أسئلة وزارية
الوحدة الخامسة: القطوع المخروطية
أسئلة وزارية على المحل الهندسي
الثاني عشر العلمي
إعداد المعلمة: ميسون الحسين
0798959071
شبكة منهاجي التعليمية

س١ تتحرك النقطة و(س، ص) بحيث يتحدد موقعها بالمعادلتين س = ٥ قاهـ - ٤ ، ص = ٢ - ٣ ظاهـ حيث هـ زاوية متغيرة جد معادلة مسار النقطة و، ثم بين نوعه.

الحل: ص = ٢ - ٣ ظاهـ ⇐ ص - ٢ = -٣ ظاهـ

$\frac{ص-٢}{-٣}$ = ظاهـ ⇐ ظا²هـ = $\frac{(ص-٢)^2}{٩}$.

س = ٥ قاهـ - ٤ ⇐ ٥ قاهـ = س + ٤

قاهـ = $\frac{س+٤}{٥}$ ⇐ قا²هـ = $\frac{(س+٤)^2}{٢٥}$

قا²هـ = ١ + ظا²هـ ⇐

قا²هـ - ظا²هـ = ١

$\frac{(س+٤)^2}{٢٥} - \frac{(ص-٢)^2}{٩} = ١$

وهذه تمثل قطع زائد.

س٢ جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة و(س، ص) في المستوى، بحيث يكون بعدها عن النقطة (٠، ٢) مساوياً ثلثي بعدها عن المستقيم ص = ٩، ثم بين نوعه.

الحل: بعد النقطة (س، ص) عن النقطة (٠، ٢)

= $\frac{٢}{٣}$ × البعد عن المستقيم ص = ٩

$\sqrt{(س-٠)^2 + (ص-٢)^2} = \frac{٢}{٣} \times \frac{|ص-٩|}{\sqrt{٠+١}}$

$س^2 + ص^2 - ٤ص + ٤ = \frac{٢}{٣} \times |ص-٩|$

بتربيع الطرفين

$س^2 + ص^2 - ٤ص + ٤ = \frac{(ص-٩)^2}{٩}$

$٩س^2 + ٩ص^2 - ٣٦ص + ٣٦ = ٤ص^2 - ٣٦ص + ٨١$

$٩س^2 + ٥ص^2 = ٤٥$

$\frac{س^2}{٥} + \frac{ص^2}{٩} = ١$ قطع ناقص.

س٣ جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة ن (س، ص) التي تتحرك على بعدين متساويين من المستقيمين

ص = س + ١ ، ص = ١ - س .

الحل: ف١ = ف٢

$\left|\frac{س - ص + ١}{\sqrt{١+١}}\right| = \left|\frac{س + ص - ١}{\sqrt{١+١}}\right|$

$\frac{|س - ص + ١|}{\sqrt{٢}} = \frac{|س + ص - ١|}{\sqrt{٢}}$

|س - ص + ١| = |س + ص - ١|

إما ص - ص + ١ = ص + ص - ١

⇐ ٢ص = ٢ ⇐ ص = ١

أو س - ص + ١ = -س - ص + ١

⇐ ٢س = ٠

⇐ س = ٠

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٤س تتحرك النقطة و(س،ص) في المستوى بحيث يتحدد موقعها بالمعادلتين :
س = ظا هـ + ظتا هـ ، ص = ظتا٢هـ
حيث هـ زاوية متغيرة ، جد معادلة مسار النقطة (و) ثم بين نوع هذا المسار.

الحل: س = ظا هـ + ظتا هـ

$س = \frac{جا هـ}{جتا هـ} + \frac{جتا هـ}{جا هـ} = \frac{جا^2 هـ + جتا^2 هـ}{جا هـ \, جتا هـ}$

$س = \frac{1}{\frac{1}{2} جا 2هـ} = 2 قتا 2هـ$

$\frac{س}{2} = قتا 2هـ$.

$قتا^2 2هـ = ظتا^2 2هـ + 1$

$\frac{س^2}{4} = ص^2 + 1$

$\frac{س^2}{4} - ص^2 = 1$ قطع زائد.

٥س تتحرك النقطة و(س،ص) في المستوى الاحداثي بحيث يتحدد موقعها في اللحظة ن ≥ ٠ بالمعادلتين س = ٣ن ، ص^٢ = ٦ن - ٩ن^٢ ، فإن الحل الهندسي للنقطة و(س،ص) هو :

أ) دائرة ب) قطع مكافئ
جـ) قطع ناقص د) قطع زائد .

الحل: $س = 3ن \leftarrow ن = \frac{س}{3}$

$ص^2 = 6ن - 9ن^2$

$ص^2 = 6 \times \frac{س}{3} - 9 \times \frac{س^2}{9}$.

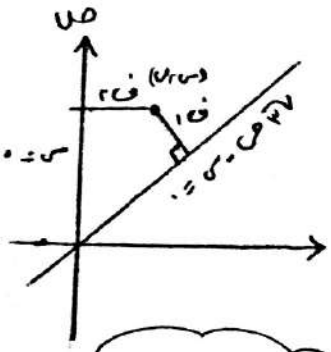
$ص^2 = 2س - س^2$.

$ص^2 + س^2 = 2س$ دائرة (أ)

٦س تتحرك النقطة ن(س،ص) في الربع الأول من المستوى الاحداثي بحيث تبقى على بعدين متساويين من محور الصادات والمستقيم $\sqrt{3}$ ص - س = ٠ فإن معادلة المسار الهندسي للنقطة ن(س،ص) هي :

أ) $ص = \frac{3}{\sqrt{3}} س$ ب) $ص = \frac{-3}{\sqrt{3}} س$

جـ) $ص = \frac{1}{\sqrt{3}} س$ د) $ص = \frac{-1}{\sqrt{3}} س$.



في الربع الأول
اس ا = س

الحل: ف١ = ف٢

$\frac{|\sqrt{3}ص - س|}{|1+3|} = \frac{|س|}{2}$

$\frac{|\sqrt{3}ص - س|}{2} = |س|$

$\sqrt{3}ص - س = 2س$

$\sqrt{3}ص = 3س$

$ص = \frac{3}{\sqrt{3}} س$. (أ)

٧س تتحرك النقطة و(س،ص) في المستوى الاحداثي حيث يتحدد موقعها بالمعادلتين : س = ظا هـ ، ص = قا هـ
هـ زاوية متغيرة ، فما معادلة مسار النقطة و ؟

أ) $ص^2 - س^2 = 1$ ب) $2ص^2 + 2س^2 = 1$

جـ) $س^2 - ص^2 = 1$ د) $2ص^2 - 2س^2 = 1$

الحل: $س = ظا هـ \leftarrow س^2 = ظا^2 هـ$

$ص = قا هـ \leftarrow ص^2 = قا^2 هـ$

$قا^2 هـ - ظا^2 هـ = 1$

$ص^2 - س^2 = 1$ (أ)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٨ معادلة المحل الهندسي للنقطة ن (س، ص) التي تتحرك في المستوى الاحداثي بحيث يكون بعدها عن المستقيم الذي معادلته ص = ٥ مساوياً دائماً لبعدها عن المستقيم الذي معادلته ص = -٣ هي :

أ) س = ١ ب) س = ٢

ج) ص = ٤ د) ص = ١

الحل: $\frac{|ص - ٥|}{\sqrt{١^٢}} = \frac{|ص + ٣|}{\sqrt{١^٢}}$

$|ص - ٥| = |ص + ٣|$

$ص - ٥ = ص + ٣$ أو $ص - ٥ = -(ص + ٣)$

$-٥ = ٣$ مرفوض $ص - ٥ = -ص - ٣$

$٢ص = ٢ \Leftarrow ص = ١$ (د)

س٩ المحل الهندسي للنقطة ن (س، ص) التي تتحرك في المستوى البياني بحيث يكون الفرق المطلق بين بعديها عن نقطتين ثابتين لسادي مقداراً ثابتاً هو :

أ) دائرة ب) قطع مكافئ

ج) قطع ناقص د) قطع زائد .

الحل: قطع زائد (د)

س١٠ تتحرك النقطة و (س، ص) في المستوى الاحداثي بحيث يتحدد موقعها في المنطقة ن ≤ . بالمعادلتين س = جتا ن ، ص = جتا ن فإن معادلة المحل الهندسي للنقطة و (س، ص) هي

أ) ص = ٢ك^٢ + ١ ب) ص = ٢ - ٢ك^٢

ج) ص = ٢ك^٢ - ١ د) ص = ٢ + ٢ك^٢

الحل: ص = جتا٢ن = ٢جتا^٢ن - ١

لكن س = جتا ن ⇐ ص = ٢ك^٢ - ١ (ب)

س١١ اذا قُطع أحد فرعي مخروط دائري قائم مزدوج بمستوى مائل قليلاً عن المحور فإن الشكل الناتج هو

أ) دائرة ب) قطع مكافئ

ج) قطع زائد د) قطع ناقص

الحل: (د) قطع ناقص.

س١٢ جد معادلة المحل الهندسي للنقطة م(س، ص) المتحركة في المستوى بحيث تبعد بعداً ثابتاً مقداره (٣) وحدات عن المستقيم ٣ك + ٤ص = ٥ وتمر أثناء حركتها بمركز الدائرة التي معادلتها

$(س - ٤)^٢ + (ص - ٣)^٢ = ٩$.

الحل: مركز الدائرة (٤، ٣)

$$\left|\frac{٣س + ٤ص - ٥}{\sqrt{٣^٢ + ٤^٢}}\right| = ٣$$

$$\frac{|٣س + ٤ص - ١٥|}{٥} = ٣$$

$|٣ك + ٤ص - ١٥| = ١٥$

$٣ك + ٤ص - ١٥ = ١٥$ أو $٣ك + ٤ص - ١٥ = -١٥$

$٣ك + ٤ص = ٣٠$ $٣ك + ٤ص = ٠$

النقطة (٤، ٣) النقطة (٤، ٣)

$٣ \times ٤ + ٤ \times ٣ = ٣٠$ لا تحقق المعادلة

∴ معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة هي

$٣ك + ٤ص - ٣٠ = ٠$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س١٣ تتحرك النقطة د (س، ص) في المستوى الديكارتي بحيث يكون الفرق المطلق بين بعديها عن النقطتين (٣، ٨) ، (٣-، ٤-) يساوي ٦ وحدات أجب عما يأتي :

١) ما نوع القطع المخروطي الذي يمثله الحل الهندسي للنقطة المتحركة د ؟

٢) أكتب معادلة الحل الهندسي للنقطة المتحركة د.

الحل: ١) الحل الهندسي هو قطع زائد محوره المقاطع يوازي الصادات

٢) البؤرتان (٣، ٨) ، (٣-، ٤-)

المركز $\left(3 ، \frac{8+(-4)}{2}\right) = (3 ، 2)$

جـ : المسافة بين البؤرة والمركز

جـ = ٨ - ٢ = ٦

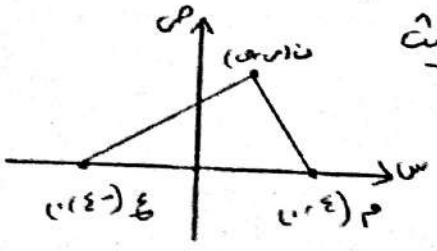
من السؤال ٢ب = ٦ ⇐ ب = ٣

ب٢ = جـ٢ - ب٢ ⇐ ب٢ = ٣٦ - ٩ = ٢٧

معادلة القطع :

$$\frac{(ص-2)^2}{9} - \frac{(س-3)^2}{27} = 1$$

س١٤ في الشكل المجاور اذا تحركت النقطة ن (س، ص) في المستوى بحيث يكون



ن م + ن ع + م ع = ٢٨ سم ، جد معادلة الحل الهندسي للنقطة المتحركة ن (س، ص).

الحل: الحل الهندسي لحركة النقطة ن هو قطع ناقص بؤرتاه م ، ع ومركزه (٠، ٠) ومحوره الأكبر ينطبق على السينات

الصورة العامة لمعادلة هذا القطع هي

$$\frac{س^2}{ب^2} + \frac{ص^2}{ب^2} = 1$$

جـ = م ع = ٤ - ٤- = ٨ ⇐ **جـ = ٤**

٢ب = ن م + ن ع = ٢٨ - ٨ = ٢٠ ⇐ **ب = ١٠**

ب٢ = ب٢ - جـ٢ ⇐ ب٢ = ١٠٠ - ١٦ = ٨٤

معادلة القطع : $\frac{س^2}{100} + \frac{ص^2}{84} = 1$

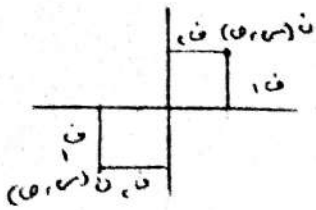
س١٥ تتحرك النقطة ن (س، ص) في الربعين الأول والثالث من المستوى البياني بحيث تبقى على بعدين متساويين من المحورين الاحداثيين . إن معادلة الحل الهندسي للنقطة ن (س، ص) هي :

أ) ص = س٣ ب) س = ص٣

جـ) ص = -س د) ص = س .

الحل: معادلة محور السينات ص = ٠

معادلة محور الصادات س = ٠



ف١ = ف٢

$\frac{|ص|}{1} = \frac{|س|}{1}$

|ص| = |س|

ص = س أو ص = -س

مرفوضة لأن النقطة في الربع الأول أو الثالث

(د)

منهاجي
منصة التعليم الهادف

س١٦ تتحرك نقطة ن (س، ص) في المستوى بحيث يتحدد موقعها بالمعادلتين
س = جا هـ − جتا هـ ، ص = جا هـ جتا هـ
حيث هـ زاوية متغيرة ، معادلة الحل الهندسي للنقطة ن (س، ص) هي :
أ) قطع ناقص ب) قطع زائد
ج) قطع مكافئ د) دائرة .

الحل : س^{٢} = جا^{٢}هـ − ٢ جا هـ جتا هـ + جتا^{٢}هـ
س^{٢} = ١ − ٢ جا هـ جتا هـ
ص^{٢} = جا هـ جتا هـ
⇐ س^{٢} = ١ − ٢ ص^{٢} ⇐ س^{٢} + ٢ ص^{٢} = ١
معادلة قطع ناقص (أ)

س١٧ تتحرك النقطة و (س، ص) في المستوى بحيث س = ٣ + ٢ جا هـ ، ص = ٤ + ٢ جتا هـ حيث هـ زاوية متغيرة . جد معادلة الحل الهندسي للنقطة و (س، ص) وبين نوعه .

الحل : س = ٣ + ٢ جا هـ ⇐ جا هـ = $\frac{س-٣}{٢}$
جا^{٢}هـ = $\frac{(س-٣)^{٢}}{٤}$.
ص = ٤ + ٢ جتا هـ ⇐ جتا هـ = $\frac{ص-٤}{٢}$
جتا^{٢}هـ = $\frac{(ص-٤)^{٢}}{٤}$.
جا^{٢}هـ + جتا^{٢}هـ = ١
$\frac{(س-٣)^{٢}}{٤}$ + $\frac{(ص-٤)^{٢}}{٤}$ = ١
(س − ٣)^{٢} + (ص − ٤)^{٢} = ٤ معادلة دائرة

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س١٨ جد معادلة الحل الهندسي للنقطة المتحركة ن (س، ص) في المستوى بحيث تبعد بعداً ثابتاً مقداره ٥ وحدات عن المستقيم ٦ص = ٨ك + ٤ وتمر أثناء حركتها بالنقطة ($\frac{1}{2}$ ، −٢) .

الحل: ٨س − ٦ص + ٤ = صفر
ف = $\left|\frac{٨س - ٦ص + ٤}{\sqrt{٦٤ + ٣٦}}\right|$

٥ = $\frac{|٨ك - ٦ص + ٤|}{١٠}$

|٨ك − ٦ص + ٤| = ٥٠

٨ك − ٦ص + ٤ = ٥٠ أو ٨ك − ٦ص + ٤ = −٥٠

٨ك − ٦ص = ٤٦ ٨ك − ٦ص = −٥٤

لكن المستقيم المطلوب يمر بالنقطة ($\frac{1}{2}$ ، −٢)
وهي تحقق المعادلة ٨ك − ٦ص = ٤٦ .

س١٩ تتحرك النقطة و (س، ص) في المستوى بحيث يتحدد موقعها في النقطة ن ⇐ صفر بالمعادلتين س = جتا^{٢}ن ، ص = ٣ جا^{٢}ن ، جد معادلة مسار النقطة و ، ثم بين نوعه .

(جا^{٢}ن = $\frac{1}{3}$ ص)

الحل: جتا^{٢}ن = ١ − ٢ جا^{٢}ن
س = ١ − ٢ ($\frac{1}{3}$ ص)^{٢}
س = ١ − $\frac{2}{9}$ ص^{٢}

$\frac{2}{9}$ ص^{٢} = ١ − س ⇐ ٢ص^{٢} = ٩ − ٩س
ص^{٢} = −٩ (س − ١)
وهذه معادلة قطع مكافئ .

س٦ جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة (س، ص) والتي يكون بعدها عن النقطة (١،٣) مساوياً لبعدها عن المستقيم س = -١.

الحل:

$$\sqrt{(س-٣)^٢ + (ص-١)^٢} = \left|\frac{س+١}{\sqrt{١+٠}}\right|$$

تربيع الطرفين

$$(س-٣)^٢ + (ص-١)^٢ = (س+١)^٢$$

$$س^٢ - ٦س + ٩ + ص^٢ - ٢ص + ١ = س^٢ + ٢س + ١$$

$$ص^٢ - ٢ص = ٨س - ٩$$

$$ص^٢ - ٢ص + ١ = ٨س - ٨$$

$$(ص-١)^٢ = ٨(س-١)$$

معادلة قطع مكافئ

س٧ جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة ن (س، ص) التي يكون بعدها عن المستقيم س = ٧ يساوي ثلثي بعدها عن النقطة م (١، ٠) وبين نوعه.

الحل:

$$\frac{|س-١٧|}{\sqrt{١+٠}} = ٢\sqrt{(س-١)^٢ + ص^٢}$$

تربيع الطرفين

$$(س-٧)^٢ = ٤((س-١)^٢ + ص^٢)$$

$$س^٢ - ١٤س + ٤٩ = ٤(س^٢ - ٢س + ١ + ص^٢)$$

$$س^٢ - ١٤س + ٤٩ = ٤س^٢ - ٨س + ٤ + ٤ص^٢$$

$$٣س^٢ + ٦س + ٤ص^٢ = ٤٥$$

$$٣(س^٢ + ٢س + ١) + ٤ص^٢ = ٤٥ + ٣$$

$$٣(س+١)^٢ + ٤ص^٢ = ٤٨ \quad (\div ٤٨)$$

$$\frac{(س+١)^٢}{١٦} + \frac{ص^٢}{١٢} = ١$$

قطع ناقص.

منهاجي
متعة التعليم الهادف