أسئلة وزارية

الوحدة الخامسة: القطوع المخروطية

أسئلة وزارية على القطع الزائد

الثاني عشر العلمي

إعداد المعلمة: ميسون الحسين

0798959071

شبكة منهاجي التعليمية

س١ جد احداثيات المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته:

$٩ص^{٢} - ١٦س^{٢} + ٣٢ك - ٣٦ص = ١٢٤$

الحل:

$٩ص^{٢} - ٣٦ص - ١٦س^{٢} + ٣٢ك = ١٢٤$

$٩(ص^{٢} - ٤ص + ٤) - ١٦(س^{٢} - ٢ك + ١) = ١٢٤ + ٣٦ - ١٦$

$٩(ص-٢)^{٢} - ١٦(س-١)^{٢} = ١٤٤$

$\frac{٩(ص-٢)^{٢}}{١٤٤} - \frac{١٦(س-١)^{٢}}{١٤٤} = ١$

$\frac{(ص-٢)^{٢}}{١٦} - \frac{(س-١)^{٢}}{٩} = ١$ قطع زائد حقيقي

المركز (١، ٢)

$م^{٢} = ١٦$	$ب^{٢} = ٩$	$جـ^{٢} = م^{٢} + ب^{٢}$
$م = ٤$	$ب = ٣$	$جـ^{٢} = ١٦ + ٩ = ٢٥$
		$جـ = ٥$

الرأسان $(١، ٢ \pm ٤) \leftarrow (١، ٦)$ ، $(١، -٢)$

البؤرتان $(١، ٢ \pm ٥) \leftarrow (١، ٧)$ ، $(١، -٣)$

س٢ جد احداثيات المركز والرأسين والبؤرتين والاختلاف المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته:

$ص^{٢} - ٩ك^{٢} - ٨ص + ٣٦ك - ٥٩ = صفر$

الحل:

$ص^{٢} - ٨ص - ٩ك^{٢} + ٣٦ك = ٥٩$

$ص^{٢} - ٨ص + ١٦ - ٩(س^{٢} - ٤ك + ٤) = ٥٩ + ١٦ - ٣٦$

$(ص-٤)^{٢} - ٩(س-٢)^{٢} = ٩$

$\frac{(ص-٤)^{٢}}{٩} - (س-٢)^{٢} = ١$

قطع زائد حقيقي مركزه (٢، ٤)،

$م^{٢} = ٩$	$ب^{٢} = ١$	$جـ^{٢} = ٩ + ١ = ١٠$
$م = ٣$	$ب = ١$	$جـ = \sqrt{١٠}$

الرأسان: $(٢، ٤ \pm ٣) \leftarrow (٢، ٧)$ ، $(٢، ١)$

البؤرتان: $(٢، ٤ \pm \sqrt{١٠}) \leftarrow (٢، ٤ + \sqrt{١٠})$ ، $(٢، ٤ - \sqrt{١٠})$

الاختلاف المركزي $هـ = \frac{\sqrt{١٠}}{٣}$

س٣ جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه النقطة (٢، -٣) واحدى بؤرتيه هي النقطة (٢، ٢) وطول محوره القاطع يساوي (٨) وحدات.

الحل: قطع زائد حقيقي

$٢م = ٨ \leftarrow م = ٤$

$جـ = ٣ - (-٣) = ٥$

$جـ^{٢} = م^{٢} + ب^{٢} \Leftarrow ب^{٢} = ٢٥ - ١٦ = ٩$

المعادلة: $\frac{(ص+٣)^{٢}}{١٦} - \frac{(س-٢)^{٢}}{٩} = ١$

س٤ جد احداثيات المركز والرأسين والبؤرتين والاختلاف المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته:

$-٩س^{٢} + ٤ص^{٢} - ٥٤س - ١٦ص - ٢٩ = ٠$

الحل:

$٤ص^{٢} - ١٦ص - ٩ك^{٢} - ٥٤ك = ٢٩$

$٤(ص^{٢} - ٤ص + ٤) - ٩(س^{٢} + ٦ك + ٩) = ٢٩ + ١٦ - ٨١$

$٤(ص-٢)^{٢} - ٩(س+٣)^{٢} = -٣٦ \quad (\div -٣٦)$

$\frac{(س+٣)^{٢}}{٤} - \frac{(ص-٢)^{٢}}{٩} = ١$

قطع زائد سينيي مركزه (-٣، ٢)

$م^{٢} = ٤$	$ب^{٢} = ٩$	$جـ^{٢} = ٤ + ٩ = ١٣$
$م = ٢$	$ب = ٣$	$جـ = \sqrt{١٣}$

الرأسان $(-٣ \pm ٢، ٢) \leftarrow (-٥، ٢)$ ، $(-١، ٢)$

البؤرتان $(-٣ \pm \sqrt{١٣}، ٢)$ ، $(-٣ - \sqrt{١٣}، ٢)$

$هـ = \frac{جـ}{م} = \frac{\sqrt{١٣}}{٢}$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

القطع الزائد

س٥ قطع زائد معادلته
$س^2 - 2ص^2 + 12ص = ل$ ، فإن قيمة ل
التي تجعل محوره القاطع موازياً لمحور السينات تساوي:

أ) $ل < 18$ ب) $ل > 18$
ج) $ل \leq -18$ د) $ل > -18$

الحل: $س^2 - 2(ص^2 - 6ص) = ل$
$س^2 - 2(ص^2 - 6ص + 9) = ل - 18$
لكي يكون قطع سيني يجب ان تكون اشارة
$س^2$ موجبة $\Leftarrow ل - 18 > 0$
$\Leftarrow ل > 18$ (ب)

س٦ قطع زائد معادلته
$ك ص^2 - س^2 + ك = 0$ ، $ك > 0$.
ومجموع مربعي طولي محوريه القاطع والمرافق
(١٢) وحدة، فإن قيمة الثابت ك تساوي:

أ) -4 ب) -2 ج) 4 د) 2

الحل: $ك ص^2 - س^2 = -ك$ $(\times -1)$
$س^2 - ك ص^2 = ك$
$\frac{س^2}{ك} - \frac{ص^2}{1} = 1$
$أ^2 = ك \leftarrow أ = \sqrt{ك}$ ، $ب^2 = 1 \leftarrow ب = 1$
طول المحور القاطع + طول المحور المرافق = ١٢
$(2\sqrt{ك})^2 + 2^2 = 12$
$4ك + 4 = 12$
$4ك = 12 - 4$
$\frac{4ك}{4} = \frac{8}{4}$
$ك = 2$ (د)

س٧ الاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي طول محوره القاطع مثلي طول محوره المرافق يساوي:

أ) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ب) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ج) $\sqrt{3}$ د) $\sqrt{5}$.

الحل: $2أ = 2(2ب) \leftarrow أ = 2ب$
$جـ^2 = أ^2 + ب^2 \leftarrow جـ^2 = 4ب^2 + ب^2 = 5ب^2$
$جـ = \sqrt{5}ب$
$هـ = \frac{جـ}{أ} = \frac{\sqrt{5}ب}{2ب} \Leftarrow هـ = \frac{\sqrt{5}}{2}$ (ب)

س٨ طول المحور القاطع للقطع المخروطي الذي معادلته
$4س^2 - 3ص^2 = \frac{4}{3}$ يساوي:

أ) $\frac{1}{3}$ ب) $\frac{4}{9}$ ج) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ د) $\frac{4}{3}$.

الحل: $4س^2 - 3ص^2 = \frac{4}{3}$ $(\times \frac{3}{4})$
$3س^2 - \frac{9}{4}ص^2 = 1$
$\frac{س^2}{\frac{1}{3}} - \frac{ص^2}{\frac{4}{9}} = 1$
$أ^2 = \frac{1}{3} \Leftarrow أ = \frac{1}{\sqrt{3}}$
طول المحور القاطع $= 2أ = \frac{2}{\sqrt{3}}$ (ج)

س٩ قطع زائد معادلته $\frac{3ص^2}{ك^2} - \frac{س^2}{4} = 1$ ، $ك > 0$.
اذا كان طول محوره القاطع (١٠) وحدات فما قيمة الثابت ك؟

أ) $\frac{10}{\sqrt{3}}$ ب) $\frac{\sqrt{3}}{10}$ ج) $\sqrt{3}$ د) $\sqrt{30}$

الحل: $\frac{ص^2}{ك^2} - \frac{س^2}{4} = 1$ ، $2أ = 10 \leftarrow أ = 5$
$أ^2 = ك^2$
$25 = ك^2 \Leftarrow ك^2 = 3 \times 25$
$ك = \sqrt{3 \times 25} = 5\sqrt{3}$
(د)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س١٠ جد احداثيي المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته :

$٤س^٢ - ص^٢ - ١٦س + ١٠ص - ١٧ = صفر$

الحل:

$٤س^٢ - ١٦س - ص^٢ + ١٠ص = ١٧$

$٤(س^٢ - ٤س) - (ص^٢ - ١٠ص) = ١٧$

$٤(س^٢ - ٤س + ٤) - (ص^٢ - ١٠ص + ٢٥) = ١٧ + ١٦ - ٢٥$

$٤(س-٢)^٢ - (ص-٥)^٢ = ٨$

$\frac{(س-٢)^٢}{٢} - \frac{(ص-٥)^٢}{٨} = ١$

قطع زائد سيني مركزه (٢، ٥)

$أ^٢ = ٢ \leftarrow أ = \sqrt{٢}$

$ب^٢ = ٨ \leftarrow ب = \sqrt{٨}$

$جـ^٢ = ٢ + ٨ = ١٠ \leftarrow جـ = \sqrt{١٠}$

البؤرتان : $(٢ + \sqrt{١٠}، ٥)$ ، $(٢ - \sqrt{١٠}، ٥)$

الرأسان : $(٢ + \sqrt{٢}، ٥)$ ، $(٢ - \sqrt{٢}، ٥)$

معادلة القطع : $\frac{(ص-١)^٢}{أ^٢} - \frac{س^٢}{ب^٢} = ١$

القطع يمر بالنقطة (١، ٦) $\Leftarrow$

$\frac{(٦-١)^٢}{أ^٢} - \frac{١}{٤} = ١ \Leftarrow \frac{٢٥}{أ^٢} = ١ + \frac{١}{٤}$

$\frac{٢٥}{أ^٢} = \frac{٥}{٤} \Leftarrow ٥أ^٢ = ٢٥ \times ٤ \Leftarrow أ^٢ = ٢٠$

$\therefore$ معادلة القطع : $\frac{(ص-١)^٢}{٢٠} - \frac{س^٢}{٤} = ١$

س١١ اذا قطع مستوى قرصي مخروط قائم مزدوج بحيث لا يحوي القطع على رأس المخروط فإن الشكل الناتج هو :

أ) دائرة ب) قطع ناقص

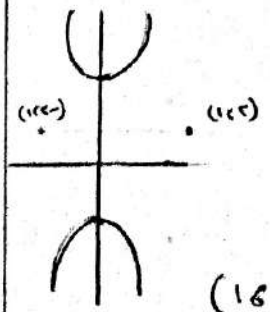
ج) قطع زائد د) قطع مكافئ

الحل: (ج) قطع زائد .

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س١٢ جد معادلة القطع الزائد الذي نهايتا محوره المرافق النقطتان (١، ٢) ، (-١، ٢) ويمر بالنقطة (٦، ١) .

الحل: القطع صادي



$٢ب = ٢ \Leftarrow ب = ٢$

$جـ = ٢ \Leftarrow جـ^٢ = ب^٢ + ٤$

المركز $(\frac{٢+(-٢)}{٢}، \frac{١+٢}{٢}) = (٠، ١.٥)$

س١٣ البعد البؤري للقطع الزائد الذي معادلته :

$\frac{س^٢}{٩} - \frac{ص^٢}{٧} = ١$ يادي

أ) ٨ ب) ٤ ج) $\sqrt{٢}$ د) $٢\sqrt{٢}$

الحل: $أ^٢ = ٩$ $ب^٢ = ٧$

$جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢ \Rightarrow جـ^٢ = ٩ + ٧ = ١٦ \Rightarrow جـ = ٤$

البعد البؤري $= ٢جـ = ٢ \times ٤ = ٨$ (أ)

س١٤ جد احداثيي المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته :

$٩س^٢ - ١٦ص^٢ - ١٨س - ٦٤ص - ١٩٩ = ٠$

الحل: $٩(س^٢ - ٢س) - ١٦(ص^٢ + ٤ص) = ١٩٩$

$٩(س^٢ - ٢س + ١) - ١٦(ص^٢ + ٤ص + ٤) = ١٩٩ + ٩ - ٦٤$

$٩(س-١)^٢ - ١٦(ص+٢)^٢ = ١٤٤$

$\frac{(س-١)^٢}{١٦} - \frac{(ص+٢)^٢}{٩} = ١$

قطع زائد سيني مركزه (١، -٢)

$أ^٢ = ١٦$ $ب^٢ = ٩$ $جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢ = ٢٥$

$أ = ٤$ $ب = ٣$ $جـ = ٥$

الرأسين : $(١ \pm ٤، -٢) = (-٣، -٢)$ ، $(٥، -٢)$

البؤرتين : $(١ \pm ٥، -٢) = (-٤، -٢)$ ، $(٦، -٢)$

س١٥ قطع زائد معادلته $\frac{(س+٣)^٢}{٩} - \frac{(ص-١)^٢}{١٦} = ١$ فإن معادلة محوره القاطع هي :

أ) ص = -١ ب) ص = ١

ج) س = ٣ د) س = -٣

الحل: قطع زائد سينى ، $أ^٢ = ٩ \leftarrow أ = ٣$

$ب^٢ = ١٦ \leftarrow ب = ٤$ مركزه (-٣، ١)

محوره القاطع يوازي محور السينات ومعادلته ص = ١ (ب)

س١٦ قطع زائد معادلته $٧(ص-٣)^٢ - ٩(س+١)^٢ = ٦٣$. جد كلاً مما يأتي لهذا القطع

١) احداثيا المركز ٢) احداثيا البؤرتين

٣) احداثيا الرأسين ٤) الاختلاف المركزي

الحل: $\frac{(ص-٣)^٢}{٩} - \frac{(س+١)^٢}{٧} = ١$ (صادي)

المركز (-١، ٣) ، $أ^٢ = ٩ \leftarrow أ = ٣$

$ب^٢ = ٧ \leftarrow جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢ = ٩ + ٧ = ١٦$

$\leftarrow$ جـ = ٤ .

البؤرتان : (-١، ٣ ± ٤) = (-١، -١) ، (-١، ٧)

الرأسان : (-١، ٢ ± ٣) = (-١، ٠) ، (-١، ٦)

الاختلاف المركزي : هـ = $\frac{جـ}{أ}$

هـ = $\frac{٤}{٣}$.

س١٧ القطع المخروطي الذي معادلته $٩س^٢ - ٤ص^٢ = ٣٦$ يكون اختلافه المركزي يساوي

أ) $\frac{٥}{٩}$ ب) $\frac{\sqrt{٥٧}}{٣}$ ج) $\frac{\sqrt{١٣}}{٤}$ د) $\frac{\sqrt{١٣٧}}{٢}$

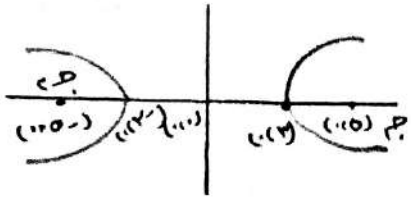
الحل: $\frac{س^٢}{٤} - \frac{ص^٢}{٩} = ١$ $أ^٢ = ٤ \leftarrow أ = ٢$

$ب^٢ = ٩ \leftarrow ب = ٣$

$جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢ = ٤ + ٩ = ١٣ \leftarrow جـ = \sqrt{١٣}$

هـ = $\frac{جـ}{أ} = \frac{\sqrt{١٣}}{٢}$ (د)

س١٨ البعد البؤري للقطع المخروطي المبين في الشكل المجاور والذي بؤرتاه جـ١ ، جـ٢



أ) ١٠ ب) ٤ ج) ٥ د) ٣

الحل: البعد البؤري = المسافة بين البؤرتين

$٢جـ = ٥ + ٥ = ١٠$ (أ)

س١٩ نوع القطع المخروطي الذي معادلته $ص^٢ = ٣ك + ٢ك^٢$ هو

أ) قطع زائد ب) قطع مكافئ

ج) قطع ناقص د) دائرة

الحل: $ص^٢ - ٢ك^٢ - ٣ك = صفر$

قطع زائد لأن اشارتا كل من $س^٢$ و $ص^٢$ مختلفتان (أ)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٦ احداثيات نهايتي المحور المرافق للقطع الزائد $(س+٢)^{٢} - (ص-٣)^{٢} = ١$ هي

أ) $(-٢ \pm ١ ، ٣)$ ب) $(-٢ ، ٣ \pm ١)$

ج) $(٢ \pm ١ ، -٣)$ د) $(٢ ، -٣ \pm ١)$.

الحل: قطع زائد سيني

$أ^{٢} = ب^{٢} = ١ \Leftarrow أ = ١$ ، $ب = ١$

المركز $(-٢ ، ٣)$

نهايتي المحور المرافق $(-٢ ، ٣ \pm ١)$ (ب)

س٢ قطع زائد مركزه النقطة $(١ ، ٢)$ وإحدى بؤرتيه $(٥ ، ٢)$ وبعده البؤري ثلاثة أمثال طول محوره القاطع جد كلاً مما يلي لهذا القطع

١) احداثيات كل من الرأسين.

٢) الاختلاف المركزي ٣) معادلة القطع.

الحل: قطع زائد صادي

المسافه بين المركز والبؤرة $= جـ = ١ - -٢ = ٣$

$جـ^{٢} = ٢أ^{٢}$ ⇐ $٣^{٢} = ٢أ^{٢}$ لكن $جـ = ٣$

$٣ = ٢أ^{٢}$ ⇐ $أ = ١$

$جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}$ ⇐ $ب^{٢} = ٩ - ١ = ٨$

الرأسان: $(١ \pm ١ ، ٢) \leftarrow (٠ ، ٢)$ ، $(٢ ، ٢)$

الاختلاف المركزي $= هـ = \frac{جـ}{أ} = \frac{٣}{١} = ٣$

معادلة القطع:

$\frac{(ص-١)^{٢}}{١} - \frac{(س-٢)^{٢}}{٨} = ١$

س٤ المعادلة

$٤س^{٢} + ٦ص - ١٢ = ٤ص^{٢} + ٨ك$ تمثل معادلة

أ) دائرة ب) قطع ناقص

ج) قطع زائد د) قطع مكافئ

الحل: $٤س^{٢} - ٤ص^{٢} + ٦ص - ٨ك - ١٢ = ٠$

المعادلة تمثل قطع زائد (ج)

س٣ قطع زائد معادلته

$٤ص^{٢} - ٣ك^{٢} + ٨ص + ١٦ = ٠$ جد كلاً مما يلي

١) احداثيات المركز ٢) احداثيات كل من البؤرتين

٣) طول المحور المرافق.

الحل: $٤(ص^{٢} + ٢ص) - ٣ك^{٢} = -١٦$

$٤(ص^{٢} + ٢ص + ١) - ٣ك^{٢} = -١٦ + ٤$

$٤(ص+١)^{٢} - ٣ك^{٢} = -١٢$ $(\div -١٢)$

$\frac{(ص+١)^{٢}}{٣} - \frac{ك^{٢}}{٤} = ١$ (سيني)

$أ^{٢} = ٤$ ، $ب^{٢} = ٣$ ، $جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}$

$أ = ٢$ ، $ب = \sqrt{٣}$ ، $جـ^{٢} = ٧ \leftarrow جـ = \sqrt{٧}$

احداثيات المركز $(-١ ، ٠)$

البؤرتان: $(-١ ، \sqrt{٧})$ ، $(-١ ، -\sqrt{٧})$

طول المحور المرافق $= ٢ب$

$= ٢\sqrt{٣}$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٤٤ جد معادلة القطع المخروطي الذي رأساه (١٦، ٢) ، (-٤، ٢) واختلافه المركزي $\frac{٣}{٢}$.

الحل: بما أن الاختلاف المركزي أكبر من (١) ⇐ القطع زائد حيادي

مركز القطع هو منتصف المسافة بين الرأسين $(٦، \frac{٢+٢}{٢}) = (٦، ٢)$

$ج = ٦ - (-٤) = ١٠$

$ج = ١٠ \Leftarrow \frac{ج}{أ} = \frac{٣}{٢} \Leftarrow أ = ٨$

$ب^٢ = ج^٢ - أ^٢ \Leftarrow ب^٢ = ١٠٠ - ٦٤ = ٣٦$

$\frac{(ص-٢)^٢}{٣٦} - \frac{(س-٦)^٢}{٦٤} = ١$

س٤٥ قطع مخروطي معادلته $٥(س+١)^٢ - ٤(ص-٢)^٢ = -٢٠$ ما اختلافه المركزي ؟

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $\frac{٢}{٣}$ ج) $\frac{٣}{\sqrt{٥}}$ د) $\frac{\sqrt{٥}}{٢}$

الحل: نقسم على (-٢٠)

$\frac{(ص-٢)^٢}{٥} - \frac{(س+١)^٢}{٤} = ١$

$أ^٢ = ٥$ ، $ب^٢ = ٤$ $\quad ج^٢ = أ^٢ + ب^٢$

$أ = \sqrt{٥}$ ، $ب = ٢$ $\quad ج^٢ = ٩ \leftarrow ج = ٣$

$\text{ه} = \frac{ج}{أ} = \frac{٣}{\sqrt{٥}}$ (ج)

س٤٦ المعادلة $٤س^٢ + ١٦ك = ٤ص^٢ - ٨ص + ١٠$ تمثل معادلة

أ) دائرة ب) قطع زائد ج) قطع ناقص د) مماس

الحل: $٤س^٢ + ١٦س - ٤ص^٢ + ٨ص - ١٠ = صفر$

معادلة قطع زائد لأنه حاصل $س^٢$ و $ص^٢$ مختلفتان بالإشارة

(ب)

س٤٧ البعد البؤري للقطع المخروطي الذي معادلته

$\frac{س^٢}{١٦} - \frac{ص^٢}{٢٠} = ١$ بياني

أ) ٤ ب) $٤\sqrt{٥}$ ج) ٨ د) ١٢

الحل: $أ^٢ = ١٦$ ، $ب^٢ = ٢٠$

$ج^٢ = أ^٢ + ب^٢ = ٣٦ \leftarrow ج = ٦$

البعد البؤري $= ٢ج = ٢ \times ٦ = ١٢$ (د) .

س٤٨ قطع مخروطي معادلته $٣(س+٢)^٢ - (ص+\frac{٣}{٢})^٢ = \frac{٢٩}{٤}$

جد ما يأتي : ١) مركز القطع ٢) احداثيات رأسي القطع

٣) طول المحور المرافق ٤) الاختلاف المركزي .

الحل: $\frac{(س+٢)^٢}{\frac{١٣}{٤}} - \frac{(ص+\frac{٣}{٢})^٢}{\frac{٢٩}{٤}} = ١$ (بالقسمة على $\frac{٢٩}{٤}$)

المركز $(-٢، -\frac{٣}{٢})$ ، $أ^٢ = \frac{١٣}{٤} \leftarrow أ = \frac{\sqrt{١٣}}{٢}$

$ب^٢ = \frac{٢٩}{٤} \leftarrow ب = \frac{\sqrt{٢٩}}{٢}$ ، $ج^٢ = أ^٢ + ب^٢ = \frac{٤٢}{٤} \leftarrow ج = \frac{\sqrt{٤٢}}{٢}$

طول المحور المرافق $= ٢ب = ٢ \times \frac{\sqrt{٢٩}}{٢} = \sqrt{٢٩}$

الرأسين : $(-٢ + \frac{\sqrt{١٣}}{٢}، -\frac{٣}{٢})$ ، $(-٢ - \frac{\sqrt{١٣}}{٢}، -\frac{٣}{٢})$

$\text{ه} = \frac{ج}{أ} = \frac{\frac{\sqrt{٤٢}}{٢}}{\frac{\sqrt{١٣}}{٢}} = \sqrt{\frac{٤٢}{١٣}} = \sqrt{٤} = ٢$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٢٩ جد معادلة القطع المخروطي الذي تتحرك النقطة ن (س، ص) على منحناه بحيث يكون الفرق المطلق بين بعديها عن النقطتين (٢، ٢) ، (٢، ١٠) يساوي ٦ وحدات.

الحل: قطع زائد فيه $2p = 6 \Leftarrow p = 3$

بؤرتاه (٢، ٢) ، (٢، ١٠)

البعد البؤري $= 10 - 2 = 8$.

$2c = 8 \Leftarrow c = 4$

المركز هو منتصف المسافة بين البؤرتين $=$

$\left(2, \frac{2+10}{2}\right) = (2, 6)$

$c^2 = p^2 + b^2 \Leftarrow b^2 = 16 - 9 = 7$

محور القطع يوازي السينات

المعادلة: $\frac{(س-6)^2}{9} - \frac{(ص-2)^2}{7} = 1$

س٣٠ جد إحداثيات المركز والرأسين والبؤرتين والاختلاف المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته

$9س^2 + 8ص - 4 = 4ص + 36س$.

الحل: $9س^2 - 36س - 4ص^2 + 8ص = 4$

$9(س^2 - 4س + 4) - 4(ص^2 - 2ص + 1) = 4 + 36 - 4$

$9(س-2)^2 - 4(ص-1)^2 = 36 \quad (\div 36)$

$\frac{(س-2)^2}{4} - \frac{(ص-1)^2}{9} = 1$

قطع زائد سينيّ ومركزه (٢، ١)

$p^2 = 4$ $\quad b^2 = 9$ $\quad c^2 = 4 + 9 = 13$

$p = 2$ $\quad b = 3$ $\quad c = \sqrt{13}$

الاختلاف المركزي $= e = \frac{c}{p} = \frac{\sqrt{13}}{2}$.

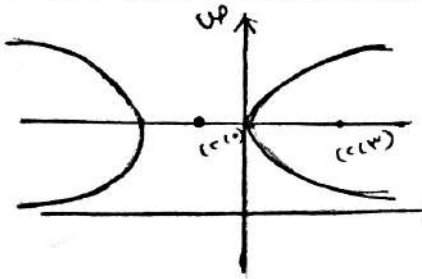
المركز (٢، ١)

إحداثيات الرأسين (٢+٢، ١) ، (٢-٢، ١)

(٤، ١) ، (٠، ١)

إحداثيات البؤرتين $(2 + \sqrt{13}, 1)$ ، $(2 - \sqrt{13}, 1)$

س٣١ يمثل الشكل المجاور منحنى قطع مخروطي اختلافه المركزي يساوي (٣)



وإحدى بؤرتيه النقطة (٣، ٢) ، جد معادلته؟

الحل: $\frac{c}{p} = 3 \Leftarrow c = 3p$.

المسافة بين البؤرة والرأس القريب $= c - p$

$3 = 2p \Leftarrow 3p - p = 3 \Leftarrow c - p = 3$

$\Leftarrow \boxed{p = \frac{3}{2}} \Leftarrow c = 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$

إحداثيات المركز $(د، 2)$

المسافة بين البؤرة والمركز $= c$

$3 - د = \frac{9}{2} \Leftarrow د = 3 - \frac{9}{2}$

$\boxed{د = -\frac{3}{2}}$ ∴ المركز $(-\frac{3}{2}، 2)$

$b^2 = c^2 - p^2$

$b^2 = \frac{81}{4} - \frac{9}{4} = \frac{72}{4} = 18$

المعادلة:

$\frac{(س + \frac{3}{2})^2}{\frac{9}{4}} - \frac{(ص-2)^2}{18} = 1$

$\frac{4(س + \frac{3}{2})^2}{9} - \frac{(ص-2)^2}{18} = 1$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٣٢) جد إحداثيات المركز والرأسين والبؤرتين والإختلاف المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته

$٥س^٢ - ٤ص^٢ - ٢٠س - ١٦ص - ١٦ = صفر$

الحل:

$٥س^٢ - ٢٠س - ٤ص^٢ - ١٦ص = ١٦$

$٥(س^٢ - ٤س + ٤) - ٤(ص^٢ + ٤ص + ٤) = ١٦ - ٢٠ + ١٦$

$٥(س-٢)^٢ - ٤(ص+٢)^٢ = ٢٠ \quad (\div ٢٠)$

$\frac{(س-٢)^٢}{٤} - \frac{(ص+٢)^٢}{٥} = ١$

قطع زائد مركزه $(٢، -٢)$

$أ^٢ = ٤ \quad ب^٢ = ٥ \quad جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢ = ٩$

$أ = ٢ \quad ب = \sqrt{٥} \quad جـ = ٣$

البؤرتان: $(٢ \pm ٣، -٢) \Leftarrow (٥، -٢)$ ، $(-١، -٢)$

الرأسان: $(٢ \pm ٢، -٢) \Leftarrow (٤، -٢)$ ، $(٠، -٢)$

الاختلاف المركزي $= هـ = \frac{جـ}{أ} = \frac{٣}{٢}$.

---

٣٣) تتحرك النقطة ن$(س، ص)$ بحيث يحدد موقعها بالمعادلة $\frac{س^٢}{ل} + \frac{ص^٢}{ل - ١٦} = ١$ ، ل عدد ثابت، إذا كانت $٠ < ل < ١٦$ فإن المحل الهندسي لحركة النقطة ن يمثل:

أ) قطعاً مكافئاً ب) قطعاً ناقصاً

جـ) قطعاً زائداً د) دائرة

الحل: بما أن $ل < ١٦ \Leftarrow ل - ١٦ < صفر$

أي أن مقام $ص^٢$ سالب

$\Leftarrow$ القطع زائد (جـ)

٣٤) س قطع زائد معادلته $٢س^٢ - ٣ص^٢ + ١٨ص = ك$

جد قيم الثابت ك التي تجعل المحور القاطع لهذا القطع موازياً لمحور الصادات

الحل:

$٢س^٢ - ٣(ص^٢ - ٦ص) = ك$

$٢س^٢ - ٣(ص^٢ - ٦ص + ٩) = ك - ٢٧$

$٢س^٢ - ٣(ص-٣)^٢ = ك - ٢٧$.

$\frac{٢س^٢}{ك - ٢٧} - \frac{٣(ص-٣)^٢}{ك - ٢٧} = ١$

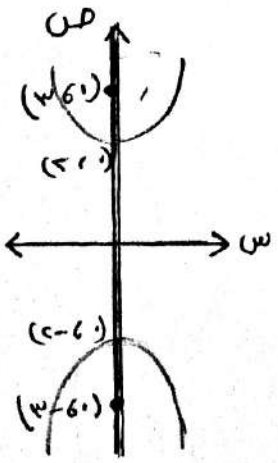
يكون المحور القاطع موازياً لمحور الصادات اذا كان

$\frac{٣}{ك - ٢٧} < صفر$ ، $\frac{٢}{ك - ٢٧} < صفر \Leftarrow$

$ك - ٢٧ < صفر \Leftarrow ك < ٢٧$.

---

٣٥) س معادلة القطع المخروطي المبين في الشكل المجاور والذي بؤرتاه ب، ب' هي:



أ) $\frac{ص^٢}{٥} - \frac{س^٢}{٤} = ١$

ب) $\frac{س^٢}{٤} - \frac{ص^٢}{٥} = ١$

جـ) $\frac{ص^٢}{٤} - \frac{س^٢}{٥} = ١$

د) $\frac{س^٢}{٥} - \frac{ص^٢}{٤} = ١$

الحل: المركز $(٠، ٠)$ قطع زائد صادي

$أ = ٢ \quad ، \quad جـ = ٣$

$جـ^٢ = ب^٢ + أ^٢ \Leftarrow ب^٢ = ٩ - ٤ = ٥$

المعادلة: $\frac{ص^٢}{٤} - \frac{س^٢}{٥} = ١$ (جـ)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٣٦ قطع زائد معادلته

$٩ص^{٢} - ١٨ك = ٤ص^{٢} + ٨ص + ٣١$ جد كلا مما يلي

١) إحداثيي كل من الرأسين ٢) إحداثيي كل من البؤرتين

٣) طول المحور القاطع ومعادلته ٤) الاختلاف المركزي

الحل: $٩ك^{٢} - ١٨ك - ٤ص^{٢} - ٨ص = ٣١$

$٩(ك^{٢} - ٢ك + ١) - ٤(ص^{٢} + ٢ص + ١) = ٣١ + ٩ - ٤$

$٩(ك - ١)^{٢} - ٤(ص + ١)^{٢} = ٣٦$ $(\div ٣٦)$

$\frac{(ك-١)^{٢}}{٤} - \frac{(ص+١)^{٢}}{٩} = ١$

قطع زائد سينيّ ومركزه $(١، -١)$

$أ^{٢} = ٤$ $ب^{٢} = ٩$ $جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}$

$أ = ٢$ $ب = ٣$ $جـ^{٢} = ٤ + ٩ = ١٣$

$جـ = \sqrt{١٣}$

الرأسان: $(١ \pm ٢، -١) = (٣، -١)$ ، $(-١، -١)$

البؤرتان: $(١ + \sqrt{١٣}، -١)$ ، $(١ - \sqrt{١٣}، -١)$

طول المحور القاطع $= ٢أ = ٤$ ومعادلته $ص = -١$

الاختلاف المركزي $= هـ = \frac{جـ}{أ} = \frac{\sqrt{١٣}}{٢}$.

س٣٧ جد معادلة القطع المخروطي الذي رأساه هما النقطتان $(٤، -٦)$ ، $(٤، ٦)$ واختلافه المركزي يساوي $\frac{٥}{٣}$.

الحل: بما أن $هـ > ١ \Leftarrow$ القطع زائد.

المسافة بين الرأسين $٦ - (-٦) = ١٢$

$٢أ = ١٢ \Leftarrow \boxed{أ = ٦}$

$هـ = \frac{جـ}{أ} \Leftarrow \frac{٥}{٣} = \frac{جـ}{٦} \Leftarrow \boxed{جـ = ١٠}$

$ب^{٢} = جـ^{٢} - أ^{٢} \Leftarrow ب^{٢} = ١٠٠ - ٣٦ = ٦٤$

مركز القطع $(\frac{٤+٤}{٢}، \frac{٦+(-٦)}{٢}) = (٤، ٠)$

قطع زائد محوره يوازي الصادات

$\frac{ص^{٢}}{٣٦} - \frac{(س-٤)^{٢}}{٦٤} = ١$

منهاجي
متعة التعليم الهادف