منهاجي
متعة التعليم الهادف

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

٢ / ١

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / الفصل الثاني — مدة الامتحان: ٢ : ٠٠ — د س
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات) — اليوم والتاريخ: الخميس ٢٠١٩/٦/١٣

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٣٠ علامة)

أ) جد كلًّا من التكاملات الآتية:

١) $\int \frac{٥س^{٣} + ٤}{س^{٢} + ٢س}$ دس (١١ علامة)

٢) $\int$ جتا^{٤}س دس (١٠ علامات)

ب) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٩ علامات)

١) إذا كان م(س) معكوسًا لمشتقة الاقتران المتصل ق، حيث ق(س) = ظاس + ٢ ، س ∈ $[\frac{\pi}{٦} ، \frac{\pi}{٣}]$

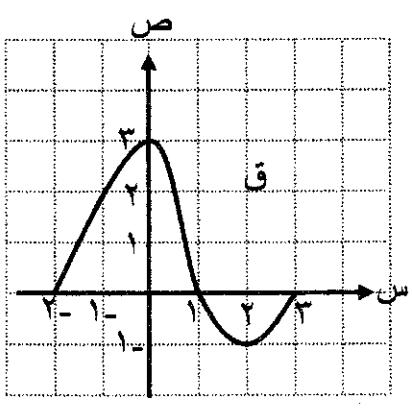
فإن م$'$ ($\frac{\pi}{٤}$) تساوي:

أ) ٢ ب) $\sqrt{٢}$ ج) -٢ د) $-\sqrt{٢}$

٢) إذا كان $\int_{١}^{ب}$ (٤ − ٢جـ)^{٤} دس = ١٦ ، جـ < ٣ ، فإن قيمة الثابت جـ تساوي:

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) صفر ج) ٢ د) ١

٣) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على الفترة [−٢ ، ٣] ، ما قيم الثابتين م ، ن على الترتيب التي تحقق المتباينة: م ≤ $\int_{-٢}^{٣}$ (ق(س) + ٢) دس ≤ ن ؟



أ) ٠ ، ٢٥ ب) ٥ ، ٢٥
ج) −٢٥ ، −٥ د) −٥ ، ١٥

يتبع الصفحة الثانية /....

السـؤال الثاني: (٢٨ علامة)

أ) جد التكامل الآتي: $\int س^{٢} هـ^{٣س}$ دس ، حيث هـ العدد النيبيري (١٠ علامات)

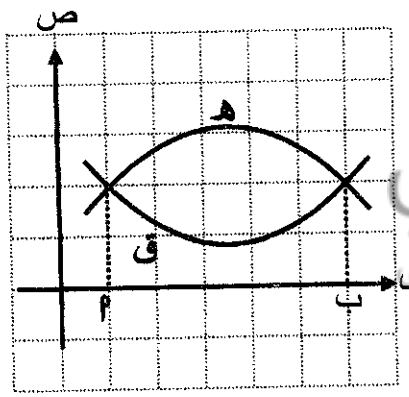
ب) إذا كان ق(س) = لـو$_{هـ}$ $(\sqrt[٣]{٢س^{٢} + ٨س} + هـ^{١-س^{٢}})$ ، فجد ق$'$(١) (٩ علامات)

ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٩ علامات)

١) قيمة $\int_{١}^{٣} \frac{١}{٧ - ٢س}$ دس تساوي:

أ) ٢لـو$_{هـ}$٥ ب) ٢لـو$_{هـ}$٤ ج) $\frac{١}{٢}$لـو$_{هـ}$٥ د) $\frac{١}{٢}$لـو$_{هـ}$٤

٢) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى كل من الاقترانين ق ، هـ



إذا كانت المساحة المحصورة بين منحنيي الاقترانين ق ، هـ على الفترة [أ ، ب] تساوي (٧) وحدات مربعة، وكان $\int_{أ}^{ب}$ ق(س) دس = ٦ ، فإن $\int_{أ}^{ب}$ هـ(س) دس يساوي:

أ) ١ ب) ١٣ ج) ٧ د) ٦

٣) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{س + ٣}{س}$ وكانت النقطة (١ ، ٠) تقع على منحناها، فإن قاعدة العلاقة ص هي:

أ) ص = س + ٣ لـو$_{هـ}$ | س | + ١ ب) ص = س + ٣ لـو$_{هـ}$ | س | - ١

ج) ص = ٣ لـو$_{هـ}$ | س + ٣ | + ١ د) ص = ٣ لـو$_{هـ}$ | س + ٣ | - ١

السـؤال الثالث: (٣٢ علامة)

أ) جد مساحة المنطقة الواقعة في الربع الأول والمحصورة بين منحنيات الاقترانات الآتية: (١٢ علامة)

ق(س) = ٢ - س^{٢} ، هـ(س) = س^{٢} ، ل(س) = س + ٢

ب) حل المعادلة التفاضلية : $\frac{دص}{س^{٧}} = \sqrt{س^{٤} - ٢}$ دس (١١ علامة)

يتبع الصفحة الثالثة ....

ج) انقل إلى دفتر إجابتـك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان $\int_{١}^{٣}$ (٢ + ق(س)) دس = ٧ ، فإن قيمة $\int_{١}^{٣}$ ق(س) دس + $\int_{٣}^{١}$ ٢ق(س) دس تساوي:

أ) −٥ ب) ٣ ج) −٣ د) ٥

٢) إذا كان $\int_{٣}^{٢}$ ق(س) دس = ٤ ، $\int_{٣}^{٦}$ ق(س) دس = −٨ ، فإن $\int_{٢}^{٦}$ ق(س) دس يساوي:

أ) −٤ ب) −١٢ ج) ٤ د) ١٢

٣) إذا كان $\int$ قَ(س) دس = (م + ٢)س^{٤} ، قَ (٢) = ٤٨ ، فإن قيمة الثابت م تساوي:

أ) −١ ب) ٣ ج) −٢ د) ٢

السـؤال الرابع: (٣٠ علامة)

أ) جد معادلة الدائرة التي تمس محور الصادات، ويقع مركزها على المستقيم ص − ٢س = صفر ، وتمر بالنقطة (١ ، ٧) (١١ علامة)

ب) جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور السينات، ويمر بالنقاط (٣ ، ٣) ، (٦ ، ٠) ، (٠ ، ٢) (١٠ علامات)

ج) انقل إلى دفتر إجابتـك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا قطع مستوى مخروط قائم مزدوج بشكل عمودي على المحور، بحيث لا يحتوي القطع على رأس المخروط، فإن الشكل الناتج هو:

أ) دائرة ب) قطع ناقص ج) قطع زائد د) قطع مكافئ

٢) إحداثيا رأس القطع المكافئ الذي معادلته: ٣س^{٢} − ١٦ = ٨ص هي:

أ) (−٢ ، ٠) ب) (٠ ، ٢) ج) (٢ ، ٠) د) (٠ ، −٢)

٣) قطع ناقص طول محوره الأكبر مثلي طول محوره الأصغر، فإن اختلافه المركزي يساوي:

أ) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ج) $\frac{\sqrt{٥}}{٢}$ د) $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$

يتبع الصفحة الرابعة ....

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السـؤال الخامس: (٣٠ علامة)

أ) جد معادلة القطع الزائد الذي محوره القاطع يوازي محور السينات ونهاية أحد طرفي محوره المرافق النقطة (١ ، −٥) ، وإحدى بؤرتيه النقطة (٥ ، −٢) (١٠ علامات)

ب) جد إحداثيي المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته: (١١ علامة)

$١٠س^{٢} + ص^{٢} - ٤٠س - ٤ص + ٣٤ = ٠$

ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٩ علامات)

١) قطع ناقص مركزه نقطة الأصل، مساحته (١٢π) وحدة مربعة، وأحد رأسيه النقطة (−٤ ، ٠)، ما إحداثيا البؤرة القريبة من هذا الرأس؟

أ) ($\sqrt{٧}$ ، ٠) ب) (٠ ، $\sqrt{٧}$) ج) (٠ ، − $\sqrt{٧}$) د) (− $\sqrt{٧}$ ، ٠)

٢) ما طول المحور المرافق للقطع الزائد الذي معادلته: $\frac{س^{٢}}{٩} - \frac{ص^{٢}}{٦} = ١$ ؟

أ) ٣ ب) $٢\sqrt{٦}$ ج) ٦ د) $\sqrt{٦}$

٣) معادلة المحل الهندسي للنقطة ن (س ، ص) التي تتحرك في المستوى الإحداثي والتي يكون بُعدها عن النقطة م (٣ ، ٠) مساويًا دائمًا لبعدها عن المستقيم الذي معادلته س = −٥ هي:

أ) $ص^{٢} = ١٦(س + ١)$ ب) $ص^{٢} = ١٦(س - ١)$

ج) $ص^{٢} = ٨(س + ٢)$ د) $ص^{٢} = ٨(س - ٢)$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

﴿ انتهت الأسئلة ﴾

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩

صفحة رقم (١)

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

المبحث : الرياضيات / الفصل الثاني
الفرع : العلمي + الصناعي جامعات

مدة الامتحان: ٣ س ٣ د
التاريخ : ١٣/٦/٢٠١٩م

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الأول : (٣٠ علامة)

٧٢

أ) $\int \frac{٥س^{٣}+٤}{س^{٤}+٢س} دس$

درجة البسط أكبر من درجة المقام / نقسم

$٥س^{٣}+٤$ | $س^{٤}+٢س$

$٥س^{٣}+١٠س$ ⊖ | ٥

$-١٠س+٤$

$\therefore \int \frac{٥س^{٣}+٤}{س^{٤}+٢س} دس = \int \left(٥ + \frac{-١٠س+٤}{س^{٤}+٢س} \right) دس$ ①

$= ٥س + \int \frac{-١٠س+٤}{س(س+٢)} دس$

خارج قسمة $\frac{-١٠س+٤}{س(س+٢)} = \frac{أ}{س} + \frac{ب}{(س+٢)}$ ①

$\Leftarrow -١٠س+٤ = أ(س+٢) + ب س$ ①

عندما $س = -٢ \Leftarrow ٢٤ = -٢ب \Leftarrow ب = -١٢$ ①

عندما $س = ٠ \Leftarrow ٤ = ٢أ \Leftarrow أ = ٢$ ①

$\therefore \int \frac{٥س^{٣}+٤}{س^{٤}+٢س} دس = ٥س + \int \left(\frac{٢}{س} + \frac{-١٢}{س+٢} \right) دس$ ①

$= \frac{٥س^{٤}}{٤} - ١٠س + ٢ لو|س| - ١٢ لو|س+٢| + ج$

① ① ① ① ①

رقم الصفحة في الكتاب

٦٠

س ١ م)

١٠ ∫ جتا^٤ س دس

= ∫ (جتا^٢ س)^٢ دس = ∫ ((١ + جتا ٢س)/٢)^٢ دس (١)

= ١/٤ ∫ (١ + ٢ جتا ٢س + جتا^٢ ٢س) دس (١)

= ١/٤ ∫ (١ + ٢ جتا ٢س) دس + ١/٤ ∫ جتا^٢ ٢س دس (١)

= ١/٤ (س + جا ٢س) + ١/٤ ∫ (١ + جتا ٤س)/٢ دس (١)

= ١/٤ س + ١/٤ جا ٢س + ١/٨ (س + ١/٤ جا ٤س) + ج (١)

= ١/٤ س + ١/٤ جا ٢س + ١/٨ س + ١/٣٢ جا ٤س + ج (١) (١)

س ١ ب)

٩

رقم الفقرة	١	٢	٣
الإجابة	د	أ	٥٠ ٥٠ د
رمز الإجابة	م	S	ب

لكل فقرة ٣ علامات

١٣
٢٦
٣٧

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني : (٢٨ علامة)

٦٥

(١٠) ٢) $\int_{}^{} س^{٢} هـ^{٣س} \, د س$

نفرض ف = $س^{٢}$ ← $د ف = ٢ س \, د س$ (١)

(١) $د ع = هـ^{٣س} د س$ ← $ع = \frac{١}{٣} هـ^{٣س}$ (١)

$\therefore \int_{}^{} س^{٢} هـ^{٣س} \, د س = \frac{١}{٣} س^{٢} هـ^{٣س} - \frac{٢}{٣} \int_{}^{} س هـ^{٣س} \, د س$ (١)

نفرض ف = س ← $د ف = د س$

$ع = \frac{١}{٣} هـ^{٣س}$ ← $د ع = هـ^{٣س} د س$ (١)

$\therefore \int_{}^{} س هـ^{٣س} \, د س = \frac{١}{٣} س هـ^{٣س} - \frac{٢}{٣} \int_{}^{} \frac{١}{٣} هـ^{٣س} \, د س$ (١) (١)

$= \frac{١}{٣} س هـ^{٣س} - \frac{٢}{٩} هـ^{٣س} + ج$ (١) (١) (١)

منصات
منصة العلوم الهادفة

رقم الصفحة في الكتاب

٤٠

ب) ٩

$م(س) = \sqrt[3]{لو_{هـ}(٢س^{٤}+٨س)^{١-س^{٤}}} + هـ$

٤٩

$م(س) = \frac{١}{٣} لو_{هـ}(٢س^{٤}+٨س)^{١-س^{٤}} + هـ$ ①

$م'(س) = \frac{١}{٣} \left(\frac{٤س^{٣}+٨}{٢س^{٤}+٨س}\right)^{١-س^{٤}} + (-٤س^{٣}) هـ$ ①

$م'(١) = \frac{١}{٣} \left(\frac{٤(١)^{٣}+٨}{٢(١)^{٤}+٨(١)}\right)^{١-(١)^{٤}} - ٤(١)^{٣} هـ$ ①

$= \frac{١}{٣} \left(\frac{١٢}{١٠}\right)^{٠} - ٤$ ①

$= ٠ - ٤ = \frac{-٤٠}{١٠} = \frac{-١٢}{١٠}$ ①

ج) ٩

٤١

رقم الفقرة	١	٢	٣
الاجابة	$\frac{١}{٤}$ لو$_{هـ}$ ٥	١٣	ص = ك + ٣ لو$_{هـ}$ |س| − ١
رمز الاجابة	ج	ب	ب

٩٧

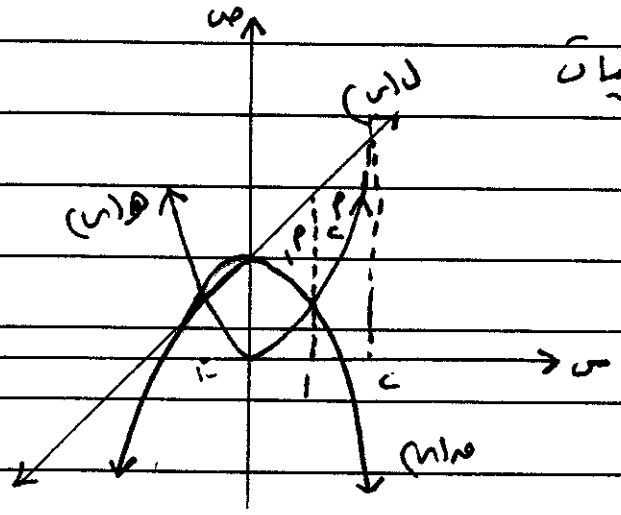
لكل فقرة ٣ علامات

منهاجي
صنعة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث : (٣٢ علامة)

٨٥ ١٢ أ) $م(س) = ٢ - س^٢$ ، $هـ(س) = س^٢$ ، $ل(س) = س + ٢$



بحل نقط التقاطع بيانيا

بوضع $م(س) = هـ(س)$

$٢ - س^٢ = س^٢$ ①

$٢س^٢ = ٢$

$س^٢ = ١$

$س = \pm ١$ ①

$م(س) = ل(س)$

$٢ - س^٢ = س + ٢$ ①

$س^٢ + س = ٠$

$س(س + ١) = ٠$

$س = ٠ ، س = -١$ ①

$هـ(س) = ل(س)$

$س^٢ = س + ٢$ ①

$س^٢ - س - ٢ = ٠$

$(س - ٢)(س + ١) = ٠$

$س = ٢ ، س = -١$ ①

$م = م_١ + م_٢$

$\therefore م = \int_{-١}^{٠} (س + ٢ - س^٢) \, دس + \int_{٠}^{١} (٢ - س^٢ - س) \, دس$ ① ①

$= \left[\frac{س^٣}{٣} + \frac{س^٢}{٢} + ٢س \right]_{-١}^{٠} + \left[٢س - \frac{س^٣}{٣} - \frac{س^٢}{٢} \right]_{٠}^{١}$ ① ①

$= ٠ - \left(\frac{-١}{٣} + \frac{١}{٢} - ٢ \right) + \left(٢ - \frac{١}{٣} - \frac{١}{٢} \right) - ٠$ ①

$= ٤ - ٢ = ٢$ وحدة مساحة ①

منهجي
متعة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

٥٣

$\int \frac{س^3}{\sqrt{س^4 - ٤}}$ ب) $\frac{ص}{س^2}$ = $\sqrt{س^4 - ٤}$ $ص$ ١١

نكامل الطرفين

$ص = \int \sqrt{س^4 - ٤}$ $س^2$ $س$ ①

$ص = \int \sqrt{س^4 - ٤}$ $س^2$ $س$ ①

نفرض $ص = \sqrt{س^4 - ٤}$ ①

$ص^2 = س^4 - ٤$

$٢ص$ $ص$ = $٤س^3$ $س$ ①

$ص = \int \frac{١}{٤} (ص^2 + ٢) ٢ص^2$ $ص$ ①

$= \frac{١}{٤} \int (ص^4 + ٢ص^2)$ $ص$ ①

$= \frac{١}{٤} \left(\frac{ص^5}{٥} + \frac{٢ص^3}{٣} \right) + ج$ ①

$= \frac{١}{٤٠} (\sqrt{س^4 - ٤})^5 + \frac{١}{٣} (\sqrt{س^4 - ٤})^3 + ج$ ① ①

٩ ج) $\int س^3$

رقم الفقره	ا	ح	٣
الاجابة	٣-	١٢-	١-
رمز الاجابة	ع	ب	م

٢٧

٣٠

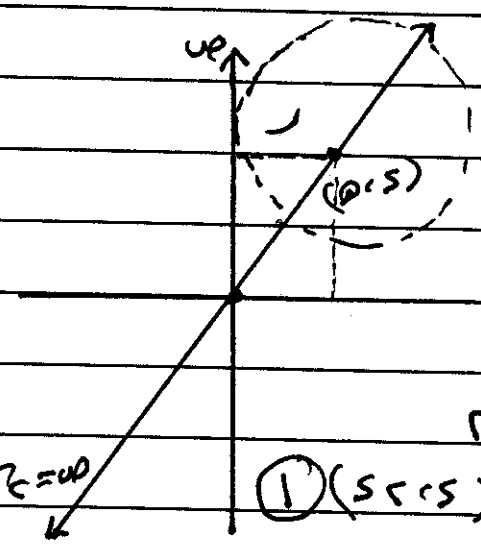
٢٧

لكل فقرة ٣ علامات

رقم الصفحة في الكتاب

١١٨

السؤال الرابع : (٣٠ علامة)



(أ) ١١

بما أن الدائرة تمس محور الصادات

← نصف قطرها ر = ك ①

وبما أن مركز الدائرة يقع على المستقيم

ص = -س ← المركز على الصورة (ك، -ك) ①

والصورة القياسية لمعادلة الدائرة هي :

$(س - ك)^2 + (ص - (-ك))^2 = ر^2$ ①

وعليه $(س - ك)^2 + (ص + ك)^2 = ك^2$ ①

وبما أن الدائرة تمر بالنقطة (١، ٧) فهي تحقق معادلتها :

وعليه $(١ - ك)^2 + (٧ + ك)^2 = ك^2$ ①

$١ - ٢ك + ك^2 + ٤٩ + ١٤ك + ك^2 = ك^2$ ①

$ك^2 - ١٢ك + ٥٠ = ٠$ ①

$ك^2 - ١٠ك - ٢ك + ٢٠ = ٠$

① $(ك - ٥)(ك - ٥) = ٠$

← $ك = ٥$ ، $ك = ٥$ ①

يعني ان هناك دائرتان تحققان شروط المسألة

معادلة الدائرة الأولى $(س - ٥)^2 + (ص - ٥)^2 = ٢٥$ ①

معادلة الدائرة الثانية $(س - ٥)^2 + (ص - ١٠)^2 = ٢٥$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

١٣٢

ع٤ س ب) يمر بالنقاط (٣،٣)، (٠،٦)، (٢،٠)

١٠

الصورة العامة لمعادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور السينات هي:

$س = أ ص^2 + ب ص + جـ$ ①

وحيث انه يمر بالنقاط المذكورة أعلاه، فهي تحقق معادلته

⇐ ①

النقطة (٣،٣) ⇐ $٣ = ٩أ + ٣ب + جـ$ ..... (١)

النقطة (٠،٦) ⇐ $جـ = ٦$ ①

النقطة (٢،٠) ⇐ $٠ = ٤أ + ٢ب + ٦$ ..... (٢)

①

نضرب المعادلة الأولى بـ ٢ والمعادلة الثانية بـ ٣ ونطرح

⇐ $٦ = ١٨أ + ٦ب + ١٢$ ①

$٠ = ١٢أ + ٦ب + ١٨$

$٦ = ٦أ \Leftarrow ٦ - ٦أ = ١٢$ ①

$أ = ١$ ①

نعوض قيمة أ في المعادلة (٢)

⇐ $٠ = ٤ \times ١ + ٢ب + ٦$ ①

$٢ب = -١٤ \Leftarrow ب = -٧$ ① ①

∴ معادلة القطع المكافئ هي $س = ص^2 - ٧ص + ٦$ ①

ع٤ س ج)

٩

رقم الفقرة	أ	ب	جـ
الإجابة	دائرة	(٠،٠-٢)	$\frac{٣}{٤}$
رمز الإجابة	أ	د	ب

١٠٦

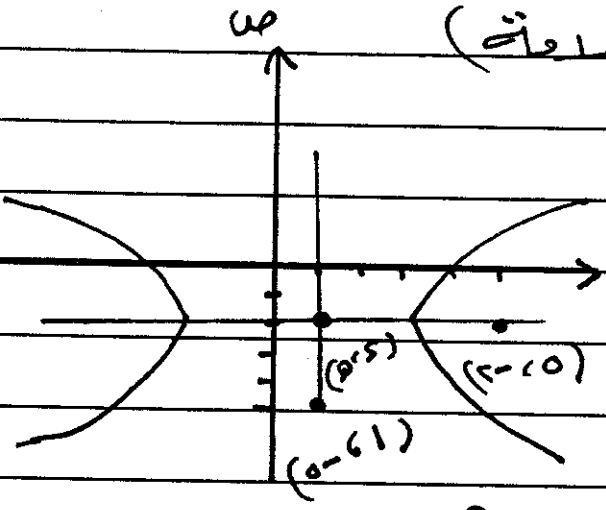
١٣١

لكل فقرة ٣ علامات

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الخامس : (٣٠ علامة)

(أ) ١٠



من الشكل المجاور نلاحظ أن مركز القطع الزائد النقطة

(١) (١، -٢)

ومحوره القاطع يوازي محور السينات

الصورة العامة للقطع الزائد في هذه الحالة

$$\frac{(س - ك)^2}{م^2} - \frac{(ص - هـ)^2}{ب^2} = ١$$ (١)

لكن بؤرة القطع تكون على الصورة $(ك + جـ ، هـ) = (٥ ، -٢)$ (١)

$$\Leftarrow ١ + جـ = ٥ \Leftarrow جـ = ٤$$ (١)

من الملاحظة بين النقطة (١، -٥)، ومركز (١، -٢) نجد أن (١)

$$\therefore ب = -٢ - -٥ = ٣$$ (١)

وعليه $جـ^2 = م^2 + ب^2$

$$١٦ = م^2 + ٩ \Leftarrow ٧ = م^2$$ (١)

∴ معادلة القطع الزائد هي :

$$\frac{(ص - ١)^2}{٧} - \frac{(س + ٢)^2}{٩} = ١$$ (١)

رقم الصفحة في الكتاب

س ٥

ب) ١٠س٢ + ص٢ - ٤٠س - ٤ص + ٣٤ = ٠ ١٤٤

١١

١٠(س٢ - ٤س) + ص٢ - ٤ص = -٣٤

١٠(س٢ - ٤س + ٤ - ٤) + ص٢ - ٤ص + ٤ - ٤ = -٣٤ ①

١٠(س - ٢)٢ + (ص - ٢)٢ = -٣٤ + ٤٠ + ٤

$\frac{(س-٢)^2}{١} + \frac{(ص-٢)^2}{١٠} = ١$ ①

وهذه معادلة قطع ناقص محوره الأكبر يوازي محور الصادات ①

م٢ = ١٠ ← م = √١٠ ①

ب٢ = ١ ← ب = ١ ①

ج٢ = م٢ - ب٢ ← ج٢ = ١٠ - ١ ①

ج٢ = ٩ ← ج = ٣

مركز القطع (ك ، هـ) = (٢ ، ٢) ①

بؤرتا القطع (ك ، هـ ± ج) = (٢ ، ٢ ± ٣) ① + ①

رأسا القطع (ك ، هـ ± م) = (٢ ، ٢ ± √١٠) ① + ①

س ٥

ج)

رقم الفقرة	١	٢	٣
الإجابة	(-√٢٠ ، ٠)	٢√٦	ص٢ = ١٦(س + ١)
رمز الإجابة	ك	ب	م

لكل فقرة ٣ علامات

منهاجي متعة التعليم الهادف