المادة التعليمية للبرنامج العلاجي

المرحلة التحضيرية

للعام 2022-2023

مبحث الرياضيات

الصف : الحادي عشر الأدبي

منهاجي
متعة التعليم الهادف

المصدر: المادة التعليمية المساندة لمبحث الرياضيات

حلُّ المعادلاتِ

النتاجاتُ: • أحُلُّ معادلةً بمتغيرٍ واحدٍ.

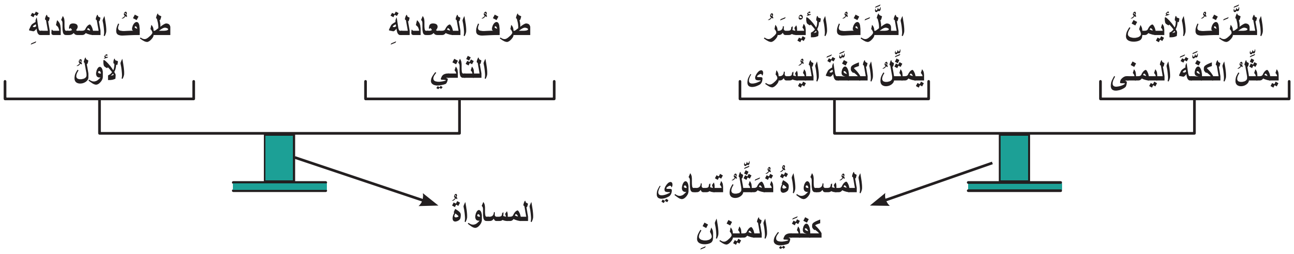
النشاطُ 1 خصائصُ المساواةِ.

أتذكَّرُ

المعادلةُ: جملةٌ تتضمنُ مساواةً (=) تدلُّ على تساوي المقداريْنِ في طرفيْها، وقدْ تتضمنُ المعادلةُ أعدادًا مجهولةً تُسمّى المتغيراتِ، ويُعبَّرُ عنْها بأحرفٍ مثلَ x , y .

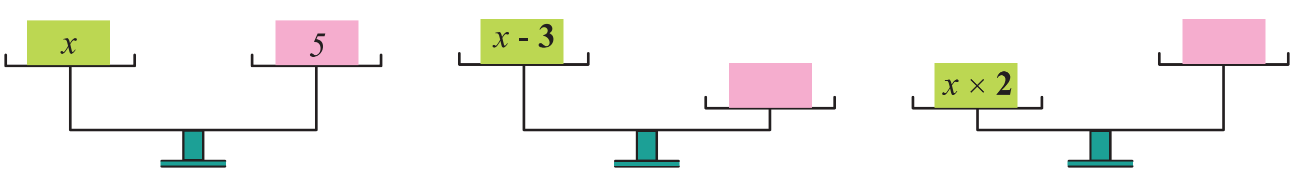
أتذكَّرُ

المقدارُ الجبريُّ: عبارةٌ تحتوي على متغيراتٍ وأعدادٍ تفصلُ بينَها عملياتٌ. مثلًا $2x + 6$



1) ألاحظُ كفَّتَي الميزانِ

إذا بدأْتَ المساواةَ بينَ x والعددِ 5 ؛ فما الذي تضعُهُ في الكفةِ اليمنى لتبقى المعادلةُ صحيحةً؟



$x \times 2 =$ .... $x - 3 =$ .... $x = 5$

2) أسجِّلُ ملاحظاتي حولَ خصائصِ المساواةِ، وأناقشُها معَ معلِّمي وزملائي.

أستنتجُ

لتبقى المساواةُ في المعادلةِ صحيحةً؛ يجبُ مراعاةُ ما يأتي:

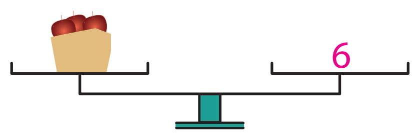
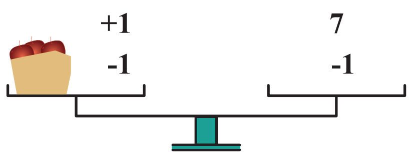
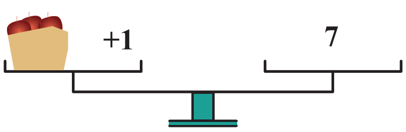
- عندَ (إضافةِ/ جمعِ) عددٍ ما إلى أحدِ طرفَي المعادلةِ فيجبُ إضافةُ العددِ نفسِهِ إلى الطرفِ الآخرِ.
- عندَ طرحِ عددٍ ما منْ أحدِ طرفَي المعادلةِ فيجبُ طرحُ العددِ نفسِهِ منَ الطرفِ الآخرِ.
- عندَ ضربِ أحدِ طرفَي المعادلةِ في عددٍ ما فيجبُ ضربُ الطرفِ الآخرِ في العددِ نفسِهِ.
- عندَ قسمةِ أحدِ طرفَي المعادلةِ على عددٍ ما (والعددِ $\neq$ صفرًا) فيجبُ قسمةُ الطرفِ الآخرِ على العددِ نفسِهِ.

النشاطُ 2 حلُّ المعادلاتِ.

أتذكَّرُ

حلُّ المعادلةِ يعني إيجادَ قيمةِ المتغيرِ التي تجعلُ المساواةَ صحيحةً.
مثلَ: حلُّ المعادلةِ $x + 1 = 5$ هوَ $x = 4$ لأنَّهُ بتعويضِ العددِ 4 مكانَ x أحصلُ على عبارةٍ رياضيةٍ صحيحةٍ وهيَ: $(4 + 1 = 5)$.

1) أجدُ كتلةَ كيسِ الفاكهةِ في الشكلِ المجاورِ

		
كتلةُ كيسِ الفاكهةِ 6 KG	أطرحُ 1 منْ كفتَي الميزانِ لجعلِ كيسِ الفاكهةِ على طرفٍ والأعدادِ على طرفٍ آخرَ.	

2) أحُلُّ المعادلاتِ الآتيةَ وأتحقَّقُ منْ حلّي:

① $m + 6 = 13$

التحقُّقُ منْ صحةِ الحلِّ
أعوضُ قيمةً $m = 7$ في المعادلةِ
$7 + 6 = 13$ $13 = 13$
بما أنَّ الطرفيْنِ متساويانِ إذن الحلُّ صحيحٌ ✓

المعادلةُ الاصليةُ — $m + 6 = 13$

أجعلُ المتغيرَ على طرفٍ والأعدادَ على الطرفِ الآخرِ، أطرحُ 6 منَ الطرفين — $-6 \quad -6$

وبما أنَّ المتغيرَ على طرفٍ وحدَهُ أكونُ قدْ أنهيتُ الحلَّ — $m = 7$

② $f - 4 = 5$

التحقُّقُ منْ صحةِ الحلِّ
....

المعادلةُ الأصليةُ — $f - 4 = 5$

أجعلُ المتغيرَ على طرفٍ والأعدادَ على الطرفِ الآخرِ، ثمَّ أجمعُ 4 إلى الطرفيْنِ. — ....

بما أنَّ المتغيرَ على طرفٍ وحدَهُ أكونُ قدْ أنهيتُ الحلَّ — $f = 9$

③ $5x + 7 = 22$

التحقُّقُ منْ صحةِ الحلِّ
....

المعادلةُ الأصليةُ — $5x + 7 = 22$

لماذا؟ .... — $5x = 15$

لماذا؟ .... — $x = 3$

④ $4(3y - 5) = 28$

المعادلةُ الأصليةُ — $4(3y - 5) = 28$

خاصيةُ التوزيعِ — $4 \times 3y - 4 \times 5 = 28$

أضربُ وأكملُ حلَّ المعادلةِ — $12y - 20 = 28$

....

....

$y =$ ....

أتذكَّرُ

خاصيةُ توزيعِ الضربِ على الجمعِ كالآتي:

$a(b + c) = a \times b + a \times c$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أفكِّر

هلْ توجدُ طريقةٌ أخرى لحل المثال؟

لماذا؟ ....

(5) $5a + 12 = 2a + 27$

$3a + 12 = 27$

....

(6) $3(2t + 3) = 4t + 11$

النشاطُ (3) حلُّ المسألةِ باستخدامِ المعادلاتِ.

1) أكملُ الجدولَ الآتيَ:

الجملةُ	المقدارُ الجبريُّ
خمسةُ أمثالِ x	$5x$
مِثلا x	
إضافةُ 7 لـ x	$x + 7$
إضافةُ 4 لـ x	
طرحُ 5 مِنْ x	

2) لدى طارقٍ 5 مجموعاتٍ متساويةٍ منَ الطوابعِ البريديةِ أضافَ إليْها 4 طوابعَ فأصبحَ مجموعُ ما لدى طارقٍ هوَ 39 طابعًا، أجدُ الطوابعَ في المجموعةِ الواحدةِ:

(1) أرمزُ إلى الطوابعِ في المجموعةِ الواحدةِ برمزٍ، وليكُنْ a

(2) عددُ الطوابعِ في المجموعاتِ الخمسِ ....

(3) أضيفُ الطوابعَ الأربعةَ المتبقيةَ فيصبحُ الناتجُ ....

$= 5a + 4$

أحُلُّ المعادلةَ $\boxed{5a + 4 = 39}$ ← الحلُّ: ....

منهاجي
متعة التعليم الهادف

3) لدى ميسَ مبلغٌ منَ المالِ بالدينارِ، إذا ضُربَ بالعددِ 3 وطرحْنا منهُ 2 كانَ المبلغُ الناتجَ مساويًا لجمعِ 8 إلى المبلغِ، أجدُ ما لدى ميسَ منَ الدنانيرِ وأتحقَّقُ منْ صحةِ الحلِّ .

أرمزُ إلى المبلغِ الذي معَ ميسَ برمزٍ وليكُنْ d

d | $3d$ | $3d - 2$ | $3d - 2 =$ | $3d - 2 = d + 8$

لدى ميسَ **مبلغٌ منَ المالِ** بالدينارِ، إذا ضُربَ بالعددِ 3 وطرحْنا منْهُ 2 كانَ الناتجُ مساويًا لجمعِ 8 إلى المبلغِ، أجدُ ما لدى ميسَ منَ الدنانيرِ وأتحقَّقُ منْ صحةِ الحلِ.

أفهمُ

أخطِّطُ

أحلُّ

أتحقق

4) أجدُ العددَ الذي أربعةُ أمثالِهِ مطروحًا منهُ 5 يكونُ مساويًا للعددِ 11.

أَضَعُ ✓ أَسْفَلَ الصورةِ التي تمثِّلُ تَعَلُّمي

حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ (1)

النتاجُ: • أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ بالتحليلِ.

نشاط 1 حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ

أولًا: تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ

أتذكرُ

بعضَ طرائقِ تحليلِ المقاديرِ الجبريةِ

عددُ الحدودِ الجبريةِ	طريقةُ التحليلِ	
2 أو أكثرُ	إخراجُ العاملِ المشتركِ الأكبرِ	
2	الفرقُ بيْنَ مربعَين	$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
3	مربعٌ كاملٌ ثلاثيُّ الحدودِ	$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
3	x^2+bx+c	$x^2+bx+c=(x+m)(x+n)$ $m+n=b$ and $mn=c$
4 أو أكثرُ	التحليلُ بتجميعِ الحدودِ	$ax+bx+ay+by=x(a+b)+y(a+b)$ $=(a+b)(x+y)$

1) أحلِّلُ المقدارَ الجبريَّ $6x^2+8x$:

1 أجدَ العاملَ المشتركَ الأكبرَ لحدودِ المقدارِ الجبريِّ: $2x$؛ لأنَّ

$$6x^2=2\times3\times x\times x,\ 8x=2\times2\times2\times x$$

2 أخرجُ المقدارَ $(2x)$ عاملًا مشتركًا: $2x\,(3x+4)$

3 هل المقدارُ الجبريُّ $6x^2+8x=2x(3x+4)$ تمَّ تحليلُه تحليلًا كاملًا؟ أبررُ إجابتي.

نعمْ؛ لأنَّه تمَّ كتابةُ كلِّ حدٍّ من الحدودِ الجبريةِ للمقدارِ بالصورةِ التحليليةِ.

إذنْ، تمَّ تحليلُ المقدارِ الجبريَّ تحليلًا كاملًا.

أتذكرُ

حينَ لا تساوي قيمةُ العاملِ المشتركِ الأكبرُ لحدودِ المقدارِ الجبريِّ 1، فإنَّ منَ الأسهلِ البدءَ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ، ثمَّ اختيارُ طريقةِ التحليلِ المناسبةِ.

2) أحللُ المقدارَ الجبريَّ $x^2 - 6x + 8$:

1 أجدُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ لحدودِ المقدارِ الجبريِّ: 1

2 أختارُ طريقةَ التحليلِ المناسبة: تحليلُ ثلاثيةِ الحدودِ

$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$

$m + n = b$ and $mn = c$

أتذكرُ

إذا كانتْ c موجبةً، و b سالبةً في ثلاثيِّ الحدودِ x^2+bx+c، فإنَّ لكلٍّ من n, m إشارةً سالبةً.

بما أنَّ c=......... ، و b=........... ، فيجبُ إيجادُ عددينِ سالبينِ مجموعُهما .... وحاصلُ ضربِهما ....

3 أنشئُ جدولًا، وأنظمُ فيه عواملَ العددِ 8 السالبةِ، وأحددُ العاملينِ اللذينِ مجموعُهما -6:

العاملانِ الصحيحانِ

أزواجُ عواملِ العددِ 8 السالبةُ	$-1, -8$	$-2, -4$
مجموعُ العاملَين	-9	-6

4 أكتبُ القاعدةَ: $x^2 - 6x + 8 = (x + \mathbf{m})(x + \mathbf{n})$

5 أعوضُ m= -2, n= -4 $= (\ldots\ldots\ldots\ldots)(\ldots\ldots\ldots\ldots)$

3) أحللُ المقاديرَ الجبريةَ الآتيةَ:

1 x^2+3x+2

2 $2x^2-2x-24$

ثانيًا: حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ

أتعلمُ

خاصيةُ الضربِ الصفريِّ: إذا كان حاصلُ ضربِ عددينِ حقيقيينِ صفرًا، فإن أحدَهما على الأقلِّ يجبُ أنْ يكونَ صفرًا، **مثالٌ:** $x(x+1)=0$، فإن إما $x=0$، أو $x+1=0$.

1) أحَلُّ المعادلةَ $4x^2 + 20x + 25 = 0$ بالتحليلِ

أحللُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملينِ:

$4x^2+20x+25=0$

ألاحظُ:

المقدارُ الجبريُّ $4x^2+20x+25$ يتكونُ من 3 حدودٍ؛ أختارُ تحليلَهُ بإحدى الطرائقِ الثلاثةِ: (إخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ، أو مربعِ كاملٍ ثلاثيٍّ، أو تحليلِ ثلاثيِّ الحدودِ x^2+bx+c)؛ وبِمَا أنَّ العاملَ المشتركَ الأكبرَ للحدودِ الجبريةِ الثلاثةِ هو 1؛ فلا يمكنُ استعمالُ الطريقةِ الأولى، وبما أنَّ معاملَ x^2 ($a \neq 1$)، فلا يمكنُ تحليلهُ باستعمالِ الطريقةِ الثانيةِ؛ لذلك عليَّ أنْ أتحققَ من شروطِ طريقةِ تحليلِ مربعِ كاملٍ ثلاثيِّ الحدودِ.

$$4x^2 \quad + \quad 20x \quad + \quad 25$$

1
الحدُّ الأول مربعٌ كاملٌ
$4x^2 = (2x)^2$

2
الحدُّ الأوسط يساوي ضعفَ ناتجِ ضربِ الجذرِ التربيعيِّ لكلٍّ مِنَ الحدّينِ: الأولِ، والأخيرِ.
$20x = 2(2x)(5)$

3
الحدُّ الأخيرُ مربعٌ كاملٌ
$25 = 5^2$

إذنْ، أحللُ المقدارَ الجبريَّ باستعمالِ مربعٍ كاملٍ ثلاثيِّ الحدودِ:

مربعٌ كاملٌ ثلاثيُّ الحدودِ

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$
$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

تحليلُ المقدارِ الجبريِّ هو: $4x^2+20x+25=(2x+5)^2=(2x+5)(2x+5)$

أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةُ الضربِ الصفريِّ)، وبما أنَّ العاملينِ متساويان فأحَلُّ المعادلةَ الخطيةَ (بينَ القوسينِ):

$$4x^2+20x+25 = 0$$
$$(2x+5)^2 = 0$$
$$2x+5 = 0$$
$$x = -\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}$$

إذنْ، للمعادلةِ جذرانِ حقيقيانِ متساويان (حَلٌّ واحدٌ) هو، $\left\{-2\frac{1}{2}\right\}$

أتعلمُ

لحلِّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ، أتبعُ الخطواتِ الآتيةَ:

الخطوةُ (1): أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ، وأتركُ الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ.

الخطوةُ (2): أحللُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملينِ.

الخطوةُ (3): أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةِ الضربِ الصفريِّ)، وأحلُّ كلَّ معادلةٍ خطيةٍ.

الخطوةُ (4): حلولُ المعادلةِ التربيعيةِ هي حلولُ المعادلتينِ الخطيتينِ.

2) أحُلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $x^2 = 12x - 36$

1 أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ، وأتركُ الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ:

....

2 أحلّلُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملين:

- أجدُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ لحدودِ المقدارِ الجبريِّ: ....
- هل الحدُّ الأولُ مربعٌ كاملٌ؟ ....
- هل الحدُّ الأوسطُ يساوي $2(x)(6)$؟ ....
- هل الحدُّ الأخيرُ مربعٌ كاملٌ؟ ....
- هل يمكنُ تحليلُ المقدارِ الجبريِّ باستعمالِ طريقةِ المربعِ الكاملِ ثلاثيِّ الحدودِ؟ ......
- أحلّلُ المقدارَ الجبريَّ: $x^2-12x+36=(x-6)^2=(x-6)(x-6)$

(وبما أن العاملينِ متساويان أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةُ الضربِ الصفريِّ)، فأحَلُّ المعادلةَ الخطيةَ (بين القوسين):

....

....

إذن، للمعادلةِ جذرانِ حقيقيانِ متساويانِ (حَلٌّ واحدٌ) هو، ....

3) أحُلُّ المعادلتينِ التربيعيتينِ الآتيتينِ:

1 $x^2+6x+9=0$

2 $9x^2-42x+49=0$

أقيمُ ذاتي: أرسمُ الوجهَ الذي يُعبِّر عن درجةِ رضايَ عنْ أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخلَ (   ).

أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "أتدرب" وأحلُّ المسائلَ.	أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ معَ بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلاً أتقنَ المهارةَ.	لم أتمكنْ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنَ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفةِ.
• أحللُ المقاديرَ الجبريةَ ( )	• أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ جبريًّا ( )	

4 الاقتراناتُ

النتاجات: • أتعرَّفُ الاقترانَ.
• أجدُ قاعدةَ اقترانٍ.

النشاطُ 1 القيمةُ العدديةُ لمقدارٍ جبريٍّ.

1) إذا كانَتْ قيمةُ $x = 3$ وكانَتْ قيمةُ $y = 5$ وأجدُ ناتجَ ما يأتي :

- أُعوِّض قيمةَ كلٍّ من x, y
- أُجري العملياتِ الحسابيةَ

③ $3y + 7x$ $= ....$	② $4x + 2y$ $= 4(3) + 2(.........)$ $= ....+10 = 22$	① $2x + 3y$ $= 2(3) + 3(5)$ $= 6+15 = 21$

2) في أحدِ الأنديةِ الرياضيةِ يكافئُ النادي اللاعبَ مقابلَ كلِّ هدفٍ يُحرزُهُ بـ 4 دنانيرَ وعليهِ أُكملُ الجدولَ الآتيَ:

اسمُ اللاعبِ	عددُ الأهدافِ	العمليةُ الحسابيةُ	المبلغُ بالدينارِ
سيفٌ	3	3×4	12
زيدٌ	4	....	16
أنسٌ	2	2×4	....
محمودٌ	n	$n \times 4$	$4n$
يوسفُ	x	....	....

أتذكَّرُ
$n \times 4 = 4n$

3) أكملُ جدولَ المدخلاتِ والمخرجاتِ في ما يلي:

المخرجةُ $y = 4x - 2$	المدخلةُ (x)
$y = 4(1) - 2 = 2$	1
$y = 4(......) - 2 = 6$	2
$y = 4(......) - 2 = ...$	3

أتعلَّمُ

تُسمَّى العلاقةُ بينَ المدخلةِ x والمخرجةِ y اقترانًا؛ حيثُ إنَّ الاقترانَ هوَ: علاقةٌ تربطُ كلَّ قيمةٍ منَ المدخلاتِ **بقيمةٍ واحدةٍ فقطْ** منَ المخرجاتِ. ويمكنُ التعبيرُ عنِ الاقترانِ بطرائقَ مختلفةٍ.

النشاطُ 2 وصفُ قاعدةِ اقترانٍ بالكلماتِ وجبريًّا.

1) أكملُ الجدولَ الآتي:

المقدارُ الجبريُّ	الجملةُ
$3x + 2$	المتغيرُ x مضروبًا بـ 3 ومضافًا إليْهِ 2
$4(x -2)$	المتغيرُ x مضروبًا بـ 4 ومطروحًا منْهُ 1
	المتغيرُ x مطروحًا منْهُ 2 ومضروبًا بالعددِ 4
	المتغيرُ x مضافًا إليْهِ 7 ومضروبًا بـ 2

2) أكتبُ **آلةَ الاقترانِ** في ما يلي، ثمَّ أعبِّرُ عنْها جبريًّا:

آلةُ الاقترانِ المعطاةُ نضربُ المدخلةَ x في 2، ثمَّ نضيفُ 3:

① $x \longrightarrow \boxed{\times 2} \longrightarrow \boxed{+3} \longrightarrow$

إذنْ، يُمكنُني كتابةُ قاعدةِ الاقترانِ بالصورةِ **الجبريةِ** $x \longmapsto 2x + 3$

أوْ بصورةِ **معادلةٍ** $y = 2x + 3$

آلةُ الاقترانِ المعطاةُ: نضربُ المدخلةَ x في .... ، ثمَّ نطرحُ 3:

② $x \longrightarrow \boxed{\times 5} \longrightarrow \boxed{-3} \longrightarrow$

إذنْ يُمكِنُني كتابةُ قاعدةِ الاقترانِ بالصورةِ **الجبريةِ** ....

أوْ بصورةِ **معادلةٍ** ....

(3) آلةُ الاقترانِ المعطاةُ: نُضيفُ 5 إلى المدخلةِ x ، ثمَّ نضربُ الناتجَ بـ 3:

$x \longmapsto \boxed{+5} \longmapsto \boxed{+3} \longrightarrow$

إذنْ يُمكِنُني كتابةُ قاعدةِ الاقترانِ بالصورةِ **الجبرية** ....

أو **معادلة** .... $\longleftarrow x$

(4) آلةُ الاقترانِ المعطاةُ: نطرحُ 2 منَ المدخلةِ x ، ثمَّ نضربُ الناتجَ بـ ....

$x \longmapsto \boxed{-2} \longmapsto \boxed{\times 5} \longrightarrow$

إذنْ، يُمكِنُني كتابةُ قاعدةِ الاقترانِ بالصورةِ **الجبرية**

$x \longmapsto (x - 2) \times 5$

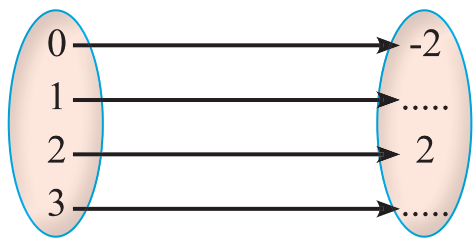
أو بصورةِ **معادلةٍ** على الشكلِ .... = y

(5) $x \longmapsto \boxed{\times 6} \longmapsto \boxed{-2} \longrightarrow$

(6) $x \longmapsto \boxed{+6} \longmapsto \boxed{\times 2} \longrightarrow$

3) أُمثِّلُ جدولَ المدخلاتِ والمخرجاتِ الآتي باستخدامِ **المخططِّ السهميِّ**:

المخرجةُ (y)	المدخلةُ (x)
-2	0
0	1
2	2
4	3

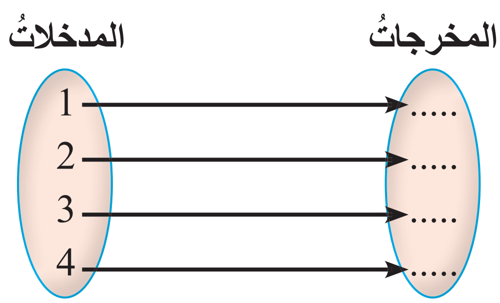


4) معتمدًا على الاقترانَ: $x \longmapsto x + 4$

(1) أجدُ المخرجاتِ المناظرةَ للمدخلاتِ 1,2,3,4

(2) أُمثِّلُ المدخلاتِ والمخرجاتِ **بمخططٍّ سهميٍّ**

المخرجةُ (y)	المدخلةُ (x)
....	1
....	2
....	3
....	4

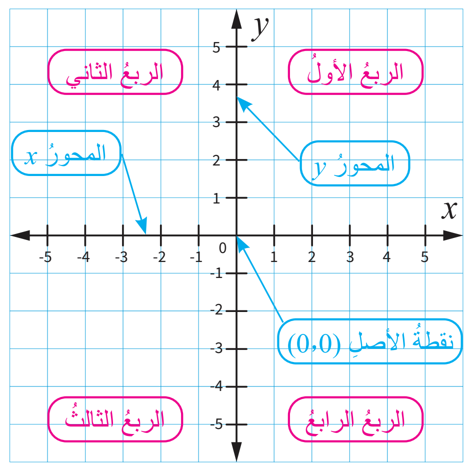


أَضَعُ ✓ أَسْفَلَ الصورةِ التي تمثِّلُ تَعَلُّمي

تمثيلُ الاقترانِ الخطيِّ بيانيًّا

النتاجاتُ: • أُمثِّلُ الاقترانَ الخطيَّ بيانيًّا.

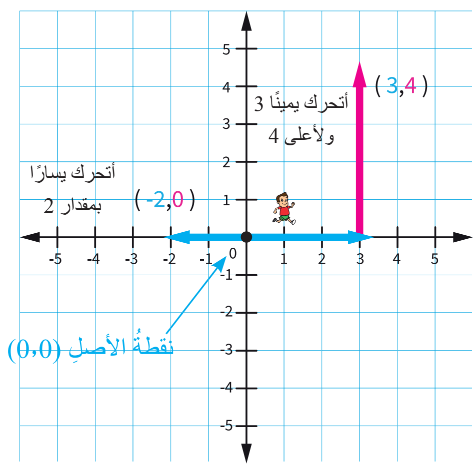
النشاطُ 1 تمثيلُ الأزواجِ المرتبةِ (x,y) (على المستوى الإحداثيِّ)



1) أُمثِّلُ كلًّا منَ الأزواجِ المرتبةِ التاليةِ على المستوى الإحداثيِّ

1 $(3\ ,\ 4)$

الخطوةُ 1	أبدأُ منْ نقطةِ الأصلِ $(0\ ,\ 0)$ وأتحرَّكُ على محورِ x باتجاهِ **اليمينِ** (لأنَّ قيمةَ الإحداثيِّ x موجبةٌ) بمقدارِ 3 وحداتٍ فأقفُ عندَ النقطةِ $(3,0)$
الخطوةُ 2	منَ النقطةِ $(3,0)$ أتحرَّكُ 4 خطواتٍ إلى **الأعلى** (لأنَّ قيمةَ الإحداثيِّ y موجبةٌ)



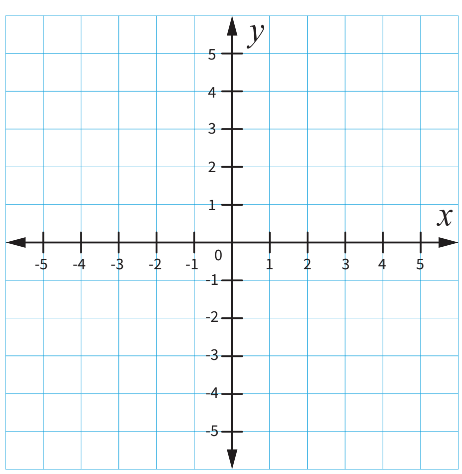
2 $(-2\ ,\ 0)$

الخطوةُ 1	أبدأُ منْ نقطةِ الأصلِ $(0\ ,\ 0)$ وأتحرَّكُ على محورِ x باتجاهِ **اليسارِ** (لأنَّ قيمةَ الإحداثيِّ x **سالبةٌ**) بمقدارِ 2 وحداتٍ فأقفُ عندَ النقطةِ $(-2\ ,\ 0)$
الخطوةُ 2	لا أتحرَّكُ منَ النقطةِ $(-2\ ,\ 0)$؛ لأنَّ قيمةَ الإحداثيِّ $y = 0$

2) أستعملُ مستوى الإحداثياتِ التاليَ لأُعيِّنَ النقطَ المعطاةَ

1 $(1,4)$　2 $(-2,3)$　3 $(-1,-2)$　4 $(0,-5)$

5 $(5,-2)$　6 $(5,0)$



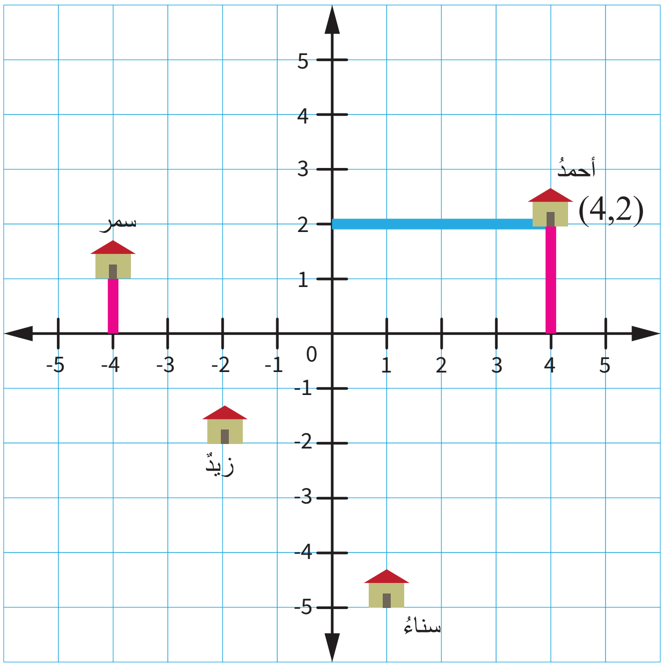
منهاجي
متعة التعليم الهادف

النشاطُ 2 إيجادُ إحداثياتِ نقطٍ منَ المستوى الإحداثيِّ.

1) أجدُ إحداثياتِ النقطةِ التي تحددُ موقعَ منزلِ أحمدَ.

أُنزِلُ عمودًا منْ منزلِ أحمدَ على المحورِ x، فأجدُ أنَّهُ يقابلُ العددَ 4 ثم أُنزِلُ عمودًا من منزلِ أحمدَ على المحورِ y، فأجدُ أنَّهُ يقابلُ العددَ 2.

إذنْ إحداثياتُ النقطةِ التي تحددُ موقعَ منزلِ أحمدَ هي (4,2)



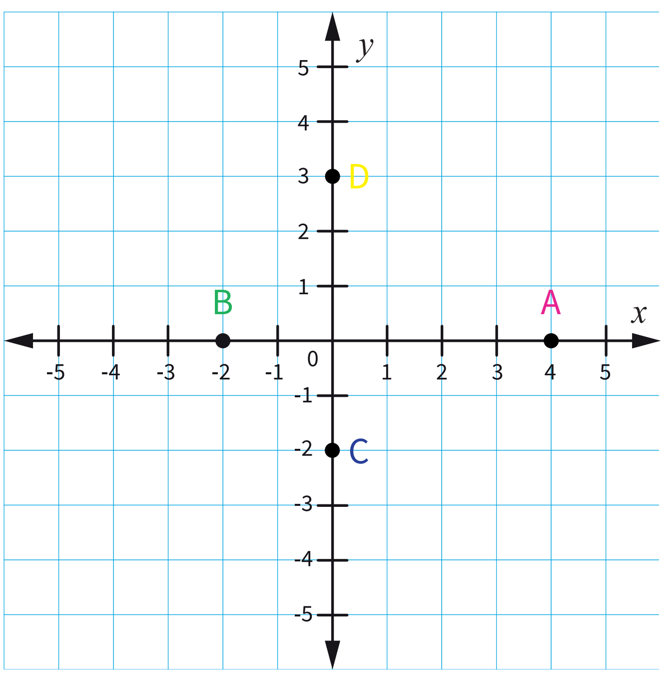
أُحددُ إحداثياتِ النقطةِ التي تُحددُ موقعَ منزلِ كلٍّ منْ: **سمرَ، وزيدٍ وسناءَ**

سمرُ (,)

زيدٌ (,)

سناءُ (,)

2) أجدُ إحداثياتِ النقطِ A,B,C,D



1 إحداثياتُ **A**

ألاحظُ أنَّ A تقعُ على محورِ x عندَ 4

إذنْ A (4,0)

2 إحداثياتُ **B** ....

3 إحداثياتُ **C** ....

ألاحظُ أنَّ C تقعُ على محورِ x عندَ 2- إذنْ

C (0,-2)

4 إحداثياتُ **D** ....

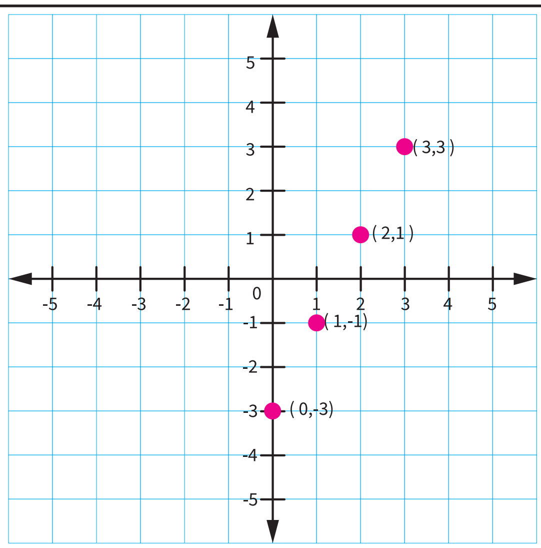
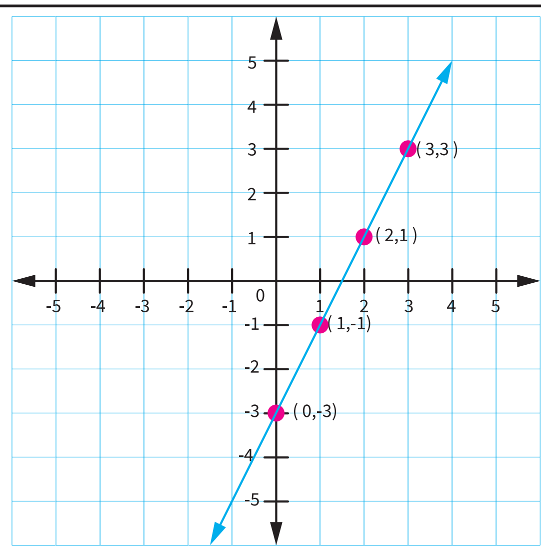
النشاطُ 3 تمثيلُ الاقترانِ الخطيِّ بيانيًّا.

1) أُكملُ جداولَ المدخلاتِ والمخرجاتِ للاقترانِ الآتيةِ، وأُمثِّلُها بيانيًّا

1) $x \longmapsto 2x - 3$

الزوجُ المرتبُ (المخرجةُ، المدخلةُ) (x,y)	المخرجةُ $y = 2x - 3$	المدخلةُ x
$(0,-3)$	$2(0) -3 = -3$	0
$(1, \ldots)$	$2(1) -3 = \ldots.$	1
$(\ldots., 1)$	$2(\ldots.) -3 = 1$	2
$(\ldots.,\ldots..)$	……..	3

إنَّ الأزواجَ المرتبةَ تنتجُ منْ تعويضِ قيمِ المدخلاتِ في المعادلةِ $y = 2x - 3$ لتمثيلِ الاقترانِ بيانيًّا؛ أتبعُ الخطواتِ الآتيةَ:

الخطوةُ 1	الخطوةُ 2
أُعيِّنُ الأزواجَ المرتبةَ $(0,-3),(1,-1),(2,1),(3,3)$ على المستوى الإحداثيِّ	أصلُ بينَ الأزواجِ المرتبةِ على المستوى الإحداثيِّ بخطٍّ مستقيمٍ، وأمدُّ الخطَّ منَ الجهتيْنِ (لماذا؟)
	

ألاحظُ أنَّ التمثيلَ البيانيَّ على شكلِ خطٍّ مستقيمٍ؛ لذلكَ يُسمّى $y = 2x - 3$ **اقترانًا خطيًّا**.

② $x \longmapsto 2(x+1)$

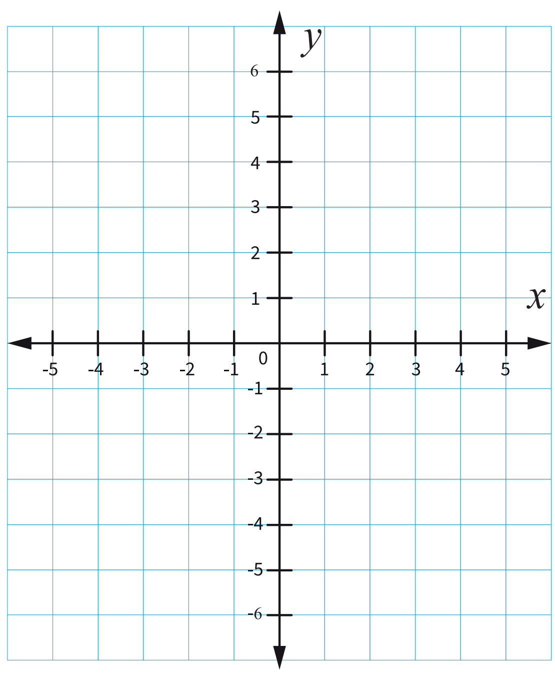
أتذكرُ
أختارُ قيمَ المدخلاتِ وأُعوِّضُها في المعادلةِ.

الزوجُ المرتبُ (المخرجةُ، المدخلةُ) (x,y)	المخرجةُ $y = 2(x+1)$	المدخلةُ x
$(0\ ,\ 2)$	$2(0+1) = 2$	0
$(\ \ ,\ \ )$	$2(1+1) =$ ………	1
………..	……………………..	2
$(-1\ ,\ 0)$	$2(-1+1) = 2 \times 0 = 0$	-1
………..	………………………..	-2

ألاحظُ أنَّ الأزواجَ المرتبةَ تنتجُ من تعويضِ قيمِ المدخلاتِ في المعادلةِ لتمثيلِ الاقترانِ بيانيًّا؛ أُنَفِّذُ ما يأتي:

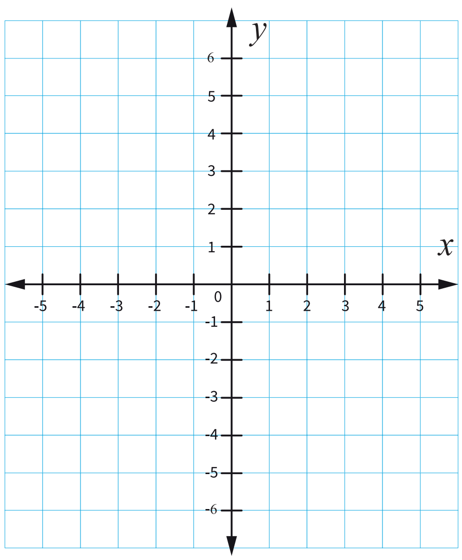
الخطوةُ ① أُعيِّنُ الأزواجَ المرتبةَ (0,2),(1,...),(2,...),(-1,...),(-2,...) على المستوى الإحداثيِّ.

الخطوةُ ② أصلُ بينَ الأزواجِ المرتبةِ على المستوى الإحداثيِّ وأمُدُّ الخطَّ منَ الجهتيْنِ.



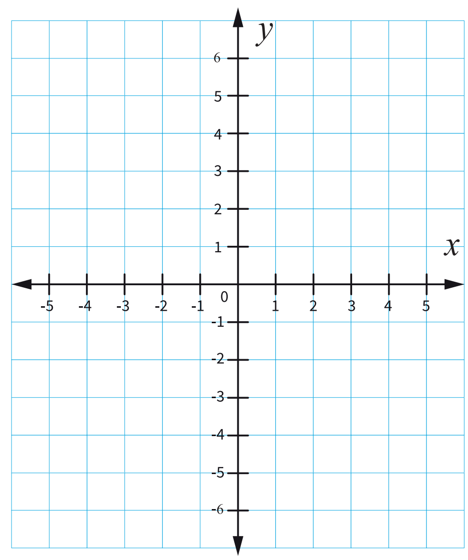
③ $x \longmapsto 2x - 2$

المدخلةُ x	المخرجةُ y	الزوجُ المرتبُ (x,y)
....	....	....
....	....	....
....	....	....



④ $x \longmapsto 3(x - 2)$

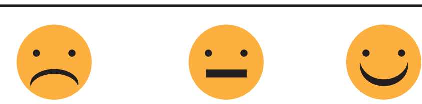
المدخلةُ x	المخرجةُ y	الزوجُ المرتبُ (x,y)
....	....	....
....	....	....
....	....	....



النشاطُ 4 مسائلُ حياتيةٌ.

تقدمُ إحدى الشركاتِ زيادةً سنويةً على راتبِ الموظفِ قدرُها 10 دنانيرَ، أكتبُ معادلةً مِن متغيريْنِ تُمثِّلُ مقدارَ زيادةِ راتبِ الموظفِ بعدَ مرورِ عددٍ منَ السنواتِ، ثمَّ أُمثِّلُ المعادلةَ بيانيًّا.

أَضَعُ ✓ أَسْفَلَ الصورةِ التي تمثِّلُ تَعَلُّمي



منهاجي
متعة التعليم الهادف

3 الاقترانُ التربيعيُّ

النتاجُ: • أذكرُ خصائصَ الاقترانِ التربيعيِّ.
• أمثلُ الاقترانَ التربيعيِّ بيانيًّا في المستوى الإحداثي.

نشاط 1 خصائصُ الاقترانِ التربيعيِّ

أتعلمُ

الاقترانُ التربيعيُّ هو كلُّ اقترانٍ يكتبُ على الصيغة $f(x) = ax^2 + bx + c$ حيثُ a,b,c أعدادٌ حقيقيةٌ $a \neq 0$

ويسمى الاقترانُ $f(x) = ax^2$ بالاقترانِ الرئيسِ لأنه أبسَط صورة للاقترانِ التربيعيِّ.

أتعلمُ

القطع المكافئ: هو الشكلُ الناتجُ عن تمثيلِ الاقترانِ التربيعيِّ بيانيًّا $f(x) = ax^2 + bx + c$ ويكونُ على شكلِ $\cap$ إذا كان $a<0$ أو على شكلِ $\cup$ إذا كانت $a>0$

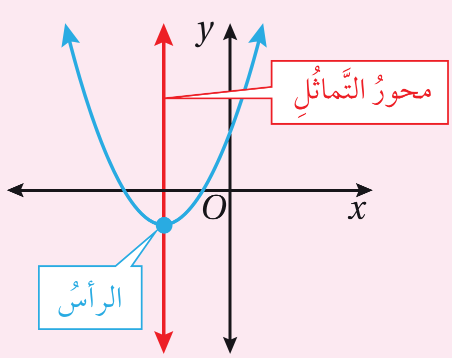
محورُ التماثلِ: الخطُّ الرأسيِّ الذي يقسمُ الشكلَ إلى قسمين متماثلينِ ومعادلتهُ $x = -\frac{b}{2a}$

رأس القطع: نقطةُ تقاطع محورِ التماثلِ معَ منحنى القطعِ، وإحداثياتهُ $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

وتكون : قيمةً عظمى إذا كانتْ $a<0$
وقيمةً صغرى إذا كانتْ $a>0$

المجال: مجالُ الاقترانِ التربيعيِّ دائما هو $(-\infty, \infty)$

المـــدى: $\{y| \ y \geq f\left(\frac{-b}{2a}\right)\}$ إذا كانت $a>0$
$\{y| \ y \leq f\left(\frac{-b}{2a}\right)\}$ إذا كانت $a<0$



1) أميزُ الاقترانَ التربيعيَّ في كلٍّ مما يأتي وأبررُ إجابتي:

الاقترانُ	تربيعيٌّ ومعاملاتُه	غير تربيعيٍّ	التبريرُ
$f(x) = x^2+3x-2$	✓ a =1 b =3 c =−2		لأنه على الصيغةِ $f(x) = ax^2+bx+c$
$f(x) = x^3+3x$		✓	لأنَّ أكبر قوة للمتغيرِ فيه تساوي 3
$g(x) = 4x^2+6$	✓ a =4 b =0 c =6		لأنهُ على الصيغةِ $f(x) = ax^2+bx+c$ **أتذكرُ:** أيُّ حدٍّ من حدودِ الاقترانِ التربيعيِّ غيرُ موجودٍ يكونُ معاملهُ 0
$g(x) = 4x-6$			لأنَّ قوةَ المتغيرِ فيه تساوي 1
$f(x) = 2x^3-3x^2+4$		✓	
$f(x) = x^2$	✓ a = , b = , c =		
$f(x) = 8x^3-1$			لأنَّ قوةَ المتغيرِ فيه تساوي 3

2) أجدُ معادلةَ محورِ التماثلِ وإحداثياتِ رأسِ القطعِ والقيمةِ العظمى أو الصغرى ومدى الاقتراناتِ الآتيةِ:

الاقترانُ	قيمُ المعاملاتِ a, b, c	معادلةُ محورِ $x = \frac{-b}{2a}$	إحداثياتُ رأسِ القطعِ $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$	القيمةُ العظمى a < 0 القيمةُ الصغرى a > 0	المدى
$f(x) = x^2+2x+1$	a =1 b = 2 c =1	$x = \frac{-2}{2(1)} = -1$ $x = -1$	$f(-1) = (-1)^2+2(-1)+1$ $= 1-2+1=0$ إحداثياتُ رأسِ القطعِ $(-1, 0)$	بما أن a=1 للاقترانِ قيمةٌ صغرى مقدارُها -1	$[-1, \infty)$ $\{y \mid y \geq -1\}$
$f(x) = x^2-6x-5$	a =1 b =-6 c =−5	$x = \frac{-(-6)}{2(1)}$ $x =$	$f(3) =$ $= -14$ إحداثياتُ رأسِ القطعِ (3,)	بما أن a=1 للاقترانِ قيمةٌ .... مقدارُها......	$[....., \infty)$ $\{y \mid y \geq ......\}$
$f(x) = -2x^2+4x$	a = b = c = 0	$x =$ $=$	$f(\ ) =$ $= 2$ إحداثياتُ رأسِ القطعِ (,)	بما أن a=... للاقترانِ قيمةٌ عظمى مقدارُها......	$(-\infty, ...]$ $\{y \mid y \leq ......\}$
$f(x) = 4x^2-7$	a = b = c =	$x =$	$f(\ ) =$ إحداثياتُ رأسِ القطعِ (,)	بما أن a=... للاقترانِ قيمةٌ .... مقدارُها......	$[....., \infty)$ $\{y \mid y \geq ......\}$
$f(x) = -3x^2-6x-5$					
$f(x) = -x^2+6x$					
$f(x) = x^2-2x+4$					

نشاط 1 تمثيلُ الاقترانِ التربيعيِّ بيانيًا

خطواتُ تمثيلِ الاقترانِ التربيعيِّ بيانيًا

أحددُ اتجاهَ القطعِ: $a > 0$ مفتوحٌ للأعلى ∪ ، $a < 0$ مفتوحٌ للأسفلِ ∩

↓

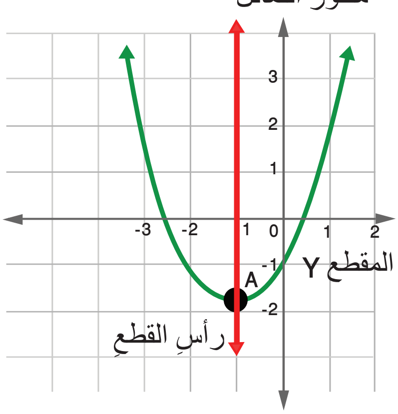
أجدُ معادلةَ محورِ التماثلِ

↓

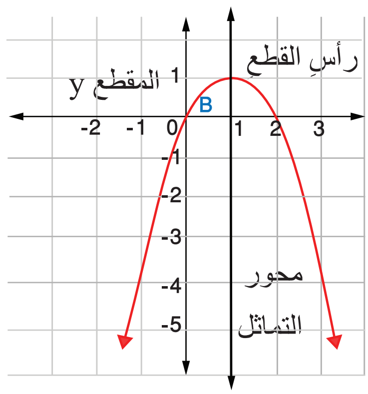
أجدُ إحداثياتِ رأسِ القطعِ

أجدُ أحداثياتِ المقطعِ y — أختارُ قيمةً للمتغيرِ x تقعُ في جهةِ المقطعِ y نفسِها

1) أمثلُ الاقترانَ $f(x)=x^2+2x-1$ بيانيًّا

السؤالُ	الحلُّ	التمثيلُ البيانيُّ
1 أجدُ قيمَ المعاملاتِ a,b,c	a= b= c=	
2 أحددُ اتجاهَ القطعِ	بما أنَّ a=1 فإنَّ المنحنى مفتوحٌ للأعلى.	
3 أجدُ معادلةَ محورِ التماثلِ	$x =$ $x = -1$	
4 أجدُ إحداثياتِ رأسِ القطعِ	$f(-1)=$ إحداثيات الرأس (,)	
5 أجدُ المقطعَ y	المقطعُ y هو قيمةُ الثابتِ c فالمقطعُ يساوي -1 إذنْ إحداثياتِ المقطعِ y هو $(0,-1)$	
6 أختارُ قيمةً للمتغيرِ x والقيمةَ المناظرةَ لها في الاقترانِ $f(x)$	أختارُ قيمة $x =$ $f(1)=1^2+2(1)-1=2$ أحصلُ على الزوجِ المرتبِ (1,2)	المجالُ $(-\infty,\infty)$ المدى { y | } او القيمةُ الصغرى هي -2
7 أعينُ النقاطَ على المنحنى وأصلُ بينَها بخطٍّ منحنٍ، فيظهرُ الشكلُ في التمثيلِ البياني.	إحداثياتُ الرأسِ (,) إحداثياتُ المقطعِ y (,) إحداثياتُ نقطةٍ على المنحنى (,)	

2) أمثلُ الاقترانَ $f(x) = -x^2 + 2x$ بيانيًّا

السؤالُ	الحلُّ	التمثيلُ البيانيُّ
1 أجدُ قيمَ المعاملاتِ a,b,c	a= b= c=	 المجالُ .... المدى .... القيمةُ العظمى.........
2 أحددُ اتجاهَ القطعِ	بما انَّ a=−1 فإنَّ المنحنى مفتوحٌ...............	
3 أجدُ معادلةَ محورِ التماثلِ		
4 أجدُ إحداثياتِ رأسِ القطعِ	إحداثياتُ الرأسِ (,)	
5 أجدُ المقطعَ y	المقطعُ y يساوي اذنّ احداثياتُ المقطعِ y (,)	
6 أختارُ قيمةً للمتغيرِ x والقيمةَ المناظرةَ لها في الاقترانِ $f(x)$	أختارُ قيمةَ $x =$ .... أحُصل على الزوجِ المرتبِ (,)	
7 أعينُ النقاطَ على المنحنى وأصلُ بينها بخطٍّ منحنٍ، فيظهرُ الشكلُ في التمثيلِ البيانيِّ.	إحداثياتُ الرأسِ (,) إحداثياتُ المقطعِ y (,) إحداثياتُ نقطةٍ على المنحنى (,)	

أقيمُ ذاتي: أرسمُ الوجهَ الذي يُعبِّر عن درجةِ رضايَ عنْ أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخلَ ( ).

أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "أتدربُ" وأحلُّ المسائلَ.	أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ معَ بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلاً أتقنَ المهارةَ.	لم أتمكنْ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنَ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفةِ.
• أحددُ خواصَّ الاقترانِ التربيعيِّ ( )	• أمثلُ الاقترانَ التربيعيَّ بيانيًّا ( )	

منهاجي
متعة التعليم الهادف