أسئلة وزارية
الوحدة الثالثة: تطبيقات التفاضل
الثاني عشر العلمي
إعداد المعلمة: ميسون الحسين
0798959071
شبكة منهاجي التعليمية

اسئلة وزارية:

س١ جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران $ق(س) = س^{٣} + |س - ٤|$ عندما $س = ٣$

س٢ جد مساحة المثلث القائم الزاوية المكون من المماس المرسوم لمنحنى العلاقة $ص = ٨س$ ، $س > ٠$ عند النقطة $(٢، ٤)$ ومحور السينات والمستقيم $س = ٤$

س٣ اذا كان المستقيم $س + ٦ص + ك = ٠$ يمس منحنى الاقتران $ق(س) = \frac{٣س}{س - ٢}$ ، $س \neq ٢$ فجد قيمة (قيم) الثابت $ك$ ؟

س٤ جد مساحة المثلث المكون من المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران $ق(س) = س^{٣} + ١$ عند النقطة $(١، ٢)$ والمستقيم $ص = ١$ علماً بأن معادلة العمودي $ص = -\frac{١}{٤}س + \frac{١١}{٢}$.

س٥ جد النقطة التي يكون عندها المماس لمنحنى العلاقة $(ص - ٣)^{٢} = س + ٤$ موازياً للمستقيم $٤س + ٤ص + ١ = ٠$.

س٦ جد مساحة المثلث القائم الزاوية المكون من المماس المرسوم لمنحنى العلاقة $ص = ٨س$ ، $س > ٠$ عند النقطة $(٢، ٤)$ ومحور السينات والمستقيم $س = ٤$

س٧ جد النقطة الواقعة على منحنى العلاقة $(ص - ٤)^{٢} = س + ٢$ والتي عندها المماس يوازي المستقيم الذي معادلته $٣س + ٦ص + ٢ = ٠$.

س٨ اذا كان المستقيم $ك س - ص + ج = ٠$ يمس منحنى الاقتران $ق(س) = \frac{-٢}{س}$ ، $س \neq ٠$ عند النقطة $(س_{١}، ص_{١})$ الواقعة على منحناه فجد قيم الثابت $ج$

س٩ بين أن لمنحنى الاقتران $ق(س) = س^{٣} + ٤$ مماسين مرسومين من النقطة $(١، ٥)$

س١٠ جد مساحة المثلث الواقع في الربع الأول والمحصور بين محوري السينات والصادات ومماس منحنى العلاقة $ص = \frac{٥}{س} - \frac{س}{٥}$ ، $س \neq ٠$ عند النقطة $(١، ٠)$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أسئلة وتمارين:

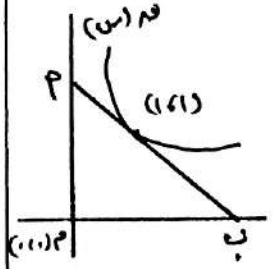
س١١ إذا كان ل(س)، هـ(س) اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان

ل(س) × هـ'(س) = م حيث م ثابت، م ≠ ٠.

وكان هـ(٢) = ٣√٢ ، هـ'(٢) = -٢√٢

فجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ل(س) عندما س = ٢

س١٢ معتمداً على الشكل التالي الذي يمثل المثلث م م ب الذي ضلعه $\overline{م ب}$ يمس منحنى الاقتران $ه(س) = \frac{ج}{1+س}$ ، س ≠ -١

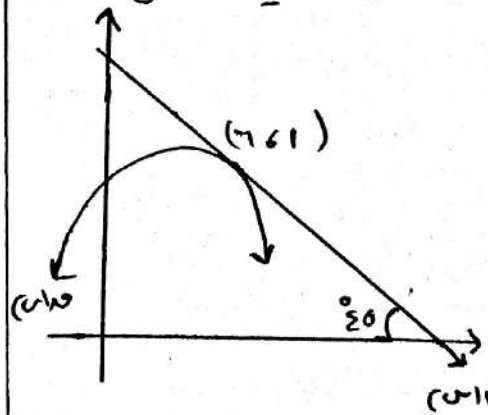


عند النقطة (١، ١) فجد قيمة الثابت ج التي تجعل مساحة المثلث = $\frac{9}{4}$ وحدة مربعة

س١٣ إذا كان ه(س) = ل'(س) اقترانين قابلين للاشتقاق بحيث أن ه(س) = (س+٣) ل'(س)

وكان م(س) مماساً للاقتران ه(س) عند النقطة (٦، ١) كما في الشكل

فجد ل''(٣).



س١٤ جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى العلاقة $(س + ٢ص)^3 - ٤س + ٦ص = ٤٣$ عند نقطة تقاطع منحنى العلاقة مع المستقيم ٦ص = ٩ - ٣س.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل الاسئلة الوزارية :

س١) $ق(٣) = ٩ + ١ = ١٠$ (١٠، ٢)

$ق(س) = س^{٣} - س + ٤$ عندما $س = ٣$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١$

$ق'(٣) = ٢٧ - ١ = ٢٦$

معادلة المماس : $ص - ١٠ = ٢٦(س - ٣)$

$ص - ١٠ = ٢٦س - ٧٨$

$ص = ٢٦س - ٦٨$

معادلة العمودي : $ص - ١٠ = -\frac{١}{٢٦}(س - ٣)$

$ص - ١٠ = -\frac{١}{٢٦}س + \frac{٣}{٢٦}$

$ص = -\frac{١}{٢٦}س + \frac{٢٦٣}{٢٦}$.

س٢) $ق(١) = ١$ ، $هـ(١) = ١$

∴ نقطة التقاطع هي $(١، ١)$

ميل المماس لمنحنى $ق$ هو

$ق'(١) = \frac{-١}{٢\sqrt{١-١}} = -\frac{١}{٢}$.

معادلة المماس : $ص - ١ = -\frac{١}{٢}(س - ١)$

$ص - ١ = -\frac{١}{٢}س + \frac{١}{٢}$

$ص = -\frac{١}{٢}س + \frac{٣}{٢}$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٣) $س^{٣} + ٣ص^{٢} + ٩ = ٠$ نشتقه

$٣س^{٢} + ٦ص ص' = ٠ \Leftarrow ص' = -\frac{١}{٢}$ (ميل المستقيم)

$ق'(س) = \frac{(س-٢) \times ٣ - ٣ \times ١}{(س-٢)^{٢}} = \frac{-٦}{(س-٢)^{٢}}$

$ص' = ق' \Leftarrow -\frac{١}{٢} = \frac{-٦}{(س-٢)^{٢}}$

$\Leftarrow (س-٢)^{٢} = ٣٦$

$س^{٢} - ٤س + ٤ = ٣٦ \Leftarrow س^{٢} - ٤س - ٣٢ = ٠$

$(س-٨)(س+٤) = ٠ \Leftarrow س = ٨ ، -٤$

عندما $س = ٨$ ، $ق(٨) = \frac{٨ \times ٢}{٨-٢} = ٤$

∴ النقطة $(٨، -٤)$ بالتعويض في معادلة المستقيم

$٨ + ٦ \times ٤ + ٩ = ٠ \Leftarrow ٩ = -٣٢$

عندما $س = -٤$ ، $ق(-٤) = \frac{-٤ \times ٢}{-٤-٢} = ٢$

∴ النقطة $(-٤، ٢)$ وبالتعويض في المعادلة

$-٤ + ٦ \times ٢ + ٩ = ٠ \Leftarrow ٩ = -٨$.

س٤) $ق'(س) = \frac{-١}{٢\sqrt{٤-س}}$.

$هـ'(س) = ٢س$.

$ق'(س) \times هـ'(س) = -١$

$\frac{-١}{٢\sqrt{٤-س}} \times ٢س = -١$

$س = \sqrt{٤-س}$ بالتربيع

$س^{٢} = ٤ - س$

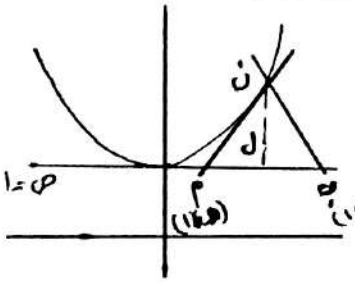
$س^{٢} + س - ٤ = ٠$

$(س+٢)(س-١) = ٠ \Leftarrow س = ١ ، -٢$

نهمل -٢ لانها ليست نقطة تقاطع .

حل الأسئلة الوزارية

س٤



ق(س) = ٢س

ق(٢) = ٤

ميل المماس = م = ٤

ميل العمودي = $-\frac{١}{٤}$.

أ (جـ، ١) نقطة خارجية على المماس

ميل المماس = $\frac{٥-١}{جـ-٢}$ = ٤

$\Leftarrow \frac{٤}{٢-جـ}$ = ٤ ⇐ جـ = ١

ب (د، ١) نقطة خارجية على العمودي

ميل العمودي = $\frac{٥-١}{٢-د} = -\frac{١}{٤}$

$\Leftarrow \frac{٤}{٢-د} = -\frac{١}{٤}$ ⇐ د = ١٨ .

طول $\overline{أب}$ = ١٨ - ١ = ١٧

ارتفاع المثلث = ٥ - ١ = ٤ .

المساحة = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع .

= $\frac{١}{٢} \times ١٧ \times ٤$ = ٣٤ .

س٥ $(ص-٣)^{٢} = س+٤$

$٢(ص-٣)\, ص' = ١ \Leftarrow ص' = \frac{١}{٢(ص-٣)}$

المستقيم : $٢ + ٤ص' = ٠ \Leftarrow ص' = -\frac{١}{٢}$

$ص' = ص'$ (لسببين التوازي)

$\frac{١}{٢(ص-٣)} = -\frac{١}{٢}$

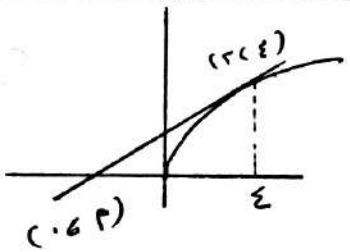
$-ص + ٣ = ١ \Leftarrow ص = ٢$

بالتعويض $(ص-٣)^{٢} = س+٤$

$١ = س+٤ \Leftarrow س = -٣$

النقطة $(-٣، ٢)$

س٦



ميل المماس = $\frac{١}{٢\sqrt{س}}$

= $\frac{١}{٢\sqrt{٤}} = \frac{١}{٤}$.

ميل المماس = $\frac{٠-٢}{٤-ع} = \frac{١}{٤}$

$٨ = ٤-ع \Leftarrow ع = ٨-٤ = -٤$

طول القاعدة = ٤ + ٤ = ٨ .

المساحة = $\frac{١}{٢}$ القاعدة × الارتفاع .

= $\frac{١}{٢} \times ٨ \times ٢ = ٨$.

س٧ $٣س^{٢} + ٦ص + ٢ =$ صفر نشتق

$٣ + ٦ص' = ص' \Leftarrow ص' = -\frac{١}{٢}$

$(ص-٤)^{٢} = س+٢$

$٢(ص-٤)\, ص' = ١$ لكن $ص' = -\frac{١}{٢}$

$٢(ص-٤) \times -\frac{١}{٢} = ١$

$٤ - ص = ١ \Leftarrow ص = ٣$

بالتعويض $(٣-٤)^{٢} = س+٢$

$١ = س+٢ \Leftarrow س = -١$

النقطة $(-١، ٣)$

منهاجي
منصة التعليم الهادف

حل الاسئلة الوزارية :

س٨ نشتق معادلة المستقيم

٢ - ص' = ٠ ⟸ ص' = ٢

ق'(س) = ٢/س^٢ ← ص' = ق'

٢/س^٢ = ٢ ⟸ س^٢ = ١ ⟸ س = ± ١

عند س = ١ ، ق(١) = ٢/١ = ٢

النقطة (١ ، ٢)

بالتعويض في معادلة المستقيم

٢ × ١ - (-٢) + جـ = ٠ ⟸ جـ = -٤

وعند س = -١ : ق(-١) = ٢/-١ = -٢

النقطة (-١ ، -٢)

بالتعويض في معادلة المستقيم

٢ × -١ - ٢ + جـ = ٠ ⟸ جـ = ٤ .

س٩ نفرض نقطة التماس (س ، ص)

م١ = (ص - ١)/(س - ١) = (س^٢ + ٤ - ١)/(س - ١) = (س^٢ + ٣)/(س - ١)

م٢ = ق'(س) = ٢س

(س^٢ + ٣)/(س - ١) = ٢س

س^٢ + ٣ = ٢س^٢ - ٢س

س^٢ - ٢س - ٣ = ٠

(س - ٣)(س + ١) = ٠

س = ٣ ، س = -١

عند س = ٣ ، ق(٣) = ٩ + ٤ = ١٣ (١٣ ، ٣)

م = ق'(٣) = ٦

المماس : ص - ١٣ = ٦(س - ٣)

ص - ١٣ = ٦س - ١٨

ص = ٦س - ٥

عند س = -١ ، ق(-١) = ١ + ٤ = ٥ (-١ ، ٥)

م = ق'(-١) = ٢ × -١ = -٢

المماس : ص - ٥ = -٢(س + ١)

ص - ٥ = -٢س - ٢

ص = -٢س + ٣

س١٠ ص = ٥/س^٢ - ١/٥ .

ميل المماس : ص'(٠٫٥) = -١٠/٢٥ - ١/٥ = -٢/٥ .

معادلة المماس : ص - ٠ = -٢/٥ (س - ٥)

ص = -٢/٥ س + ٢

يقطع محور الصادات عند س = ٠

ص = ٠ + ٢ = ٢ ⟸ ص = ٢

يقطع محور السينات عند ص = ٠

٠ = -٢/٥ س + ٢ ⟸ ٢/٥ س = ٢

س = ٥

المساحة = ١/٢ × ٥ × ٢ = ٥ .

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل الأسئلة الوزارية :

١١ ل(س) = $\frac{م}{هـ^{٢}(س)}$

ل(٢) = $\frac{م}{هـ^{٢}(٢)}$ = $\frac{م}{(-٢\sqrt{٣})^{٢}}$

= $\frac{م}{٣٤}$ = $\frac{١}{٤}$.

النقطة $(٢ ، \frac{١}{٤})$

ل'(س) = $\frac{-م \times ٢ هـ(س) \times هـ'(س)}{(هـ^{٢}(س))^{٢}}$

ل'(٢) = $\frac{-م \times ٢ \times -٢\sqrt{٣} \times ٤\sqrt{٣}}{((-٢\sqrt{٣})^{٢})^{٢}}$

= $\frac{٢٤م}{١٦م^{٢}}$ = $\frac{٣}{٤}$.

معادلة المماس :

ص - $\frac{١}{٤}$ = $\frac{٣}{٤}$(س - ٢)

ص - $\frac{١}{٤}$ = $\frac{٣}{٤}$س - $\frac{٣}{٢}$

ص = $\frac{٣}{٤}$س - $\frac{٥}{٤}$.

١٢ س هـ'(س) = $\frac{-ب}{(س+١)^{٢}}$

هـ'(١) = $\frac{-ب}{٤}$

معادلة المماس :

ص - ١ = $\frac{-ب}{٤}$(س - ١)

يقطع محور السينات عندما ص = ٠

-١ = $\frac{-ب}{٤}$(س - ١)

س - ١ = $\frac{٤}{ب}$ ⇐ س = $\frac{٤}{ب}$ + ١

ويقطع الصادات عندما س = ٠

ص - ١ = $\frac{-ب}{٤}$(٠ - ١)

ص = $\frac{ب}{٤}$ + ١

المساحة = $\frac{١}{٢}$ × س × ص

$\frac{٩}{٤}$ = $\frac{١}{٢}$ × ($\frac{ب}{٤}$ + ١)($\frac{ب}{٤}$ + ١)

$\frac{٩}{٤}$ = ١ + $\frac{ب}{٤}$ + $\frac{ب}{٤}$ + $\frac{ب^{٢}}{١٦}$

$\frac{٥}{٢}$ = $\frac{١٦ + ٨ب}{٤ب}$ ⇐ ب^٢ + ١٦ = ١٠ب

ب^٢ - ١٠ب + ١٦ = ٠

(ب - ٨)(ب - ٢) = ٠ ⇐ ب = ٨ ، ٢

ب = ٨ ؛ م(١) = $\frac{٨}{٤}$ = ٢ مرفوض

ب = ٢ ؛ م(٢) = $\frac{٢}{٢}$ = ١ ✓

∴ ب = ٢

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل الأسئلة الوزارية :

س١٣ $ل'(٢ك) = \frac{ق(س)}{س+٢}$

$ل''(٢ك) \times ٣ = \frac{(س+٢)ق'(س) - ق(س) \times ١}{(س+٢)^{٢}}$

$٢س = ٢ \leftarrow س = ١$

من الشكل $ق(١) = ٦$

$ق'(١) = ظا(١٨٠ - ٤٥)$

$= ظا ١٣٥^{\circ} = -١$

$\therefore ل''(٢) \times ٣ = \frac{٣ \times -١ - ١ \times ٦}{٩}$

$ل''(٢) \times ٣ = \frac{-٩}{٩} = -١$

$ل''(٢) = \frac{-١}{٣}$.

س١٤ $٦ص = ٩ - ٣س$ ومنه

$٢ص = ٣ - س$

بالتعويض في

$(س + ٣ص)^{٣} - ٤س + ٦ص = ٤٣$

$(س + ٣ - س)^{٣} - ٤س + ٩ - ٣س = ٤٣$

$٢٧ - ٤س + ٩ - ٣س = ٤٣$

$-٧س + ٣٦ = ٤٣$.

$-٧ك = ٤٣ - ٣٦ = ٧$

$\Leftarrow س = -١$

ومنه $٢ص = ٣ + ١ = ٤ \Leftarrow ص = ٢$

النقطة $(-١ ، ٢)$

نشتق :

$٣(س + ٣ص)^{٢}(١ + ٣ص') - ٤ + ٦ص' = ٠$

بالتعويض :

$٣(-١ + ٤)^{٢}(١ + ٣ص') - ٤ + ٦ص' = ٠$

$٢٧(١ + ٣ص') - ٤ + ٦ص' = ٠$

$٢٧ + ٥٤ص' - ٤ + ٦ص' = ٠$

$٦٠ص' = -٢٣ \Leftarrow ص' = \frac{-٢٣}{٦٠}$

$\therefore$ ميل العمودي $= \frac{٦٠}{٢٣}$

معادلة العمودي :

$ص - ٢ = \frac{٦٠}{٢٣}(س + ١)$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أسئلة وزارية

س١ قذف جسم رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض، فإذا كانت المسافة بالأقدام التي يقطعها الجسم بعد ن ثانية من بدء حركته تعطى بالاقتران ف(ن) = ٦٤ن − ١٦ن². اثبت أن الجسم يفقد نصف سرعته الابتدائية عند ارتفاع (٤٨) قدم

س٢ قذف جسم من سطح بناية رأسياً إلى أعلى بحيث أن ارتفاعه عنه بعد ن ثانية من بدء الحركة يعطى بالاقتران ف(ن) = ٣٠ن − ٥ن²، إذا كانت سرعته لحظة وصوله الأرض −٦٠ م/ث جد ارتفاع البناية.

س٣ إذا كانت ف = $\frac{1}{3}$ن³ − ٣ن² + ٥ن هي المعادلة الزمنية لحركة جسم على خط مستقيم حيث ن: الزمن بالثواني، ف: المسافة بالأمتار فاحسب تسارع الجسم في اللحظة التي تنعدم فيها السرعة.

س٤ قذف جسم رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض بسرعة ابتدائية مقدارها ع، فإذا كان بُعده بالأمتار عن نقطة القذف بعد ن ثانية من بدء الحركة يعطى بالاقتران ف(ن) = ع ن − ٥ن². إذا علمت أن أقصى ارتفاع وصل إليه الجسم (٤٥) متر فجد قيمة السرعة الابتدائية ع.

س٥ قذف جسم رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض، فإذا كان (ف) بُعده بالأمتار عن نقطة القذف بعد ن ثانية من بدء الحركة يعطى بالاقتران ف(ن) = ٣٠ن − ٥ن²، فجد ارتفاع الجسم عن سطح الأرض عندما يفقد نصف سرعته الابتدائية.

س٦ قذف جسم رأسياً للأعلى من قمة برج ارتفاعه ١٤٤ قدم عن سطح الأرض، فإذا كانت المسافة ف بالأقدام التي يقطعها الجسم بعد ن ثانية من بدء الحركة تعطى بالعلاقة ف = ١٢٨ن − ١٦ن²، جد كلاً مما يلي:

١) أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن سطح الأرض.

٢) سرعة الجسم لحظة اصطدامه بالأرض.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أسئلة وزارية:

س٧ يتحرك جسم على خط الأعداد وفق العلاقة ف(ن) = ١٧ن − ٤ن² حيث ف: المسافة بالأمتار، ن: الزمن بالثواني. جد المسافة التي يقطعها الجسم عندما تكون سرعته ١م/ث.

س٨ يقف شخصان على سطح بناية أطلق الشخص الأول كرة سم لأعلى وفق العلاقة ف(ن) = ٥ن² وفي اللحظة نفسها رمى الشخص الآخر كرة أخرى عموديًا إلى أسفل بسرعة ابتدائية مقدارها (١٥) م/ث وفق العلاقة ف(ن) = ١٥ن + ٥ن² فإذا ارتطمت كرة الشخص الأول بعد ثانية واحدة من ارتطام كرة الشخص الثاني بالأرض. جد سرعة كرة الشخص الثاني لحظة ارتطامها بالأرض.

س٩ يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن المسافة ف بالأمتار تعطى بالعلاقة ف(ن) = ن / ع(ن). حيث ع السرعة، ن الزمن بالثواني فجد تسارع الجسم عندما ن = ٢ ثانية علمًا بأن السرعة عندئذٍ تساوي ٣م/ث.

س١٠ يتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة ف(ن) = (ن+٢)⁴/٤ − ٦ن² حيث ف: المسافة بالأمتار، ن: الزمن بالثواني. جد تسارع الجسم عندما تكون سرعته ٨٩ م/ث

س١١ قذف جسم رأسيًا إلى أعلى بسرعة ابتدائية مقدارها (١١٢) م/ث وفق العلاقة ف(ن) = ١١٢ن − ١٦ن² جد مايلي:
١) أقصى ارتفاع يصل اليه الجسم
٢) الزمن اللازم ليكون الجسم على ارتفاع ٩٦ م من نقطة القذف.

س١٢ يتحرك جسم في خط مستقيم حسب العلاقة ف(ن) = ن² − ٣ن + ٢ فاذا كانت السرعة المتوسطة في [٠، ٥] = سرعته اللحظية عندما ن = ٥ فجد م؟

س١٣ يتحرك جسم وفق العلاقة ع(ن) = ٦ − م / ف(ن). حيث ف: المسافة بالأمتار، ن: الزمن بالثواني اذا علمت ان تسارع الجسم في اللحظة التي تنعدم فيها سرعته يساوي ٩ م/ث² فجد قيمة الثابت م؟

س١٤ يتحرك جسم حسب العلاقة ف(ن) = ٢ جا(ن/٢) + ٣√٢ ن حيث ن ∈ [٠، ٥π/٢] حيث ف: المسافة بالأمتار، ن: الزمن بالثواني احسب تسارع الجسم عندما تكون سرعته ٣√٢ م/ث.

اجابة الاسئلة الوزارية:

س١ ف(ن) = ٦٤ن − ١٦ن٢

ع = ف' = ٦٤ − ٣٢ن

السرعة الابتدائية ع(٠) = ٦٤

عندما ف = ٤٨

٤٨ = ٦٤ن − ١٦ن٢

١٦ن٢ − ٦٤ن + ٤٨ = صفر ÷ ١٦

ن٢ − ٤ن + ٣ = صفر

(ن − ٣)(ن − ١) = ٠ ← ن = ١ ، ٣

ع(١) = ٦٤ − ٣٢ × ١ = ٣٢ = ½ ع(٠)

ع(٣) = ٦٤ − ٣٢ × ٣ = −٣٢ = −½ ع(٠)

س٢ ف = ٣٠ن − ٥ن٢ + ρ

ع = ف' = ٣٠ − ١٠ن

−٦٠ = ٣٠ − ١٠ن

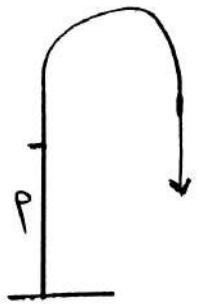
١٠ن = ٣٠ + ٦٠

ن = ٩

ف(٩) = ٣٠ × ٩ − ٥(٩)٢ + ρ = ٠

٢٧٠ − ٤٠٥ + ρ = ٠

ρ = ١٣٥ .



س٣ ع = ف' = ن٢ − ٦ن + ٥ = ٠

(ن − ٥)(ن − ١) = ٠ ← ن = ١ ، ٥

ت = ع' = ٢ن − ٦

ت(١) = ٢ × ١ − ٦ = −٤

ت(٥) = ٢ × ٥ − ٦ = ٤ .

س٤ ع = ف' = ع٠ − ١٠ن

عند أقصى ارتفاع تكون ع = ٠

ع٠ − ١٠ن = صفر ⇐ ع٠ = ١٠ن

ف(ن) = ع٠ن − ٥ن٢

= ١٠ن × ن − ٥ن٢ = ٤٥

٤٥ = ١٠ن٢ − ٥ن٢

٤٥ = ٥ن٢ ⇐ ن٢ = ٩ ⇐ ن = ±٣

نهمل −٣

∴ ع٠ = ١٠ن = ١٠ × ٣ = ٣٠ .

س٥ ع = ف' = ٣٠ − ١٠ن

السرعة الابتدائية = ع(٠) = ٣٠

½ السرعة الابتدائية = ١٥ .

١٥ = ٣٠ − ١٠ن ⇐ ١٠ن = ١٥

⇐ ن = ٣/٢ .

ف(٣/٢) = ٣٠ × ٣/٢ − ٥(٣/٢)٢

= ١٣٥/٤ .

منهاجي
متعة التعليم الهادف

اجابة الاسئلة الوزارية

س٦ ١) ف = ١٢٨ن − ١٦ن٢ + ١٤٤

عند أقصى ارتفاع ع = ٠

ع = ف′ = ١٢٨ − ٣٢ن = ٠

⇐ ن = ٤

أقصى ارتفاع :

ف(٤) = ١٢٨×٤ − ١٦×٤٢ + ١٤٤ = ٤٠٠

٢) عند وصول الأرض تكون ف = صفر

ف = ١٢٨ن − ١٦ن٢ + ١٤٤ = صفر ÷ −١٦

ن٢ − ٨ن − ٩ = صفر

(ن − ٩)(ن + ١) = ٠ ⇐ ن = ٩ ، −١

نأخذ ن = ٩

ع(٩) = ١٢٨ − ٣٢×٩ = −١٦٠

س٧ ع = ف′ = ١٧ − ٨ن = ١

١٧ − ١ = ٨ن ⇐ ١٦ = ٨ن

⇐ ن = ٢

ف(٢) = ١٧×٢ − ٤(٢)٢

= ٣٤ − ١٦ = ١٨

س٨ ف(ن) = ٥ن٢ ، ف(ن+١) = ١٥ن + ٥ن٢

الزمن الثاني = ن ، الزمن الأول = ن + ١

ف(ن+١) = ف٢(ن)

٥(ن+١)٢ = ١٥ن + ٥ن٢

٥(ن٢ + ٢ن + ١) = ١٥ن + ٥ن٢

٥ن٢ + ١٠ن + ٥ = ١٥ن + ٥ن٢

٥ن = ٥ ⇐ ن = ١

ع = ١٥ + ١٠ن = ١٥ + ١٠×١ = ٢٥

س٩ ف′(ن) = (ع(ن)×١ − ن×ع′(ن)) / (ع(ن))٢

ع(ن) = (ق(ن) − ن×ق(ن)) / (ع(ن))٢

عند ن = ٢

ع(٣) = (ق(٢) − ٢×ق(٢)) / (ع(٢))٢

٣ = (−ق(٢) − ٢×ق(٢)) / ٩

٢٧ = −٣ق(٢) ⇐ ق(٢) = −١٢

س١٠ ع = ف′ = (ن+٢)٣ − ١٢ن = ٨٩

ن٣ + ٦ن٢ + ١٢ن + ٨ − ١٢ن − ٨٩ = ٠

ن٣ + ٦ن٢ − ٨١ = ٠ بالتجريب ن = ٣

(ن−٣)(ن٢ + ٩ن + ٢٧) = ٠

المميز = ب٢ − ٤أ جـ < صفر لا يحلل

∴ ن = ٣

ق = ع′ = ٣(ن+٢)٢ − ١٢

ق(٣) = ٣×٢٥ − ١٢ = ٦٣ م/ث٢

حل أسئلة وزاري:

س١١ ١) ع = ف' = ١١٢ − ٣٢ن = ٠

١١٢ = ٣٢ن ← ن = ١١٢/٣٢ = ٧/٢

أقصى ارتفاع هو ف(٧/٢)

ف(٧/٢) = ١١٢ × ٧/٢ − ١٦ × ٤٩/٤ = ١٩٦

٢) ف = ١١٢ن − ١٦ن² = ٩٦

١٦ن² − ١١٢ن + ٩٦ = صفر ÷ ١٦

ن² − ٧ن + ٦ = ٠

(ن − ٦)(ن − ١) = ٠

ن = ٦ ، ١

س١٢ ع = ٦ − م/ف

ع' × ك = م × ف' / ف²

ع' × ك = م × ع / ف²

ت = م/ف² عندما ع = ٠

٠ = ٦ − م/ف ⇐ ٦ = م/ف ⇐

ف = م/٦ بالتعويض

٩ × ٢ = م / (م²/٣٦) ⇐ ١٨ = ٣٦م/م²

١٨م² = ٣٦م² ⇐ ٣٦م² − ١٨م² = ٠

١٨م (م − ٢) = ٠ ⇐

م = ٠ مرفوضة ، م = ٢

س١٣ ع = ف' = ٣ − ن ج

ع(٥) = ٣ − ٥ × ج = ٧

السرعة المتوسطة = (ف(م) − ف(٠)) / (م − ٠)

٧ = (م³ − ٣م² + ٢م − ج) / م

٧ = (م³ − ٣م²) / م

م² − ٣م = ٧م

م² − ١٠م = ٠

م(م − ١٠) = ٠

م = صفر مرفوضة

أو

م = ١٠ .

س١٤ ع = ف' = ٢ × ٢ جا ن/٢ جتا ن/٢ × ١/٢ + ٣٧/٢

جا ن + ٣٧/٢ = ٣٧

جا ن = ٣٧ − ٣٧/٢ = ٣٧/٢

∴ ن = ٣π/٣

ت = جتا ن

ت (٣π/٣) = جتا ٣π/٣

= ١/٢ .

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أسئلة وزارية:

(١) يُضخ غاز داخل بالون كروي بمعدل (١٢٥) سم٣/ث . جد معدل الزيادة في مساحة سطح البالون عندما يكون طول قطر البالون (١٠) سم .

(٣) سلم طوله ٥ م يرتكز طرفه العلوي على حائط عمودي ، وطرفه السفلي على أرض أفقية ، اذا انزلق الطرف السفلي للسلم مبتعداً عن الحائط بمعدل ٢ م/د فجد سرعة تغير الزاوية بين السلم والأرض عندما يكون طرفه السفلي على بعد ٣ م عن الحائط .

(٤) تتمدد دائرة بحيث يزداد طول قطرها بمعدل ٦ سم/د ، رسم مربع داخل الدائرة وأخذ يتمدد معها بحيث تبقى رؤوسه ملامسة لها . جد معدل تغير مساحة المنطقة المحصورة بين المربع والدائرة عندما يكون طول قطر الدائرة (١٠) سم

(٢) قاربان م ، ب المسافة الأفقية بينهما ٨٠ م ، بدأ القارب (أ) بالحركة بسرعة ٥ م/ث وبعد ثانيتين بدأ القارب (ب) بالحركة في خط مواز للقارب (أ) وبنفس الاتجاه بسرعة ١٠ م/ث جد معدل التغير في المسافة بين القاربين بعد ٤ ثواني من انطلاق القارب (أ)

(٥) بدأت نقطة مادية الحركة من النقطة م (٠، ٦) على محور السينات متجهة عن نقطة الأصل بسرعة ٣ سم/ث ، وفي اللحظة نفسها بدأت نقطة اخرى الحركة من النقطة ب (١٢، ٠) على محور الصادات مقتربة من نقطة الأصل بسرعة ٤ سم/ث . جد معدل تغير المسافة بين النقطتين المتحركتين عندما تكون النقطة المتحركة على محور الصادات على بعد ٨ سم من نقطة الأصل .

(٦) تتحرك جسم في المستوى البياني على منحنى العلاقة ص = س٣ + ٣س + ٦ ، اذا كان معدل تغير الاحداثي السيني للجسم عندما س = ٥ يساوي ٣ وحدة/ث فجد معدل تغير الاحداثي الصادي بالوحدة/ث عند تلك اللحظة (سؤال موضوعي)

(٧) سلم طوله (١٣) م آخذ يرتكز طرفه العلوي على حائط عمودي وطرفه السفلي على أرض أفقية اذا انزلق الطرف السفلي مبتعداً عن الحائط بمعدل (١٠) م/ث . فما معدل التغير في قياس الزاوية المحصورة بين الطرف السفلي للسلم وسطح الارض في اللحظة التي يكون فيها طرفه العلوي على ارتفاع (١٢) م آخذ عن سطح الارض .

منهاجي
متعة التعليم الهادف

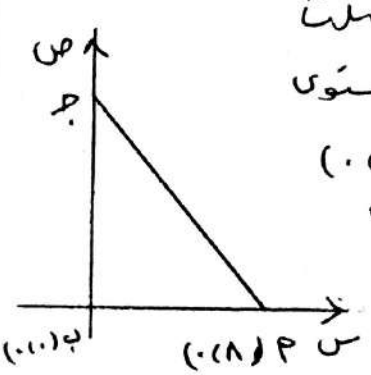
اسئلة وزارية:

(٨) انطلق قاربان من نفس النقطة في اتجاهين مختلفين قياس الزاوية بينهما ١٢٠°. اذا كانت سرعة الأول (٨) كم/ساعة. وسرعة الثاني (٦) كم/ساعة فجد معدل تغير المسافة بينهما بعد مرور نصف ساعة من انطلاقهما.

(٩) يقف رجل طوله (١,٨) مترا أمام مصباح كهربائي مثبت على عمود ارتفاعه عن سطح الارض (٤,٥) مترا، إذا أخذ الرجل بالاقتراب من قاعدة العمود بمعدل ٢ م/ث فجد معدل التغير في الزاوية المحصورة بين العمود الذي يحمل المصباح والشعاع الواصل بين المصباح ورأس الرجل علما بكون الرجل على بعد (١,٨) مترا من قاعدة العمود؟

(١٠) إناء على شكل مخروط دائري قائم رأسه للأسفل وقاعدته أفقية، يُسكب فيه الماء بمعدل ١٢ سم٣/ث فإذا كان قطر قاعدته ١٦ سم وارتفاعه ٢٤ سم، جد معدل تغير ارتفاع الماء في الإناء عندما يصبح ارتفاع الماء فيه ١٢ سم.

(١١) الشكل المجاور يمثل المثلث م ب جـ المرسوم في المستوى حيث م (٠,٨)، ب (٠,٠) قياس الزاوية ب م جـ = ٣٠°



بدأت نقطة الحركة من م على الضلع م جـ باتجاه جـ وبسرعة مقدارها ٢ سم/ث وبنفس اللحظة بدأت نقطة اخرى بالحركة من ب على الضلع ب جـ باتجاه جـ وبسرعة مقدارها ٣ سم/ث جد معدل تغير بُعد النقطتين المتحركتين عن بعضهما بعد ثانية واحدة من بدء حركتهما.

(١٢) يجري الماء في انبوب أفقي اسطواني الشكل طوله ١٠ م وطول نصف قطره داخلي ٥٠ سم فاذا كان عُمق الماء في الانبوب يتناقص بمعدل ٣ سم/د فجد معدل التغير في مساحة سطح الماء العلوي في الانبوب عندما يكون عمق الماء ١٨ سم.

(١٣) رسم مثلث متساوي الأضلاع داخل دائرة بحيث تقع رؤوسه على محيط الدائرة، بدأ كل من الدائرة والمثلث بالتمدد محافظين على شكلهما ووضعهما بحيث يتمدد نصف قطر الدائرة بمعدل ٣ سم/د فجد معدل تغير مساحة المنطقة المحصورة بين الدائرة والمثلث عندما يكون نصف قطر الدائرة ٩ سم.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

اسئلة وزارية :

(١٤) صندوق معدني على شكل متوازي مستطيلات طوله مثلي عرضه وارتفاعه (٣) أمثال عرضه يتمدد بالحرارة محافظاً على شكله بحيث يزداد حجمه بمعدل (٧٥) سم^3/د جد معدل التغير في مساحة سطحه الكلي عندما يكون طوله (٣٦) سم.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل المسائل وتدريب:

(١) $\frac{دح}{دن} = ١٢٥$ ، نق $= ٥$

$ح = \frac{٤}{٣} \pi$ نق^{٣} .

$\frac{دح}{دن} = \frac{٤}{٣} \pi \times ٣$ نق$^{٢} \times \frac{دنق}{دن}$

$١٢٥ = ٤ \pi \times ٢٥ \times \frac{دنق}{دن}$

$\frac{دنق}{دن} = \frac{١٢٥}{٤ \pi \times ٢٥} = \frac{٥}{٤ \pi}$

م $= ٤ \pi$ نق^{٢}

$\frac{دم}{دن} = ٤ \pi \times ٢$ نق $\frac{دنق}{دن}$.

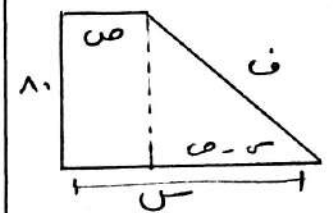
$= ٤ \pi \times ٥ \times ٢ \times \frac{٥}{٤ \pi} = ٥٠$

(٢) س بعد ٤ ث $=$

$= ٤ \times ٢٠ = ٨٠$

ص بعد ٢ ث $=$

$= ١٠ \times ٢ = ٢٠$



$ف^{٢} = (س - ص)^{٢} + (٨٠)^{٢}$

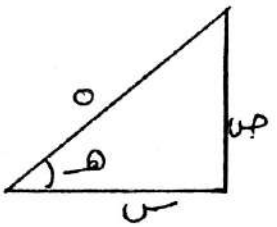
$ف = \sqrt{(س - ص)^{٢} + (٨٠)^{٢}}$

$\frac{دف}{دن} = \frac{٢ (س - ص)(\frac{دس}{دن} - \frac{دص}{دن})}{٢ \sqrt{(س - ص)^{٢} + (٨٠)^{٢}}}$

$= \frac{(١٠ - ٢٠)(٢٠ - ٨٠)}{\sqrt{(٨٠ - ٢٠)^{٢} + (٨٠)^{٢}}} = ٦$

(٣) عندما س $= ٣$

تكون ص $= ٤$



جتا هـ $= \frac{س}{٥}$

$-$ جا هـ $\times \frac{دهـ}{دن} = \frac{١}{٥} \times \frac{دس}{دن}$

$-\frac{٤}{٥} \times \frac{دهـ}{دن} = \frac{١}{٥} \times ٣$

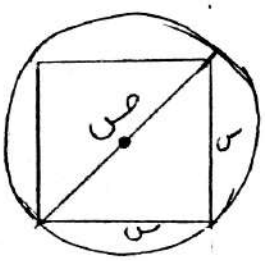
$\frac{دهـ}{دن} = \frac{٣}{٥} \times \frac{٥}{-٤} = -\frac{١}{٢}$

(٤) نفرض طول

قطر الدائرة $=$ ص

وطول ضلع المربع $=$ س

$\frac{دص}{دن} = ٦$ ، ص $= ١٠$



م١ (الدائرة) $= \pi (\frac{ص}{٢})^{٢} = \frac{\pi}{٤} ص^{٢}$

م٢ (المربع) $= س \times س = س^{٢}$.

لكن $س^{٢} + س^{٢} = ص^{٢}$ ← $٢ س^{٢} = ص^{٢}$

$س^{٢} = \frac{ص^{٢}}{٢}$ ∴ م٢ $= \frac{ص^{٢}}{٢}$

م $=$ م١ $-$ م٢

$= \frac{\pi}{٤} ص^{٢} - \frac{ص^{٢}}{٢}$

$\frac{دم}{دن} = \frac{\pi}{٤} \times ٢ ص \frac{دص}{دن} - \frac{١}{٢} \times ٢ ص \frac{دص}{دن}$

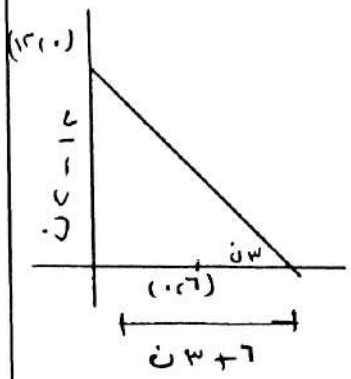
$= \frac{\pi}{٤} \times ٢ \times ١٠ \times ٦ - \frac{١}{٢} \times ٢ \times ١٠ \times ٦$

$= ٣٠ \pi - ٦٠$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

تابع حل المسألة وزاريًا:

(٥)



$ف^2 = (6+3ن)^2 + (-12+ن)^2$

$= 36 + 36ن + 9ن^2 + 144 - 48ن + ن^2$

$ف^2 = 13ن^2 - 12ن + 180$

$2ف \frac{دف}{دن} = 26ن - 12$

$\frac{دف}{دن} = \frac{13ن - 6}{ف}$

عندما $12 - 2ن = 8 \leftarrow ن = 2$

$ف^2 = 13 \times 4 - 12 \times 2 + 180 = 208$

$ف = \sqrt{208} = \sqrt{4 \times 52}$

$\frac{دف}{دن} = \frac{13 \times 2 - 6}{\sqrt{4 \times 52}} = \frac{20}{2\sqrt{52}} = \frac{5}{\sqrt{52}}$

(٦) $س^2 + 3ص = 6$

$2س \frac{دس}{دن} + 3 \frac{دص}{دن} = 0$

$2 \times 5 \times 2 + 3 \times \frac{دص}{دن} = 0$

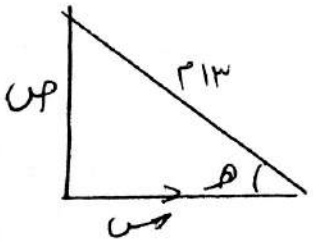
$3 \times \frac{دص}{دن} = -20$

$\frac{دص}{دن} = -10$

(٧) $\frac{دس}{دن} = 1.$

$ص = 12$

$جتا هـ = \frac{س}{13}$



$-جا هـ \times \frac{دهـ}{دن} = \frac{1}{13} \times \frac{دس}{دن}$

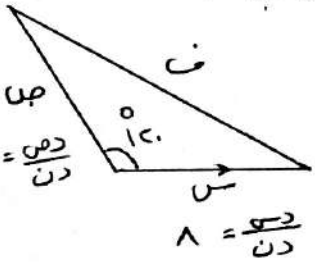
$\frac{-12}{13} \times \frac{دهـ}{دن} = \frac{1}{13} \times 1.$

$\frac{دهـ}{دن} = \frac{1.}{-12} = \frac{-1}{10}$

(٨) $ف^2 = س^2 + ص^2 - 2س ص جتا 120°$

$ف^2 = س^2 + ص^2 + س ص$

$ف = \sqrt{س^2 + ص^2 + س ص}$



$\frac{دف}{دن} = \frac{2س \frac{دس}{دن} + 2ص \frac{دص}{دن} + س \frac{دص}{دن} + ص \frac{دس}{دن}}{2\sqrt{س^2 + ص^2 + س ص}}$

بعد نصف ساعة

$س = 8 \times \frac{1}{2} = 4$ ، $ص = 6 \times \frac{1}{2} = 3$

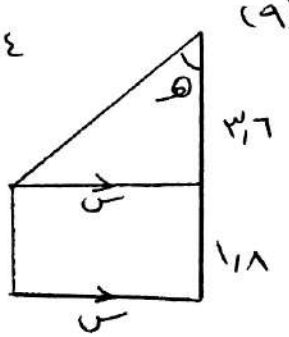
$\frac{دف}{دن} = \frac{2 \times 4 \times 8 + 2 \times 3 \times 6 + 4 \times 6 + 3 \times 8}{2\sqrt{16 + 9 + 12}}$

$= \frac{148}{2\sqrt{37}}$

منهاجي
منصة التعليم الهادف

حل اسئلة وزارية:

(٩)



$٣,٦ = ١,٨ - ٥,٤$

$س = ١,٨$.

$\frac{دس}{دن} = -٢$

$ظا هـ = \frac{س}{٣,٦}$

$قا^٢ هـ \times \frac{دهـ}{دن} = \frac{١}{٣,٦} \times \frac{دس}{دن}$ ... ①

لايجاد $قا^٢ هـ$:

$ظا هـ = \frac{س}{٣,٦} = \frac{١,٨}{٣,٦} = \frac{١}{٢}$

$قا^٢ هـ = ١ + ظا^٢ هـ = ١ + \frac{١}{٤} = \frac{٥}{٤}$

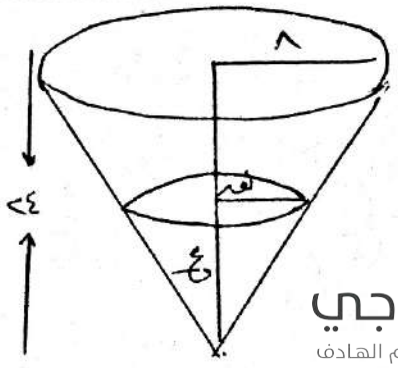
بالتعويض في ①

$\frac{٤}{٥} \times \frac{دهـ}{دن} = \frac{١}{٣,٦} \times -٢$

$\frac{دهـ}{دن} = \frac{-٢}{٣,٦} \times \frac{٤}{٥}$

$= \frac{-٨}{١٨} = \frac{-٤}{٩}$.

(١٠)



$\frac{دع}{دن} = ١٢$

$ع = ١٢$

$ح = \frac{١}{٣} ط نق^٢ ع$.

لكن $\frac{٨}{نق} = \frac{١٢}{ع}$

$نق = \frac{ع}{٣}$.

$ح = \frac{١}{٣} ط \times (\frac{ع}{٣})^٢ \times ع$

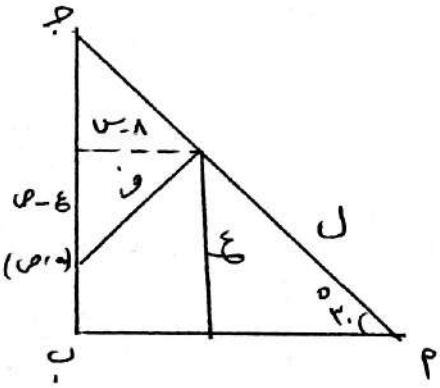
$= \frac{ط}{٢٧} ع^٣$.

$\frac{دح}{دن} = \frac{ط}{٢٧} \times ٣ ع^٢ \times \frac{دع}{دن}$

$١٢ = \frac{ط}{٩} \times ١٢ \times ١٢ \times ٣ \times \frac{دع}{دن}$

$\frac{دع}{دن} = \frac{١٢}{١٦ ط}$

(١١)



$\frac{دل}{دن} = ٢$

$\frac{دص}{دن} = ٣$

$\frac{دف}{دن}$.

$جا ٣٠° = \frac{ع}{ل} = \frac{١}{٢} \Leftarrow ل = ٢ع$.

$\frac{دل}{دن} = ٢ \times \frac{دع}{دن}$.

$٢ = ٢ \times \frac{دع}{دن} \Leftarrow \frac{دع}{دن} = ١$

$جتا ٣٠° = \frac{س}{ل} = \frac{٣\sqrt{٧}}{٢} \Leftarrow س = \frac{٣\sqrt{٧}}{٢} ل$

$\frac{دس}{دن} = \frac{٣\sqrt{٧}}{٢} \times \frac{دل}{دن} = ٢ \times \frac{٣\sqrt{٧}}{٢} = ٣\sqrt{٧}$

$ف^٢ = (٨-س)^٢ + (٤-ص)^٢$

$٢ف \frac{دف}{دن} = ٢(٨-س) \times -\frac{دس}{دن} + ٢(٤-ص) \times (\frac{دص}{دن} - \frac{دع}{دن})$

$ل = ٢ \times ١ = ٢$ ، $ص = ١ \times ٣\sqrt{٧} = ٣\sqrt{٧}$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

تابع حل أسئلة وزارية:

تابع سؤال ١١ :

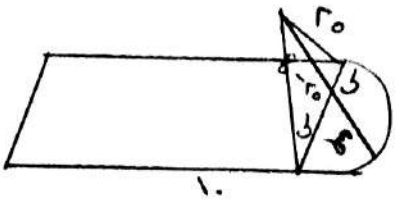
ع = ١ × ١ = ١

$ف = \sqrt{(-٨ - ٣\sqrt{٧})^{٢} + (١ - ٣)^{٢}}$

$\frac{ف}{ن} = \frac{٢(-٨ - ٣\sqrt{٧}) \times ٣\sqrt{٧} + ٢(١-٣)(١-٣)}{٢\sqrt{(-٨ - ٣\sqrt{٧})^{٢} + ٤}}$

$= \frac{-٧٨ - ٣\sqrt{٧}}{٢\sqrt{(-٨ - ٣\sqrt{٧})^{٢} + ٤}}$

(١٢)



م = ١٠ × ك ج

$\frac{د م}{د ن} = ١٠ \times \frac{د ك}{د ن}$ $\quad \frac{د ع}{د ن} = -٣$ ، ع = ١٨

$س^{٢} + (٢٥ - ع)^{٢} = (٢٥)^{٢}$

$٢ك \frac{د ك}{د ن} + ٢(٢٥ - ع)(-\frac{د ع}{د ن}) = صفر$

بفرض أن: $ع = ١٨$ ، $(٢٥)^{٢} = س^{٢} + (٢٥ - ١٨)^{٢}$

$س^{٢} = ٦٢٥ - ٤٩ = ٥٧٦$

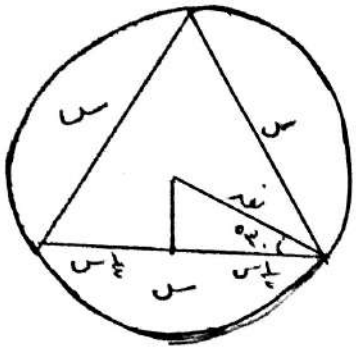
$س = ٢٤$

$\therefore ٢ \times ٢٤ \times ك \frac{د ك}{د ن} + ٢(٢٥ - ١٨) \times ٣ = صفر$

$\frac{د ك}{د ن} = \frac{-٣ \times ٧ \times ك}{٤٨} = -\frac{٧}{٨}$

$\frac{د م}{د ن} = ١٠ \times -\frac{٧}{٨} = -\frac{٣٥}{٢}$.

(١٣)



م (لدائرة) = ١١ نق^{٢}

م المثلث = $\frac{١}{٢} \times$ س $\times$ س $\times$ جا ٣٠°

$= \frac{١}{٢} س^{٢} \times \frac{٣\sqrt{٧}}{٢} = \frac{٣\sqrt{٧}}{٤} س^{٢}$

لكن جا ٣٠° = $\frac{١}{٢} = \frac{س}{٢ نق}$

$\Leftarrow \frac{١}{٤} س^{٢} = \frac{٣}{٤} نق^{٢}$

$٣ نق^{٢} = س^{٢}$

$\therefore م = \frac{٣\sqrt{٧}}{٤} \times ٣ نق^{٢} = ٣ \frac{٣\sqrt{٧}}{٤} نق^{٢}$

م = م١ − م٢

$= ١١ نق^{٢} - \frac{٣\sqrt{٧}}{٤} نق^{٢}$

$\frac{د م}{د ن} = ٢ \times ١١ نق \times \frac{د نق}{د ن} - ٣ \frac{٣\sqrt{٧}}{٤} \times ٢ نق \times \frac{د نق}{د ن}$

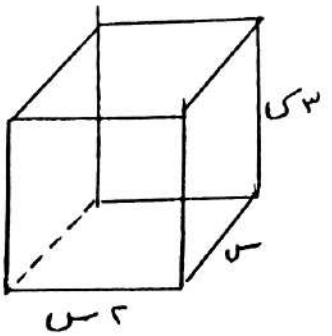
$= ٢ \times ٩ \times ١١ ق - ٣ \times ٩ \times ق \times \frac{٣\sqrt{٧}}{٤}$

$= ١١٥٤ - \frac{٨١\sqrt{٧}}{٢}$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل أسئلة وزارية:

(١٤)



$ك = ٣٦$

$س = ١٨$

$ح = س^{٢} \times ك^{٢} \times ٣ك$

$= ٦ س^{٣}$

$\frac{د ح}{د ن} = ١٨ س^{٢} \cdot \frac{د ك}{د ن}$

$\frac{د ك}{د ن} \times ^{٢}(١٨) ١٨ = ٧ ك$

$\frac{د س}{د ن} = \frac{٧ ك}{١٨ \times ١٨ \times ١٨} = \frac{١}{١٨}$.

$م = ٢ س \times ك ك + ٢ (س + ك ك) \times ٣ك$

$= ٤ س^{٢} + ١٨ س^{٢} = ٢٢ ك ك$

$م = ٢٢ س^{٢}$

$\frac{د م}{د ن} = ٤٤ س \frac{د ك}{د ن}$

$= ٤٤ \times ١٨ \times \frac{١}{٨١} = \frac{٨٨}{٩}$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف