِ الحدودِ.
$\Delta = ب^٢ - ٤ \times أ \times جـ$	كتابةُ مميّزِ المعادلةِ التربيعيّةِ.
$= (٣)^٢ - ٤ \ (٢) \ (-٣)$	تعويضٌ.
$= ٩ + ٢٤ = ٣٣ > ٠$	

إذنْ: يوجدُ للمعادلةِ حلّانِ حقيقيّانِ.

$س = \dfrac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$	كتابةُ القانونِ العامِّ لحلِّ المعادلةِ التربيعيّةِ.
$س = \dfrac{-٣ \pm \sqrt{٣٣}}{٤}$	التعويضُ في القانونِ، ثمَّ التبسيطُ.

أحاولُ أجدُ حلَّ المعادلةِ $س^٢ - ٣ س = ٤$ باستعمالِ القانونِ العامِّ للمعادلةِ التربيعيّةِ.

حلُّ المعادلةِ التربيعيّةِ على الصورةِ: $(أ س + ب)^٢ = جـ^٢$

مثالٌ (٤)

أجدُ حلَّ المعادلة $(س + ٤)^٢ = ٣^٢$

الحلُّ:

$(س + ٤)^٢ = ٣^٢$	
$\sqrt{(س + ٤)^٢} = \sqrt{٣^٢}$	أخذُ الجذرَ التربيعيَّ لطرفَي المعادلةِ.
$س + ٤ = \pm ٣$	تطبيقُ القاعدةِ.
س + ٤ = ٣ ، ومنهُ س= -١	حلُّ المعادلةِ الخطّيّةِ.
أوْ س + ٤ = - ٣ ، ومنهُ س = -٧	

فائدةٌ

$\sqrt{س^٢} = |س|$

إذا كانَ $|س| = أ$؛ حيثُ $أ \geq ٠$ ، فإنَّ:

س = أ أو س = - أ

أحاولُ أحلُّ المعادلةَ (س – ٣)^{٢} – ٤٩ = ٠

أُفكِّرُ

هلْ للمعادلةِ س^{٢} = -٤ حلٌّ؟ لماذا؟

أختبرُ تعلُّمي

١) أحلُّ المعادلاتِ الآتيةَ:

أ) ٤ س^{٢} – ٢٥ = ٠ ب) ص^{٢} + ٦ = ٥ ص

٢) إذا كانتْ أ س^{٢} + ٤ س + ٣ = ٠، فأجدُ قيمةَ (أ) التي تجعلُ للمعادلةِ حلًّا وحيدًا.

٣) يُنتجُ مصنعٌ للحديدِ والصلبِ قطعةً على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ أبعادُها بالسنتيمتراتِ: ٤، (س+٢)، (س+٢)، وحجمُها يُساوي ١٠٠ سم^{٣}. أجدُ قيمةَ (س).

٤) أحلُّ المعادلةَ ٣ س^{٢} + ٤ س – ١ = ٠

٥) ما العددُ الحقيقيُّ الذي ينقصُ مربَّعُهُ عنْ خمسةِ أمثالِهِ بمقدارِ ٤؟

٦) حلَّتْ بيانُ المعادلةَ (س + ١)^{٢} = ١٠٠ كالآتي:

(س + ١)^{٢} = ١٠٠

بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفَينِ

س + ١ = ١٠

س = ٩

أُبيِّنُ الخطأَ الذي وقعتْ فيهِ.

أوّلًا: الأُسسُ النسبيَّةُ وقوانينُها

ماذا سأتعلَّمُ؟
- الأُسسُ النسبيَّةُ.
- قوانينُ الأُسسِ.
- تبسيطُ التعابيرِ.

هلْ أنا بارعٌ بلعبِ المكعَّبِ السحريِّ (روبيك)؟
إذا علمتُ أنَّ حجمَ المكعَّبِ السحريِّ المسموحَ بهِ في المباراةِ هوَ ٢٧٠٠٠ مم^{٣}، فما طولُ ضلعِ هذا المكعَّبِ؟

نشاطٌ أتأمَّلُ البطاقاتِ الآتيةَ، وأملأُ الفراغَ في كلٍّ مِنْها:

٨^{٣}	٨$^{-٣}$	٨$^{\frac{١}{٣}}$
٨ × ٨ × ٨ = □	$\frac{١}{٨} \times \frac{□}{□} \times \frac{□}{□} = \frac{□}{□}$	؟

ألاحظُ أنَّ:

البطاقتَينِ الأولى والثانيةَ، تحتوي على أُسسٍ لأعدادٍ صحيحةٍ وقدْ درستُها سابقًا. ولكنْ، كيفَ سأجدُ الحلَّ في البطاقةِ الثالثةِ؟ ما نوعُ الأُسِّ فيها؟

تُكتَب $(٨)^{\frac{١}{٣}}$ على الصورةِ $\sqrt[٣]{٨}$ ويُسمّى $(\frac{١}{٣})$ **أسًّا نسبيًّا.**

أتعلَّمُ

$\sqrt[ن]{س} = س^{\frac{١}{ن}}$ (إذا كانَ (ن) عددًا زوجيًّا موجبًا، و(س) عددًا حقيقيًّا ليسَ سالبًا).

$\sqrt[ن]{س} = س^{\frac{١}{ن}}$ (إذا كانَ (ن) عددًا فرديًّا موجبًا، و(س) عددًا حقيقيًّا).

مثالٌ: $\sqrt[٤]{١٣^{٣}} = (١٣)^{\frac{٣}{٤}}$

دليلُ الجذرِ — الأُسُّ — الأُسُّ النسبيُّ

مثالٌ (١)

أكتبُ $(\sqrt[٣]{\frac{-١}{٦٤}})$ على صورةِ أُسسٍ نسبيَّةٍ، ثم أجدُ قيمتَها:

الحلُّ: $(\sqrt[٣]{\frac{-١}{٦٤}}) = (\frac{-١}{٦٤})^{\frac{١}{٣}} = \frac{-١}{٤}$

أحاولُ أجدُ قيمةَ كلٍّ منْ: $(٦٢٥)^{\frac{١}{٤}}$ ، $\sqrt[٦]{\frac{٧٢٩}{٦٤}}$

إذا كانَ (س) عددًا حقيقيًّا، وكانَ (م)، (ن) عددَيْنِ نسبيَّيْنِ؛ فإنَّ:

- $س^{م} \times س^{ن} = س^{م+ن}$
  - $(٧)^{\frac{٣}{٢}} \times (٧)^{\frac{١}{٢}} = ٧^{\frac{٣}{٢}+\frac{١}{٢}}$
  - $٧^{\frac{٤}{٢}} = ٧^{٢} = ٤٩$
- $\frac{س^{م}}{س^{ن}} = س^{م-ن}$ ، س $\neq$ صفرًا
  - $\frac{(\sqrt{١١} - \sqrt{١٠})^{٨}}{(\sqrt{١١} - \sqrt{١٠})^{-٤}}$
  - $= (\sqrt{١١} - \sqrt{١٠})^{١٢}$
- $(س^{م})^{ن} = (س^{ن})^{م} = س^{ن \times م}$
  - $\sqrt{(١١^{٤})^{٣}} = ١١^{٦}$
  - $(١١^{١٢})^{\frac{١}{٢}} = ١١^{٦}$

أحاولُ أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

$(٦٤)^{\frac{١}{٣}} \times (٦٤)^{\frac{١}{٢}}$ ، $\frac{(\sqrt{٧} - \sqrt{٣})^{١٨}}{(\sqrt{٧} - \sqrt{٣})^{١٦}}$ ، $\sqrt[٣]{(٢^{٦})^{-٤}}$

إذا كانَ (س) و(ص) عددَيْنِ حقيقيَّيْنِ، حيثُ س $\neq$ ٠، ص $\neq$ ٠، وكانَ (م) عددًا نسبيًّا؛ فإنَّ:

- $س^{م} \times ص^{م} = (س \times ص)^{م}$
  - $٢^{\frac{١}{٩}} \times ٧^{\frac{١}{٩}}$
  - $= (٢ \times ٧)^{\frac{١}{٩}} = ١٤^{\frac{١}{٩}}$
- $\frac{س^{م}}{ص^{م}} = \left(\frac{س}{ص}\right)^{م}$
  - $\left(\frac{-٣٢}{٢٤٣}\right)^{\frac{١}{٥}}$
  - $= \frac{-٢}{٣}$
- $س^{٠} = ١$
  - $س^{٨} \div س^{٨}$
  - $س^{٨-٨} = س^{٠}$
    $= ١$
- $س^{-م} = \frac{١}{س^{م}}$
  - $٦^{-٢} = \frac{١}{٢٦}$
  - $= \frac{١}{٣٦}$
- إذا كانَ (م) عددًا طبيعيًّا، و(ن) عددًا نسبيًّا، و(س) عددًا حقيقيًّا موجبًا؛ فإنَّ:
  - $\sqrt[م]{س^{ن}} = (\sqrt[م]{س})^{ن}$
    $= (س^{ن})^{\frac{١}{م}} = س^{\frac{ن}{م}}$

يمكنُني تبسيطُ العباراتِ التي تتضمَّنُ أُسسًا نسبيَّةً؛ عنْ طريقِ: تحويلِ الأُسسِ السالبةِ إلى موجبةٍ، ثمَّ التبسيطِ باستعمالِ قوانينِ الأُسسِ.

مثالٌ (٢) أجدُ قيمةَ المقدارِ الآتي في أبسطِ صورةٍ: $\left(\sqrt[٩]{\frac{٣^{٢٠}\times ٥^{-٩}}{٣^{١١}}}\right)$

الحلُّ: $\sqrt[٩]{٣^{٢٠-١١}\times ٥^{-٩}} = \sqrt[٩]{٣^{٩}\times ٥^{-٩}}$ تبسيطُ ما داخلَ الجذرِ باستعمالِ قوانينِ الأُسسِ.

$= (٣^{٩}\times ٥^{-٩})^{\frac{١}{٩}}$ تحويلُ الجذرِ إلى أُسّ نسبيّ.

$= (٣^{\frac{٩}{٩}}\times ٥^{\frac{-٩}{٩}}) = ٣^{١}\times ٥^{-١} = \frac{٣}{٥}$ تغييرُ الأُسّ السالبِ إلى موجبٍ ($٥^{-١}=\frac{١}{٥}$).

أحاولُ أجدُ قيمةَ المقاديرِ الآتيةِ في أبسطِ صورةٍ:

أ) $\left(\frac{٤^{٥}\times ٧^{٦}}{٧^{-٤}\times ٤^{-٣}}\right)^{\frac{١}{٢}}$ ب) $\sqrt[٥]{\frac{٨^{٥}\times ٩^{١٥}}{(٢\times٤)^{١٠}}}$

أختبرُ تعلُّمي

١) أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

أ) $(٢٥)^{\frac{٣}{٢}}$ ب) $(٦٤)^{\frac{-٤}{٣}}$ جـ) $\frac{(٣٢)^{\frac{١}{٣}}}{\sqrt[٣]{٤}}$ د) $(\sqrt[٧]{١٣})^{-٧}$

٢) أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

أ) $\frac{(\sqrt{١١}-\sqrt{٦})^{-٥}}{(\sqrt{١١}-\sqrt{٦})^{-١٠}}$ ب) $\left(\frac{١}{(\sqrt{٣})^{-٥}}\right)^{٢}$

جـ) $\sqrt{٨^{-٦}\times(٨^{-٤})^{٢}}$ د) $\sqrt[٣]{\frac{(٢\times٥)^{٧}\times ٢^{٦}}{١٠^{٣}\times ٨٠}}$

٣) أجابَ رشيدٌ عنْ ورقةِ عملٍ خاصَّةٍ بقوانينِ الأسسِ كالآتي، أُساعدُهُ على الحكمِ على صحَّةِ إجابةِ كلِّ سؤالٍ؛ موضحًا ذلكَ في العمودِ الثاني منَ الجدولِ:

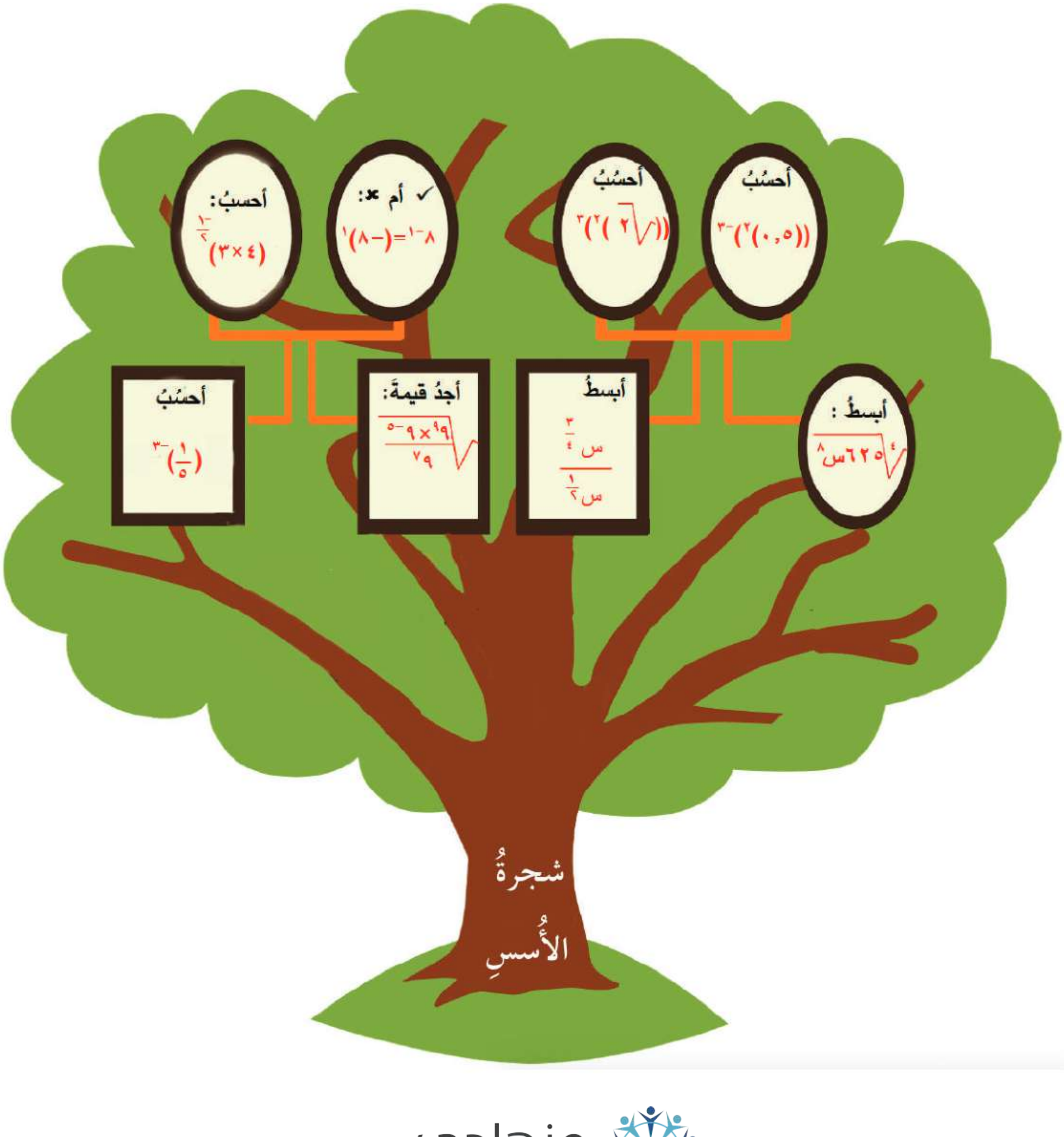
السؤالُ	الإجابةُ (معَ التوضيحِ)
$٤^{٠٫٢٥} \times ٤^{٠٫٧٥} = ٤$	
$ع^{-٧} \div ع^{١٠} = ع^{٣}$	
$\sqrt[٦]{س^{-٦}} = -س$	
$(-٣ ل^{٣})^{٢} = -٣ ل^{٦}$	
$\sqrt{ص^{-٨} \times (ص^{-٢})^{٣}} = ص^{٧}$	
$\sqrt[٩]{٥} + \sqrt[٩]{٥} = \sqrt[١٠]{٥}$	
$\left(\sqrt[٤]{\frac{٤٥}{١٢٥}}\right)^{٢} = \frac{٣}{٥}$	

مسألةٌ مفتوحةٌ: أكتبُ مسألةً رياضيَّةً تعتمدُ على الأُسسِ، تُوضِّحُ انتشارَ فيروسِ كورونا.

أمسحُ رمزَ الاستجابةِ السريعةِ المجاورَ؛ لمشاهدةِ الفيديو الذي يشرحُ النموَّ المتسارعَ لفيروسِ كورونا.

أبحثُ عنْ اسمِ العالِمِ المسلمِ الذي يُعدُّ أوَّلَ منْ استعملَ الأُسسَ السالبةَ، وعنْ اسمِ أوَّلِ عالِمٍ استعملَ الأُسسَ النسبيَّةَ في الرياضيّاتِ.

نشاطٌ أُجيبُ عنْ كلِّ سؤالٍ في ما يأتي:



منهاجي
متعة التعليم الهادف

أوَّلًا: النسبُ المثلثيةُ الأساسيةُ للزاويةِ الحادَّةِ

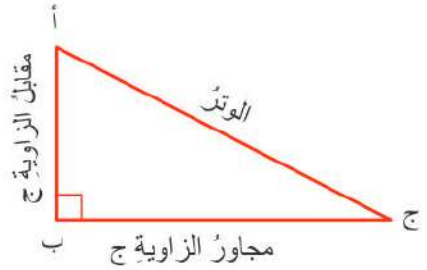
ماذا سأتعلَّمُ؟

- جيبُ الزاويةِ (جا).
- جيبُ التمامِ (جتا)
- الظلُّ (ظا)
- مقابلُ الزاويةِ.
- مجاورُ الزاويةِ.

هلْ سمعتُ بطائرِ الكويتزال؟

وقعَ طائرُ الكويتزال بشِباكِ أحدِ الصيّادينَ؛ فأرادتْ لجنةُ حمايةِ البيئةِ إنقاذَهُ لأنَّهُ مهدَّدٌ بالانقراضِ. ثُبّت سلّمٌ طولُهُ ١٠م على غصنِ شجرةٍ بزاويةِ ٥٧° بينَ حافَّةِ السلَّمِ وسطحِ الأرضِ. ما ارتفاعُ الشجرةِ؟

أُلاحظُ أنَّ إيجادَ المطلوبِ في مسألةِ طائرِ الكويتزال؛ يتطلّبُ قانونًا يربطُ الزاويةَ معَ الوترِ، فهُما المعطيانِ الوحيدانِ في المسألةِ.
يُمكنُني إيجادُ ارتفاعِ الشجرةِ باستعمالِ نسبةِ جيبِ الزاويةِ، إذْ إنَّ:



جيبَ الزاويةِ ج = جا ج = $\frac{\text{طولَ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ ج}}{\text{طولِ الوترِ}} = \frac{\text{أب}}{\text{أج}}$

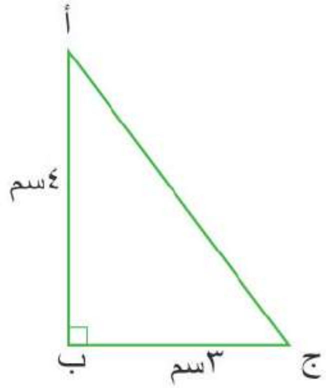
جيبُ تمامِ الزاويةِ ج = جتا ج = $\frac{\text{طولَ الضلعِ المجاورِ للزاويةِ ج}}{\text{طولِ الوترِ}} = \frac{\square}{\square}$

- الزاويتانِ ج ، أ زاويتانِ ______ ؛ لأنَّ قياسَ كلٍّ منْهُما أكبرُ منْ صفرٍ وأقلُّ من ٩٠°
- أُسمّي المثلَّثَ أ ب ج مثلَّثًا ________ ؛ لأنَّ قياسَ الزاويةِ ب = ٩٠°
- الضلعُ المقابلُ للزاويةِ أ هوَ ________ ، وجيبُ الزاويةِ أ = جا أ = $\frac{\square}{\square}$
- الضلعُ المجاورُ للزاويةِ أ هوَ ________ ، وجيبُ تمامِ الزاويةِ أ = جتا أ = $\frac{\square}{\square}$
- ظلُّ الزاويةِ أ = ظا أ = $\frac{\text{طولَ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ أ}}{\text{طولُ الضلعِ المجاورِ للزاويةِ أ}} = \frac{\square}{\square}$

أتعلَّمُ

- جيبُ الزاويةِ الحادَّةِ هوَ نسبةٌ ثابتةٌ في المثلَّثِ القائمِ الزاويةِ، وتُمثِّلُ ($\frac{\text{المقابلَ}}{\text{الوترِ}}$) وهيَ نسبةُ طولِ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ الحادَّةِ إلى طولِ الوترِ، ويُرمزُ لَها بالرمزِ (جا) وبالإنجليزيَّةِ (Sine) واختصارًا (sin).
- جيبُ تمامِ الزاويةِ الحادَّةِ هوَ نسبةٌ ثابتةٌ في المثلَّثِ القائمِ الزاويةِ، وتُمثِّلُ ($\frac{\text{المجاورَ}}{\text{الوترِ}}$) وهيَ نسبةُ طولِ الضلعِ المجاورِ للزاويةِ الحادَّةِ إلى طولِ الوترِ، ويُرمزُ لَها بالرمزِ (جتا) وبالإنجليزيَّةِ (Cosine) واختصارًا (cos).
- ظلُّ الزاويةِ الحادَّةِ هوَ نسبةٌ ثابتةٌ في المثلَّثِ القائمِ الزاويةِ، وتُمثِّلُ ($\frac{\text{المقابلَ}}{\text{المجاورِ}}$) وهيَ نسبةُ طولِ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ الحادَّةِ إلى طولِ الضلعِ المجاورِ، ويُرمزُ لَها بالرمزِ (ظا) وبالإنجليزيَّةِ (Tangent) واختصارًا (tan).

مثالٌ (١)



الشكلُ المجاورُ يُبيِّنُ المثلَّثَ أ ب ج القائمَ الزاويةِ في ب،

فيهِ أ ب = ٤ سم، ب ج = ٣ سم. أجدُ: جا أ ، جا ج، جتا ج، ظا ج.

الحلُّ: أجدُ طولَ الوترِ (أ ج) باستعمالِ نظريَّةِ فيثاغورس.

$(\text{الوتر})^{٢} = (\text{أ ب})^{٢} + (\text{ب ج})^{٢}$ نظريَّةُ فيثاغورس.

$(\text{أ ج})^{٢} = ٤^{٢} + ٣^{٢}$ تعويضٌ.

$(\text{أج})^{٢} = ١٦ + ٩ = ٢٥$

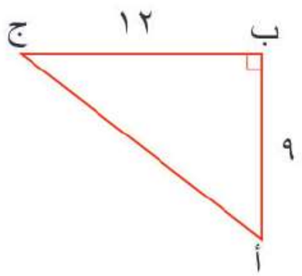
$\therefore$ أج $= \sqrt{٢٥} = ٥$ سم أخذُ الجذرِ التربيعيِّ للطرفين.

$$\text{جا أ} = \frac{\text{طولَ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ أ}}{\text{طولِ الوترِ}} = \frac{٣}{٥}$$ نسبةُ جيبِ الزاويةِ، تعويضٌ.

$$\text{جا ج} = \frac{\text{طولَ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ ج}}{\text{طولِ الوترِ}} = \frac{٤}{٥}$$ نسبةُ جيبِ الزاويةِ، تعويضٌ.

$$\text{جتا ج} = \frac{\text{طولَ الضلعِ المجاورِ للزاويةِ ج}}{\text{طولِ الوترِ}} = \frac{٣}{٥}$$ نسبةُ جيبِ تمامِ الزاويةِ، تعويضٌ.

$$\text{ظا ج} = \frac{\text{طولَ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ ج}}{\text{طولِ الضلعِ المجاورِ للزاويةِ ج}} = \frac{٤}{٣}$$ نسبةُ ظلِّ الزاويةِ، تعويضٌ.



أحاولُ بناءً على الشكلِ المجاورِ، أجدُ جا أ ، جا ج، جتا أ، ظا أ

أتعلَّمُ

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ؛ لإيجادِ جيبِ زاويةٍ معلومةٍ حسبَ الخطواتِ الآتيةِ:

أتأكَّدُ أنَّ النظامَ في الآلةِ الحاسبةِ بالدرجاتِ (Degrees). ← أُدخلُ قياسَ الزاويةِ المطلوبةِ. ← أضغطُ على المفتاحِ (sin).

تنويهٌ: - في بعضِ الآلاتِ الحاسبةِ؛ أحتاجُ إلى الضغطِ على مفتاحِ (sin) أوَّلًا، ثمَّ إدخالِ قياسِ الزاويةِ المطلوبةِ.

- لإيجادِ جيبِ تمامِ زاويةٍ معلومةٍ، أستعملُ المفتاحَ (cos).
- لإيجادِ ظلِّ زاويةٍ معلومةٍ، أستعملُ المفتاحَ (tan).

مثالٌ (٢)

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ؛ لإيجادِ جا ٤٨°

الحلُّ:

١) أتأكَّدُ منْ ضبطِ نظامِ الدرجاتِ (Deg).

٢) أُدخلُ قياسَ الزاويةِ (٤٨).

٣) أضغطُ على المفتاحِ (sin).

٤) الناتجُ: جا ٤٨° ≈ ٠,٧٤

أحاولُ أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ؛ لإيجاد ما يأتي:

١) جا ٧٩° ٢) - جا ١٥° ٣) جتا ٦٥° ٤) ظا ٨٠°

أتعلَّمُ

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ؛ لإيجادِ قياسِ الزاويةِ؛ إذا علمتُ قيمةَ الجيبِ لَها حسبَ الخطواتِ الآتيةِ:

أُدخلُ قيمةَ جيبِ الزاويةِ. ← أضغطُ على مفتاحِ (Inv) أوْ (shift). ← أضغطُ على المفتاحِ (sin).

تنويهٌ

١) توجدُ آلاتٌ حاسبةٌ فيها مفتاحُ ($\sin^{-1}$)، وبهذِهِ الحالةِ أضغطُ على المفتاحِ ($\sin^{-1}$)، ثمَّ أُدخلُ قيمةَ الجيبِ لأحصلَ على الزاويةِ المطلوبةِ.

٢) توجدُ آلاتٌ حاسبةٌ أُخرى أضغطُ بِها على مفتاحِ (Inv) ثمَّ (sin) أوْ ($\sin^{-1}$)، وبعدَها أُدخلُ قيمةَ النسبةِ المثلَّثيَّةِ للزاويةِ المطلوبةِ ثمَّ (=) أوْ (enter).

مثالٌ (٣)

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لإيجادِ قياسِ الزاويةِ س؛ حيثُ جا س = ٠,٧

الحلُّ:

١) أتأكَّدُ منْ ضبطِ الآلةِ على نظامِ الدرجاتِ.

٢) أُدخلُ قيمةَ جيبِ الزاويةِ ٠,٧

٣) أضغطُ على المفتاحِ (Inv) ثمَّ (sin).

٤) الناتجُ: قيمةُ الزاويةِ س ≈ ٤٤,٤°

أحاولُ أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ؛ لإيجادِ قياسِ الزاويةِ س في كلٍّ ممّا يأتي:

١) جا س = ٠,٦٥ ٢) جتا س = ٠,٣٧ ٣) ظا س = ٠,٥٨

أختبرُ تعلُّمي

١) المثلَّثُ أ ب ج قائمُ الزاويةِ في ب، فيهِ أ ب = ١٢ سم، أ ج = ٢٠ سم. أجدُ كلًّا ممّا يأتي:

أ) ب ج

ب) جا أ

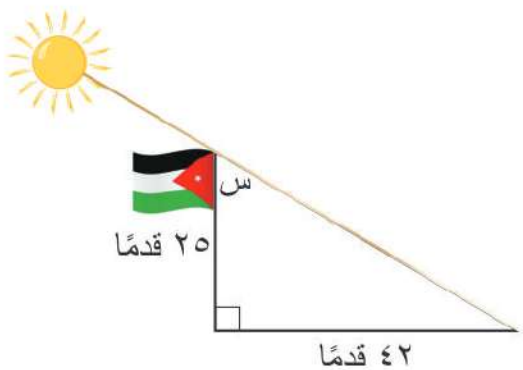
جـ) جتا ج

د) ظا أ

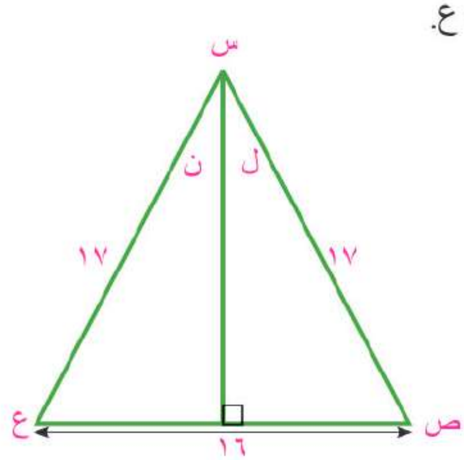
هـ) قياسُ الزاويةِ (أ) باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ (إلى أقربِ عددٍ صحيحٍ).

و) قياسُ الزاويةِ (ج).

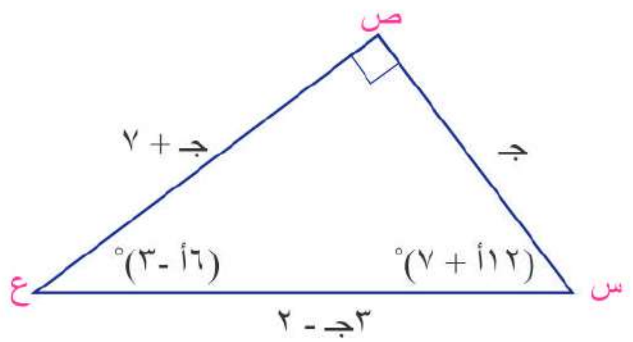
٢) ساريةُ علمٍ بطولِ ٢٥ قدمًا تُلقي بظلٍّ طولُهُ ٤٢ قدمًا. ما قياسُ الزاويةِ س التي تضربُ فيها الشمسُ قمَّةَ ساريةِ العلمِ؟



٣) أتأمَّلُ الشكلَ المجاورَ، ثمَّ أجدُ جا ن، جا ص، وقياسَ كلٍّ منَ الزوايا س، ص، ع.



٤) المثلَّثُ س ص ع قائمُ الزاويةِ في ص، كما يُوضِّحُ الشكلُ المجاورُ، أجدُ قيمةَ كلٍّ منْ: أ ، جـ ، جتا س، ظا ع.



٥) أقرأُ البطاقاتِ الآتيةَ، ثمَّ أختارُ البطاقةَ (البطاقاتِ) الصحيحةَ منْها. أُبرِّرُ إجابتي:

- إذا كانتْ هـ زاويةً حادَّةً؛ فإنَّ جا هـ > ١
- إذا كانتْ: ٤٥° < هـ < ٩٠°؛ فإنَّ ظا هـ > ١
- إذا كانتْ (س) زاويةً حادَّةً، بحيثُ جا س = جتاس؛ فإنَّ س = ٤٥°
- كلَّما زادَ قياسُ الزاويةِ الحادَّةِ زادتْ قيمةُ ظلِّها.
- إذا كانتْ (س) زاويةً حادَّةً، بحيثُ ظا س =١ فإنَّ س = ٤٥°
- إذا كانتْ هـ زاويةً حادَّةً؛ فإنَّ جتا هـ < ١
- إذا كانتْ هـ زاويةً حادَّةً؛ فإنَّ ظا هـ ≥ ١
- كلَّما زادَ قياسُ الزاويةِ الحادَّةِ، زادتْ قيمةُ جيبِ تمامِها.

أبحثُ

- عنْ أكبرِ قيمةٍ لجيبِ الزاويةِ وأقلِّ قيمةٍ لهُ.
- عنْ سببِ تسميةِ جيبِ الزاويةِ هذا الاسمَ.
- للعربِ والمسلمينَ إنجازاتٌ مهمَّةٌ في علمِ حسابِ المثلَّثاتِ، أبحثُ عنِ العالِمِ المسلمِ الذي يُعدُّ أوَّلَ منْ استعملَ مصطلحَي جيبِ الزاويةِ وجيبِ التمامِ، وأكتبُ عنهُ وعنْ إنجازاتِهِ.

- أمسحُ رمزَ الاستجابةِ السريعةِ المجاورَ؛ لأخذِ لمحةٍ عنْ أهمِّيَّةِ علمِ حسابِ المثلَّثاتِ.