أسئلة وزارية

الوحدة الخامسة: القطوع المخروطية

أسئلة وزارية على القطع الناقص

الثاني عشر العلمي

إعداد المعلمة: ميسون الحسين

0798959071

شبكة منهاجي التعليمية

س١ جد احداثيات المركز والرأسين والبؤرتين والاختلاف المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته:

$٤س^{٢} + ٩ص^{٢} - ٤٨س + ٧٢ص + ١٤٤ = ٠$

الحل:

$٤س^{٢} - ٤٨س + ٩ص^{٢} + ٧٢ص = -١٤٤$

$٤(س^{٢} - ١٢س) + ٩(ص^{٢} + ٨ص) = -١٤٤$

$٤(س^{٢} - ١٢س + ٣٦) + ٩(ص^{٢} + ٨ص + ١٦) = -١٤٤ + ١٤٤ + ١٤٤$

$٤(س-٦)^{٢} + ٩(ص+٤)^{٢} = ١٤٤$

$\frac{٤(س-٦)^{٢}}{١٤٤} + \frac{٩(ص+٤)^{٢}}{١٤٤} = ١$

$\frac{(س-٦)^{٢}}{٣٦} + \frac{(ص+٤)^{٢}}{١٦} = ١$

قطع ناقص سيني مركزه $(٦-٤)$

$أ^{٢} = ٣٦ \quad ب^{٢} = ١٦ \quad جـ^{٢} = أ^{٢} - ب^{٢}$

$أ = ٦ \quad ب = ٤ \quad جـ^{٢} = ٣٦ - ١٦ = ٢٠$

$جـ = \sqrt{٢٠}$.

الرأسان $(٦ \pm ٦ \quad ٠ - ٤) \leftarrow (٠ - ٤)$ و $(١٠ - ٤)$

البؤرتان $(٦ \pm \sqrt{٢٠} \quad ٠ - ٤) \leftarrow$

$(٦ + \sqrt{٢٠} \quad ٠ - ٤)$ و $(٦ - \sqrt{٢٠} \quad ٠ - ٤)$.

$هـ = \frac{جـ}{أ}$

$= \frac{\sqrt{٢٠}}{٦}$

$= \frac{\sqrt{٤ \times ٥}}{٦}$

$= \frac{٢\sqrt{٥}}{٦} = \frac{\sqrt{٥}}{٣}$

س٢ قطع ناقص اختلافه المركزي $\frac{٣}{٥}$ واحد رأسيه $(٥، ٢)$ والبؤرة القريبة من هذا الرأس $(١، ٢)$ جد معادلته.

الحل: المسافة بين الرأس والبؤرة القريبة

$أ - جـ = ٣ - ١ = ٢$

$هـ = \frac{جـ}{أ} = \frac{٣}{٥} \Leftarrow \boxed{أ = ٥ \quad جـ = ٣}$

$أ - جـ = ٢$

$أ - \frac{٣}{٥}أ = ٢ \Leftarrow \frac{٢}{٥}أ = ٢ \Leftarrow \boxed{أ = ٥}$

$جـ = \frac{٣}{٥}أ$

$جـ = \frac{٣}{٥} \times ٥ = ٣$

$جـ^{٢} = أ^{٢} - ب^{٢} \Leftarrow ب^{٢} = أ^{٢} - جـ^{٢}$

$ب^{٢} = ٢٥ - ٩ = ١٦$

المركز $(٣ \quad ٥ - ١) = (-٢ \quad ١٦)$

المعادلة: $\frac{(س+٢)^{٢}}{٢٥} + \frac{(ص-١)^{٢}}{١٦} = ١$

س٣ قطع ناقص رأساه النقطتان $(٠ \quad ٦ \pm)$، اذا كان طول قطره الأصغر (٨) وحدات فإن بعده البؤري بالوحدات يساوي

أ) $٥\sqrt{٢}$ ب) $٤\sqrt{٥}$ جـ) $١٠\sqrt{٢}$ د) $٢\sqrt{٥}$

الحل: $أ = ٦$ و $٢ب = ٨ \Leftarrow ب = ٤$

$جـ^{٢} = أ^{٢} - ب^{٢} \Leftarrow جـ^{٢} = ٣٦ - ١٦ = ٢٠$

$جـ = \sqrt{٢٠} = \sqrt{٤ \times ٥} = ٢\sqrt{٥}$

البعد البؤري $= ٢جـ$

$= ٢ \times ٢\sqrt{٥}$

$= ٤\sqrt{٥}$.

منهاجي
منصة التعليم الهادف

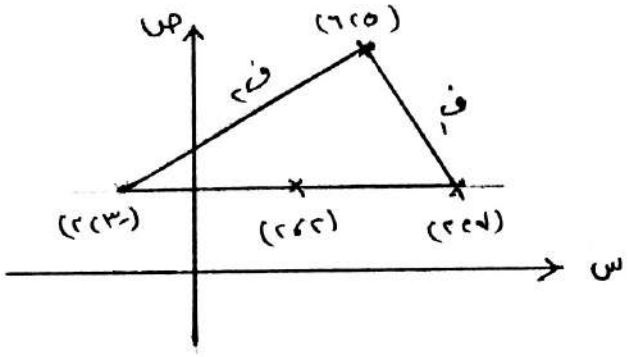
أسئلة وتدريبات على القطع الناقص

س٤ قطع مخروطي بعده البؤري أقل من البعد بين رأسيه و مركزه (٢، ٢) واحدى بؤرتيه (٢، ٧) ويمر منحناه بالنقطة (٥، ٦) ، جد معادلته .

الحل: البعد البؤري < البعدين الرأسيين

$$ب ج < ا ج$$

$$ب ج < ا ب \Leftarrow \text{قطع ناقص}$$



$$ب ج = ٧ - ٢ = ٥$$

البؤرة الثانية $(٢ + ٥، ٢) = (٧، ٢)$

بما أن القطع ناقص $\Leftarrow$

$$ف١ + ف٢ = ٢ ا ج .$$

$$\sqrt{(٥-٧)^٢ + (٦-٢)^٢} + \sqrt{(٥+٣)^٢ + (٦-٢)^٢} = ٢ ا ج$$

$$\sqrt{٤ + ١٦} + \sqrt{٦٤ + ١٦} = ٢ ا ج$$

$$\sqrt{٢٠} + \sqrt{٨٠} = ٢ ا ج$$

مربع الطرفين

$$(\sqrt{٢٠} + \sqrt{٨٠})^٢ = (٢ ا ج)^٢$$

$$٢٠ + ٢\sqrt{٢٠} \times \sqrt{٨٠} + ٨٠ = (٢ ا ج)^٢$$

$$١٠٠ + ٢\sqrt{١٦٠٠} = (٢ ا ج)^٢$$

$$١٠٠ + ٤٠ \times ٢ = (٢ ا ج)^٢$$

$$\frac{(٢ ا ج)^٢}{٤} = \frac{١٨٠}{٤} \leftarrow ا ج^٢ = ٤٥$$

$$ا ج^٢ = ب ج^٢ + ب^٢ \leftarrow ب^٢ = ا ج^٢ - ب ج^٢$$

$$ب^٢ = ٤٥ - ٢٥ = ٢٠$$

المعادلة:

$$\frac{(س-٢)^٢}{٤٥} + \frac{(ص-٢)^٢}{٢٠} = ١$$

س جد إحداثيات المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته :

$$٩ س^٢ + ٤ ص^٢ + ١٦ ص = ١٨ س + ١١$$

الحل: $٩ س^٢ + ٤ ص^٢ + ١٦ ص - ١٨ س = ١١$

$$٩ س^٢ - ١٨ س + ٤ ص^٢ + ١٦ ص = ١١$$

$$٩(س^٢ - ٢ س + ١) + ٤(ص^٢ + ٤ ص + ٤) = ١١ + ٩ + ١٦$$

$$٩(س-١)^٢ + ٤(ص+٢)^٢ = ٣٦$$

$$\frac{(س-١)^٢}{٤} + \frac{(ص+٢)^٢}{٩} = ١$$

قطع ناقص محاذي مركزه $(١، -٢)$

$$ا^٢ = ٩ \qquad ب^٢ = ٤ \qquad ج^٢ = ٩ - ٤ = ٥$$

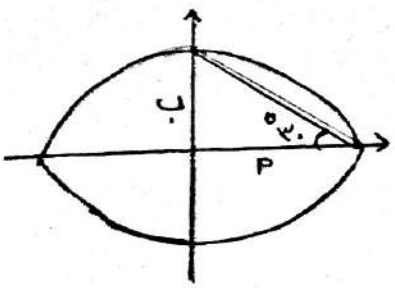
$$ا = ٣ \qquad ب = ٢ \qquad ج = \sqrt{٥}$$

الرأسان: $(١ - ٢ \pm ٣) = (١، -٥)$ ، $(١، ١)$

البؤرتان: $(١ - ٢ + \sqrt{٥}) ، (١ - ٢ - \sqrt{٥})$

س٦ الاختلاف المركزي للقطع الناقص الذي فيه قياس الزاوية المحصورة بين المستقيم الواصل بين طرفي المحور الأصغر والرأس وحدوده الأكبر (٣٠°) يساوي :

أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ب) $\frac{\sqrt{٢}}{٣}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$



الحل:

$$\text{ظا } ٣٠^\circ = \frac{ب}{ا}$$

$$\frac{١}{\sqrt{٣}} = \frac{ب}{ا}$$

$$ا = \sqrt{٣} ب$$

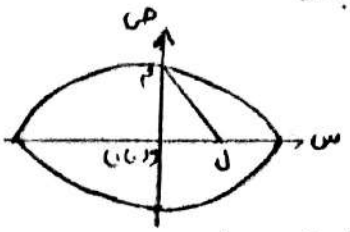
$$ج^٢ = ا^٢ - ب^٢ \Leftarrow ج^٢ = ٣ ب^٢ - ب^٢ = ٢ ب^٢$$

$$\Leftarrow ج = \sqrt{٢} ب$$

$$\text{هـ} = \frac{ج}{ا} = \frac{\sqrt{٢} ب}{\sqrt{٣} ب} = \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}$$ (ب)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٧ معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل قطعاً ناقصاً بؤرته النقطة (ل) فأوجد أن مساحة المثلث لوم تساوي (٦) وحدات مربعة. والبعد بين طولي محوريه (٤) وحدات. جد معادلته.



الحل:

$2أ - 2ب = 4 \Leftarrow أ - ب = 2$

$\boxed{أ = ب + 2}$

ول = جـ ، م و = ب

مساحة المثلث $= \frac{1}{2} \times جـ \times ب = 6$

$\Leftarrow جـ ب = 12 \longleftarrow \boxed{جـ = \frac{12}{ب}}$

$جـ^2 = أ^2 - ب^2$

$(\frac{12}{ب})^2 = (ب + 2)^2 - ب^2$

$\frac{144}{ب^2} = \cancel{ب^2} + 4ب + 4 - \cancel{ب^2}$

$4ب^3 + 4ب^2 - 144 = صفر$

$ب^3 + ب^2 - 36 = صفر$

بالتجريب: ب = 3

بالقسمة التركيبية:

	$ب^3$	$ب^2$	$ب^1$	$ب^0$
	1	1	0	-36
③		3	12	36
	1	4	12	صفر

الناتج: $ب^2 + 4ب + 12 = 0$

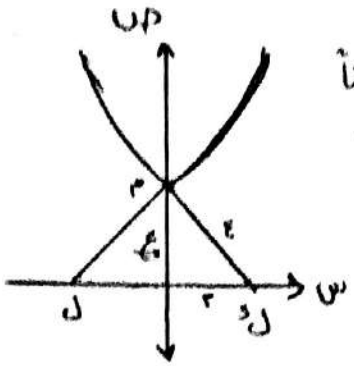
المميز $= ب^2 - 4أجـ = 16 - 4 \times 1 \times 12 < صفر$

لا تحلل ← ب = 3 (فقط)

$أ = 3 + 2 = 5$

المعادلة: $\frac{س^2}{25} + \frac{ص^2}{9} = 1$

س٨



يمثل الشكل المجاور قطعاً ناقصاً رأسه النقطة (م) ودليله محور السينات، إذا علمت أن المثلث م ل ل' متطابق الأضلاع طول ضلعه ٤ (وحدات) فجد معادلة هذا القطع

الحل: $ع^2 + 2^2 = 4^2 \longleftarrow ع^2 = 16 - 4 = 12$

$ع = \sqrt{12}$

الرأس $(0، \sqrt{12})$ $\quad جـ = \sqrt{12}$.

المعادلة:

$(س - 0)^2 = 4\sqrt{12}(ص - \sqrt{12})$

$س^2 = 4\sqrt{12}(ص - \sqrt{12})$

س٩ قطع ناقص مساحته (12π) وحدة مربعة، ومركزه نقطة الأصل واحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي يقع رأسه في نقطة الأصل ومعادلة دليله $س = 3$، جد معادلة هذا القطع الناقص.

الحل: $م = 12\pi ب$

$12\pi = 12\pi ب \longleftarrow \boxed{ب = \frac{12}{م}}$

بؤرة المكافئ $(-3، 0)$ = بؤرة الناقص.

المركز $(0، 0) \Leftarrow جـ = 3$

$جـ^2 = أ^2 - ب^2 \Leftarrow 9 = أ^2 - \frac{144}{أ^2}$

$9أ^2 = أ^4 - 144 \Leftarrow أ^4 - 9أ^2 - 144 = صفر$

$(أ^2 - 25)(أ^2 + 16) = 0$

$أ^2 - 25 = 0 \Longleftrightarrow أ^2 = 25 \Leftarrow أ = 5$

$أ^2 + 16 = صفر$ (لا تحلل)

$ب = \frac{12}{5} = 4$

المعادلة: $\frac{س^2}{25} + \frac{ص^2}{16} = 1$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س١٠ الاختلاف المركزي للقطع الناقص الذي يمس كلا من المستقيمات س = ١ ، س = ٩
ص = -١ ، ص = ٥ يساوي

أ) $\frac{\sqrt{٧}}{٨}$ ب) $\frac{٥}{٤}$ ج) $\frac{\sqrt{٧}}{٤}$ د) $\frac{٥}{٨}$

الحل: ٩ - ١ = ٨
٥ - (-١) = ٦ ⇐ القطع سيني .
٢ب = ٨ ⇐ ب = ٤ .
٢ب = ٦ ⇐ ب = ٣ .
$ج^{٢} = ب^{٢} + د^{٢}$ ⇐ $د^{٢} = ١٦ - ٩ = ٧$
⇐ د = $\sqrt{٧}$
هـ = $\frac{د}{ب} = \frac{\sqrt{٧}}{٤}$ (د)

س١١ جد احداثيي المركز و الرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته :

$س^{٢} + ٩ص^{٢} + ٢س - ١٨ص + ١ = ٠$

الحل:
$س^{٢} + ٢س + ٩ص^{٢} - ١٨ص = -١$
$س^{٢} + ٢س + ١ + ٩(ص^{٢} - ٢ص + ١) = -١ + ١ + ٩$
$(س+١)^{٢} + ٩(ص-١)^{٢} = ٩$
$\frac{(س+١)^{٢}}{٩} + \frac{(ص-١)^{٢}}{١} = ١$

قطع ناقص سيني

$ب^{٢} = ١$	$أ^{٢} = ٩$
ب = ١	أ = ٣
$د^{٢} = أ^{٢} - ب^{٢}$	$د^{٢} = ٩ - ١ = ٨$
	د = $\sqrt{٨}$.

المركز (-١ ، ١)
البؤرتان (-١ + $\sqrt{٨}$ ، ١) ، (-١ - $\sqrt{٨}$ ، ١)
الرأسان (-١ + ٣ ، ١) ، (-١ - ٣ ، ١)
(٢ ، ١) ، (-٤ ، ١)

س١٢ قطع ناقص معادلته $٤س^{٢} + ٤ص^{٢} = ٨$ فما طول محوره الأصغر ؟

أ) $\sqrt{٢}$ ب) $٢\sqrt{٢}$ ج) ٤ د) ٨

الحل: $٤س^{٢} + ٤ص^{٢} = ٨$ ⇐ $\frac{س^{٢}}{٤} + \frac{ص^{٢}}{٢} = ١$

$ب^{٢} = ٢$ ⇐ ب = $\sqrt{٢}$
طول المحور الأصغر = ٢ب = $٢\sqrt{٢}$. (ب)

س١٣ قطع ناقص طول محوره الأصغر يساوي بعد البؤري فإن اختلافه المركزي يساوي :

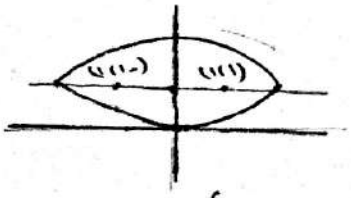
أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ج) $\frac{٤}{٥}$ د) $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$

الحل: ٢ب = ٢جـ ← ب = جـ

$أ^{٢} = ب^{٢} + جـ^{٢}$
$أ^{٢} = جـ^{٢} + جـ^{٢}$ ← $أ^{٢} = ٢جـ^{٢}$ ← $\frac{أ^{٢}}{جـ^{٢}} = ٢$

← $\frac{جـ^{٢}}{أ^{٢}} = \frac{١}{٢}$ ← $\frac{جـ}{أ} = \frac{١}{\sqrt{٢}}$ (ب)

س١٤ قطع ناقص بؤرتاه النقطتان (-١ ، ١) ، (١ ، ١) ومركزه نقطة الأصل ، جد معادلته .



المركز ($\frac{-١+١}{٢}$ ، ١) = (٠ ، ١)
جـ = ١ - ٠ = ١
قطع سيني معادلته : $\frac{س^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{(ص-١)^{٢}}{ب^{٢}} = ١$
يمر بنقطة الأصل $\frac{٠}{أ^{٢}} + \frac{(-١)^{٢}}{ب^{٢}} = ١$
⇐ $ب^{٢} = ١$
$أ^{٢} = ب^{٢} + جـ^{٢}$ ⇐ $أ^{٢} = ١ + ١ = ٢$
$\frac{س^{٢}}{٢} + \frac{(ص-١)^{٢}}{١} = ١$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س١٥ قطع ناقص معادلته $١٦ص^{٢} = ١٦ - ٤س^{٢}$ فإن مساحته بالوحدات المربعة تساوي:

أ) ٢π ب) ٤π ج) ٣π د) π

الحل: $١٦ص^{٢} + ٤س^{٢} = ١٦$ $(\div ١٦)$

$$\frac{ص^{٢}}{١} + \frac{س^{٢}}{٤} = ١$$

قطع ناقص سينى $أ^{٢} = ٤ \leftarrow أ = ٢$

$ب^{٢} = ١ \leftarrow ب = ١$

المساحة $= \pi أ ب$

$= \pi \times ٢ \times ١ = ٢\pi$ (أ)

س١٦ النقطة ن $(س، ص)$ واقعة على محيط القطع الناقص الذي مساحته (٢٠π) وحدة مربعة وطول محوره الأصغر (٨) وحدات وبؤرتاه النقطتان $ب_{١}$ ، $ب_{٢}$ فما محيط المثلث $ن ب_{١} ب_{٢}$؟

أ) ١٣ ب) ١٤ ج) ١٦ د) ١٨

الحل: مساحة القطع الناقص $= \pi أ ب$

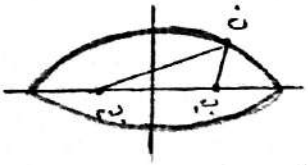
$\pi أ ب = ٢٠\pi$

$أ ب = ٢٠$

$٢ب = ٨ \Leftarrow ب = ٤$

$٤أ = ٢٠ \Leftarrow أ = ٥$

$جـ^{٢} = أ^{٢} - ب^{٢} \Leftarrow جـ^{٢} = ٢٥ - ١٦ = ٩$



$ن ب_{١} + ن ب_{٢} = ٢أ$

$ب_{١} ب_{٢} = ٢جـ$

محيط المثلث $= ن ب_{١} + ن ب_{٢} + ب_{١} ب_{٢}$

$= ٢أ + ٢جـ$

$= ٢ \times ٥ + ٢ \times ٣$

$= ١٠ + ٦$

$= ١٦$ (د)

س١٧ قطع ناقص مساحته (٤٠π) وحدة ربعية ومركزه نقطة الأصل ومحوره ينطبق على محور الصادات وطول محوره الأصغر (١٠ وحدات طول) جد معادلة هذا القطع:

أ) $\frac{س^{٢}}{١٦} + \frac{ص^{٢}}{١٠٠} = ١$ ب) $\frac{س^{٢}}{٢٥} + \frac{ص^{٢}}{٦٤} = ١$

ج) $\frac{س^{٢}}{١٠} + \frac{ص^{٢}}{١٦} = ١$ د) $\frac{س^{٢}}{٦٤} + \frac{ص^{٢}}{٢٥} = ١$

الحل: المركز $(٠، ٠)$ قطع صادي

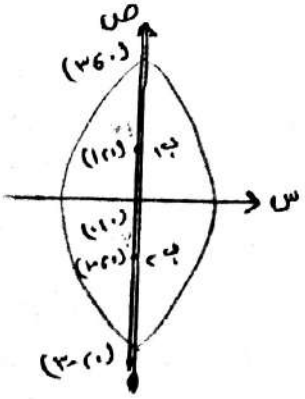
$٢ب = ١٠ \leftarrow ب = ٥$

المساحة $= \pi ب أ$

$٤٠\pi = \pi ٥ أ \leftarrow ٥أ = ٤٠ \leftarrow أ = ٨$

المعادلة: $\frac{ص^{٢}}{٦٤} + \frac{س^{٢}}{٢٥} = ١$ (ب)

س١٨ الاختلاف المركزي للقطع المخروطي المبين في الشكل المجاور والذي بؤرتاه $ب_{١}$ ، $ب_{٢}$ يساوي:



أ) $\frac{٤}{٥}$ ب) $\frac{١}{٢}$

ج) $\frac{١}{٤}$ د) $\frac{٣}{٤}$

الحل: $ب = ١ - ص = ١$

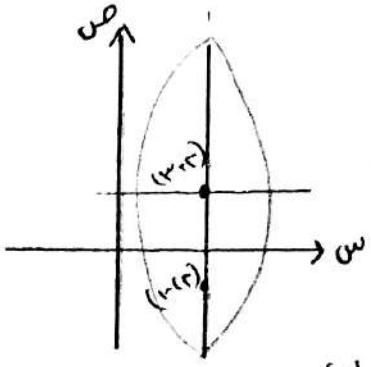
$أ = ٣ - ص = ٣$

$هـ = \frac{ب}{أ}$

$هـ = \frac{١}{٣}$ (ب)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

١٩ س: جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه النقطة (٢، ٣) وإحدى بؤرتيه النقطة (٢، ٦) وطول محوره الأصغر (٦) وحدات.



طول المحور الأصغر = ٦

$2ب = 6$

$\boxed{ب = 3}$

المسافة بين المركز والبؤرة = جـ

$3^2 = 1 = جـ \Leftarrow$ $\boxed{جـ = 4}$

$م^2 = ب^2 + جـ^2 \leftarrow م^2 = 9 + 16 = 25$

المعادلة:

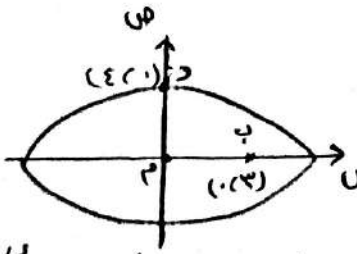
$$\frac{(س-2)^2}{9} + \frac{(ص-3)^2}{25} = 1$$

قطع ناقص صادي.

س: الشكل المجاور يمثل منحنى قطع ناقص مركزه نقطة الأصل م

وإحدى بؤرتيه النقطة ب

وإحدى نهايتي محوره الأصغر النقطة د، جد طول محوره الأكبر



أ) ١٤ ب) ٧ جـ) ١٠ د) ٥

الحل: $ب = 4$ ، $جـ = 3$

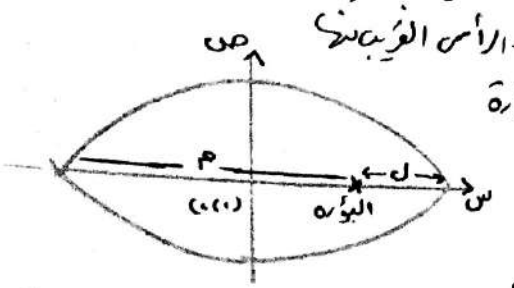
$م^2 = ب^2 + جـ^2 \Leftarrow م^2 = 16 + 9$

$م^2 = 25 \Leftarrow م = 5$

طول المحور الأكبر $= 2م = 2 \times 5 = 10$

(جـ)

س: أثبت أن المسافة بين إحدى بؤرتي القطع الناقص الحادث إذا كانت ل المسافة بين إحدى بؤرتيه والرأس القريب منها وكانت $\frac{ل}{م} = \frac{1}{5}$ وطول المحور الأصغر (٤٫٥) وجد كلاً مما يأتي لهذا القطع



١) إحداثيات البؤرتين
٢) إحداثيات الرأسين
٣) معادلة القطع
٤) الاختلاف المركزي

الحل: $\frac{ل}{م} = \frac{1}{5} \Leftarrow م = 5ل$

$2ب = 4.5 \Leftarrow \boxed{ب = 2.25}$

$م^2 = ل + م \Leftarrow م = \frac{1}{4}(ل + م) \Leftarrow م = \frac{1}{4}(ل + 5ل)$

$\Leftarrow م = \frac{1}{4} \times 6ل \Leftarrow \boxed{م = 3ل}$

$جـ = م - ل \Leftarrow جـ = 3ل - ل \Leftarrow \boxed{جـ = 2ل}$

$م^2 = ب^2 + جـ^2 \Leftarrow 9ل^2 = 5.0625 + 4ل^2 \Leftarrow 5ل^2 = 5.0625$

$\Leftarrow ل^2 = 1.0125 \Leftarrow ل = 1.0125$ تقريباً.

$م = 3ل \Leftarrow م = 3 \times 1.0125 = 3.0375$

$جـ = 2ل \Leftarrow جـ = 2 \times 1.0125 = 2.025$

١) البؤرتان: $(2.025، 0)$ ، $(-2.025، 0)$

٢) الرأسان: $(3.0375، 0)$ ، $(-3.0375، 0)$

٣) معادلة القطع:

$$\frac{س^2}{م^2} + \frac{ص^2}{ب^2} = 1$$

$$\frac{س^2}{9.2256} + \frac{ص^2}{5.0625} = 1$$

٤) الاختلاف المركزي $= هـ = \frac{جـ}{م}$

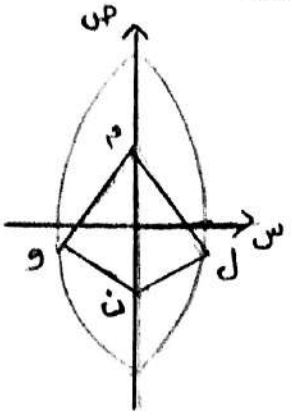
$هـ = \frac{2.025}{3.0375} = \frac{2}{3}$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٢ ك م، ن هما بؤرتا القطع المخروطي الممثل في الشكل المجاور الذي معادلته

$\frac{س^2}{36} + \frac{ص^2}{64} = 1$

فما محيط الشكل الرباعي م ل ن و ؟



أ) ٢٤ ب) ١٦
ج) ٦٤ د) ٣٢

الحل: $م^2 = 64 \Leftarrow م = 8$

$ب^2 = 36 \Leftarrow ب = 6$

م ل + ل ن = ٢ ب

م و + و ن = ٢ ب

محيط الشكل = م ل + ل ن + م و + و ن

= ٢ ب + ٢ ب

= ٤ ب = ٤ × ٨ = ٣٢ (د)

س٣ ك طول المحور الأصغر للقطع الناقص الذي يمس كلاً من المستقيمات س = ١ ، س = ٩ ، ص = -١ ، ص = ٥ يساوي

أ) ٨ ب) ٦ ج) ٤ د) ٣

الحل: ٩ - ١ = ٨

٥ - (-١) = ٦

طول المحور الأكبر = ٨

طول المحور الأصغر = ٦

(ب)

س٤ ك قطع ناقص معادلته

$(ص + 4)^2 + (-3)^2 = 64$ جد كلاً مما يأتي لهذا القطع

١) احداثيا المركز ٢) احداثيات كل من الرأسين

٣) احداثيات كل من البؤرتين .

الحل: $(ص + 2)^2 + (-1)(س - 3))^2 = 64$

$4(ص + 2)^2 + (س - 3)^2 = 64$ (÷ 64)

$\frac{(ص + 2)^2}{16} + \frac{(س - 3)^2}{64} = 1$

$\frac{(س - 3)^2}{64} + \frac{(ص + 2)^2}{16} = 1$ قطع ناقص سيني

المركز (٣ ، -٢)

$م^2 = 64$ $ب^2 = 16$ $ج^2 = م^2 - ب^2$

$م = 8$ $ب = 4$ $ج^2 = 64 - 16 = 48$

$ج = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$

الرأسان: (٣ ، ٨ + ٢) = (٣ ، ٦) ، (٣ ، -٥ - ٢) = (٣ ، -٧)

البؤرتان: (٣ ، ٤√٣ - ٢) ، (٣ ، -٤√٣ - ٢)

س٥ ك قطع ناقص طول محوره الأكبر ضعف طول محوره الأصغر ، جد اختلافه المركزي

أ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ب) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ج) $\frac{1}{2}$ د) $\frac{3}{4}$

الحل: $م^2 = ب^2 \times 4 \Leftarrow م = 2ب$

$ج^2 = م^2 - ب^2 \Leftarrow ج^2 = 4ب^2 - ب^2 = 3ب^2$

$\Leftarrow ج = \sqrt{3}ب$

$هـ = \frac{ج}{م} = \frac{\sqrt{3}ب}{2ب} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (أ)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٦ قطع ناقص طول محوره الأكبر (٢٢) واختلافه المركزي هـ ، اذا كانت ل المسافة بين إحدى بؤرتي القطع والرأس البعيد عنها فإن ل =

أ) ٢(١-هـ) ب) هـ(١+٢)

جـ) ٢(١+هـ) د) ٢+هـ .

الحل: المسافة بين البؤرة والرأس البعيد عنها = ٢ + د

ل = ٢ + د

لكن هـ = $\frac{د}{٢}$ ⇐ د = ٢هـ .

ل = ٢ + ٢هـ

ل = ٢ + ٢هـ

ل = ٢(١ + هـ) (د)

س٧ مساحة القطع الناقص الذي معادلته ٤س٢ + ٩ص٢ = ٣٦ بالوحدات المربعة =

أ) $\frac{١}{٣٦}$ ب) ٣٦π

جـ) ٣٦٢π د) ٣١٣π .

الحل: $\frac{س^٢}{٩} + \frac{ص^٢}{٤} = ١$

٢أ = ٩ ، ٢ب = ٤

أ = ٣ ب = ٢

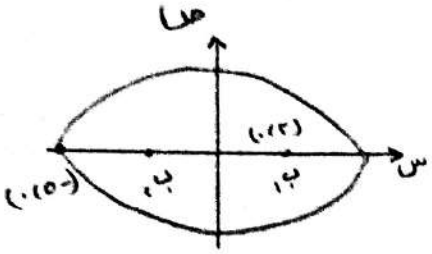
مساحة القطع الناقص = ٢أبπ

= π × ٣ × ٢

= ٦π (ب)

س٨ اعتمادا على الشكل التالي والذي يمثل منحنى قطع ناقص مركزه نقطة الأصل وبؤرتاه ب١ ، ب٢

ما اختلافه المركزي؟



أ) $\frac{٣}{٥}$ ب) $\frac{٤}{٥}$

جـ) $\frac{٣}{٤}$ د) $\frac{٤}{٣}$

الحل: ب = ٣ ، ٢أ = ١٠ (من الشكل)

هـ = $\frac{د}{٢}$ = $\frac{٤}{٥}$ (ب)

س٩ جد معادلة القطع المخروطي الذي مركزه نقطة الأصل ومحوره الأكبر يوازي محور السينات ويمر منحناه بالنقطة (٣،١) واختلافه المركزي ($\frac{١}{٢}$) .

الحل: هـ = $\frac{١}{٢}$ < ١ (قطع ناقص سيني)

$\frac{د}{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ ⇐ د = $\frac{١}{٢}$ ٢

جـ٢ = ٢أ٢ - ب٢ ⇐ $\frac{١}{٤}$ ٢أ٢ = ٢أ٢ - ب٢ ⇐ ب٢ = $\frac{٣}{٤}$ ٢أ٢

المركز (٠،٠)

المعادلة $\frac{س^٢}{٢أ^٢} + \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١$

$\frac{س^٢}{٢أ^٢} + \frac{ص^٢}{\frac{٣}{٤}٢أ^٢} = ١$

$\frac{س^٢}{٢أ^٢} + \frac{١}{٢أ^٢}$ ← (٣،١) $\frac{٩}{\frac{٣}{٤}٢أ^٢} = ١$ ← $\frac{١٢}{٢أ^٢} + \frac{١}{٢أ^٢} = ١$

$\frac{١٣}{٢أ^٢} = ١$ ⇐ ٢أ٢ = ١٣

ب٢ = $\frac{٣}{٤}$ × ١٣ = $\frac{٣٩}{٤}$.

المعادلة: $\frac{س^٢}{١٣} + \frac{ص^٢}{\frac{٣٩}{٤}} = ١$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٣٠ لمعادلة القطع الناقص $\frac{(س-ل)^2}{ب^2} + \frac{(ص-ك)^2}{ب^2} = 1$ أثبت أن

$ب^2 = ب^2(1-هـ^2)$

حيث هـ الاختلاف المركزي.

الحل: في الناقص $ب^2 = ب^2 + جـ^2$

$ب^2 = ب^2 - جـ^2$

لكن $هـ = \frac{جـ}{ب} \Leftarrow هـ^2 = \frac{جـ^2}{ب^2}$

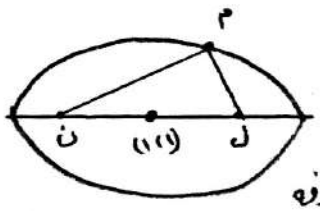
$\Leftarrow جـ^2 = هـ^2 ب^2$.

$ب^2 = ب^2 - جـ^2$

$= ب^2 - هـ^2 ب^2$.

$ب^2 = ب^2(1-هـ^2)$ وهو المطلوب

س٣١ الشكل المجاور يمثل مقطع ناقص مركزه (١٤١) وبؤرتاه النقطتين ل، ن واختلافه المركزي (٠٫٦) فإذا كان محيط المثلث م ل ن يساوي (٦٤) وحدة فجد معادلة القطع؟



الحل: $ل ن = 2جـ$

$م ل + م ن = 2ب \Leftarrow 2ب + 2جـ = 64$ (محيط المثلث)

$\Leftarrow \boxed{ب + جـ = 32}$

$\frac{جـ}{ب} = \frac{6}{10} \Leftarrow جـ = \frac{6}{10} ب$

$ب + 0.6ب = 32 \Leftarrow 1.6ب = 32$

$ب = \frac{32}{1.6} \Leftarrow \boxed{ب = 20}$

$جـ = \frac{6}{10} \times 20 = 12$

$جـ^2 = 144$

$ب^2 = ب^2 - جـ^2 \Leftarrow ب^2 = 400 - 144$

$ب^2 = 256$.

معادلة القطع:

$\frac{(س-1)^2}{400} + \frac{(ص-1)^2}{256} = 1$

س٣٢ قطع ناقص مساحته (240π) وحدة مربعة ورأساه $(\pm 8، 0)$ جد معادلته.

الحل: المركز $(0، 0)$

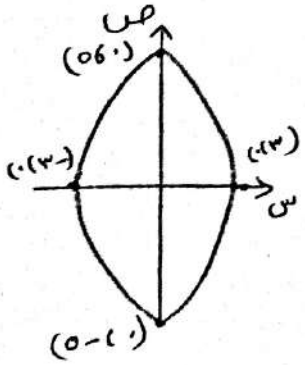
مساحة القطع الناقص $= \pi ب ب$

$240\pi = \pi ب ب \Leftarrow ب ب = 240$

$ب = 8 \Leftarrow ب = \frac{240}{8} = 5$

المعادلة: $\frac{س^2}{64} + \frac{ص^2}{25} = 1$

س٣٣ البعد البؤري للقطع المخروطي المبين في الشكل المجاور يساوي



أ) ٤ ب) ١٠

ج) ٦ د) ٨

الحل: $ب = 5$ ، $ب = 3$

$جـ^2 = ب^2 - ب^2$

$جـ^2 = 25 - 9 = 16$

$جـ = 4$

البعد البؤري $= 2جـ = 2 \times 4 = 8$ (د)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٣٤) مثل قطع ناقص معادلته
$س^2 + ٤ص^2 + ٦س = ٢٣ + ٨ص$
جد كلاً مما يأتي لهذا القطع
١) إحداثيي المركز ٢) إحداثيي كل من الرأسين
٣) إحداثيي كل من البؤرتين ٤) الاختلاف المركزي

الحل: $س^2 + ٦س + ٤ص^2 - ٨ص = ٢٣$
$س^2 + ٦س + ٩ + ٤(ص^2 - ٢ص + ١) = ٢٣ + ٩ + ٤$
$(س+٣)^2 + ٤(ص-١)^2 = ٣٦$ (÷ ٣٦)
$\frac{(س+٣)^2}{٣٦} + \frac{(ص-١)^2}{٩} = ١$

قطع ناقص سيني مركزه (-٣، ١)

$أ^2 = ٣٦$	$ب^2 = ٩$	$جـ^2 = أ^2 - ب^2$
$أ = ٦$	$ب = ٣$	$جـ^2 = ٢٧$
		$جـ = ٣\sqrt{٣}$

احداثيي الرأسين: $(-٣ \pm ٦، ١) =$
$(-٩، ١)$ ، $(٣، ١)$.

البؤرتان: $(-٣ \pm ٣\sqrt{٣}، ١)$ ، $(-٣ - ٣\sqrt{٣}، ١)$

الاختلاف المركزي $= هـ = \frac{جـ}{أ}$

$هـ = \frac{٣\sqrt{٣}}{٦} = \frac{٣\sqrt{٣}}{٦} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

---

٣٥) قطع ناقص معادلته
$س^2 + ٢ص^2 - ٦س + ٤ص + ٧ = ٠$ ، جد كلا مما يلي

١) إحداثيي المركز ٢) احداثيي كل من الرأسين
٣) إحداثيي كل من البؤرتين ٤) الاختلاف المركزي

الحل: $س^2 - ٦س + ٩ + ٢ص^2 + ٤ص + ٢ = -٧ + ٩ + ٢$
$(س-٣)^2 + ٢(ص+١)^2 = ٤$ (÷ ٤)
$\frac{(س-٣)^2}{٤} + \frac{(ص+١)^2}{٢} = ١$

قطع ناقص سيني مركزه (٣، -١)

$أ^2 = ٤$	$ب^2 = ٢$	$جـ^2 = أ^2 - ب^2 = ٤ - ٢ = ٢$
$أ = ٢$	$ب = \sqrt{٢}$	$جـ = \sqrt{٢}$

البؤرتان: $(٣ + \sqrt{٢}، -١)$ ، $(٣ - \sqrt{٢}، -١)$

الرأسان: $(٣ \pm ٢، -١) = (٥، -١)$ ، $(١، -١)$

الاختلاف المركزي $= هـ = \frac{جـ}{أ} = \frac{\sqrt{٢}}{٢} = \frac{١}{\sqrt{٢}}$.

---

٣٦) جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه
ب (٣، ٢) ، ب' (٩، ٢) وطول محوره الأكبر = ١٢ وحدة

الحل: المسافة بين البؤرتين $= جـ = ٩ - ٣ = ٦$
$٢جـ = ٦ \Leftarrow$ **$جـ = ٣$**
طول المحور الأكبر $= ٢أ = ١٢ \Leftarrow$ **$أ = ٦$**
$ب^2 = أ^2 - جـ^2 \Leftarrow ب^2 = ٣٦ - ٩ = ٢٧$
قطع ناقص محوره الأكبر يوازي محور السينات
المركز $(\frac{٣+٩}{٢}، ٢) = (٦، ٢)$
المعادلة: $\frac{(س-٦)^2}{٣٦} + \frac{(ص-٢)^2}{٢٧} = ١$

منهاجي
متعة التعليم الهادف