أسئلة وزارية

الوحدة الخامسة: القطوع المخروطية

أسئلة وزارية على القطع المكافيء

الثاني عشر العلمي

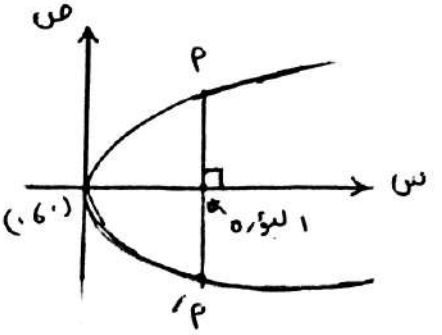
إعداد المعلمة: ميسون الحسين

0798959071

شبكة منهاجي التعليمية

أسئلة وتدريبات على القطع المكافئ

س١ مستعيناً بالشكل التالي الذي يمثل قطعاً مكافئاً إذا علمت أن طول $\overline{PP'}$ (٨) وحدات فجد معادلته.



الحل: البؤرة (جـ، ٠)

الرأس (٠،٠) ← إحداثيات P (جـ، ٤جـ)

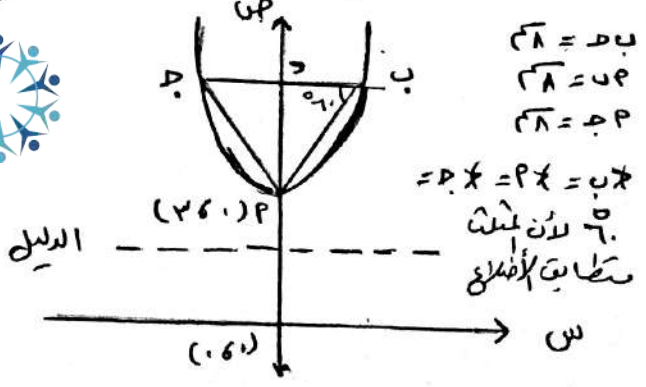
المعادلة: $ص^2 = 4جـ س$.

القطع يمر بالنقطة (جـ، ٤جـ)

$16 = 4جـ^2 \Leftarrow جـ^2 = 4 \Leftarrow جـ = 2$

المعادلة: $ص^2 = 8س$.

س٢ مستعيناً بالشكل الآتي الذي يمثل قطعاً مكافئاً، إذا علمت أن المثلث PAB متطابق الأضلاع طول ضلعه (٨) وحدات، فيه الضلع AB يوازي دليل القطع المكافئ، فجد معادلة هذا القطع.



$\overline{PD}$ ينصف الضلع $\overline{AB} \Leftarrow \overline{BD} = 4$ سم

$\tan 60° = \frac{PD}{BD} \Leftarrow \frac{PD}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftarrow PD = 4\sqrt{3}$

إحداثيات د $(0، 4\sqrt{3})$

إحداثيات ب $(4، 4\sqrt{3})$

معادلة القطع المكافئ:

$(س - 0)^2 = 4جـ (ص - 3)$

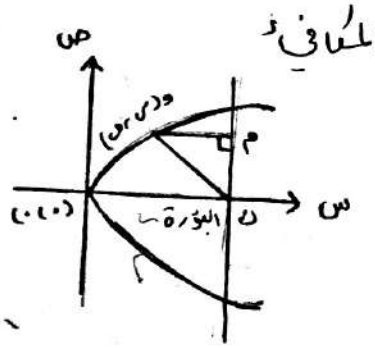
لكن النقطة ب يمر بها القطع المكافئ ← تحقق معادلته

$(4)^2 = 4جـ (4\sqrt{3} - 3) \Leftarrow 16 = 4جـ (4\sqrt{3})$

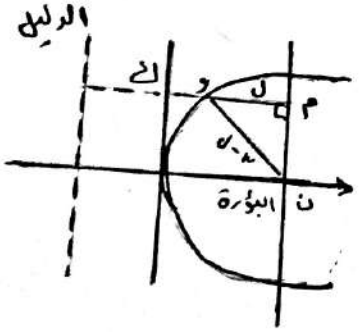
$\Leftarrow 4جـ = \frac{16}{4\sqrt{3}} \Leftarrow جـ = \frac{4}{\sqrt{3}}$

∴ المعادلة: $س^2 = \frac{4}{\sqrt{3}} (ص - 3)$

س٣ يمثل الشكل التالي قطعاً مكافئاً، والنقطة (س، ص) تتحرك على منحنى القطع بحيث يبقى المثلث ومدن قائم الزاوية في م، وكان مو + ون = ٣ وحدات فجد معادلة القطع المكافئ.



الحل:



منهاجي
متعة التعليم الهادف

مو + ون = ٣

ل + ون = ٣ ⇐ ون = ٣ - ل

ل^2 = ون = ٣ - ل

ل + ل^2 = 2جـ

ل + ٣ - ل = 2جـ ⇐ ٣ = 2جـ ⇐ جـ = $\frac{3}{2}$

المعادلة: $(ص - 0)^2 = 4جـ (س - 0)$

$ص^2 = 6س$.

س٤ جد الصورة القياسية لمعادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادات ويمر بالنقط:
(٤،١) ، (-٦،١) ، (٠،٣) .

الحل: المحور يوازي الصادات فتكون الصورة العامة
$ص = أ س^2 + ب س + جـ$

$(٠،٣) \leftarrow ٣ = ٠ + ٠ + جـ \leftarrow جـ = ٣$

$(٤،١) \leftarrow ٤ = أ + ب + ٣ \leftarrow أ + ب = ١$

$(-٦،١) \leftarrow ٦ = أ - ب + ٣ \leftarrow أ - ب = ٣$

$أ + ب = ١$
$+ \quad أ - ب = ٣$
$٢أ = ٤ \leftarrow أ = ٢$

$أ + ب = ١ \leftarrow ٢ + ب = ١ \leftarrow ب = -١$

المعادلة: $ص = ٢س^2 - س + ٣$

لوضع المعادلة على الصورة القياسية:

$٢س^2 - س = ص - ٣$

$٢(س^2 - \frac{١}{٢}س) = ص - ٣$

$٢(س^2 - \frac{١}{٢}س + \frac{١}{١٦}) = ص - ٣ + \frac{٢}{١٦}$

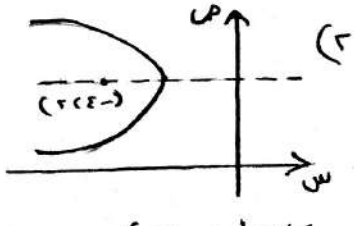
$٢(س - \frac{١}{٤})^2 = ص - \frac{٤٣}{٨}$

$(س - \frac{١}{٤})^2 = \frac{١}{٢}(ص - \frac{٤٣}{٨})$

س٥ قطع مكافئ بؤرته النقطة (-٤،٢)
ودليله محور الصادات فإن معادلته هي:

أ) $(ص+٢)^2 = -٨س + ١٦$ ب) $(ص-٢)^2 = ٨س - ١٦$
ج) $(ص-٢)^2 = -٨س - ١٦$ د) $(ص+٢)^2 = ٨س + ١٦$

الحل: الرأس $(\frac{-٤+٠}{٢}، ٢) = (-٢،٢)$

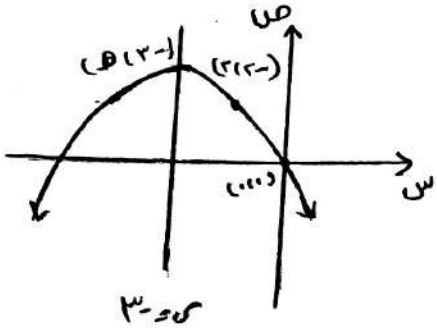


$جـ = ٤ \leftarrow جـ = ٢$

المعادلة: $(ص-٢)^2 = -٤ \times ٢ (س+٢)$

$(ص-٢)^2 = -٨س - ١٦$ (د)

س٦ جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره المستقيم س = -٣ ويمر بالنقطتين (٠،٠) ، (-٢،٢)



الحل: الرأس $(أ، ٣)$

المحور س = -٣

∴ الرأس $(-٣، ٣)$

المعادلة:

$(س+٣)^2 = -٤جـ(ص-٣)$.

$(٠،٠) \leftarrow ٣^2 = -٤جـ(-٣)$

$(-٢،٢) \leftarrow ١ = -٤جـ(-١)$

بالقسمة $\frac{٩}{١} = \frac{-٣}{-١} \Leftarrow -٩ = -٣$

$٨ = ١٨ \Leftarrow ٣ = \frac{١٨}{٨} = \frac{٩}{٤}$

بالتعويض $\leftarrow ٩ = -٤جـ \times \frac{٩}{٤} \leftarrow جـ = -١$

المعادلة: $(س+٣)^2 = -٤(ص - \frac{٩}{٤})$

س٧ ما احداثيا البؤرة للقطع المكافئ الذي معادلته:
$ص = \frac{١}{٤}(س-٢)^2 - ٣$ ؟

أ) (٢،-٤) ب) (٢،-٢)
ج) (٢،-٣) د) (٢،-١)

الحل: $\frac{١}{٤}(س-٢)^2 = ص + ٣$

$(س-٢)^2 = ٤(ص+٣)$ المركز (٢،-٣)

$٤جـ = ٤ \Leftarrow جـ = ١$

البؤرة $(٢، -٣+١) = (٢،-٢)$ (ب)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٨ قطع مكافئ معادلته $ص^2 = ٨ك + ك$ النقطة $(٨، ٤)$ تقع على منحناه ما احداثيا رأس هذا القطع ؟

أ) $(٠، ٤)$ ب) $(-٤، ١٦)$

ج) $(-٥، ٠)$ د) $(-٥، ١)$

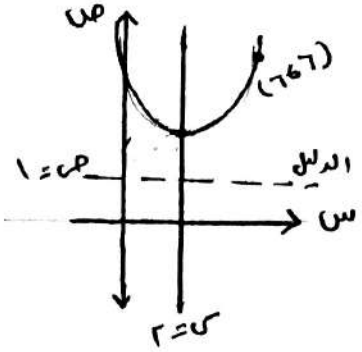
الحل: $ص^2 = ٨ك + ك$

$(٨، ٤) \leftarrow ١٦ = ٣٢ + ك \Rightarrow ك = -٣٢$

$ص^2 = ٨ك + ٣٢$

$ص^2 = ٨(س + ٤)$ الرأس $(-٤، ٠)$ (ب)

س٩ جد معادلة القطع المكافئ الذي معادلة محوره تماثله $س = ٢$ ومعادلة دليله $ص = ١$ ويمر بالنقطة $(٦، ٦)$.



الحل:

قطع صادي للأعلى لأنه يمر بالنقطة $(٦، ٦)$

المعادلة: $(س - د)^2 = ٤جـ(ص - هـ)$

الرأس $(د، هـ) = (٢، ١ + جـ)$

$(س - ٢)^2 = ٤جـ(ص - (١ + جـ))$

$(س - ٢)^2 = ٤جـ(ص - ١ - جـ)$

يمر بالنقطة $(٦، ٦) \leftarrow$

$١٦ = ٤جـ(٥ - جـ) \leftarrow ١٦ = ٢٠جـ - ٤جـ^2$

$جـ^2 - ٥جـ + ٤ = ٠ \Leftarrow (جـ - ١)(جـ - ٤) = ٠$

$جـ = ١ ، ٤$

$جـ = ١$ ، الرأس $(٢، ١)$

المعادلة: $(س - ٢)^2 = ٤(ص - ١)$

$جـ = ٤$ ، الرأس $(٢، ٥)$

المعادلة: $(س - ٢)^2 = ١٦(ص - ٥)$

س١٠ ما احداثيا رأس القطع المكافئ الذي معادلته $ص = ٢س^2 + ٢$ ؟

أ) $(٠، ٢)$ ب) $(٠، -٢)$

ج) $(٢، ٠)$ د) $(-٢، ٠)$

الحل: $٢س^2 = ص - ٢ \leftarrow س^2 = \frac{١}{٢}(ص - ٢)$

الرأس $(٠، ٢)$.

س١١ بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته $ص^2 - ٤ك + ٤ =$ صفر هي النقطة :

أ) $(٠، ١)$ ب) $(١، ١)$ ج) $(٢، ٢)$ د) $(٢، ٠)$

الحل: $ص^2 = ٤ك - ٤$

$ص^2 = ٤(س - ١)$ و $٤جـ = ٤ \leftarrow جـ = ١$

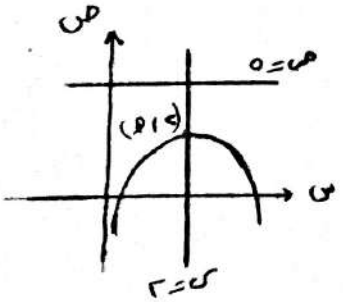
الرأس $(١، ١) \leftarrow$ البؤرة $(١ + ١، ١) = (٢، ١)$ (ج)

س١٢ جد معادلة القطع المكافئ المقعر للأسفل الذي محوره $س = ٣$ ودليله $ص = ٥$ وتبعد بؤرته (٨) وحدات عن دليله.

الحل: القطع مقعر للأسفل $\Leftarrow$ معادلته على الصورة

$(س - د)^2 = -٤جـ(ص - هـ)$

الرأس $(٣، هـ)$



المسافة بين البؤرة والدليل $= ٨$

$٢جـ = ٨ \Leftarrow جـ = ٤$

المسافة بين الدليل والرأس $=$

$٥ - هـ = ٤ \Leftarrow هـ = ٥ - ٤$

$هـ = ١$

الرأس $(٣، ١)$

المعادلة: $(س - ٣)^2 = -١٦(ص - ١)$

منهاجي
منصة التعليم الهادف

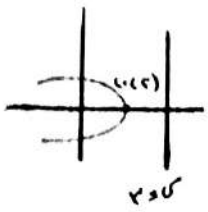
س١٣: معادلة الدليل للقطع المكافئ الذي معادلته
$ص^2 + 4ك - 8 = صفر$ هي

أ) $س = 1$ ب) $س = 3$
جـ) $ص = 1$ د) $ص = 3$

الحل: $ص^2 = -4ك + 8 \leftarrow ص^2 = -4(س - 2)$

للسار ← الرأس $(2، 0)$

$4جـ = 4 \leftarrow جـ = 1$

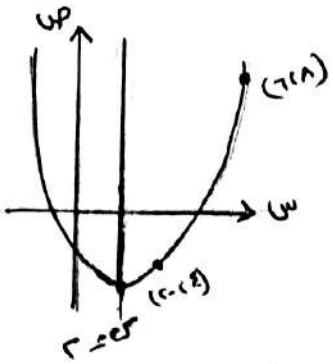


معادلة الدليل $س = 3$

(ب)

س١٤: جد معادلة القطع المكافئ الذي يمر بالنقطتين $(6، 8)$ و $(-4، 4)$ ومحوره المستقيم الذي معادلته $س = 2$.

الحل:



الرأس $(2، 4)$

معادلة القطع:

$(س - د)^2 = 4جـ(ص - هـ)$

$(س - 2)^2 = 4جـ(ص - 4)$

$(6، 8) \leftarrow (8 - 2)^2 = 4جـ(6 - هـ)$

$36 = 4جـ(6 - هـ)$

$9 = جـ(6 - هـ)$ -- ①

$(-4، 4) \leftarrow 4 = 4جـ(-2 - هـ)$

$1 = جـ(-2 - هـ)$ -- ②

بقسمة ① ÷ ② $\leftarrow \frac{9}{1} = \frac{جـ(6 - هـ)}{جـ(-2 - هـ)}$

$-18 - 9هـ = 6 - هـ \Leftarrow 8هـ = -24 \Leftarrow هـ = -3$

بالتعويض $\leftarrow 9 = جـ(6 - (-3)) \Leftarrow جـ = 1$

المعادلة: $(س - 2)^2 = 4(ص + 3)$

س١٥: قطع مكافئ معادلته $ص^2 - 4ص + 8ك - 4 = صفر$ جد كلاً مما يأتي لهذا القطع:

١) إحداثيي الرأس ٢) إحداثيي البؤرة
٣) معادلة المحور ٤) معادلة الدليل

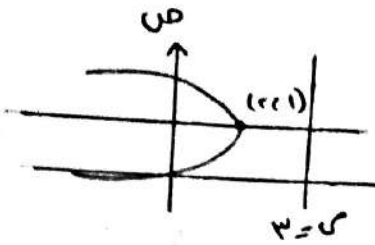
الحل: $ص^2 - 4ص = -8ك + 4$

$ص^2 - 4ص + 4 = -8ك + 4 + 4$

$(ص - 2)^2 = -8ك + 8$

$(ص - 2)^2 = -8(س - 1)$

رأس القطع $(1، 2)$



$4جـ = 8 \Leftarrow$

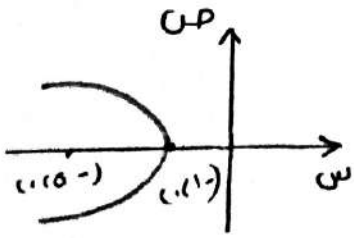
$جـ = 2$

البؤرة $(1 - 2، 2) = (-1، 2)$

معادلة المحور $ص = 2$

معادلة الدليل $س = 1 + 2 \Leftarrow س = 3$

س١٦: الشكل المجاور يمثل قطع مكافئ رأسه $(-1، 0)$ وبؤرته $(-5، 0)$ جد معادلة دليل هذا القطع المكافئ



أ) $س = 3$ ب) $س = 4$
جـ) $س = 5$ د) $ص = 0$

الحل: $جـ = -1 - 5 = 4$ (المسافة بين الرأس والبؤرة)

الدليل $س = -1 + 4$

$س = 3$

(أ)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

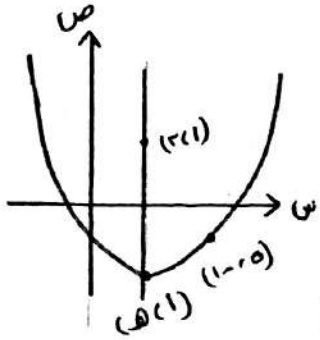
س١٧ اذا قطع أحد فرعي مخروط دائري قائم مزدوج بمستوى مائل موازياً لمستقيم على سطح المخروط فإن المنحنى الناتج من التقاطع يسمى :

أ) دائرة ب) قطع ناقص

ج) قطع مكافئ د) قطع زائد .

الجواب (ج) قطع مكافئ

س١٨ جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادات وبؤرته (٢،١) ويمر بالنقطة (٥،-١) ويقع رأسه أسفل بؤرته .



الحل: الصورة العامة لمعادلة هذا القطع

$(س-د)^2 = 4ج(ص-هـ)$

الرأس $(1، هـ)$

المعادلة: $(س-1)^2 = 4ج(ص-هـ)$

ج = المسافة بين البؤرة والرأس = $2-هـ$

$ج = 2-هـ \Leftarrow هـ = 2-ج$

$(5،-1)$ تقع على القطع المكافئ $\Leftarrow$

$(5-1)^2 = 4ج(-1-(2-ج))$

$16 = 4ج(-3+ج) \Leftarrow ج = -(3+ج)$

$ج^2 - 3ج - 4 = صفر$

$(ج-4)(ج+1) = صفر \leftarrow ج = 4$ أو -1 (مهمل)

$\Leftarrow هـ = 2-4 = -2 \Leftarrow$ الرأس $(1، -2)$

المعادلة: $(س-1)^2 = 16(ص+2)$

س١٩ اذا كانت معادلة محور القطع المكافئ هي $ص = -2$ ومعادلة دليله $ص = -1$ ويمر منحناه بالنقطة $(4، -5)$ فإن منحناه يتجه نحو :

أ) اليمين ب) اليسار ج) الأعلى د) الأسفل

الجواب: (أ) اليمين

س٢٠ منحنى القطع المخروطي الذي معادلته $(س-2)^2 - 16(ص+3) = صفر$ يتجه نحو :

أ) اليمين ب) اليسار ج) الأعلى د) الأسفل .

الحل: $(س-2)^2 = 16(ص+3)$ للأعلى (ج)

س٢١ معادلة الدليل للقطع المكافئ الذي معادلته $4ص = -س^2$ هي

أ) $ص = 1$ ب) $ص = -1$ ج) $س = 1$ د) $س = -1$

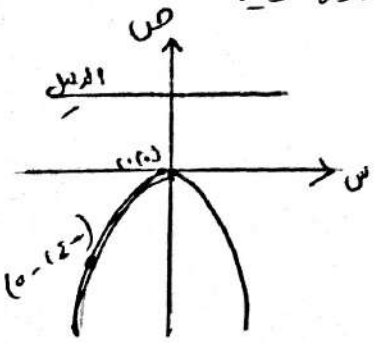
الحل: $س^2 = -4ص$ (للأسفل)

$4ج = 4 \leftarrow ج = 1$ الرأس $(0، 0)$

معادلة الدليل $ص = 1$ (أ)

س٢٢ قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل وبؤرته تقع على محور الصادات ويمر منحناه بالنقطة $(-4، -5)$ جد ما يلي

١) إحداثي بؤرته ٢) معادلة دليله .



الحل: $س^2 = -4ج ص$

$(-4، -5) \leftarrow$

$16 = 5ج \Leftarrow ج = \frac{16}{5} = \frac{4}{5}$

البؤرة $(0، -\frac{4}{5})$

معادلة الدليل $ص = \frac{4}{5}$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٣٣ قطع مكافئ معادلته
ص = ½ − س − ½ س² جد
١) إحداثيات البؤرة والرأس.
٢) معادلة الدليل.

الحل: (ص = ½ − س − ½ س²) × −٢
−٢ص = −١ + ٢س + س²
س² + ٢س = −٢ص + ١
س² + ٢س + ١ = −٢ص + ٢
(س + ١)² = −٢(ص − ١) (للأسفل)
الرأس (−١ ، ١)
٤ جـ = ٢ ← جـ = ½
البؤرة (−١ ، ١ − ½) = (−١ ، ½)
معادلة الدليل ص = ١ + ½
ص = ٣/٢ .

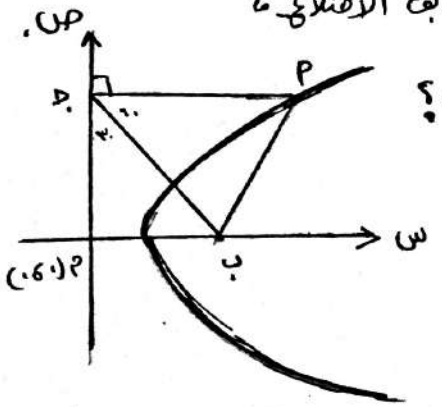
س٣٤ جد إحداثيات الرأس والبؤرة ومعادلة الدليل والمحور للقطع المخروطي الذي معادلته
٣س² − ٤ = ٨ص + ١٢س .

الحل: ٣س² − ١٢س = ٨ص + ٤
٣(س² − ٤س + ٤) = ٨ص + ٤ + ١٢
٣(س − ٢)² = ٨ص + ١٦
٣(س − ٢)² = ٨(ص + ٢)
(س − ٢)² = ٨/٣ (ص + ٢) (للأعلى)
الرأس (٢ ، −٢) / ٤ جـ = ٨/٣ ⇐ جـ = ٢/٣
البؤرة (٢ ، −٢ + ٢/٣) = (٢ ، −٤/٣)
معادلة المحور: س = ٢
معادلة الدليل: ص = −٢ − ٢/٣
ص = −٨/٣ .

س٣٥ جد إحداثيي الرأس والبؤرة ومعادلة الدليل والمحور للقطع المكافئ الذي معادلته:
٤ص² − ٤س = ٨ص + ٣

الحل: ٤ص² − ٨ص = ٤س + ٣
٤(ص² − ٢ص + ١) = ٤س + ٣ + ٤
٤(ص − ١)² = ٤س + ٧
(ص − ١)² = (س + ٧/٤) (لليمين)
الرأس (−٧/٤ ، ١)
٤ جـ = ١ ← جـ = ١/٤ .
البؤرة (−٧/٤ + ١/٤ ، ١) = (−٦/٤ ، ١) = (−٣/٢ ، ١)
الدليل: س = −٧/٤ − ١/٤ ⇐ س = −٨/٤ = −٢
معادلة المحور: ص = ١ .

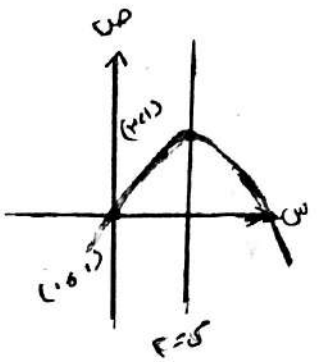
س٣٦ الشكل أدناه يمثل منحنى قطع مكافئ بؤرته النقطة ب.
وكان المثلث أ ب جـ متطابق الأضلاع و
طول ضلعه (٤٠) وحدة
فجد معادلة القطع المكافئ؟



الحل:
المثلث متطابق الأضلاع
قياس كل من زواياه = ٦٠°
∠ ب جـ م = ٣٠°
جا ٣٠° = ب م / ب جـ ⇐ ½ = ب م / ٤٠ ⇐ ب م = ٢٠
بعد البؤرة عن الدليل = ٢٠ ⇐ ٢ جـ = ٢٠ ⇐ جـ = ١٠
بعد الرأس عن الدليل = ½ × ٢٠ = ١٠
الرأس (١٠ ، ٠) و البؤرة (٢٠ ، ٠)
المعادلة: (ص − ك)² = ٤ جـ (س − د)
ص² = ٤٠ (س − ١٠)
ص² = ٤٠س − ٤٠٠

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٧ جد معادلة القطع المكافئ الذي يمر بالنقطتين (٠،٠) ، (٣،١) ومحوره المستقيم الذي معادلته س = ٢ .



الحل:

بما أن المحور هو المستقيم

س = ٢ ⇐ إما للأعلى

أو للأسفل

لكنه يمر بالنقطتين (٠،٠) ، (٣،١)

⇐ فهو للأسفل

الرأس (٢ ، هـ)

المعادلة : $(س-٢)^{٢} = -٤ ب (ص - هـ)$

(٠،٠) ← $(٠-٢)^{٢} = -٤ ب (٠ - هـ)$

$٤ = -٤ ب \times -هـ$

$١ = ب هـ \Leftarrow هـ = \frac{١}{ب}$

(١،٣) ← $(١-٢)^{٢} = -٤ ب (٣ - هـ)$

$١ = -٤ ب (٣ - \frac{١}{ب})$

$١ = -١٢ ب + ٤ \Leftarrow -١٢ ب = -٣$

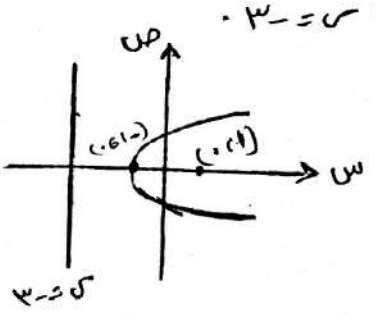
$\Leftarrow ب = \frac{٣}{١٢} = \frac{١}{٤}$

$هـ = \frac{١}{ب} = \frac{١}{\frac{١}{٤}} = ٤$.

∴ معادلة القطع : $(س-٢)^{٢} = -٤ \times \frac{١}{٤} (ص - ٤)$

$(س-٢)^{٢} = -(ص - ٤)$

س٨ جد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته (١،٠) ومعادلة دليله س = -٣ .



الحل: المسافة بين البؤرة والدليل = ٢ ب

$٢ ب = ١ - (-٣) = ٤$

$ب = ٢$

رأس القطع = $(\frac{١ + (-٣)}{٢} ، ٠) = (-١ ، ٠)$

معادلة القطع:

$(ص - هـ)^{٢} = ٤ ب (س - د)$

$(ص - ٠)^{٢} = ٤ \times ٢ (س + ١)$

$ص^{٢} = ٨ (س + ١)$

س٩ حل قطع مكافئ معادلته

$ص^{٢} - ١٢ ص - ١٦ س = ١٤$ جد كلا مما يلي :

١) إحداثيي الرأس ٢) إحداثيي البؤرة

٣) معادلة الدليل ٤) معادلة المحور .

الحل: نقسم المعادلة على (٢)

$ص^{٢} - ٦ ص - ٨ س = ٧$

$ص^{٢} - ٦ ص + ٩ = ٨ س + ٧ + ٩$

$(ص - ٣)^{٢} = ٨ س + ١٦$

$(ص - ٣)^{٢} = ٨ (س + ٢)$ (لليمين)

$٤ ب = ٨ \Leftarrow ب = ٢$

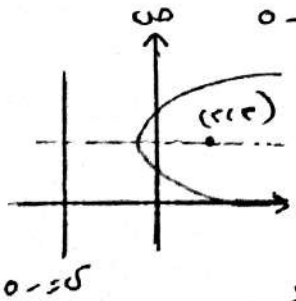
رأس القطع (-٢، ٣)

البؤرة (-٢+٢، ٣) = (٠، ٣)

معادلة الدليل س = -٢-٢ ⇐ س = -٤

معادلة المحور ص = ٣

س١٠ جد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته النقطة (٢،٥) ومعادلة دليله س = -٥



الحل الرأس في منتصف المسافة بين البؤرة والدليل

$(\frac{٢ + (-٥)}{٢} ، ٢) = (-\frac{٣}{٢} ، ٢)$

المسافة بين الرأس والبؤرة = ب

$ب = ٢ - (-\frac{٣}{٢}) = \frac{٧}{٢}$

المعادلة : $(ص - هـ)^{٢} = ٤ ب (س - د)$

$(ص - ٢)^{٢} = ٤ \times \frac{٧}{٢} (س + \frac{٣}{٢})$

$(ص - ٢)^{٢} = ١٤ (س + \frac{٣}{٢})$

منهاجي متعة التعليم الهادف