بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

نموذج ( )

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٥ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/المستوى الثالث

الفـــرع : العلمي

مدة الامتحان : ٢ س ، ٠٠ د

اليوم والتاريخ : الأحد ٢٠١٥/٠١/٠٤

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

إدارة الامتحانات والاختبارات

الســـــــؤال الأول: (٢٠ علامة)

أ) جد كلاً من النهايات الآتية:

١) $\displaystyle \lim_{س \to -3} \frac{س + 3}{س + \sqrt{3س^2 - 9}}$ (٦ علامات)

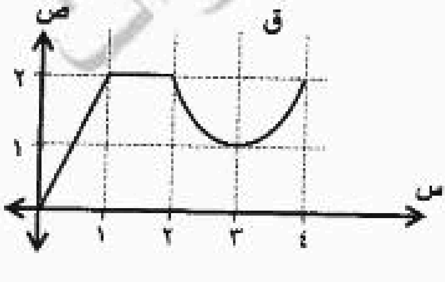
٢) $\displaystyle \lim_{س \to \pi} \frac{1 + جتاس}{(س - \pi)^2}$ (٧ علامات)

ب) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} 4س + 2 & ، 0 \leqslant س < 2 \\ 10 & ، س = 2 \\ \dfrac{(2س + 1)^2 - 25}{س - 2} & ، 2 < س \leqslant 4 \end{cases}$ (٧ علامات)

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٢

الســـــــؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) بالاعتماد على الشكل المجاور والذي يمثّل منحنى الاقتران ق المتّصل على الفترة [٠ ، ٤] ، جد ما يأتي: (٧ علامات)



١) متوسط تغيّر الاقتران ق بالفترة [٠ ، ٤]

٢) قيمة كلاً من: $ق'(\frac{1}{2})$ ، $ق'(1.5)$ ، $ق'(3)$

ب) إذا كان $ق(س) = س + \sqrt{س}$ ، فجد $ق'(4)$ باستخدام تعريف المشتقة. (٧ علامات)

ج) إذا كان ق اقتراناً متصلاً ، وكان $ق'(س) = \dfrac{س}{س^2 + 1}$ ، وكان $هـ(س) = \sqrt{5س - 1}$ (٦ علامات)

فجـد $(ق \circ هـ)'(1)$

يتبع الصفحة الثانية ....

السـؤال الثالث: (٢١ علامة)

أ) إذا كان س = $\sqrt{\text{ص}^{٢} + ٣\text{ص}}$ فجـد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ عندما س = ٢ (٧ علامات)

ب) أثبت أنه إذا كان ق(س) = س$^{\text{ن}}$ ، حيث س ≠ ٠ ، ن عدد صحيح سالب

فإن قَ(س) = ن س$^{\text{ن}-١}$ (٦ علامات)

ج) ليكن ق(س) = س |جا س| ، س ∈ [٠ ، ٢π]

ابحث في قابلية الاقتران ق للاشتقاق عند س = π (٨ علامات)

السـؤال الرابع: (٢١ علامة)

أ) قُذِف جُسَيم رأسياً إلى أعلى بسرعة ابتدائية مقدارها (١١٢) متر/ث وفق العلاقة :

ف(ن) = ١١٢ ن − ١٦ ن^{٢} ، حيث (ف) المسافة التي يقطعها الجُسَيم بالأمتار ، (ن) الزمن بالثواني.

جد ما يأتي: (٧ علامات)

١) أقصى ارتفاع يصل إليه الجُسَيم.

٢) الزمن اللازم ليكون الجُسَيم على ارتفاع (٩٦) متراً من نقطة القذف.

ب) جد مساحة المثلث الواقع في الربع الأول والمحصور بين محوري السينات والصادات ومماس

منحنى العلاقة: ص = $\frac{٥}{\text{س}} - \frac{\text{س}}{٥}$ ، س ≠ ٠ عند النقطة (٥ ، ٠) (٧ علامات)

ج) إذا كان ق(س) = س − جا ٢س ، س ∈ [٠ ، π] ، فجد ما يأتي: (٧ علامات)

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق

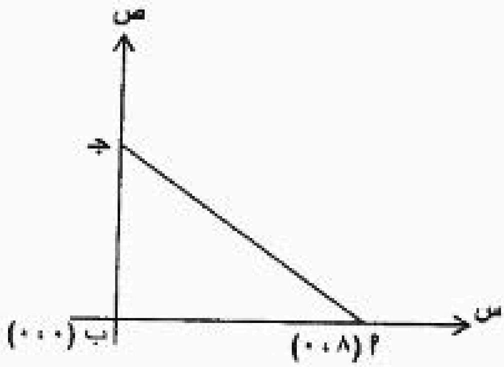
٢) القيم العظمى والقيم الصغرى المحلية للاقتران ق (إن وجدت).

إدارة الامتحانات والاختبارات

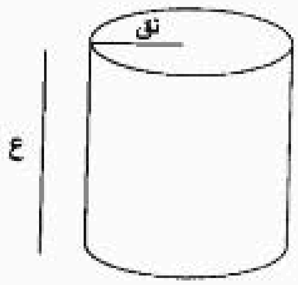
يتبع الصفحة الثالثة ....

السـؤال الخامس: (١٨ علامة)

أ) الشكل المجاور يمثّل المثلث أ ب جـ المرسوم في المستوى حيث أ (٨ ، ٠) ، ب (٠ ، ٠) ، قياس الزاوية ب أ جـ = ٣٠° بدأت نقطة الحركة من أ على الضلع أ جـ باتجاه جـ وبسرعة مقدارها (٢) سم/ث ، وبنفس اللحظة بدأت نقطة أخرى بالحركة من ب على الضلع ب جـ باتجاه جـ وبسرعة مقدارها (٣) سم/ث جد معدّل تغيّر بُعد النقطتين المتحرّكتين عن بعضهما بَعدَ ثانية واحدة من بدء حركتهما. (٩ علامات)



ب) اسطوانة دائرية قائمة مغلقة نصف قطر قاعدتها (نق) سم وارتفاعها (ع) سم، وحجمها (٥٤ π) سم^3 جد نصف قطر قاعدة الاسطوانة وارتفاعها اللذان يجعلان مساحة سطحها الكليّة أقل ما يمكن. (٩ علامات)



﴿انتهت الأسئلة﴾

إدارة الامتحانات والاختبارات

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم

إدارة الامتحانات والاختبارات

قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٥ / الدورة الشتوية

صفحة رقم (١)

المبحث : الرياضيات / م٣

الفرع: العلمي

نموذج ( )

مدة الامتحان : ٢ س

التاريخ : ٤/١/٢٠١٥

رقم الصفحة في الكتاب	إجابة النموذجية :
	السؤال الأول (٢٠ علامة)
	(أ) / (١)
٣٧	$\lim_{س \to -٣} \frac{س + ٣}{س + \sqrt{٢س^٢ - ٩}} = \frac{٠}{٠}$
	$= \lim_{س \to -٣} \frac{س + ٣}{س + \sqrt{٢س^٢ - ٩}} \times \frac{س - \sqrt{٢س^٢ - ٩}}{س - \sqrt{٢س^٢ - ٩}}$ (١)
	$= \lim_{س \to -٣} \frac{(س + ٣) \times (س - \sqrt{٢س^٢ - ٩})}{س^٢ - ٢س^٢ + ٩}$ (١)
	$= \lim_{س \to -٣} \frac{(س + ٣) \times (س - \sqrt{٢س^٢ - ٩})}{٩ - س^٢}$ (١)
	$= \lim_{س \to -٣} \frac{(س - \sqrt{٢س^٢ - ٩}) \times \cancel{(س + ٣)}}{(٣ - س)\cancel{(٣ + س)}}$ (١) + (١)
	عامل + اختصار
	$= \lim_{س \to -٣} \frac{س - \sqrt{٢س^٢ - ٩}}{(٣ - س)}$
	$= \frac{-٣ - \sqrt{٩}}{٣ - -٣}$ (١)
	$= \frac{-٦}{٦} = -١$

رقم الصفحة في الكتاب

تابع السؤال الأول

(أ)/(٣)

٤٦ △٧ $\lim_{س \to \pi} \frac{1 + جتا س}{(س - \pi)^2} = \frac{0}{0}$

$= \lim_{س \to \pi} \frac{1 + جتا س}{(س - \pi)^2} \times \frac{1 - جتا س}{1 - جتا س}$ (1)

ـ جتا س

$= \lim_{س \to \pi} \frac{جا^2 س}{(س - \pi)^2 \times (1 - جتا س)}$ (1) + (1)

$= \lim_{س \to \pi} \frac{جا^2 س}{(س - \pi)^2} \times \frac{1}{(1 - جتا س)}$

نفرض أن $ص = س - \pi \Leftarrow س = ص + \pi$

عندما $س \to \pi$ ، $ص \to 0$

$= \lim_{ص \to 0} \left(\frac{جا (\pi + ص)}{ص}\right)^2 \times \lim_{س \to \pi} \frac{1}{1 - جتا س}$ (1)

$= \lim_{ص \to 0} \left(\frac{- جا ص}{ص}\right)^2 \times \lim_{س \to \pi} \frac{1}{1 - جتا س}$ (1)

$= (-1)^2 \times \frac{1}{1 - -1}$ (2)

$= 1 \times \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2}$ (1)

رقم الصفحة في الكتاب	
	تابع السؤال الأول
٥٧	٥) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٤س + ٢ & ، س < ٢ \\ ١٠ & ، س = ٢ \\ \frac{(٢س+١)^٢ - ٢٥}{س - ٢} & ، ٢ < س \leq ٤ \end{cases}$
	٧

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٢ .

ق(٢) = ١٠ (١)

$\lim_{س \to ٢^-}$ ق(س) = $\lim_{س \to ٢^-}$ ٤س + ٢ = ١٠ (١)

$\lim_{س \to ٢^+}$ ق(س) = $\lim_{س \to ٢^+} \frac{(٢س+١)^٢ - ٢٥}{س - ٢}$ = $\frac{٠}{٠}$

= $\lim_{س \to ٢^+} \frac{((٢س+١) - ٥)((٢س+١) + ٥)}{س - ٢}$ (١)

= $\lim_{س \to ٢^+} \frac{(٢س - ٤)(٢س + ٦)}{(س - ٢)}$

= $\lim_{س \to ٢^+} \frac{٢\cancel{(س - ٢)}(٢س + ٦)}{\cancel{(س - ٢)}}$ (١)

= $\lim_{س \to ٢^+}$ ٢(٢س + ٦)

= ٢٠ (١)

بما أن $\lim_{س \to ٢^+}$ ق(س) $\neq$ $\lim_{س \to ٢^-}$ ق(س)

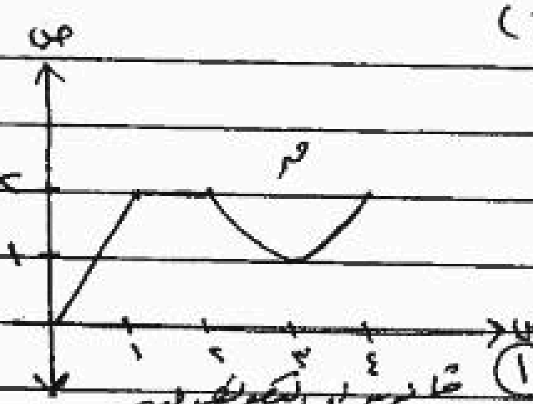
∴ $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) غير موجودة (١)

∴ ق غير متصل عند س = ٢ (١)

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني (٢٠ علامة)

أ)



(١) متوسط تغير الاقتران ق بالفترة [٠، ٤]

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(٤) - ق(٠)}{٤ - ٠}$ ① [illegible]

٨١ $= \frac{٢ - ٠}{٤ - ٠}$ ①

$= \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$ ①

١٥٤ (٢) • $\bar{ق}(\frac{١}{٢})$ = ميل القطعة المستقيمة المارة بالنقطتين ①

(٠،٠)، (١،٢)

$\bar{ق}(\frac{١}{٢}) = \frac{٢ - ٠}{١ - ٠} = \frac{٢}{١} = ٢$ ①

١٥٤ • $\bar{ق}(١,٥)$ = ميل القطعة المستقيمة المارة بالنقطتين

(١،٢)، (٢،٢)

$\bar{ق}(١,٥) = \frac{٢ - ٢}{٢ - ١}$ = صفر ①

١٨٣ نظرية • $\bar{ق}(٣)$ = ميل مماس منحنى الاقتران عند س = ٣

وبما أن ٣ نقطة قيمة صغرى محلية للاقتران

فالمماس عندها أفقي وميله يساوي صفر

∴ $\bar{ق}(٣)$ = صفر ①

رقم الصفحة في الكتاب

91

تابع السؤال الثاني

(ب) 7

إذا كان ق(س) = س + $\sqrt{س}$ حيث س > ٠ ،
فجد ق'(٤) باستخدام تعريف المشتقة .

$$ق'(أ) = \underset{س \to أ}{نها} \frac{ق(س) - ق(أ)}{س - أ}$$

$$ق'(٤) = \underset{س \to ٤}{نها} \frac{ق(س) - ق(٤)}{س - ٤} \quad (1)$$

$$= \underset{س \to ٤}{نها} \frac{س + \sqrt{س} - ٦}{س - ٤} \quad (1)$$

نفرض أن ص = $\sqrt{س}$ ⟸ س = ص^{٢} (1)

عندما س ← ٤ ، ص ← ٢

$$\therefore = \underset{ص \to ٢}{نها} \frac{ص^{٢} + ص - ٦}{ص^{٢} - ٤} \quad (1)$$

$$= \underset{ص \to ٢}{نها} \frac{(ص + ٣)\cancel{(ص - ٢)}}{(ص + ٢)\cancel{(ص - ٢)}} \quad (1) + (1)$$

$$= \underset{ص \to ٢}{نها} \frac{ص + ٣}{ص + ٢}$$

$$= \frac{٢ + ٣}{٢ + ٢}$$

$$= \frac{٥}{٤} \quad (1)$$

إدارة الامتحانات والاختبارات

رقم الصفحة في الكتاب

تابع السؤال الثاني

(ج) ٦

١٣١ إذا كان ق ، هـ اقترانان متصلان .

وكان $ق'(س) = \frac{س}{س^٢+١}$ ، $هـ(س) = \sqrt{٥س-١}$

جد $(ق \circ هـ)'(١)$.

$(ق \circ هـ)'(س) = ق'(هـ(س)) \times هـ'(س)$ (١)

$= ق'(\sqrt{٥س-١}) \times \frac{٥}{٢\sqrt{٥س-١}}$ (١)

$= \frac{\sqrt{٥س-١}}{(٥س-١)+١} \times \frac{٥}{٢\sqrt{٥س-١}}$ (١)

$= \frac{٥}{٢ \times ٥س}$ (١)

$\therefore (ق \circ هـ)'(س) = \frac{١}{٢س}$ (١)

$(ق \circ هـ)'(١) = \frac{١}{٢ \times ١}$

$= \frac{١}{٢}$ (١)

ملاحظة ، إذا قام الطالب باستخدام قاعدة أخرى

يخسر علامة واحدة فقط بشرط أن يكمل الحل

بشكل صحيح .

رقم الصفحة في الكتاب	
١٣٩	

السؤال الثالث (١٢ علامة)

(أ)

$\boxed{\triangle 7}$ إذا كان $\text{س} = \sqrt{\text{ص}^2 + 3\text{ص}}$ جد

$\frac{d\text{ص}}{d\text{س}}$ عندما $\text{س} = 2$.

باستخدام الاشتقاق بالنسبة الى س .

$$1 = \frac{(2\text{ص} + 3) \cdot \frac{d\text{ص}}{d\text{س}}}{2\sqrt{\text{ص}^2 + 3\text{ص}}} \qquad (1) + (2)$$

$$\frac{d\text{ص}}{d\text{س}} = \frac{2\sqrt{\text{ص}^2 + 3\text{ص}}}{(2\text{ص} + 3)} \qquad (1)$$

عندما $\text{س} = 2 \Leftarrow 2 = \sqrt{\text{ص}^2 + 3\text{ص}}$

$$\Leftarrow \text{ص}^2 + 3\text{ص} = 4 \qquad (1)$$

$$\text{ص}^2 + 3\text{ص} - 4 = 0$$

$$(\text{ص} + 4)(\text{ص} - 1) = 0$$

$$\text{ص} = -4 \text{ ، } 1 \qquad (1)$$

$$\therefore \left.\frac{d\text{ص}}{d\text{س}}\right|_{\text{ص} = -4} = \frac{2\sqrt{16 - 12}}{(-8 + 3)} = \frac{4}{-5} = \frac{-4}{5} \qquad (1)$$

$$\left.\frac{d\text{ص}}{d\text{س}}\right|_{\text{ص} = 1} = \frac{2\sqrt{1 + 3}}{2 + 3} = \frac{2 \times 2}{5} = \frac{4}{5} \qquad (1)$$

رقم الصفحة في الكتاب

١١٤

تابع السؤال الثالث

(ج)

إذا كان ق(س) = $س^{ن}$ ، س ≠ ٠ ، ن عدد صحيح سالب، فإن ق'(س) = ن $س^{ن-١}$

البرهان:

نفرض أن ن = $-م$ حيث م عدد صحيح موجب (1)

يكون ق(س) = $س^{ن}$ = $س^{-م}$

باستخدام خواص الأسس يكون ق(س) = $\frac{١}{س^{م}}$ (1)

إذن ق'(س) = $\frac{س^{م} \times صفر - (١)(م\,س^{م-١})}{(س^{م})^{٢}}$ (1)

= $\frac{-م\,س^{م-١}}{(س^{م})^{٢}}$ = $\frac{-م\,س^{م-١}}{س^{٢م}}$ (1)

∴ ق'(س) = $-م\,س^{-م-١}$ (1)

وبما أن $-م$ = ن

يكون ق'(س) = ن $س^{ن-١}$ (1) وهو المطلوب

* إذا اعتبر ن موجب وحل بأي طريقة كاملة يوضع له ٣ علامات بشرط ان يكون بعدها خطوات صحيحة.

* إذا قام بكتابة ق(س) = $\frac{١}{س^{م}}$ ثم أكمل الحل باستخدام حسب القواعد يأخذ كاملاً.

رقم الصفحة في الكتاب	
	تابع السؤال الثالث
119	(ج)
124	8) ليكن ق(س) = س |جاس| حيث س ∈ [٠ ، ٢π]
112	ابحث في قابلية الاقتران ق للاشتقاق عند س = π

س|جاس| = { س جاس ، ٠ ≤ س ≤ π ؛ ـس جاس ، π < س ≤ ٢π } (1)

(1) نبحث اتصال ق عند س = π

ق(π) = صفر

نهـا ق(س) = نهـا س جاس = صفر (1)
س ← π⁻ ، س ← π⁻

نهـا ق(س) = نهـا ـس جاس = صفر
س ← π⁺ ، س ← π⁺

∴ نهـا ق(س) = ق(π) = صفر
س ← π

∴ ق متصل عند س = π (1)

(2) نجد قاعدة المشتقة الأولى للاقتران ق(س)

ق′(س) = { س جتاس + جاس ، ٠ < س < π (1) ؛ ـس جتاس ـ جاس ، π < س < ٢π (1) }

(3) نبحث في قابلية ق للاشتقاق عند س = π

ق′₋(π) = π جتاπ + جاπ = ـπ (1)

ق′₊(π) = ـπ جتاπ ـ جاπ = π (1)

ق′₋(π) ≠ ق′₊(π)

∴ ق غير قابل للاشتقاق عند س = π . (1)

* إذا استخدم الطريقة يأخذ كاملاً وأكمل بشكل صحيح.
* إذا اختبر الاتصال دون بحث يأخذ علامة واحدة
* إذا بحث الاتصال يأخذ [illegible] .

رقم الصفحة في الكتاب	
	السؤال الرابع (٢١ علامة)
١٦١ ← ١٦٥	(أ)
	ف(ن) = ١١٢ ن − ١٦ ن^{٢} .

(ب) ف′(ن) = ع(ن)

= ١١٢ − ٣٢ ن (١)

ع(ن) = ٠ (١)

١١٢ − ٣٢ ن = ٠

ن = $\frac{١١٢}{٣٢}$ = $\frac{٧}{٢}$ (١)

∴ يصل الجسم أقصى ارتفاع له بعد $\frac{٧}{٢}$ ثانية من القذف .

ويكون على ارتفاع قدره ف($\frac{٧}{٢}$)

ف($\frac{٧}{٢}$) = ١١٢ × $\frac{٧}{٢}$ − ١٦ × $\frac{٤٩}{٤}$

= ٥٦ × ٧ − ٤ × ٤٩

= ٣٩٢ − ١٩٦

= ١٩٦ متراً . (١)

(ii) يكون الجسم على ارتفاع ٩٦ متراً عندما ف = ٩٦

٩٦ = ١١٢ ن − ١٦ ن^{٢} (١)

١٦ ن^{٢} − ١١٢ ن + ٩٦ = ٠ (١)

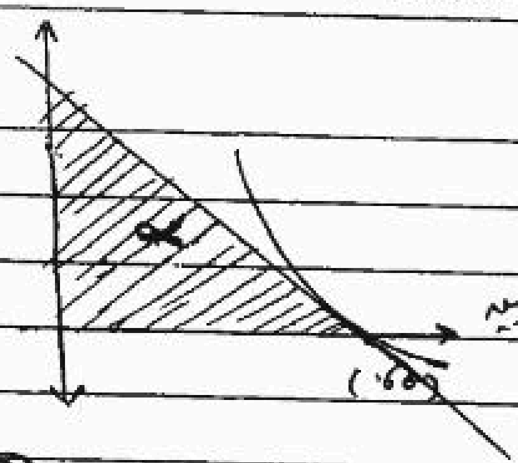
١٦ (ن^{٢} − ٧ ن + ٦) = ٠

١٦ (ن − ٦)(ن − ١) = ٠

ن = ١ ، ٦ ثانية . (١)

رقم الصفحة في الكتاب

١٦٠



تابع السؤال الرابع

(ب) $ص = \frac{٥}{س} - \frac{س}{٥}$

تقطع محور السينات (٥،٠)

المطلوب مساحة المثلث المحصور بين المحورين الإحداثيين والمماس للمنحنى عند (٥،٠)

$\frac{دص}{دس} = \frac{-٥}{س^٢} - \frac{١}{٥}$ ①

م = ميل المماس = $\left.\frac{دص}{دس}\right|_{(٥،٠)} = \frac{-٥}{٢٥} - \frac{١}{٥} = \frac{-١}{٥} - \frac{١}{٥} = \frac{-٢}{٥}$ ①

قانون ∴ معادلة المماس هي: $ص - ص_١ = م (س - س_١)$ ①

$ص - ٠ = \frac{-٢}{٥} (س - ٥)$

$٥ص = -٢س + ١٠$

$ص = \frac{-٢}{٥}س + ٢$ ①

المماس يقطع محور الصادات عندما س = ٠

أي عندما ص = ٢ وهي ارتفاع المثلث ع ①

والمماس يقطع محور السينات عندما ص = ٠

أي عندما $\frac{-٢}{٥}س + ٢ = ٠$

س = ٥ وهي طول قاعدة المثلث = ق

∴ مساحة المثلث المحصور = $\frac{١}{٢} \times ق \times ع$ ①

$= \frac{١}{٢} \times ٥ \times ٢$

= ٥ وحدة مربعة . ①

رقم الصفحة في الكتاب

تابع السؤال الرابع

(٥)

٧

ق(س) = س − ٢ جا س ، س ∈ [٠ ، π]

ق'(س) = ١ − ٢ جتا س ①

ق'(س) = صفر

١ − ٢ جتا س = صفر

جتا س = $\frac{1}{2}$

∴ س = $\frac{\pi}{3}$ ، $\frac{5\pi}{3}$

س = $\frac{\pi}{6}$ ، $\frac{5\pi}{6}$ ①

س	٠		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{5\pi}{6}$		π
اشارة ق'		− − −		+ + + + + + +		− − −	
تزايد وتناقص ق		↘		↗		↘	

①

ق متناقصة بالفترة [٠ ، $\frac{\pi}{6}$] ، [π ، $\frac{\pi}{6}$] ①

ق متزايدة بالفترة [$\frac{\pi}{6}$ ، $\frac{5\pi}{6}$] ①

وللدالة ق قيمة صغرى محلية عند س = $\frac{\pi}{6}$ وهي ق($\frac{\pi}{6}$) ②

وللدالة ق قيمة عظمى محلية عند س = $\frac{5\pi}{6}$ وهي ق($\frac{5\pi}{6}$) ①

* إذا لم تظهر مع الطالب $\frac{5\pi}{6}$ يخسر علامتين وهي علامة خط الأعداد وعلامة على ظهورها.

رقم الصفحة في الكتاب

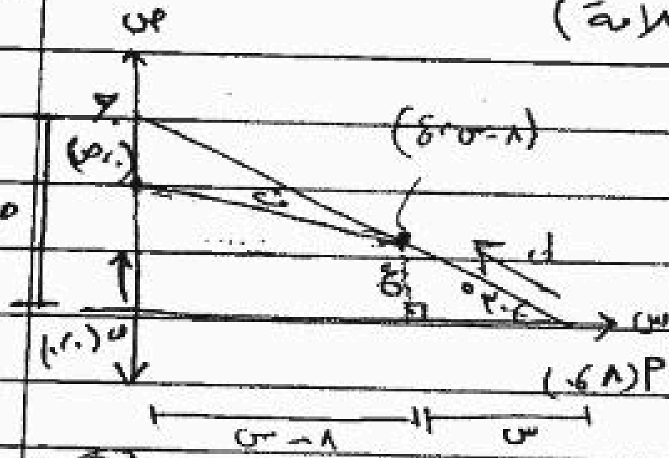
السؤال الخامس (١٨ علامة)

(أ) ٩

$\frac{دص}{دن} = ٣$ سم/ث

$\frac{دل}{دن} = ٢$ سم/ث

والمطلوب $\frac{دف}{دن}$



$جا ٣٠ = \frac{ع}{ل} \Leftarrow \frac{١}{٢} = \frac{ع}{ل} \Leftarrow ل = ٢ع$ (١)

$\Leftarrow \frac{دل}{دن} = ٢ \frac{دع}{دن}$

$\Leftarrow ٢ = ٢ \times \frac{دع}{دن}$

$\Leftarrow \frac{دع}{دن} = ١$ (١)

$جتا ٣٠ = \frac{س}{ل} \Leftarrow \frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{س}{ل} \Leftarrow ٢س = \sqrt{٣}\, ل$ (١)

$\Leftarrow ٢ \frac{دس}{دن} = \sqrt{٣} \frac{دل}{دن}$

$\Leftarrow \frac{دس}{دن} = \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times ٢$

$\Leftarrow \frac{دس}{دن} = \sqrt{٣}$ (١)

$ف^٢ = (٨ - س)^٢ + (ع - ص)^٢$ (١)

$٢ف \cdot \frac{دف}{دن} = ٢(٨ - س) \cdot -\frac{دس}{دن} + ٢(ع - ص) \cdot \left(\frac{دع}{دن} - \frac{دص}{دن}\right)$ (١) + (١)

عندما ن = ١ : يكون ل = الرحع × الزمن = ٢ × ١ = ٢ سم

$س = \frac{\sqrt{٣}}{٢} ل = \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times ٢ = \sqrt{٣}$ سم (١)

ص = السرعة × الزمن = ٣ × ١ = ٣ سم

$ع = \frac{١}{٢} ل = \frac{١}{٢} \times ٢ = ١$ سم

$ف = \sqrt{(٨ - \sqrt{٣})^٢ + (١ - ٣)^٢}$

$\therefore \frac{دف}{دن} = \frac{-\cancel{٢}(٨ - \sqrt{٣}) \times \sqrt{٣} + \cancel{٢}(١ - ٣)(١ - ٣)}{\cancel{٢} \times \sqrt{(٨ - \sqrt{٣})^٢ + ٤}}$ (١)

$= \frac{٣ - ٨\sqrt{٣} + ٤}{\sqrt{(٨ - \sqrt{٣})^٢ + ٤}}$

$= \frac{٧ - ٨\sqrt{٣}}{\sqrt{(٨ - \sqrt{٣})^٢ + ٤}}$ سم/ث.

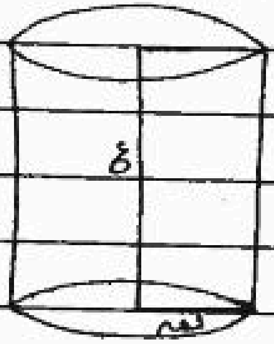
رقم الصفحة في الكتاب

٢١٠ ← ٢١١

نموذج السؤال الخامس

(ب)

٩



$ح = \pi\ نق^2\ ع$ (1)

$٥٤\pi = \pi\ نق^2\ ع$

$٥٤ = نق^2\ ع$

$ع = \frac{٥٤}{نق^2}$ (1)

(1) مساحة سطح العلبة الكلية $م = ٢\pi\ نق\ ع + ٢\pi\ نق^2$

$م = ٢\pi\ نق \times \frac{٥٤}{نق^2} + ٢\pi\ نق^2$

(1) $م = \frac{١٠٨\pi}{نق} + ٢\pi\ نق^2$

(1) $\frac{دم}{دنق} = \frac{-١٠٨\pi}{نق^2} + ٤\pi\ نق$

(1) $\frac{دم}{دنق} = صفر \Leftarrow \frac{١٠٨\pi}{نق^2} = ٤\pi\ نق$

$نق^3 = \frac{١٠٨}{٤} = \frac{٥٤}{٢} = ٢٧$

$نق = \sqrt[3]{٢٧}$

(2) $- - - - \overset{٣}{|} + + +$ (1) $= ٣$

∴ م أقل ما يمكن عندما نق = ٣ الكلية

(1) ∴ مساحة سطح العلبة الكلية أصغر ما يمكن

عندما نق = ٣ سم وعندها $ع = \frac{٥٤}{٩} = ٦$ سم .

* إذا أخذ المساحة الجانبية فقط يسحب (٥) فقط .

حل آخر حل فرع ٤ (

$$\lim_{س \to -٣} \frac{س + ٣}{س + ٣ + \sqrt{٢س^٢ - ٩}}$$

$ص = \sqrt{٢س^٢ - ٩}$ (١)

$ص^٢ = ٢س^٢ - ٩$

$س^٢ = \frac{ص^٢ + ٩}{٢}$ ومنه $س = \pm\sqrt{\frac{ص^٢ + ٩}{٢}}$

عندما $س \to -٣$ فإن $ص \to ٣$

هنالك حالتان

الأولى عند $س = -\sqrt{\frac{ص^٢ + ٩}{٢}}$

$$\lim_{ص \to ٣} \frac{-\sqrt{\frac{ص^٢+٩}{٢}} + ٣}{-\sqrt{\frac{ص^٢+٩}{٢}} + ص} \times \frac{\sqrt{\frac{ص^٢+٩}{٢}} + ص}{\sqrt{\frac{ص^٢+٩}{٢}} + ص} \times \frac{٣ + \sqrt{\frac{ص^٢+٩}{٢}}}{٣ + \sqrt{\frac{ص^٢+٩}{٢}}}$$ (١) (١)

$$= \lim_{ص \to ٣} \frac{\cancel{(٦)}\left(-٩ + \frac{ص^٢+٩}{٢}\right)}{\cancel{(٦)}\left(ص^٢ - \frac{ص^٢+٩}{٢}\right)} = \lim_{ص \to ٣} \frac{١٨ - ص^٢ - ٩}{٢ص^٢ - ص^٢ - ٩}$$ (١) (١)

$$= \lim_{ص \to ٣} \frac{٩ - ص^٢}{ص^٢ - ٩} = -١$$ (١)

الثانية: عندما $س = \sqrt{\frac{ص^٢+٩}{٢}}$

تهمل لأن $س \to -٣$

وإذا اتبع الطالب الحل يأخذ علامة واحدة على الاستبدال

إدارة الامتحانات والاختبارات

حل عشر خ ج

ج) $\lim\limits_{س \to \pi} \dfrac{1 + \text{جتا}\, س}{(س - \pi)^2} = \lim\limits_{س \to \pi} \dfrac{2\, \text{جتا}^2 \frac{1}{2} س}{(س - \pi)^2}$ ١ + ١

$= \lim\limits_{س \to \pi} \dfrac{2\, \text{جتا}\, \frac{1}{2} س}{س - \pi} \times \lim\limits_{س \to \pi} \dfrac{\text{جتا}\, \frac{1}{2} س}{س - \pi}$

$= \lim\limits_{س \to \pi} \dfrac{2\, \text{جا} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} س\right)}{س - \pi} \times \lim\limits_{س \to \pi} \dfrac{\text{جا} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} س\right)}{س - \pi}$ ١

$= \lim\limits_{س \to \pi} \dfrac{2\, \text{جا}\, \frac{1}{2} (\pi - س)}{س - \pi} \times \lim\limits_{س \to \pi} \dfrac{\text{جا}\, \frac{1}{2} (س - \pi)}{س - \pi}$ ١

$= \lim\limits_{ص \to 0} \dfrac{2\, \text{جا}\, \frac{1}{2} ص}{ص} \times \lim\limits_{ص \to 0} \dfrac{\text{جا}\, \frac{1}{2} ص}{ص}$

نفرض ص = π − س
عندما س ← π فإن ص ← ٠. ١

$= 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

١ ١

الإدارة العامة للامتحانات والاختبارات

٢)

$$\lim_{س \to \pi} \frac{1 + جتا\, س}{(س - \pi)^2} \times \frac{1 - جتا\, س}{1 - جتا\, س} \quad (1)$$

$$= \lim_{س \to \pi} \frac{1 - جتا^2 س}{(س - \pi)^2 (1 + جتا\, س)} \quad (1) = \lim_{س \to \pi} \frac{جا^2 س}{2(س - \pi)^2} \quad (1)$$

$$= \lim_{س \to \pi} \frac{جا\, س}{2(س - \pi)} \times \lim_{س \to \pi} \frac{جا\, س}{س - \pi}$$

$$= \lim_{س \to \pi} \frac{جا(\pi - س)}{2(س - \pi)} \times \lim_{س \to \pi} \frac{جا(\pi - س)}{س - \pi} \quad (1)$$

نفرض ص $= \pi -$ س عندما س $\to \pi$
فإن ص $\to 0$

$$= \lim_{ص \to 0} \frac{جا\, ص}{-2ص} \times \lim_{ص \to 0} \frac{جا\, ص}{-ص} \quad (1)$$

$$= -\frac{1}{2} \times -1 = \frac{1}{2} \quad (1) \quad (1)$$

دار الامتحانات والاختبارات

فرع (ب)

حل آخر: د(س) = $س^{ن}$ ، ن عدد صحيح سالب .

نفرض ن = −م ، م = ١، ٢، ... (1)

د(س) = $س^{-م}$ ⇐ د(س) = $\dfrac{1}{س^{م}}$ (1)

$$د'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{د(ع) - د(س)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\dfrac{1}{ع^{م}} - \dfrac{1}{س^{م}}}{ع - س} \quad (1)$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{س^{م} - ع^{م}}{(ع^{م} س^{م})(ع - س)}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{-\cancel{(ع - س)}(ع^{م-1} + ع^{م-2}س + \cdots + ع\,س^{م-2} + س^{م-1})}{\cancel{(ع - س)}(ع^{م} س^{م})} \quad (1)$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{-1(ع^{م-1} + ع^{م-2}س + \cdots + ع\,س^{م-2} + س^{م-1})}{ع^{م} \times س^{م}}$$

$$= \frac{-1(س^{م-1} + س^{م-1} + \cdots + س^{م-1} + س^{م-1})}{س^{2م}} \quad (1)$$

$$= \frac{-م\, س^{م-1}}{س^{2م}} = -م\, س^{-م-1}$$

$$= ن\, س^{ن-1} \quad (1)$$

س٢(ب) حل آخر.   يصحح من (٣) علامات

$ق(س) = س^ن$

$لو_هـ ق(س) = لو_هـ س^ن$ ①

$لو_هـ ق(س) = ن \, لو_هـ س$ تشتق الطرفين

$\frac{ق'(س)}{ق(س)} = ن \times \frac{1}{س}$ ①

$ق'(س) = ن \times \frac{1}{س} \times ق(س)$

$ق'(س) = ن س^ن \times \frac{1}{س}$

$ق'(س) = ن س^{ن-1}$ ①

إدارة الامتحانات والاختبارات

تابع نموذج ١

(ب)

$$ق'(س) = \lim_{س \to ٤} \frac{ق(س) - ق(٤)}{س - ٤} \quad (½)$$

$$= \lim_{س \to ٤} \frac{س + \sqrt{س} - (٤ + ٢)}{س - ٤} \quad (½)$$

$$= \lim_{س \to ٤} \frac{س - ٤ + \sqrt{س} - ٢}{س - ٤} \quad (½)$$

$$= \lim_{س \to ٤} \frac{س - ٤}{س - ٤} + \lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س} - ٢}{س - ٤} \quad (½)$$

$$= ١ + \lim_{س \to ٤} \frac{\cancel{\sqrt{س} - ٢}}{(\sqrt{س} + ٢)\cancel{(\sqrt{س} - ٢)}} \quad (½)$$

$$= ١ + \frac{١}{٤} = \frac{٥}{٤} \quad (½)$$

إدارة الامتحانات والاختبارات

عدد ٢

$$\text{ق}'(\text{س}) = \text{نها}_{\text{ع} \to \text{س}} \frac{\text{ق}(\text{ع}) - \text{ق}(\text{س})}{\text{ع} - \text{س}} \quad (1)$$

$$= \text{نها}_{\text{ع} \to \text{س}} \frac{\text{ع} + \sqrt{\text{ع}} - (\text{س} + \sqrt{\text{س}})}{\text{ع} - \text{س}} \quad (1)$$

$$= \text{نها} \; \frac{\text{ع} - \text{س}}{\text{ع} - \text{س}} + \frac{\sqrt{\text{ع}} - \sqrt{\text{س}}}{\text{ع} - \text{س}} \times \frac{(\sqrt{\text{ع}} + \sqrt{\text{س}})}{(\sqrt{\text{ع}} + \sqrt{\text{س}})} \quad (1) \; (1)$$

$$= 1 + \text{نها} \; \frac{\cancel{\text{ع} - \text{س}}}{(\sqrt{\text{ع}} + \sqrt{\text{س}})(\cancel{\text{ع} - \text{س}})}$$

$$= 1 + \text{نها} \; \frac{1}{\sqrt{\text{ع}} + \sqrt{\text{س}}} = 1 + \frac{1}{2\sqrt{\text{س}}} \quad (1)$$

$$\text{ق}'(4) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{4}} = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \quad (2)$$

إدارة الامتحانات والاختبارات

تابع فرعي نموذج 2

جـ

$$د'(س) = \frac{س}{س^2 + 1} \quad ، \quad هـ(س) = \sqrt{٥س - ١}$$

$$هـ'(س) = \frac{٥}{٢\sqrt{٥س - ١}} \quad ١$$

$$(د \circ هـ)'(١) = د'(هـ(١)) \times هـ'(١) \quad ١ \quad ١$$

$$= د'(٢) \times \frac{٥}{٤} \quad ١ \quad ١$$

$$= \frac{٢}{٥} \times \frac{٥}{٤} = \frac{١}{٢} \quad ١$$

إدارة الامتحانات والاختبارات

السؤال الثالث عرب ع

(أ)

$ص = \sqrt{س^2 + ٣س}$

$ص^2 = س^2 + ٣س$

$٢ص = ٢س\,س' + ٣س'$ (١) (١)

$٢ص = س'(٢س + ٣)$

$س' = \frac{٢ص}{٢س + ٣}$ (١)

عندما $ص = ٢ \Leftarrow ٢ = \sqrt{س^2 + ٣س}$

$٤ = س^2 + ٣س$

$س^2 + ٣س - ٤ = ٠$ (١)

$(س + ٤)(س - ١) = ٠$

$\boxed{س = -٤}$ ، $\boxed{س = ١}$

(١)

$\therefore س'\Big|_{(١،٢)} = \frac{٤}{٥}$ (١)

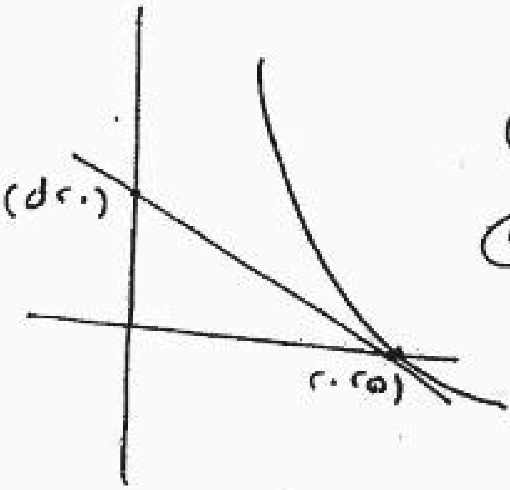
$س'\Big|_{(-٤،٢)} = \frac{٤}{-٥} = \frac{-٤}{٥}$

(١)

إدارة الامتحانات والاختبارات

س٤ ب نموذج ٤

ب) نقطة التماس (٥، ٠)



$م_{المماس} = ص' = \frac{-٥}{س^٢} - \frac{١}{٥}$ ①

$م \Big|_{س=٥} = \frac{-٥}{٢٥} - \frac{١}{٥} = \frac{-٢}{٥}$ ①

$م_{المماس} = م_{المستقيم}$ ①

$\frac{-٢}{٥} = \frac{ك - ٠}{٠ - ٥}$ ①

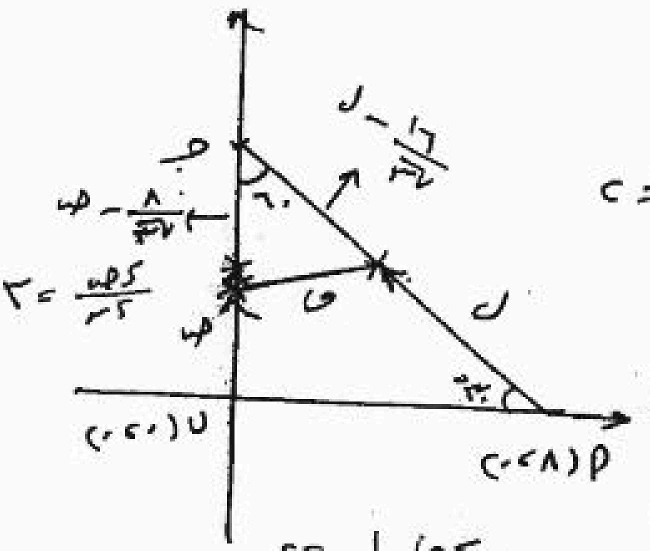
$١٠ = ٥ك \Leftarrow \boxed{ك = ٢}$ ①

$\therefore م_{\Delta} = \frac{١}{٢}$ القاعدة × الارتفاع ①

$م_{\Delta} = \frac{١}{٢} \times ٥ \times ٢ = ٥$ وحدة مساحة ①

السؤال الخامس.

أ) (أ



ع = دل / دن

جتا ٣٠ = أب / أجـ

$\frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{٨}{\text{أجـ}} \Leftarrow \text{أجـ} = \frac{١٦}{\sqrt{٣}}$ (١)

ظا ٣٠ = بجـ / أب

$\frac{١}{\sqrt{٣}} = \frac{\text{بجـ}}{٨} \Leftarrow \text{بجـ} = \frac{٨}{\sqrt{٣}}$ (١)

$\left.\frac{\text{دف}}{\text{دن}}\right|_{ن=١} = ؟؟$

قاعدة جيب التمام (١) (١)

$ف = \sqrt{\left(\frac{١٦}{\sqrt{٣}} - ل\right)^٢ + \left(\frac{٨}{\sqrt{٣}} - ص\right)^٢ - ٢\left(\frac{١٦}{\sqrt{٣}} - ل\right)\left(ص - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\right) \cancel{\text{جتا}\ ٦٠}}$

(١) (١)

$\frac{\text{دف}}{\text{دن}} = \frac{٢\left(\frac{١٦}{\sqrt{٣}} - ل\right) \times -\frac{\text{دل}}{\text{دن}} + ٢\left(ص - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\right) \times \frac{\text{دص}}{\text{دن}} - \left(\frac{\text{دص}}{\text{دن}} \times \left(ل - \frac{١٦}{\sqrt{٣}}\right) + \frac{\text{دل}}{\text{دن}} \times \left(ص - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\right)\right)}{٢\sqrt{\left(\frac{١٦}{\sqrt{٣}} - ل\right)^٢ + \left(ص - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\right)^٢ - \left(ل - \frac{١٦}{\sqrt{٣}}\right)\left(ص - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\right)}}$

لكن $ل = \frac{\text{دل}}{\text{دن}} \times ن = ٢ \times ١ = ٢$ (١)

$ص = \frac{\text{دص}}{\text{دن}} \times ن = ٣ \times ١ = ٣$ (١)

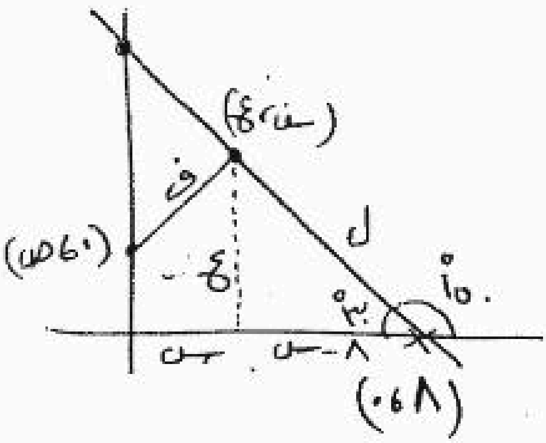
$\left.\frac{\text{دف}}{\text{دن}}\right|_{ن=} = \frac{-٤\left(٢ - \frac{١٦}{\sqrt{٣}}\right) - ٦\left(ص - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\right) + ٣\left(٢ - \frac{١٦}{\sqrt{٣}}\right) + ٢\left(٣ - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\right)}{٢\sqrt{\left(٢ - \frac{١٦}{\sqrt{٣}}\right)^٢ + \left(٣ - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\right)^٢ - \left(٢ - \frac{١٦}{\sqrt{٣}}\right)\left(٣ - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\right)}}$ (٢)

$= \frac{-\left(٢ - \frac{١٦}{\sqrt{٣}}\right) - ٤\left(٣ - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\right)}{٢\sqrt{\frac{٢٥٦}{٣} - \frac{٦٤}{\sqrt{٣}} + ٤ + \frac{٦٤}{٣} - \frac{٤٨}{\sqrt{٣}} + ٩ - \left(\frac{١٢٨}{٣} - \frac{٤٨}{\sqrt{٣}} - \frac{١٦}{\sqrt{٣}} + ٦\right)}}$

$= \frac{-٢ + \frac{١٦}{\sqrt{٣}} + ١٢ - \frac{٣٢}{\sqrt{٣}}}{٢\sqrt{\frac{٢٥٦}{٣} - \cancel{\frac{٦٤}{\sqrt{٣}}} + ٤ + \cancel{\frac{٦٤}{٣}} - \cancel{\frac{٤٨}{\sqrt{٣}}} + ٩ - \frac{١٢٨}{٣} + \cancel{\frac{٤٨}{\sqrt{٣}}} + \frac{١٦}{\sqrt{٣}} - ٦}}$

$= \frac{١٤ - \frac{٤٨}{\sqrt{٣}}}{٢\sqrt{\frac{١٢٨}{٣} + \frac{١٦}{\sqrt{٣}} - ٧}} = \frac{٧ - \frac{٢٤}{\sqrt{٣}}}{\sqrt{٦١,١٢٩}}$ ع/ث

١٥ (أ)



$\frac{دل}{دن} = ٢$ ، $\frac{دص}{دن} = ٣$

ميل المستقيم = ظا ١٥٠° = $-\frac{١}{\sqrt{٣}}$

ميل المستقيم = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{ع - ٠}{س - ٨}$

$\frac{ع}{س - ٨} = -\frac{١}{\sqrt{٣}} \Leftarrow \boxed{ع = \frac{٨ - س}{\sqrt{٣}}}$ ①

$ف = \sqrt{س^٢ + \left(ص - \frac{٨ - س}{\sqrt{٣}}\right)^٢}$ ①

①+①

$$\frac{دف}{دن} = \frac{٢س\frac{دس}{دن} + ٢\left(ص - \frac{٨ - س}{\sqrt{٣}}\right)\left(\frac{دص}{دن} - \frac{دس}{دن}\cdot\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)}{٢\sqrt{س^٢ + \left(ص - \frac{٨ - س}{\sqrt{٣}}\right)^٢}}$$

جتا ٣٠° = $\frac{٨ - س}{ل} \Leftarrow \boxed{س = ٨ - \frac{\sqrt{٣}}{٢}ل}$ ①

$\frac{دس}{دن} = -\frac{\sqrt{٣}}{٢}\frac{دل}{دن} = -\frac{\sqrt{٣}}{٢} \times ٢ = -\sqrt{٣}$ ①

$ص = \frac{دص}{دن} \times ن = ٣ \times ١ = ٣$

$ل = \frac{دل}{دن} \times ن = ٢ \times ١ = ٢$ ①

$س = ٨ - \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times ٢ = ٨ - \sqrt{٣}$

$$\frac{دف}{دن} = \frac{٢(٨ - \sqrt{٣}) \times -\sqrt{٣} + ٢\left(٣ - \frac{٨ - ٨ + \sqrt{٣}}{\sqrt{٣}}\right)\left(٣ - \sqrt{٣} \times \frac{-١}{\sqrt{٣}}\right)}{٢\sqrt{(٨ - \sqrt{٣})^٢ + \left(٣ - \frac{٨ - ٨ + \sqrt{٣}}{\sqrt{٣}}\right)^٢}}$$ ①

$$= \frac{٢(٣ - ٨\sqrt{٣}) + ٨}{٢\sqrt{(٨ - \sqrt{٣})^٢ + ٤}}$$

إدارة الامتحانات والاختبارات