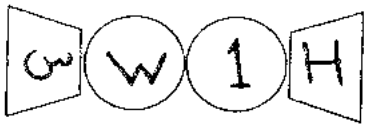
بسم الله الرحمن الرحيم



المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٨ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

د س
مدة الامتحان: ٠٠ ٢
اليوم والتاريخ: السبت ٢٠١٨/٠٦/٣٠

المبحث : الرياضيات/الفصل الثاني
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات)

ملحوظة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٣٤ علامة)

أ) جد التكاملات الآتية:

١) $\int \frac{س^٣ + ٢ س - ٦}{س^٢ - ٤}$ دس (١٣ علامة)

٢) $\int_{١}^{} \frac{٢ س هـ^{س}}{(س + ١)^٢}$ دس (١٢ علامة)

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان ق(س) = لـو$_{هـ}$ $\left(\frac{هـ^{س^٢}}{س}\right)^٢$ ، فإن قيمة ق`(١) تساوي:

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) هـ^٢

٢) قيمة $\int_{١}^{٣} \frac{(س^٢ - ٢)^٢ - ٤}{س^٢}$ دس تساوي:

أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) $-\frac{٢}{٣}$ ج) $-\frac{٢٠}{٣}$ د) $\frac{٢٠}{٣}$

٣) حل المعادلة التفاضلية ظا^{٢}س دس = ٣ دص – دس هو:

أ) ص = $\frac{١}{٣}$ (ظا س + ٣س) + جـ ب) ص = $\frac{١}{٣}$ قا^{٢}س + جـ

ج) ص = $\frac{١}{٣}$ ظا س + جـ د) ص = $\frac{١}{٣}$ (قا^{٢}س + ٣س) + جـ

يتبع الصفحة الثانية ....

السـؤال الثاني: (٣٤ علامة)

أ)

١) جد قيمة $\int_{0}^{\frac{\pi}{٤}}$ جتا س (٣ − ٢ جتا ٢ س)^{٤} دس (١٢ علامة)

٢) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة **ص** عند النقطة **(س ، ص)** يساوي $\frac{١ + \text{لـو}_{هـ} س}{هـ + س \text{ لـو}_{هـ} س}$

فجد قاعدة العلاقة **ص** علمًا بأن منحناها يمر بالنقطة (١ ، ٢) (١٣ علامة)

ب) انقل إلى دفتر إجابتـك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان $\int$ ق(س) دس = جتا س − ٢ جا س ، فإن قيمة $\frac{ق(\frac{\pi}{٤})}{ق'(\frac{\pi}{٤})}$ تساوي:

أ) ٣ ب) $-\frac{١}{٣}$ ج) ١ د) −٣

٢) قيمة $\int_{١}^{٢}$ (| س − ١ | + ١) دس تساوي:

أ) ١ ب) ٣ ج) ٢ د) ٤

٣) إذا كان ق(س) = س $\sqrt{\text{س}}$ ، فإن قيمة $\int_{١}^{٤}$ ق'(س) دس تساوي:

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $-\frac{٣}{٤}$ ج) $\frac{٣}{٤}$ د) $-\frac{٣}{٢}$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السـؤال الثالث: (٢٢ علامة)

أ) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين : (١٣ علامة)

ق(س) = $\sqrt{٢ - \text{س}}$ ، هـ(س) = | س |

يتبع الصفحة الثالثة ....

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

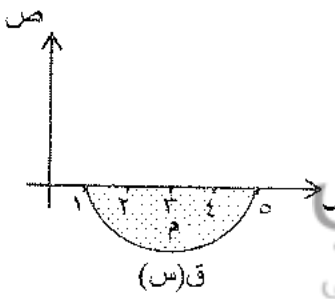
١) إذا كان $\int_{١}^{٠} \left(\frac{٥}{٢} - ٤ ق(س) \right) دس = \int_{١}^{٠} \left(٢س + \frac{ق(س)}{٢} \right) دس$ ، فإن قيمة $\int_{١}^{٠} ق(س) دس$ تساوي:

أ) -٧ ب) -١ ج) $-\frac{٣}{٧}$ د) $-\frac{٧}{٩}$

٢) إذا كان ق اقترانًا معرفًا على الفترة [٠ ، ٣] ، وكان ق(س) ⩽ س ، فإن أكبر قيمة للمقدار $\int_{٠}^{٣} \left(٢ - ٢ ق(س) \right) دس$ تساوي:

أ) ١٢ ب) ٣ ج) -٣ د) ١٥

٣) الشكل المجاور يمثّل منحنى الاقتران ق(س) في الفترة [١ ، ٥] ، فإذا كانت مساحة المنطقة (م) تساوي (٨) وحدات مربّعة، فإن قيمة $\left| \int_{١}^{٥} (ق(س) - ٤) دس \right|$ تساوي:



أ) ٨ ب) ١٢
ج) ١٦ د) ٢٤

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الرابع: (٣٥ علامة)

أ)

١) جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم ص = ٦ وتمس المستقيم الذي معادلته س − ٢ ص = ٠ ، عند النقطة (٤ ، ٢) (١٣ علامة)

٢) جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره المستقيم س = −٣ ويمر بالنقطتين (٠ ، ٠) ، (−٢ ، ٢) (١٣ علامة)

يتبع الصفحة الرابعة ....

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) تتحرّك النقطة و(س ، ص) في المستوى الإحداثي بحيث يتحدد موقعها في اللحظة ن ≥ ٠
بالمعادلتين س = ٣ن ، ص^{٢} = ٦ن − ٩ن^{٢} ، فإن المحل الهندسي للنقطة و(س ، ص) هو:

أ) دائرة ب) قطع مكافئ ج) قطع ناقص د) قطع زائد

٢) قطع زائد معادلته ك ص^{٢} − س^{٢} + ك = صفر ، ك < ٠ ، ومجموع مربعي طولي محوريه القاطع والمرافق (١٢) وحدة، فإن قيمة الثابت ك تساوي:

أ) −٤ ب) −٢ ج) ٤ د) ٢

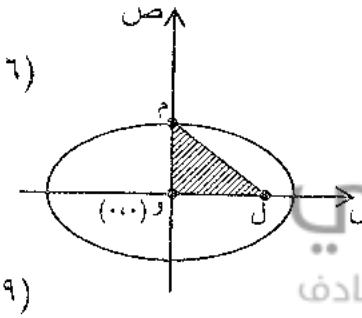
٣) قطع مكافئ بؤرته النقطة (−٤ ، ٢) ودليله محور الصادات، فإن معادلته هي:

أ) (ص+٢)^{٢} = −٨س + ١٦ ب) (ص−٢)^{٢} = ٨س − ١٦

ج) (ص−٢)^{٢} = −٨س − ١٦ د) (ص+٢)^{٢} = ٨س + ١٦

السـؤال الخامس: (٢٥ علامة)

أ) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل قطعًا ناقصًا بؤرته النقطة (ل) (١٦ علامة)
فإذا علمت أن مساحة المثلث ل و م تساوي (٦) وحدات مربّعة،
والفرق بين طولي محوريه (٤) وحدات، فجد معادلته.



منهاجي
رفيقك لتعليم الهادف

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) الاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي طول محوره القاطع مثلي طول محوره المرافق يساوي:

أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ب) $\frac{\sqrt{٥}}{٢}$ ج) $\sqrt{٣}$ د) $\sqrt{٥}$

٢) طول المحور القاطع للقطع المكافئ الذي معادلته ٤ س^{٢} − ٣ ص^{٢} = $\frac{٤}{٣}$ يساوي:

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{٤}{٩}$ ج) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ د) $\frac{٤}{٣}$

٣) تتحرّك النقطة ن(س، ص) في الربع الأول من المستوى الإحداثي؛ بحيث تبقى على بعدين متساويين من محور الصادات والمستقيم $\sqrt{٣}$ ص − س = ٠ ، فإن معادلة المحل الهندسي للنقطة ن(س، ص) هي:

أ) ص = $\frac{٣}{\sqrt{٣}}$ س ب) ص = $\frac{-٣}{\sqrt{٣}}$ س ج) ص = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ س د) ص = $\frac{-١}{\sqrt{٣}}$ س

﴿انتهت الأسئلة﴾

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

المبحث : الرياضيات / الفصل الثاني
الفرع : العلمي + الصناعي (شاملة)
مدة الامتحان: ٢ س ٣٠ د
التاريخ: ٣٠/٦/٢٠١٨م

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب

منهاجي
متعة التعليم الهادف

صفحة رقم (١)

السؤال الأول: (٣٤ علامة)

أ) $\int \frac{س^3 + 2س - 6}{س^2} \, دس$

$= \int (س + \frac{2}{س} - \frac{6}{س^2}) \, دس$

$= \frac{س^2}{2} + 2 \ln|س| + \frac{6}{س} + ج$

ب) درجة البسط أكبر من درجة المقام / نقسم

$\frac{س^3 + 2س^2 - 3س - 6}{س^2 - 4}$

$س + 2$

$س^3 - 4س$

$2س^2 + س - 6$

$2س^2 - 8$

$س + 2$

$\int \frac{س^3 + 2س^2 - 3س - 6}{س^2 - 4} \, دس = \int (س + 2 + \frac{س + 2}{(س - 2)(س + 2)}) \, دس$

$= \int (س + 2 + \frac{1}{س - 2}) \, دس$

$= \frac{س^2}{2} + 2س + \ln|س - 2| + ج$

ج) $\frac{6س - 6}{(س - 3)(س + 2)} = \frac{ب}{س - 3} + \frac{أ}{س + 2}$

$6س - 6 = ب(س + 2) + أ(س - 3)$

عندما $س = 3 \Rightarrow 12 = 5ب \Rightarrow ب = \frac{12}{5}$

عندما $س = -2 \Rightarrow -18 = -5أ \Rightarrow أ = \frac{18}{5}$

$\int \frac{6س - 6}{(س - 3)(س + 2)} \, دس = \frac{18}{5} \ln|س - 3| + \frac{12}{5} \ln|س + 2| + ج$

د) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} س \cos س \, دس$

$ع = س \quad ، \quad دع = دس$

$دف = \cos س \, دس \quad ، \quad ف = \sin س$

$= [س \sin س]_{0}^{\frac{\pi}{2}} - \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin س \, دس$

$= [س \sin س]_{0}^{\frac{\pi}{2}} + [\cos س]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2} - 0 + \cos \frac{\pi}{2} - \cos 0$

$= \frac{\pi}{2} - 1$

س١ ٢) $\int \frac{ه^{س} \, د س}{(س+١)^{٢}}$ ٢٨٢

نفرض ان $و = س ه^{س} \Rightarrow د و = (س ه^{س} + ه^{س}) د س$ (١)

$د ل = \frac{١}{(س+١)^{٢}} د س \Rightarrow ل = \frac{-١}{(س+١)}$ (١)

$\int \frac{س ه^{س}}{(س+١)^{٢}} د س = ٢ + \int \frac{-س ه^{س}}{(س+١)} + \int \frac{(س ه^{س} + ه^{س})}{(س+١)} د س$ (١)

$= ٢ + \int \frac{-ه^{س}}{٢} + \int \frac{ه^{س}}{(س+١)} د س$ (١)

$= ٢ + \frac{-ه^{س}}{٢} + ه^{س}$ (١)

$= ه^{س} - ٢$ (١)

* إذا لم يتفاعل مع مولد التكامل شرطياً تخسر علامات

* إذا أخطأ الطالب بالفرض في اختيار مولد عكسي يصحح له (٤) علامات ضغط

س١ ب) $\int_{١}^{٩} ٢ ع \, د ع$ (٣)

$\int_{١}^{٣} P \frac{٢}{٣} د P$ (٣)

$\int_{٠}^{٣} ع \, د ع$ (٣)

* نفس الفرض اعلاه $ص = \frac{١}{٣} ط$ عند

إذا وجدت الإجابة ورسم خرج بأخذ العلامة.

حل غير صحيح يصحح من (٧) علامات

$$\frac{ب}{ج+ب} + \frac{أ}{ج-ب} = \frac{٦-ب ج+ب^{٣}}{ج^{٢}-ب^{٢}}$$

$$(ج-ب)\,و + (ج+ب)\,أ = ٦ - ب ج + ب^{٣}$$

$$ب = ٢ \Rightarrow ٤ أ = ٤ \Rightarrow أ = ١$$

$$ب = -٢ \Rightarrow -٤ و = -١٨ \Rightarrow و = \frac{٩}{ج}$$

$$\int \left(\frac{ب^{٣} - ب ج + ٦}{ب^{٢} - ج^{٢}} \right) د ب = \int \frac{٣}{ج - ب} د ب + \int \frac{٩}{ج + ب} د ب$$

$$= -٣ \ln|ج - ب| + ٩ \ln|ج + ب| + ﺟ$$

* في هذا الحل لم يبدأ بالقسمة الطويلة .

⊗ إذا حلّ الطالب بكتابة الناتج مباشرة بشكل صحيح من (٧) علامات وكلما ورد خطأ غير علامة واحدة

ب) إذا قام الطالب بتحليل السؤال كالتالي:

$$\int \frac{س^٣ + ٢س^٢ - ٦س}{س^٢ - ٤} \, د س$$ أي ضرب بسط $\times$ مقلوب مقام

ثم قام بإجراء القسمة الطويلة بتحديد على البسط والمقام

والحصول على الخارج والباقي

$$\begin{array}{r} س + ٢ \\ س^٢ - ٤ \overline{)\, س^٣ + ٢س^٢ - ٦س} \\ \underline{س^٣ \quad\quad - ٤س} \\ ٢س^٢ - ٢س \\ \underline{٢س^٢ \quad\quad - ٨} \\ ٢س - ٨ \end{array}$$

$$= \int \left(س + ٢ + \frac{٢س - ٨}{(س - ٢)(س + ٢)} \right) د س$$

$$= \frac{س^٢}{٢} + ٢س + \int \frac{٢س - ٨}{(س - ٢)(س + ٢)} \, د س$$

$$\frac{٢س - ٨}{(س - ٢)(س + ٢)} = \frac{أ}{س - ٢} + \frac{ب}{س + ٢}$$

$$٢س - ٨ = أ(س + ٢) + ب(س - ٢)$$

$$س = -٢ \Rightarrow -١٢ = -٤ب \Rightarrow ب = ٣$$

$$س = ٢ \Rightarrow ٤ = ٤أ \Rightarrow أ = ١$$

$$= \frac{س^٢}{٢} + ٢س + \int \left(\frac{١}{س - ٢} + \frac{٣}{س + ٢} \right) د س$$

$$= \frac{س^٢}{٢} + ٢س + \ln|س - ٢| + ٣ \ln|س + ٢| + جـ$$

منهاجي
منصة التعليم الهادف

السؤال الأول :

(أ)

(٢) ١٢ $\int_{1}^{\infty} \frac{٢س هـ^{س}}{(س+١)^{٢}}$ دس .

نفرض أنه ص = س + ١ ، س = ص − ١ ، دس = دص ①

عند س = ١ ← ص = ٢

عند س = ٠ ← ص = ١ ①

التكامل = $\int_{1}^{٢} \frac{٢(ص-١) هـ^{ص-١}}{ص^{٢}}$ × دص ①

$= \int_{1}^{٢} \frac{٢ص هـ^{ص-١}}{ص^{٢}}$ دص − $\int_{1}^{٢} \frac{٢ هـ^{ص-١}}{ص^{٢}}$ دص ①

$= \int_{1}^{٢} ٢ص هـ^{ص-١} \cdot$ دص − $\int_{1}^{٢} ٢ص^{-١} هـ^{ص-١}$ دص

ع = ٢ص ← دع = ٢ دص

دهـ = هـ^{ص-١} دص ← هـ = هـ^{ص-١} ①

$= \left[٢ص \times هـ^{ص-١} \right]_{1}^{٢} - \int_{1}^{٢} هـ^{ص-١} \times ٢ دص$ ①

$= \left[\frac{٢هـ^{ص-١}}{ص} \right]_{1}^{٢} + \int_{1}^{٢} \frac{هـ^{ص-١} \times ٢ص^{-٢} دص}{٢}$ ①

$= \frac{٢هـ}{٢} - \frac{٢هـ^{٠}}{١}$ ①

$= \boxed{هـ - ٢}$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(٧)

$$\int_{0}^{1} \frac{س^{ن} هـ^{س}}{(س+1)^{2}} \, د س$$

(١) $ص = س + 1 \Leftarrow س = ص - 1$

(١) عندما $س = 0 \Leftarrow ص = 1$

عندما $س = 1 \Leftarrow ص = 2$

(١) $د ص = د س$

$$= \int_{1}^{2} \frac{(ص-1)^{ن} هـ^{ص-1}}{ص^{2}} \, د ص$$

(١) أخرج $هـ^{-1}$

$$= هـ^{-1} \int_{1}^{2} \frac{(ص-1)^{ن} هـ^{ص}}{ص^{2}} \, د ص$$

(١) $\begin{cases} ع = (ص-1)^{ن} \\ د ع = ن(ص-1)^{ن-1} \, د ص \end{cases}$

(١) $\begin{cases} د ل = هـ^{ص} \, د ص \\ ل = هـ^{ص} \end{cases}$

$$= هـ^{-1} \left[(ص-1)^{ن} هـ^{ص} \right]_{1}^{2} - ن \int_{1}^{2} (ص-1)^{ن-1} هـ^{ص} \, د ص$$

(١) $= هـ^{-1} \left(هـ^{2} - 0 \right) - ن \, هـ^{-1} \int_{1}^{2} (ص-1)^{ن-1} هـ^{ص} \, د ص$

(١) $= 1 - ن \, هـ^{-1}$

منهاجي
منصة التعليم الهادف

(١٢)

(بالاختصار على صفحة واحدة)

يأخذ ... علامات ( )

$$\int \frac{س^{2} هـ^{س}}{(1+س)^{3}} \, د س = \int \frac{(1+س)^{2} هـ^{س} - 2(1+س) هـ^{س} + 2 هـ^{س}}{(1+س)^{3}} \, د س$$

$$= \int \frac{هـ^{س}}{1+س} \, د س - \int \frac{2 هـ^{س}}{(1+س)^{2}} \, د س + \int \frac{2 هـ^{س}}{(1+س)^{3}} \, د س$$

$$= \frac{هـ^{س}}{1+س} + C$$

$$ق(س) = \frac{س^{2} هـ^{س}}{(1+س)^{3}}$$

$$ق(س) د س = \frac{هـ^{س}}{1+س} + C$$

$$ق(1) = \frac{هـ}{2} + C$$

$$ق(0) = 1 + C$$

$$ق(1) - ق(0) = \frac{1}{2} هـ - 1$$

$$= \frac{هـ - 2}{2}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(٩)

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin^{3}\theta\cos^{2}\theta\,d\theta = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta\cdot\sin^{2}\theta\cdot\cos^{2}\theta\,d\theta$$

$$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta\,(1-\cos^{2}\theta)\cos^{2}\theta\,d\theta$$

$$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\cos^{2}\theta - \cos^{4}\theta)\sin\theta\,d\theta$$

$$= \left[-\frac{\cos^{3}\theta}{3} + \frac{\cos^{5}\theta}{5}\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \left(0 + 0\right) - \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)$$

$$= \frac{2}{15}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل آخر السؤال ① ② ③

$\frac{1}{2}$ ① $ص = هـ^{س}$ ① $\frac{جتا}{(جا+1)^2}$ $دص = دهـ$

$دص = هـ^{س} دس$ ① $دص = \int \frac{2(ص+1)}{ص^3} دص$

$هـ = \int (\frac{2}{ص^2} - \frac{2}{ص^3}) دص$

$هـ = 2لو|ص| + \frac{2}{ص}$

$هـ = 2لو|س+1| + \frac{2}{س+1}$ ①

$ص = س+1$

$دص = دس$

$س = ص - 1$ ①

$\therefore \int \frac{دس}{(س+1)^2 هـ^{س}} = هـ = لـ|س+1| + \frac{2}{س+1} + ج$ ①

$= -(\int \frac{1}{ص} دص) لو|س+1| + \int \frac{2}{ص^2} دص$ ①

$= -هـ^{س} لو|س+1| + \int \frac{1}{ص^2} دص$ ① للاختزال

$= -هـ^{س} لو|س+1| - \frac{1}{ص} + ج$ ①

$= -هـ^{س} لو|س+1| - \frac{1}{هـ^{س}} + ج$ ①

$هـ = لو|س+1|$ $دهـ = \frac{1}{س+1} دس$

$دص = هـ^{س} دس$ ① $ص = هـ^{س}$ ①

(٣٤)

السؤال الثاني

منهاجي
متعة التعليم الهادف

صفحة رقم (٤)

رقم الصفحة في الكتاب

٣٠٦

حـ (م ، ع)

$\frac{ص}{س}$ = ميل المماس ①

$\frac{ص}{س} = \frac{1 + \log_{هـ} س}{هـ + س \log_{هـ} س}$ ①

$ص = \frac{1 + \log_{هـ} س}{هـ + س \log_{هـ} س}$ ① نفرض $ع = \log_{هـ} س$ ①

$ص = \frac{1 + ع}{هـ + س ع}$ ① $هـ^{ع} = س$ ①

$ص = \frac{1 + ع}{هـ + هـ^{ع} ع}$ $س = هـ^{ع}$

$ص = \frac{1 + ع}{هـ (1 + ع) هـ^{ع}}$ $\frac{ص}{س} = \frac{1}{س}$ ①

$ص = \frac{1}{هـ هـ^{ع}}$ ①

$ص = \log_{هـ} هـ^{-ع} + جـ$ ①

$ص = \log_{هـ} هـ^{-\log_{هـ} س} + جـ$ ①

ولكن المنحنى يمر بالنقطة (١ ، ٣)

$\therefore$ ٣ = $\log_{هـ} هـ^{0} + جـ$ ①

$\therefore ص = \log_{هـ} هـ^{-\log_{هـ} س} + ٣$ ①

حـ (س ، ب)

١) ك = ③ = $-\frac{3}{2}$

٢) ب = ③ = $\frac{3}{2}$

٣) م = ① = $\frac{3}{2}$

(١) $\frac{ص}{س}$ = ميل المماس

(ب) $\frac{ص}{س} = \frac{1 + \log_{هـ} س}{هـ + س \log_{هـ} س}$ (١)

$ص = \frac{1 + \log_{هـ} س}{هـ + س \log_{هـ} س}$ س (١)

$\int ص = \int \frac{1 + \log_{هـ} س}{هـ + س \log_{هـ} س}$ س ← بفرض أن $ص = \int ص$ س

(١) (١) (١)

$ص = \log_{هـ} | هـ + س \log_{هـ} س | + جـ$ (١) (١) (١)

(١) (١) (١)

$ص = ١ \Leftarrow ٢ = \log_{هـ} هـ + جـ \Leftarrow ٢ = ص$ (ب، ١)

(١) $\therefore ص = \log_{هـ} | هـ + س \log_{هـ} س | + ١$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(١٤) عوض (١) ميل المماس = $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$

س (٢)

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{1 + \text{لو}_{\text{هـ}} \text{ع}}{\text{هـ} + \text{س لو}_{\text{هـ}} \text{ع}}$$

$$\int \text{ص} = \int \frac{1 + \text{لو}_{\text{هـ}} \text{ع}}{\text{هـ} + \text{س لو}_{\text{هـ}} \text{ع}} \, \text{س}$$

(١) $\text{ع} = \text{هـ} + \text{س لو}_{\text{هـ}} \text{ع}$

(١) $\text{س} = \frac{\text{ع}}{1 + \text{لو}_{\text{هـ}} \text{ع}}$

(١) $\text{ص} = \int \frac{1 + \text{لو}_{\text{هـ}} \text{ع}}{\text{ع}} \cdot \frac{\text{ع}}{1 + \text{لو}_{\text{هـ}} \text{ع}}$

$\text{ص} = \int \frac{1}{\text{ع}} \, \text{ع}$

(١) $\text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{ع}| + \text{ج}$

(١) $\text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{هـ} + \text{س لو}_{\text{هـ}} \text{ع}| + \text{ج}$

(١) $\text{لو}_{\text{هـ}} \text{هـ} = 1 \Leftarrow$ بما أن (٢، ٢) $\in$ $\text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}} \text{س} + \text{ج} \Leftarrow 2 = 1 + \text{ج}$

(١) $\text{ج} = 1$

(١) $\therefore \text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{هـ} + \text{س لو}_{\text{هـ}} \text{ع}| + 1$

منهاجي
جامعة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

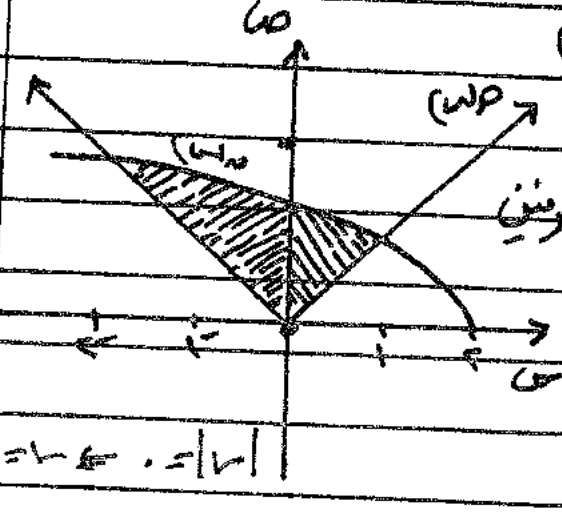
السؤال الثالث : (٢٢ علامة)

٣٠٢

أ) $م(س) = \sqrt{٢ - س}$ ، $هـ(س) = |س|$

١٣

نجد نقط التقاطع بين $م(س)$ ، $هـ(س)$



(١) $م(س) = هـ(س)$

$\sqrt{٢ - س} = |س|$ بتربيع الطرفين

(١) $٢ - س = س^٢$

$س^٢ + س - ٢ = ٠$

$(س + ٢)(س - ١) = ٠$

$|س| = ٠ \Leftarrow س = ١$ (١)

$\Leftarrow س = -٢$ مرفوض (١)

$$\text{ش} = \int_{-٢}^{١} \left(\sqrt{٢ - س} + س \right) د س + \int_{١}^{٢} \left(\sqrt{٢ - س} - س \right) د س$$

(١) (١) (١) (١)

$$= \left[-\frac{٢}{٣}(٢ - س)^{\frac{٣}{٢}} + \frac{س^٢}{٢} \right]_{-٢}^{١} + \left[-\frac{٢}{٣}(٢ - س)^{\frac{٣}{٢}} - \frac{س^٢}{٢} \right]_{١}^{٢}$$

(١) (١) (١)

$$= \left(-\frac{٢}{٣} + \frac{١}{٢} \right) - \left(-\frac{١٦}{٣} + ٢ \right) + \left(٠ - \frac{٤}{٣} \right) - \left(-\frac{٢}{٣} - \frac{١}{٢} \right)$$

$$= \frac{١٤}{٣} - \frac{٥}{٢} = \frac{٢٨ - ١٥}{٦} = \frac{١٣}{٦}$$ وحدة مربعة (١)

ب)

١) ب (٣) -١ ← إذا أوجد نقط التقاطع مع محور السينات

٢) ج (٣) -٣ ← ٨ سم مباشرة في علاقة المدور وما قبلها بشرط ان تكون النقط صحيحة.

٣) د (٣) ٤ ← إذا تقاطع مع محور الصادات

(٧) علامات

$$م = \int_{ج}^{ا} (ص_2 - ص_1)\, د س$$

$$م = \int_{ج}^{ا} (ص_2 + ص_1)\, د س$$

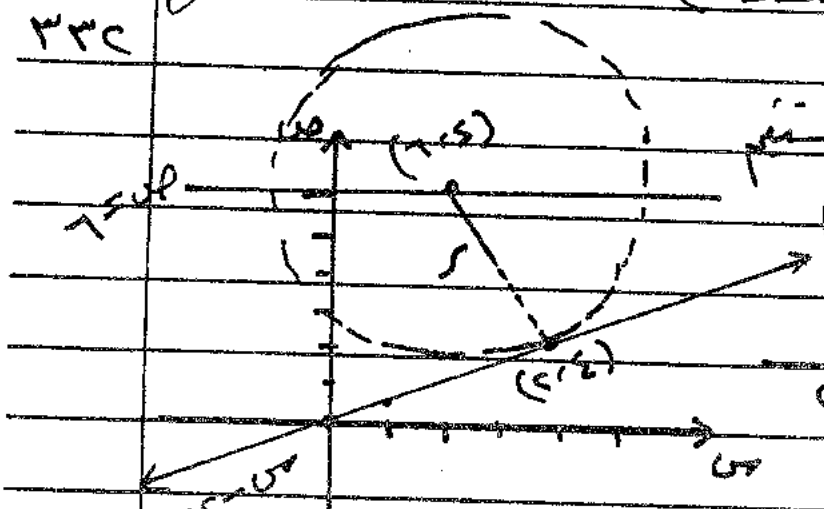
- إذا كانت احداهما والكل بشكل صحيح يصحح من (٧) علامات (اي حسب مساحة واحدة فقط).

منهاجي
متعة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

٣٣٢

السؤال الرابع : (٣٥ علامة)



أ) بما أن مركز الدائرة يقع على المستقيم ص = ٦ ①

∴ مركز الدائرة (ك، ٦)

ر = √((ك − ٤)² + (٦ − ٤)²) ①

ر² = ك² − ٨ك + ١٦ + ١٦

ر² = ك² − ٨ك + ٣٢ ①

ونجد البعد بين المركز (ك، ٦) والمستقيم س − ٢ = ٠ ①

ب) ر = |ك − ١٢| / √٥ ①

⇐ ٥ر² = ك² − ٢٤ك + ١٤٤ ①

٥ك² − ٤٠ك + ١٦٠ = ك² − ٢٤ك + ١٤٤ ①

٤ك² − ١٦ك + ١٦ = ٠

ك² − ٤ك + ٤ = ٠ ①

(ك − ٢)(ك − ٢) = ٠ ⇐ ك = ٢ ①

∴ المركز (٢، ٦) ① ر = √(٤ − ١٦ + ٣٢) = √٢٠ ①

وعليه معادلة الدائرة هـ (س − ٢)² + (ص − ٦)² = ٢٠ ①

رقم الصفحة في الكتاب

عن ٣٤٥

(١٨)

ع س ب) ا ، ب ، ج ، د دائرة (٣)

(٩) ع ، ك (٣)

ج) ٣ (٣)

(١٣)

الصورة العامة لمعادلة القطع هي :

$(س - ك)^2 = 4ج(ص - هـ)$ ①

لكن محور التماثل للقطع $س = -3$

$\Rightarrow$ يمر بـ س لقطع النقطة $(-3، هـ)$ ①

$\therefore$ تصبح المعادلة $(س + 3)^2 = 4ج(ص - هـ)$ ①

يمر بالنقطة $(0، 0) \Rightarrow 9 = -4ج(-هـ)$ ①

$\therefore هـ = \frac{9}{4ج}$ ①

يمر بالنقطة $(-3، 2) \Rightarrow 1 = 4ج(2 - هـ)$ ①

$\therefore 1 = -8ج + 4ج هـ$ ①

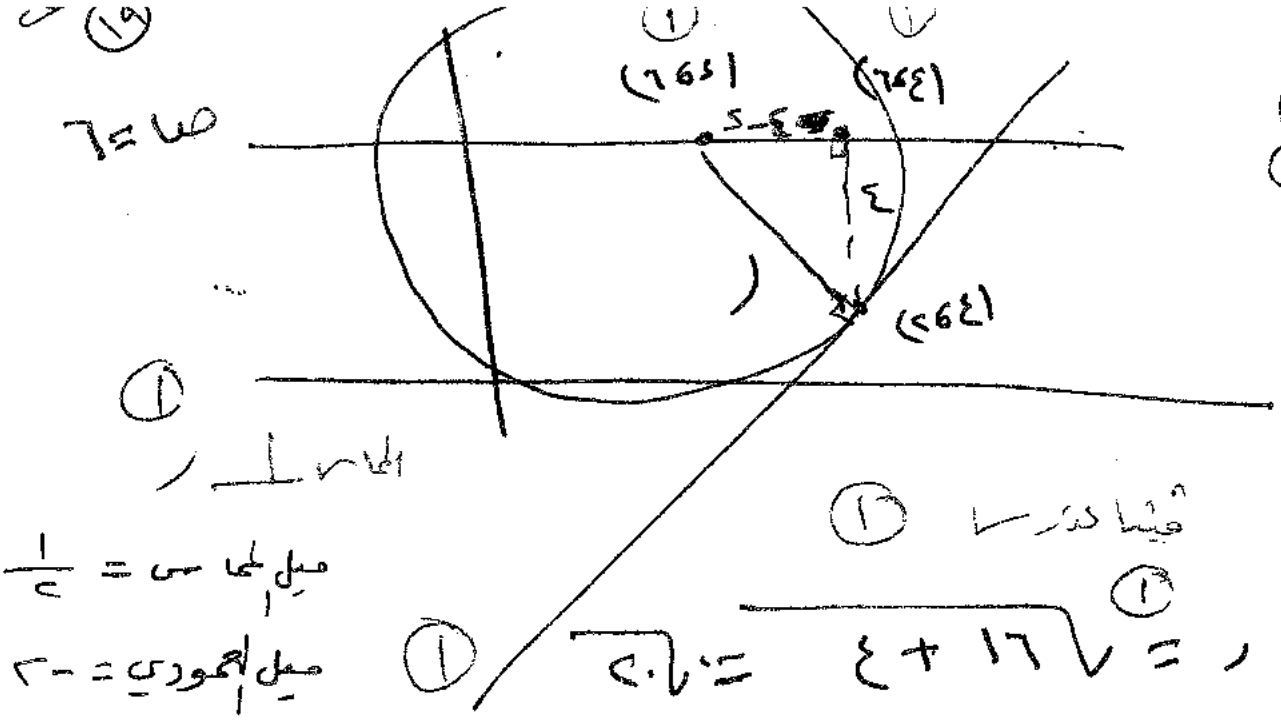
$1 = -8ج + 4ج(\frac{9}{4ج})$ ، $ج \neq 0$

① $1 = -8 \Rightarrow -8ج = -8 \Rightarrow ج = 1$

① $\therefore هـ = \frac{9}{4 \times 1} = \frac{9}{4}$

المعادلة هي : $(س + 3)^2 = -4(ص - \frac{9}{4})$ ①

$(س - 2)^2 = -8(ص - 2)$ ③



المماس ل

ميل المماس = $\frac{1}{ك}$

ميل العمودي = $-ك$

فيثاغورس ①

$ر = \sqrt{١٦ + ٤} = \sqrt{٢٠}$ ①

$ك = ك^٣ - ٨ك + ٣ك$ ①

$٣ك + ٨ك - ك^٣ = ٠$

$٣ك^٢ + ٨ك - ك^٣ = ٠$ ①

$(ك - ٢)(ك - ٦) = ٠$ ①

مرفوض

$ك = ٢$ ① تهمل $ك \neq ٦$ ①

المركز $(٢، ٦)$ ①

المعادلة $(س - ٢)^٢ + (ص - ٦)^٢ = ٢٠$ ① ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل آخر

(١) مركز الدائرة (٤، ٦)

١٠

ميل $\overline{أ ب}$ $= \frac{ص_ب - ص_أ}{س_ب - س_أ} = \frac{٠ - ١}{٤ - ٠}$

$= -\frac{١}{٤}$ (١)

ميل نصف قطر $= \frac{ص - ٦}{س - ٤} = \frac{٤}{س - ٤}$ (١)

المماس $\perp$ نصف القطر (١)

ميل $\overline{أ ب}$ × ميل نصف قطر $= -١$ (١)

$-\frac{١}{٤} \times \frac{٤}{س - ٤} = -١$ (١)

$س = ٥$ (١)

المركز $(٤، ٦)$ (١) ، نصف القطر $(٤، ٥)$ (١)

$ر = \sqrt{(٥ - ٤)^٢ + (٦ - ٢)^٢}$ (١)

$ر = \sqrt{١٧}$ (١)

$(س - ٤)^٢ + (ص - ٦)^٢ = ١٧$ (١)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(١٣) أ) مركز الدائرة يقع على المستقيم $ص = ٦$ ①

∴ المركز هو $(ك ، ٦)$

معادلة الدائرة $= (س - ك)^٢ + (ص - ٦)^٢ = ر^٢$ ①

المستقيم $س = ٠$ ①

$ص = \frac{١}{٢}$ ①

$\frac{١}{٢} \times (٦ - ص) + ك \times (ص - ٦) = ٠$ ∴ ① + ①

$ك (س - ك) + (ص - ٦) = ٠$ ①

$ك (٠ - ك) + (\frac{١}{٢} - ٦) = ٠$

$-ك^٢ + (-\frac{١١}{٢}) = ٠$ ①

$(٤ ، ك) \Rightarrow ك (٤ - ك) + (-٣) = ٠$

$٨ - ٤ك - ٣ = ٠$

$ك = ٤ \Rightarrow$ المركز $(٤ ، ٤)$ ①

∴ $(س - ٤)^٢ + (ص - ٤)^٢ = ر^٢$

$(٤ ، ٠) \Rightarrow ١٦ + ٤ = ر^٢ \Rightarrow ر = ٢٠$ ①

$(س - ٤)^٢ + (ص - ٦)^٢ = ٢٠$ ①

منهاجي
منصة التعليم الأهلي

١٣

طريقة (٥) : المركز (د ، ٦)

معادلة الدائرة : $س^2 + ص^2 + ب س + ب ص + جـ = ٠$ ①

حيث $د = -\frac{ب}{٢}$ ① ، $٦ = -\frac{ب}{٢}$ ①

$\Leftarrow -\frac{ب}{٢} = ٦$

$\Leftarrow ب = -١٢$ ①

∴ معادلة الدائرة : $س^2 + ص^2 + ب س - ١٢ ص + جـ = ٠$ ①

بالاشتقاق : $٢س + ٢ص \frac{دص}{دس} + ب - ١٢ \frac{دص}{دس} = ٠$

$\Leftarrow \frac{دص}{دس} (٢ص - ١٢) = -٢س - ب$ ①

$\Leftarrow \frac{دص}{دس} = \frac{-٢س - ب}{٢ص - ١٢}$ = ميل المماس عند نقطة التماس .

معادلة المماس : $س - ٢ص = ٠$

$١ - ٢ص = ٠$

$ص = \frac{١}{٢}$ ①

$\frac{دص}{دس}\Big|_{(٤،٢)} = \frac{-٨ - ب}{٤ - ١٢} = \frac{١}{٢}$ ① $\Leftarrow -٨ - ب = -٤$

$\Leftarrow ب = -٤$ ①

$\Leftarrow د = -\frac{(-٤)}{٢} = ٢$ ①

∴ معادلة الدائرة : $(س - ٢)^2 + (ص - ٦)^2 = ر^2$ ①

، النقطة (٤،٢) تحقق المعادلة $\Leftarrow (٤-٢)^2 + (٢-٦)^2 = ر^2$

$\Leftarrow ر^2 = ٤ + ١٦$

$= ٢٠$ ①

وبالتالي $(س - ٢)^2 + (ص - ٦)^2 = ٢٠$ ①

أو يمكنا استخدام الصورة العامة :

معادلة الدائرة : $س^2 + ص^2 + ب س + ب ص + جـ = ٠$

$س^2 + ص^2 - ٤س - ١٢ص + جـ = ٠$ ①

النقطة (٤،٢) تحقق المعادلة $\Leftarrow$

$١٦ + ٤ - ٤ب - ٢٤ + جـ = ٠$

$جـ = ٢٠$ ①

معادلة الدائرة : $س^2 + ص^2 - ٤س - ١٢ص + ٢٠ = ٠$ ①

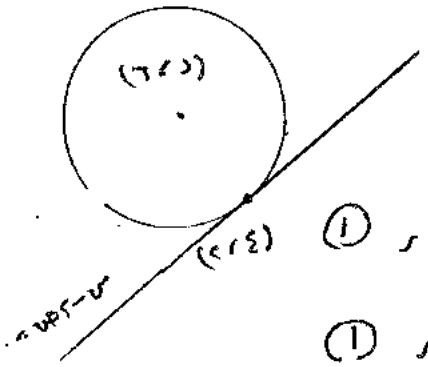
منهاجي
منصة التعليم الذكية

س ٤ / أ المركز $(د، ٦)$ ①

$$ر = \left| \frac{د - ١٢}{\sqrt{٥٨}} \right| \quad ①$$

$$|د - ١٢| = \sqrt{٥٨}\, ر \quad ①$$

$$د - ١٢ = \sqrt{٥٨}\, ر \quad ① \qquad د - ١٢ = -\sqrt{٥٨}\, ر \quad ①$$



معادلة الدائرة : $(س - د)^٢ + (ص - ٦)^٢ = ر^٢$ ①

النقطة $(٤، ٢)$ تحقق المعادلة $د - ١٢ = -\sqrt{٥٨}\, ر$ أولاً ✓

$د - ١٢ = \sqrt{٥٨}\, ر$ ثانياً ✓

أولاً : $(٤ - ١٢ + \sqrt{٥٨}\, ر)^٢ + (٢ - ٦)^٢ = ر^٢$ ①

$(-٨ + \sqrt{٥٨}\, ر)^٢ + (-٤)^٢ = ر^٢$

$٤ر^٢ - ٨\sqrt{٥٨}\, ر + ٨٠ = ٠$ ①

$ر^٢ - ٢\sqrt{٥٨}\, ر + ٢٠ = ٠$ ①

$\Leftarrow ر = \frac{٢\sqrt{٥٨} \pm \sqrt{}}{٢}$ ①

$\Leftarrow د = ١٢ - ١٠ = ٢$ ①

∴ معادلة الدائرة $(س - ٢)^٢ + (ص - ٦)^٢ = ٢٠$ ①

ثانياً : $(٤ - ١٢ - \sqrt{٥٨}\, ر)^٢ + (-٤)^٢ = ر^٢$

$(-٨ - \sqrt{٥٨}\, ر)^٢ + ١٦ = ر^٢$

$٤ر^٢ + ٨\sqrt{٥٨}\, ر + ١٦ = ر^٢$

$٤ر^٢ + ٨\sqrt{٥٨}\, ر + ٨٠ = ٠$

$ر^٢ + ٢\sqrt{٥٨}\, ر + ٢٠ = ٠$ ①

$\Leftarrow ر = \frac{-٢\sqrt{٥٨} \pm \sqrt{}}{٢}$ ①

المميز $= (٢\sqrt{٥٨})^٢ - ٤(١)(٢٠)$

المميز $= (-٢\sqrt{٥٨})^٢ - ٤(١)(٢٠)$

منهاجي
منصة التعليم الهادف

(ب)

س٤ (أ) ∵ المركز تقع على المستقيم $ص = ٦ \Leftarrow$ هـ $= ٦$ — هـ ك

∴ المركز $(د ، ٦)$ (١)

نق = بعد م $(د ، ٦)$ عن المستقيم $س - ٢ص = ٠$ (١)

$$نق = \frac{|د - ١٢|}{\sqrt{٥}}$$ (١)

ميل المستقيم $\Leftarrow \frac{دص}{دس} = \frac{١}{٢}$ (١)

ميل نق $= \frac{٦ - ٢}{د - ٤} = \frac{٤}{د - ٤}$ (١) ، المستقيم $\perp$ نق (١)

ميل المستقيم × ميل نق $= -١$ (١)

(١) $\frac{١}{٢} \times \frac{٤}{د - ٤} = -١ \Leftarrow \frac{٢}{د - ٤} = -١$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$د - ٤ = -٢ \Leftarrow د = ٢$ (١) — المركز $(٢ ، ٦)$ (١)

∴ $نق = \frac{|-١٠|}{\sqrt{٥}} = ٢\sqrt{٥}$ (١)

∴ المعادلة $(س - ٢)^٢ + (ص - ٦)^٢ = ٢٠$ (١)

(٥)

ع ق / ⓟ ق = ٢ معادلة محور التماثل : $س = \frac{-ب}{٢أ}$ ① ، $-٣ = \frac{-ب}{٢ \times ٢}$ ①

$-ب = -٣ \times ٢ \times ٢$ ⇐

$ب = ٦$ ⇐ ①

معادلة القطع المكافئ : $ص = أ س^{٢} + ب س + جـ$ ①

(٠،٠) يحقق معادلة القطع : $٠ = ١ + ٠ + جـ$ ① ⇐ $جـ = ٠$ ①

(-٢،٣-) يحقق معادلة القطع : $-٣ = ٤ أ - ٢ أ$ ① ⇐ $-٣ = ٢ أ$ ①

$أ = -\frac{١}{٤}$ ⇐ ①

$ب = ٦ \times -\frac{١}{٤}$ ⇐ ①

$= -\frac{٣}{٢}$

∴ معادلة القطع : $ص = -\frac{١}{٤} س^{٢} - \frac{٣}{٢} س$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الرابع :

ب) المحور س = -٣ ← الرأس (-٣ ، هـ) ①

معادلة القطع المكافئ : (س - ك)^٢ = ٤ ص + ب ①

حيث ٤ ، ب ، ك أعداد حقيقية

(س + ٣)^٢ = ٤ ص + ب ①

النقطة (٠ ، ٠) تحقق ← (٠ + ٣)^٢ = ٤ × ٠ + ب ①

ب = ٩ ①

النقطة (-٣ ، ٣) تحقق ← (-٣ + ٣)^٢ = ٤ ص + ٩

-٩ = ٤ ص ①

ص = -٩/٤ ← ٤ ٤ = -٩ ①

∴ معادلة القطع المكافئ :

(س + ٣)^٢ = -٩ ص + ٩ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

ب) إذا قام بالكل باعتبار القطع المكافئ عبيه أويلر (٦) قطع

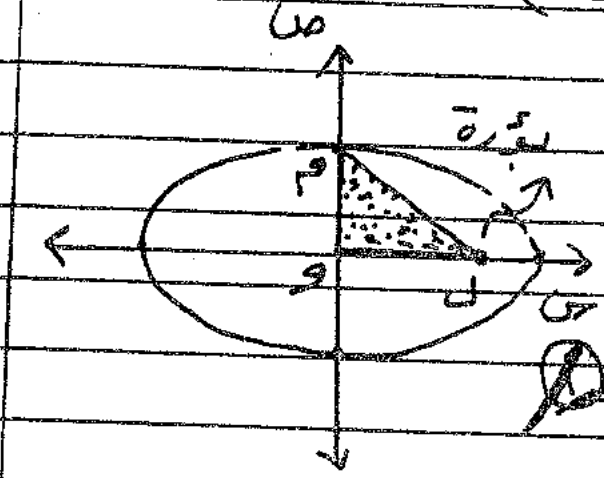
ليصبح س

$(ص - ص_0)^2 = 4 ه (س - س_0)$

أو $(ص - ص_0)^2 = -4 ه (س - س_0)$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الخامس : (٢٥ علامة)



(٦) (أ)

(١) $م = \frac{1}{2} \times ل و \times و م$ بقرة

$\Delta ل و م$

(١) $٦ = \frac{1}{2} \times ب \times ب$

(١) $١٢ = ب^2 \Leftarrow ب = \frac{١٢}{ب}$

(١) لكن $٢٢ - ٢ب = ٤$

(١) $م - ب = ٢ \Leftarrow م = ب + ٢$

وبما أن القطع ناقص $\Leftarrow ج^2 = م^2 - ب^2$ (١)

(١) $(\frac{١٢}{ب})^2 = (ب+٢)^2 - ب^2$

(١) $\frac{١٤٤}{ب^2} = ب^2 + ٤ب + ٤ - ب^2$

(١) $١٤٤ = ٤ب^2 + ٤ب$

(١) $ب^3 + ٤ب^2 - ١٤٤ = ٠$

(١) $ب^3 + ٣ب^2 - ٣٦ = ٠$

	١	٣	-٣٦
٣		١٢	٣٦
	١	٤	١٢	٠

(١) $ف = (ب-٣)(ب^2+٤ب+١٢)$

(١) $\Leftarrow ب = ٣$

(١) $م = ٣ + ٢ = ٥$

(١) + (١) + (١)

ت ا المعادلة هي $\frac{س^2}{٩} + \frac{ص^2}{٢٥} = ١$

عمر ابن ج — عمر (م) — عمر ابن ب

(ب) (١) ب ج (٣) ٥٦

(٢) ٤٠ (٣) $\frac{ج^2}{ب}$

(٣) م (٣) $ص = \frac{٣}{٤}س$

س٥

ب) إذا قام الطالب بوضع نقطة جـ أو ب مباشرة درجة

أي صحيح (جـ = ٤٠ أو ب = ٣٠) وأكمل بشكل صحيح

يصحح له (٨) علامات وطلب درجة خطأ غير طريقة

* إذا اعتمد الطالب أن محيط المثلث = مجموع أطوال اضلاع

= ٦

وأكمل بصورة صحيحة : يصحح له (١٣)

س٦

ب)

١) * إذا قام الطالب بكتابة التكامل على الصورة

$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} (\sin^2 x - \cos^2 x)\, dx$ (لم يضع الحد ٤)

يصحح له (٨) علامات

* إذا قام الطالب بكتابة $\int (\sin^2 x - \cos^2 x)^4$ ثم أكمل

بشكل صحيح يصحح له (٦) علامات

منهاجي
متعة التعليم الهادف