أسئلة وزارية
الوحدة الثانية: التفاضل
الثاني عشر العلمي
إعداد المعلمة: ميسون الحسين
0798959071
شبكة منهاجي التعليمية

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أسئلة وزارية:

١) اذا كان $هـ(س)$ كثير حدود من الدرجة ن ، وكان متوسط التغير للاقتران $هـ(س)$ دائماً ٣ فما قيمة ن .

٢) اذا كان متوسط التغير في الاقتران $هـ$ على الفترة $[٣ ، ٧]$ يساوي ٨ فان متوسط تغير الاقتران $هـ$ حيث $هـ(س) = ١ + \frac{١}{٢} هـ(س)$ على الفترة نفسها =

أ) ٥ ب) ٣,٥ ج) ٨ د) ٤

٣) اذا كان متوسط التغير في الاقتران $هـ(س)$ على الفترة $[١ ، ٤]$ يساوي ٣ وكان $هـ(١) + هـ(٤) = ٣$ فإن متوسط التغير في الاقتران $هـ(س) = هـ^{٢}(س)$ على الفترة $[١ ، ٤]$ يساوي

أ) ٦ ب) ٩ ج) ٢ د) ٣

٤) اذا كان متوسط التغير للاقتران $هـ(س)$ في الفترة $[١ ، ٣]$ يساوي ٥ ، وكان $هـ(س) = ٢س + هـ(س) + ١$ فإن متوسط التغير للاقتران $هـ(س)$ في الفترة $[١ ، ٣]$ يساوي

أ) $\frac{٩}{٢}$ ب) ٥ ج) ٧

د) ٩ .

٥) اذا كان متوسط التغير في الاقتران $هـ(س) = أ س^{٢} - ١$ في الفترة $[-٣ ، ١]$ يساوي ٤ فإن قيمة الثابت أ تساوي

أ) ٨ ب) ٢ ج) -٢ د) -٨ .

٦) يتحرك جسم على خط مستقيم حسب العلاقة $ف(ن) = ٤ن^{٢} - ٢ن - ١$ حيث ف : بعد الجسم بالأمتار ، ن : الزمن بالثواني . فما سرعة الجسم في الفترة الزمنية $[١ ، ٣]$.

٧) اذا كان $هـ(س) = (س^{٢} + س)^{-١}$ فجد مقدار التغير في متوسط الاقتران $هـ(س)$ اذا تغيرت س من $س_{١} = ١$ إلى $س_{٢} = ٢$

٨) اذا كان متوسط التغير في الاقتران $هـ(س)$ على الفترة $[٠ ، ٥]$ يساوي ٧ ، وكان متوسط تغيره على الفترة $[٥ ، ٩]$ يساوي ١٤ .
فجد متوسط التغير في الاقتران $هـ(س)$ على الفترة $[٠ ، ٩]$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل أسئلة وزارية

١) متوسط التغير = ٣ فيكون $\text{هـ}(س)$ على الصورة $٣س + ب$

⇐ من الدرجة الأولى .

٢) متوسط تغيره $= \frac{\text{هـ}(٧) - \text{هـ}(٣)}{٧ - ٣}$

$$= \frac{(١ + \frac{١}{٢}\text{هـ}(٧)) - (١ + \frac{١}{٢}\text{هـ}(٣))}{٤}$$

$$= \frac{\frac{١}{٢}\text{هـ}(٧) - \frac{١}{٢}\text{هـ}(٣)}{٤}$$

$$\frac{١}{٢}(\frac{\text{هـ}(٧) - \text{هـ}(٣)}{٤}) = \frac{١}{٢} \times ٨$$

$= ٤$.

٣) متوسط تغيره $= \frac{\text{هـ}(٤) - \text{هـ}(١)}{٤ - ١}$

$$= \frac{\text{هـ}^{٢}(٤) - \text{هـ}^{٢}(١)}{٣}$$

$$= \frac{(\text{هـ}(٤) - \text{هـ}(١))(\text{هـ}(٤) + \text{هـ}(١))}{٣}$$

$$= \frac{\text{هـ}(٤) - \text{هـ}(١)}{٣}(\text{هـ}(٤) + \text{هـ}(١))$$

$= ٣ \times ٢$

$= ٦$.

٤) متوسط التغير للاقتران هـ $= \frac{\text{هـ}(٣) - \text{هـ}(١)}{٣ - ١}$

$$= \frac{٦ + \text{هـ}(٣) + ١ - (٢ + \text{هـ}(١) + ١)}{٢}$$

$$= \frac{٧ + \text{هـ}(٣) - ٣ - \text{هـ}(١)}{٢}$$

$$\frac{\text{هـ}(٣) - \text{هـ}(١)}{٢} + \frac{٧ - ٣}{٢}$$

$٧ = ٢ + ٥$.

٥) متوسط التغير $= \frac{\text{هـ}(١) - \text{هـ}(-٣)}{١ - (-٣)}$

$$\frac{(١ - ٩ب) - (١ - ٩ب)}{٤} = ٤$$

$١٦ = -٨ب \Leftarrow ب = -٢$.

٦) السرعة المتوسطة $= \frac{ف(٣) - ف(١)}{٣ - ١}$

$$= \frac{٢٩ - ١}{٢} = ١٤$$

٧) $\text{هـ}(س) = \frac{١}{٤س + ك}$

$\Delta \text{هـ} = \text{هـ}(٣) - \text{هـ}(١)$

$$= \frac{١}{٦} - \frac{١}{٢}$$

$$= \frac{١}{٦} - \frac{٣}{٦}$$

$$= \frac{-٢}{٦}$$

$$= -\frac{١}{٣}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل اسئلة وزارية

٨) $\frac{م(٥) - م(٢)}{٥ - ٢} = ٧$

$م(٥) - م(٢) = ٢١$ ... ①

$\frac{م(٩) - م(٥)}{٩ - ٥} = ١٤$

$\frac{م(٩) - م(٥)}{٤} = ١٤$

$م(٩) - م(٥) = ٥٦$ ... ②

بجمع ① + ②

$م(٩) - م(٢) = ٧٧$

بالقسمة على $٩ - ٢$

$\frac{م(٩) - م(٢)}{٩ - ٢} = \frac{٧٧}{٩ - ٢}$

$\frac{م(٩) - م(٢)}{٩ - ٢} = ١١$

∴ متوسط التغير = ١١

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(١) أسئلة وزارية:

إذا كان $ق(س) = \sqrt{س} + \frac{1}{س}$ فجد $ق'(١)$ باستخدام تعريف المشتقة

(٢) إذا كان $ق(س) = \frac{٣}{س} + ١$

فجد $ق'(\frac{١}{٢})$ باستخدام تعريف المشتقة.

(٣) إذا كان $ق(س) = س^{٣} - ١٣$

فابحث في قابلية اشتقاق الاقتران $ق(س)$ عندما $س = ٣$ باستعمال تعريف المشتقة.

(٤) $ق(س) = ١ + \frac{٢}{س-٣}$ فجد

$ق'(١)$ باستخدام تعريف المشتقة.

(٥) إذا كان $ق(س) = \frac{١}{\sqrt{س} + ١}$

فجد $ق'(٩)$ باستخدام تعريف المشتقة.

(٦) إذا كان $ق(س) = ٢ + \sqrt{س+١}$ ،

$س > -١$ ، فجد $ق'(س)$ باستخدام تعريف المشتقة.

(٧) إذا كان $ق(س) = س^{٣} + ١$ فجد $ق'(س)$

باستخدام تعريف المشتقة.

(٨) إذا كان $ق(س) = ٢س^{٢} + \sqrt{س}$ ، $س > ٠$

فجد $ق'(س)$ باستخدام تعريف المشتقة.

(٩) إذا كان $ق(س) = \frac{س^{٢}}{١-س}$ ، $س \neq ١$

فجد $ق'(-٢)$ باستخدام تعريف المشتقة.

(١٠) $ق(س) = س^{٢} + \frac{٣}{س}$ ، حيث $س \neq ٠$.

فجد $ق'(-١)$ باستخدام تعريف المشتقة.

(١١) $ق(س) = س + \sqrt{س}$ فجد $ق'(٤)$

باستخدام تعريف المشتقة.

(١٢) إذا كان $ق(س) = س\sqrt{س+١}$ فجد

$ق'(٣)$ باستخدام تعريف المشتقة.

(١٣) $ق(س) = \sqrt{س} + |س-٢|$ ، $س \in (٠, ٤)$

ابحث في قابلية الاقتران $ق(س)$ للاشتقاق عندما $س = ٢$

باستخدام التعريف العام للمشتقة.

(١٤) $ق(س) = \frac{٤س}{٣س-١}$ جد $ق'(س)$ باستخدام تعريف المشتقة

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل الأسئلة الوزارية:

(١) $ق'(١) = \lim_{س \to ١} \frac{ق(س) - ق(١)}{س - ١}$

$= \lim_{س \to ١} \frac{(أس + \frac{١}{س}) - (١+١)}{س - ١}$

$= \lim_{س \to ١} \frac{أس - ١}{س - ١} + \lim_{س \to ١} \frac{\frac{١}{س} - ١}{س - ١}$

$= \lim_{س \to ١} \frac{أس - ١}{(أس - ١)(أس + ١)} + \lim_{س \to ١} \frac{١ - س}{س(س - ١)}$

$\frac{١}{١+١} + \frac{-١}{١} = \frac{١}{٢} - ١ = -\frac{١}{٢}$.

(٢) $ق'(\frac{١}{٢}) = \lim_{س \to \frac{١}{٢}} \frac{ق(س) - ق(\frac{١}{٢})}{س - \frac{١}{٢}}$

$= \lim_{س \to \frac{١}{٢}} \frac{\frac{٣}{س} + ١ - (٦+١)}{س - \frac{١}{٢}}$

$= \lim_{س \to \frac{١}{٢}} (\frac{٣}{س} - ٦)(\frac{١}{س - \frac{١}{٢}})$

$= \lim_{س \to \frac{١}{٢}} \frac{٣ - ٦س}{س} \times \frac{١}{س - \frac{١}{٢}}$

$= \lim_{س \to \frac{١}{٢}} \frac{٦(\frac{١}{٢} - س)}{س} \times \frac{١}{س - \frac{١}{٢}}$

$= \frac{-٦}{\frac{١}{٢}} = -١٢$

(٣) $ق(س) = \begin{cases} س^٢ - ٣س & ، س \leq ٣ \\ ٣س - س^٢ & ، س > ٣ \end{cases}$

$ق(٣) = \lim_{س \to ٣} ق(س)$

$\therefore$ ق متصل عند $س = ٣$.

$ق'_+(٣) = \lim_{س \to ٣^+} \frac{ق(س) - ق(٣)}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣^+} \frac{٣س - س^٢ - صفر}{٣ - س}$

$= \lim_{س \to ٣^+} \frac{س(٣ - س)}{٣ - س} = ٣$

$ق'_-(٣) = \lim_{س \to ٣^-} \frac{ق(س) - ق(٣)}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣^-} \frac{س^٢ - ٣س}{س - ٣} = \lim_{س \to ٣^-} \frac{س(س - ٣)}{٣ - س} = -٣$

$ق'_+(٣) \neq ق'_-(٣) \Leftarrow$ ق(س) غير قابل للاشتقاق عند $س = ٣$.

(٤) $ق'(١) = \lim_{س \to ١} \frac{ق(س) - ق(١)}{س - ١}$

$= \lim_{س \to ١} \frac{(١ + \frac{٢}{س - ٣}) - (١ - ١)}{س - ١}$

$= \lim_{س \to ١} (١ + \frac{٢}{س - ٣})(\frac{١}{س - ١})$

$= \lim_{س \to ١} (\frac{س - ٣ + ٢}{س - ٣})(\frac{١}{س - ١})$

$= \lim_{س \to ١} \frac{١}{س - ٣} = -\frac{١}{٢}$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

تابع حل الاسئلة الوزارية

(٥) $\text{مـ}'(٩) = \lim_{س \to ٩} \frac{\text{مـ}(س) - \text{مـ}(٩)}{س - ٩}$

$= \lim_{س \to ٩} \frac{\frac{١}{\sqrt{س}+١} - \frac{١}{٤}}{س - ٩}$

$= \lim_{س \to ٩} \frac{٤ - (\sqrt{س}+١)}{٤(\sqrt{س}+١)} \times \frac{١}{س - ٩}$

$= \lim_{س \to ٩} \frac{٣ - \sqrt{س}}{٤(\sqrt{س}+١)} \times \frac{١}{(\sqrt{س}-٣)(\sqrt{س}+٣)}$

$= \lim_{س \to ٩} \frac{-١}{٤(\sqrt{س}+١)(\sqrt{س}+٣)}$

$= \frac{-١}{٤ \times ٤ \times ٦} = \frac{-١}{٩٦}$.

(٦) $\text{مـ}'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{\text{مـ}(ع) - \text{مـ}(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(٢ + \sqrt{٨س+١}) - (٢ + \sqrt{٨ع+١})}{س - ع}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{٨ع+١} - \sqrt{٨س+١}}{س - ع} \times \frac{\sqrt{٨ع+١} + \sqrt{٨س+١}}{\sqrt{٨ع+١} + \sqrt{٨س+١}}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٨ع+١ - (٨س+١)}{(ع - س)(\sqrt{٨ع+١} + \sqrt{٨س+١})}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع - س}{(ع - س)(\sqrt{٨ع+١} + \sqrt{٨س+١})}$

$= \frac{١}{٢\sqrt{٨س+١}}$

(٧) $\text{مـ}'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{\text{مـ}(ع) - \text{مـ}(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع^٣ + ١) - (س^٣ + ١)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^٣ - س^٣}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع - س)(ع^٢ + ع س + س^٢)}{ع - س}$

$= س^٢ + س^٢ + س^٢ = ٣ س^٢$.

(٨) $\text{مـ}'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{\text{مـ}(ع) - \text{مـ}(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(٢ع + \sqrt{٨ع+٥}) - (٢س + \sqrt{٨س+٥})}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٢ع - ٢س + \sqrt{٨ع+٥} - \sqrt{٨س+٥}}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٢ع - ٢س}{ع - س} + \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{٨ع+٥} - \sqrt{٨س+٥}}{ع - س} \times \frac{\sqrt{٨ع+٥} + \sqrt{٨س+٥}}{\sqrt{٨ع+٥} + \sqrt{٨س+٥}}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٢(ع - س)}{ع - س} + \lim_{ع \to س} \frac{ع - س}{(ع - س)(\sqrt{٨ع+٥} + \sqrt{٨س+٥})}$

$= ٢ + \frac{١}{\sqrt{٨س+٥} + \sqrt{٨س+٥}}$

$= ٢ + \frac{١}{٢\sqrt{٨س+٥}}$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

تابع حل الأسئلة الوزارية:

(٩) $ق'(-٢) = \lim_{س \to -٢} \frac{ق(س) - ق(-٢)}{س - (-٢)}$

$= \lim_{س \to -٢} \frac{\frac{٤}{٢ - س} - \frac{س^٢}{٢}}{س + ٢}$

$= \lim_{س \to -٢} \frac{٣س^٢ - ٤س + ٤}{٣(١ - س)} \times \frac{١}{(س + ٢)}$

$= \lim_{س \to -٢} \frac{(٣س - ٤)(س + ٢)}{٣ \times (١ - س)} \times \frac{١}{س + ٢}$

$= \frac{-٦ - ٢}{٣ \times ٣} = -\frac{٨}{٩}$.

(١٠) $ق'(-١) = \lim_{س \to -١} \frac{ق(س) - ق(-١)}{س + ١}$

$= \lim_{س \to -١} \frac{س^٢ + \frac{٣}{س} - (١ + ٣-)}{س + ١}$

$= \lim_{س \to -١} \frac{س^٢ - ١}{س + ١} + \lim_{س \to -١} \frac{\frac{٣}{س} + ٣}{س + ١}$

$= \lim_{س \to -١} \frac{(س - ١)(س + ١)}{س + ١} + \lim_{س \to -١} \frac{٣ + ٣س}{س} \times \frac{١}{س + ١}$

$= (-١ - ١) + \lim_{س \to -١} \frac{٣(س + ١)}{س} \times \frac{١}{س + ١}$

$= -٢ + \frac{٣}{-١} = -٢ - ٣$

$= -٥$.

(١١) $ق'(٤) = \lim_{س \to ٤} \frac{ق(س) - ق(٤)}{س - ٤}$

$= \lim_{س \to ٤} \frac{س + ٨\sqrt{س} - (٤ + ٢)}{س - ٤}$

$= \lim_{س \to ٤} \frac{س - ٤}{س - ٤} + \lim_{س \to ٤} \frac{٨\sqrt{س} - ٢}{س - ٤}$

$= ١ + \lim_{س \to ٤} \frac{٨\sqrt{س} - ٢}{(٨\sqrt{س} - ٢)(٨\sqrt{س} + ٢)}$

$= ١ + \frac{١}{٨\sqrt{٤} + ٢} = ١ + \frac{١}{٤} = \frac{٥}{٤}$.

(١٢) $ق'(٣) = \lim_{س \to ٣} \frac{ق(س) - ق(٣)}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{س\sqrt{١ + ٢س} - ٦}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{س\sqrt{١ + ٢س} - ٣\sqrt{١ + ٢س} + ٣\sqrt{١ + ٢س} - ٦}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{س\sqrt{١ + ٢س} - ٣\sqrt{١ + ٢س}}{س - ٣} + \lim_{س \to ٣} \frac{٣\sqrt{١ + ٢س} - ٦}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt{١ + ٢س}(س - ٣)}{س - ٣} + \lim_{س \to ٣} \frac{٣(\sqrt{١ + ٢س} - ٢)}{س - ٣} \times \frac{\sqrt{١ + ٢س} + ٢}{\sqrt{١ + ٢س} + ٢}$

$= \lim_{س \to ٣} \sqrt{١ + ٢س} + \lim_{س \to ٣} \frac{٣(س + ١ - ٤)}{(س - ٣)(\sqrt{١ + ٢س} + ٢)}$

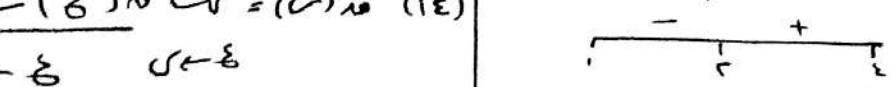
$= ٢ + \frac{٣}{٢ + ٢}$

$= ٢ + \frac{٣}{٤} = \frac{١١}{٤}$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

تابع حل الاسئلة الوزارية

(١٣)



$$|س-٢| = \begin{cases} س-٢ & ، س \geq ٢ \\ ٢-س & ، س < ٢ \end{cases}$$

$$ق(س) = \begin{cases} ٢س+س-٢ & ، ٠ < س < ٢ \\ ٢س+٢-س & ، ٢ \leq س < ٤ \end{cases}$$

$ق(٢) = ٨$

$\lim_{س \to ٢^+} ق(س) = ٨$

$\lim_{س \to ٢^-} ق(س) = ٨$

$\therefore \lim_{س \to ٢} ق(س) = ٨ = ق(٢)$ ⟸ ق متصل عند $س = ٢$

$$ق'(٢^+) = \lim_{س \to ٢^+} \frac{ق(س) - ق(٢)}{س-٢}$$

$$= \lim_{س \to ٢^+} \frac{٢س+س-٢-٨}{س-٢}$$

$$= \lim_{س \to ٢^+} \frac{٢س-٦}{س-٢} + \lim_{س \to ٢^+} \frac{س-٢}{س-٢}$$

$$= \lim_{س \to ٢^+} \frac{٢(س-٣)}{(س-٣)(س+٢)} + ١$$

$$\frac{٢}{٥} + ١$$

$$ق'(٢^-) = \lim_{س \to ٢^-} \frac{٢-س-٨}{س-٢}$$

$$= \lim_{س \to ٢^-} \frac{-س-٦}{س-٢} + \lim_{س \to ٢^-} \frac{-(س-٢)}{س-٢}$$

$$= \frac{-١}{٥} + -١$$

$ق'(٢^+) \neq ق'(٢^-)$ ∴ $ق'(٢)$ غير موجودة

(١٤) $ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\frac{٤ع}{١-ع^٣} - \frac{٤س}{١-س^٣}}{ع-س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٤ع(١-س^٣) - ٤س(١-ع^٣)}{(١-ع^٣)(١-س^٣)} \times \frac{١}{ع-س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٤ع - ٤ع س^٣ - ٤س + ٤س ع^٣}{(١-ع^٣)(١-س^٣)} \times \frac{١}{ع-س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٤(ع-س) - ٤س ع(ع^٢ - س^٢)}{(١-ع^٣)(١-س^٣)} \times \frac{١}{ع-س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٤(ع-س) - ٤س ع(ع-س)(ع+س)}{(١-ع^٣)(١-س^٣)} \times \frac{١}{ع-س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{-٤}{(١-ع^٣)(١-س^٣)}$$

$$\frac{-٤}{(١-س^٣)^٢}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أسئلة وزارية

١) إذا كان $ه(س) = س|س - ١٣|$
فابحث في قابلية اشتقاق الاقتران $ه(س)$ عندما $س = ٣$ باستعمال تعريف المشتقة.

٢) ليكن $ه(س) = أ س + |س - ٢|$
$س \in (٠, ٤)$ ابحث في قابلية الاقتران $ه(س)$ للاشتقاق عند $س = ٢$ باستخدام التعريف العام للمشتقة.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل الأسئلة الوزارية :

١) $ق(س) = \begin{cases} س^2 - ٣س & ، س \leq ٣ \\ ٣س - س^2 & ، س > ٣ \end{cases}$

$ق(٣) = \lim_{س \to ٣^+} ق(س)$

$= \lim_{س \to ٣^+} ٣س - س^2$

$\therefore$ ق متصل عند $س = ٣$

$ق'(٣) = \lim_{س \to ٣^+} \frac{ق(س) - ق(٣)}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣^+} \frac{س^2 - ٣س}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣^+} \frac{س(س-٣)}{س-٣} = ٣$

$ق'(٣) = \lim_{س \to ٣^-} \frac{ق(س) - ق(٣)}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣^-} \frac{٣س - س^2}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣^-} \frac{س(٣-س)}{س-٣} = -٣$

$ق'(٣) \neq ق'(٣)$

$\therefore$ ق(س) غير قابل للاشتقاق عند

$س = ٣$.

٢) $س - ٣ = ٠ \longrightarrow س = ٣$

	$س - ٣$	$٤ - س$
	−	+
	٣	٤

$ق(س) = \begin{cases} ٨س + ٢ - س^2 & ، ٠ < س < ٣ \\ ٨س + س - ٢ & ، ٣ \leq س < ٤ \end{cases}$

$ق(٣) = ٢٤$

$ق(س) = \begin{cases} ٨ - ٢س & ، س < ٣ \\ ٨ & ، س > ٣ \end{cases} \Rightarrow ق'(س) = \begin{cases} ٨ & ، س < ٣ \\ ٠ & ، س > ٣ \end{cases}$

$\lim_{س \to ٣^+} ق'(س) = \lim_{س \to ٣^-} ق'(س) = ق'(٣)$ $\therefore$ ق متصل عند $س = ٣$

$ق'(٣) = \lim_{س \to ٣^+} \frac{ق(س) - ق(٣)}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣^+} \frac{٨س + ٢ - س^2 - ٢٤}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣^+} \frac{٨ - ٢س - س^2}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣^+} \frac{٨ - ٢س}{س - ٣} + \frac{٢ - س}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣^+} \frac{-(٢س - ٨)}{س - ٣} + \frac{-(س - ٢)}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣^+} \frac{-٢(س - ٤)}{س - ٣} + \frac{-(س - ٢)}{س - ٣}$

$= -٢ + \frac{-١}{١} = -٣$

$ق'(٣) = \lim_{س \to ٣^-} \frac{ق(س) - ق(٣)}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣^-} \frac{٨س + ٢ - س^2 - ٢٤}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣^-} \frac{٨ - ٢س - س^2}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣^-} \frac{٨ - ٢س}{س - ٣} + \frac{٢ - س}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣^-} \frac{-(٢س - ٨)}{س - ٣} + \frac{-(س - ٢)}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣^-} \frac{-٢(س - ٤)}{س - ٣} + \frac{-(س - ٢)}{س - ٣}$

$= -٢ + \frac{-١}{١} = -٣$

$ق'(٣) = ق'(٣)$

$\therefore$ ق(س) غير موجودة

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س١ اذا كان $ه(س) = س^{ن}$ حيث ن عدد طبيعي وكان $ه^{(٣)}(س) = ١٢٠ س^{ن-٣}$ فما قيمة ن ؟

س٢ اذا كان $ه(س) = \frac{س^{٤}}{ل(س)}$

وكان $ل(١) = -٣$ ، $ل'(١) = -٩$

فجد $ه'(١)$.

س٣ اذا كان $ه'(٢) = ٦$ فجد

$$\text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{ه(٢+هـ) - ه(٢)}{هـ^{٣} - ٣هـ}$$

س٤ اذا كان $ه(س) = \frac{م(س)}{ل(س)(س^{٤}+١)}$

وكان $م(١) = -٢$ ، $ه'(١) = ٣$

$م'(١) = ل(١) = -١$

فجد $ل'(١)$.

س٥ اذا كان $ه(س) = \frac{ل(س)}{س هـ(س)}$

وكان $ه'(٢) = ل(٢) = -٣$

$ل'(٢) = هـ(٢) = ١$

فجد $هـ'(٢)$.

س٦ $ه(س) = \begin{cases} م س^{٤} + ٤ب س - ٨ & ، س < ١ \\ م س^{٣} - ب س + ٢ & ، س \geq ١ \end{cases}$

اذا كانت $ه'(١)$ موجودة فجد قيمة كل من الثابتين م ، ب .

س٧ اذا كان $ه(س) = \frac{١}{٤} س^{ن}$ ، ن ∈ ط

وكان $ه^{(٤)}(س) = (م+١) س^{٣}$ فجد قيمة الثابت م ؟

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س١ $ق(س) = س^{ن}$

$ق'(س) = ن\, س^{ن-1}$

$ق''(س) = ن(ن-1)\, س^{ن-2}$

$ق'''(س) = ن(ن-1)(ن-2)\, س^{ن-3}$

$ن(ن-1)(ن-2) = ١٢٠$

$٦ \times ٥ \times ٤ = ١٢٠$

$\Leftarrow ن = ٦$.

س٢ $ق'(س) = \dfrac{ك(س) \times ٢ك - ١ \times ك'(س)}{(ك(س))^{٢}}$

$ق'(١) = \dfrac{ك(١) \times ٢ - ١ \times ك'(١)}{(ك(١))^{٢}}$

$= \dfrac{-٣ \times ٢ - -٩}{(-٣)^{٢}}$

$= \dfrac{-٦ + ٩}{٩} = \dfrac{٣}{٩} = \dfrac{١}{٣}$

س٣ $\text{نهـا}_{هـ \to ٠} \dfrac{ق(٢+هـ) - ق(٢)}{-٣هـ} =$

$-\dfrac{١}{٣}\ \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \dfrac{ق(٢+هـ) - ق(٢)}{هـ}$

$-\dfrac{١}{٣} \times ق'(٢) = -\dfrac{١}{٣} \times ٦ = -٢$

س٤ $ق'(س) = \dfrac{ل(س)(س^{٤}+١) \times م'(س) - م(س)\left[ل(س)(٤س^{٣}) + (س^{٤}+١)ل'(س)\right]}{(ل(س)(س^{٤}+١))^{٢}}$

$= \dfrac{ل(س)(س^{٤}+١)\, م'(س) - م(س)(ل(س) \times ٤ك + (س^{٤}+١)ل'(س))}{(ل(س)(س^{٤}+١))^{٢}}$

س٥ $ق'(س) = \dfrac{س\, هـ(س) \times ل'(س) - ل(س)\left[س\, هـ'(س) + هـ(س)\right]}{(س\, هـ(س))^{٢}}$

$= \dfrac{س\, هـ(س) \times ل'(س) - ل(س)(س\, هـ'(س) + هـ(س))}{(س\, هـ(س))^{٢}}$

$ق'(٢) = \dfrac{٢هـ(٢)\, ل'(٢) - ل(٢)(٢هـ'(٢) + هـ(٢))}{(٢هـ(٢))^{٢}}$

$-٣ = \dfrac{٢ \times ١ \times ٢ - -٣(٢ \times هـ'(٢) + ١)}{٢^{٢}}$

$-١٢ = ٢ + ٣(٢هـ'(٢) + ١)$

$-١٢ = ٢ + ٦هـ'(٢) + ٣$

$-١٢ = ٥ + ٦هـ'(٢)$

$-٥ \quad -٥$

$\dfrac{-١٧}{٦} = \dfrac{٦}{٦}هـ'(٢)$

$هـ'(٢) = \dfrac{-١٧}{٦}$

$ق'(١) = \dfrac{ل(١) \times ٢ \times م'(١) - م(١)(ل(١) \times ٢ + ٢ل'(١))}{(ل(١) \times ٢)^{٢}}$

$٣ = \dfrac{-١ \times ٢ \times -١ - -٢(-٢ + ٢ل'(١))}{(-٢)^{٢}}$

$١٢ = ٢ - ٤ - ٢ل'(١)$

$١٢ = -٢ - ٢ل'(١)$

$\dfrac{+٢}{-٢} \quad \dfrac{+٢}{-٢}$

$-٢ل'(١) = \dfrac{١٤}{-٢} \Leftarrow ل'(١) = -٧$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٦ ق د (١) موجودة ⇐

ق متصل عند س = ١ ⇐

نهـا ق (س) = نهـا ق (س)
س ← ١+ — س ← ١-

م + ٤ ب - ٨ = م - ب + ٢
ب+ — ب+

٥ ب - ٨ = ٢ ⇐ ٥ب/٥ = ١٠/٥

ب = ٢

ق د (١) موجودة ⇐

ق د (١)+ = ق د (١)-

ق د (س) = { ٣م س٢ + ٤ ب ، س < ١
{ ٣م س٢ - ب ، س > ١

= { ٣م س٢ + ٨ ، س < ١
{ ٣م س٣ - ٢ ، س > ١

ق د (١)+ = ق د (١)-

٣م + ٨ = ٣م - ٢

٣م - ٣م٢ = ١٠ ⇐ م = ١٠

س٧ ق (س) = ١/٤ س^ن

ق د (س) = ١/٤ ن س^(ن-١) .

ق د د (س) = ١/٤ ن (ن-١) س^(ن-٢)

ق د د د (س) = ١/٤ ن (ن-١)(ن-٢) س^(ن-٣)

ق^(٤) (س) = ١/٤ ن (ن-١)(ن-٢)(ن-٣) س^(ن-٤)

(م + ١) س^٣ = ١/٤ ن (ن-١)(ن-٢)(ن-٣) س^(ن-٤)

ن - ٤ = ٣ ⇐ ن = ٧

١/٤ ن (ن-١)(ن-٢)(ن-٣) = م + ١

١/٤ × ٧ × ٦ × ٥ × ٤ = م + ١

٢١٠ = م + ١
-١ -١

م = ٢٠٩

منهاجي
متعة التعليم الهادف

الوحدة الثانية
التفاضل

أسئلة وتمارين

(١) إذا كان $ق(س) = ٣ ظا^{٢} س$

$هـ(س) = \frac{٢س}{س^{٤}+١}$ فجد $(هـ \circ ق)'(\frac{\pi}{٨})$

(٢) إذا كان $ق(س) = \sqrt{٣ + جا س + جتا س}$

$هـ(٠) = -١$ ، $هـ(٠) = ٢$ وكان

$د(س) = هـ(س) \times ق(س)$ فجد $د'(٠)$

(٣) إذا كان $جتا ص - س ص = ٢س$

فأثبت أن

$ص''(س + جا ص) + ص'(٢ + ص جتا ص) = صفر$

(٤) إذا كان $ق(س) = (س - ٥)^{٢}$ ،

$هـ(س) = \sqrt{س}$ ، فجد $(هـ \circ ق)'(٣)$.

(٥) إذا كان $ق(س) = \frac{س + ظا س}{جا س}$

فجد $ق'(\frac{\pi}{٤})$.

(٦) إذا كانت $س ص - ٣ص = ٧س + ١٥$

فاثبت أن $(س - ٣)ص' + ٢ص = صفر$

(٧) إذا كان $ص^{٢} + س = ٣ س ص$ فجد

$\frac{د ص}{د س}$ عندما $ص = ١$

(٨) إذا كان $ق(س) = \frac{١}{١ + س^{٢}}$ ، $هـ(س) = ظا س$

اثبت أن $(ق \circ هـ)'(س) = ١$

(٩) إذا كان $ق(س) = \sqrt{٢(١ - س)}$ ،

$هـ(س) = ظا \frac{س}{٢}$ فجد $(ق \circ هـ)'(\frac{\pi}{٢})$

(١٠) برهن صحة النظرية :

إذا كان $ص = س^{م}$ حيث $م$ عدد نسبي

فإن $\frac{د ص}{د س} = م س^{م-١}$.

(١١) إذا كان $س = ظتا ٢ص$ فأثبت

أن $ص'' = -ص' جا ٤ص$.

(١٢) إذا كان $(ص + ١)^{٣} = (س - ٢)^{٢}$ فأثبت

أن $(\frac{٣}{٢} ص')^{٢} = \frac{١}{ص + ١}$

(١٣) إذا كان $س = ظا ٣ص$ فجد $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$

عندما $ص = \frac{\pi}{١٢}$.

(١٤) إذا كان $(ق \circ هـ)'(٣) = ٢٨$ ، $هـ(٣) = -٢$

$ق'(-٢) = ٤$ فما قيمة $هـ'(٣)$ ؟

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(١٥) اذا كان $س^{٢} - س ص + ص^{٢} = ٣$
فجد $\frac{د ص}{د س}$ عند النقطة $(١، -١)$

(١٦) اذا كان $هـ(س) = س^{ن}$ حيث ن عدد طبيعي وكانت $هـ''(س) = ١٢٠ س^{ن-٣}$
فما قيمة ن ؟

(١٧) اذا كان $هـ(س) = \frac{س}{ل(س)}$ وكان
$ل(١) = -٣$ ، $ل'(١) = -٩$ فجد $هـ'(١)$

(١٨) اذا كان $ص = ٧ - ٤ جتا$ ، $جـ = ظا \frac{س}{٢}$
فجد $\frac{د ص}{د س}$.

(١٩) اذا كان $هـ(س) = [(س-٢)^{٤}]^{٣}$
فجد $هـ'(٢)$.

(٢٠) $ص = هـ^{٤س}$ فجد
$\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ عندما $س = \frac{\pi}{٤}$

(٢١) اذا كان $ص = هـ(ظا ٥س)$
وكان $هـ'(١) = ٥$ فجد
$\frac{د ص}{د س}$ عندما $س = \frac{\pi}{٨}$

(٢٢) اذا كان $\frac{٢}{س} + \frac{٥}{ص} = ٥ س ص$ فجد
$\frac{د ص}{د س}$ عند النقطة $(\frac{١}{٢}، ٥)$.

(٢٣) اذا كان $هـ(س) = \begin{cases} م س^{٣} - ٢ ب ك & ، س \leq ١ \\ م س^{٤} - ٦ ب ك - ٨ & ، س > ١ \end{cases}$
اقترانا قابلا للاشتقاق عند $س = ١$ فجد قيمة كل من الثابتين م ، ب .

(٢٤) اذا كان $\frac{س}{ص} - \frac{٣ ص}{س} = ٢$ فجد
$\frac{د ص}{د س}$ عند النقطة $(١، ٣)$.

(٢٥) اذا كان $هـ(\frac{١}{٢} س) = (١ - س)^{٣}$
فجد $هـ'(-١)$.

(٢٦) اذا كان $هـ(س) = \frac{م(س)}{ل(س)(س^{٤} + ١)}$ وكان
$م(١) = -٢$ ، $م'(١) = ل(١) = -١$
$هـ'(١) = ٣$ فجد $ل'(١)$.

(٢٧) اذا كان $هـ(٢ك - ١) = هـ^{أ}(\frac{\pi}{١٨}(٤ك - ٢))$
فاثبت ان $هـ'(٣) = \frac{\pi}{٣٧٦}$

(٢٨) $هـ(س) = \begin{cases} م س^{٢} + ب س & ، ص > ٢ \\ م س^{٤} + ٩ ب ك - ١٢ & ، ص \leq ٢ \end{cases}$
اذا كانت $هـ'(٢)$ موجودة فجد كلاً من م ، ب

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(٢٩) اذا كان $\frac{1}{س^{٧}} + \frac{1}{ص^{٧}} = ٨س ص$
$س > ٠$ ، $ص > ٠$ فجد $\frac{د ص}{د س}$.

(٣٠) اذا كانت $ص = ٢ جاس - ب جتاس$
فاثبت أن $(ص')^{٢} = ٢^{٢} + ب^{٢} - ص^{٢}$.

(٣١) $ه(س) = \begin{cases} ٢س^{٢} - ب ك & ، س \geq ٢ \\ ٤ - ب ك^{٣} + ٢ك & ، س < ٢ \end{cases}$
اذا كانت $ه'(٢)$ موجودة فجد كلاً من الثابتين $٢ ، ب$

(٣٢) اذا كان $ه(س) = \frac{ل(س)}{س هـ(س)}$ وكان
$ه'(٢) = ل(٢) = -٣$ ، $ل'(٢) = هـ(٢) = ١$
فجد $هـ'(٢)$.

(٣٣) اذا كان $ه(س) = \frac{٢}{ك^{٢}} - \frac{١}{س}$
$س \neq صفر$ فاثبت أن $ه'(٥) = \frac{١}{١٢}$.

(٣٤) اذا كان $ها س + ها ص = ظا(س ص)$
حيث $س > ٠$ ، $ص > ٠$ فجد $\frac{د ص}{د س}$

(٣٥) اذا كان $س = \sqrt{ص^{٢} + ٢ص}$ فجد
$\frac{د ص}{د س}$ عندما $س = ٢$

(٣٦) اثبت أنه اذا كان $ه(س) = س^{ن}$ ، $س \neq ٠$
$ن$ عدد صحيح سالب فإن $ه'(س) = ن س^{ن-١}$.

(٣٧) $ه(س) = س |جاس|$ ، $س \in [٠ ، ٢\pi]$
ابحث في قابلية الاشتقاق عند $س = \pi$

(٣٨) اذا كان $ه$ ، $ه$ اقترانان قابلان للاشتقاق وكان
$ه'(س) = \frac{س}{ك^{٢} + ١}$ ، $هـ(س) = \sqrt{٥ك - ١}$
فجد $(ه \circ هـ)'(١)$.

(٣٩) جد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يلي :
أ) $ص = (١ + ن)^{٢}$ ، $س = \frac{١ - ن}{١ + ن}$ ، عندما $ن = ٠$
ب) $ص = \frac{|٤ + ك - ٥ك^{٣}|}{س(س - ١)}$ ، $س \in (٠ ، ٥]$

(٤٠) اذا كان $ه(س)$ ، $هـ(س)$ اقترانين قابلين للاشتقاق وكان $(ه \circ هـ)'(س) = \frac{٣ك^{٢} + ٩}{ك + ١} + \frac{١}{٢}$ ،
$س \neq -١$ وكان
$ه'(س) = \sqrt[٣]{س^{٣} + ٧}$ ، $هـ'(١) = ٤$ ، $هـ(١) = ١$
فجد قيمة الثابت ٩

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(٤١) اذا كان الاقتران $ه(س)$ قابلاً للاشتقاق وكان $ص = س\ ه(س^٤)$

$ص > ٠$ ، $ه(١) = ٤$ ، $ه'(١) = ١$

فجد $\frac{د ص}{د س}$ عند $س = ١$

(٤٢) اذا كان $ص = ظتا^٣ س\ (١ - ص^٤)^٦$

فاثبت أن

$٢ ص\ ص' = ظتا\ ٣س\ (ص^٤ - ١)$

(٤٣) اذا كان $ه(س) = (٤ - \overline{باس})^٣$ ،

$هـ(س) = ٢س\ \overline{باس}$ فجد

$(ه ٥ هـ)'(٩)$.

(٤٤) $ه(س) = \frac{١}{٤} س^ن$ ، $ن \in ح$

اذا كان $ه^{(٤)}(س) = (م + ١) س^٣$ فجد

قيمة الثابت $م$.

(٤٥) اذا كان

$$ه(س) = \begin{cases} م س^٢ + ٤ ب س - ٨ & ، س < ١ \\ م س^٣ - ب س + ٢ & ، س \geq ١ \end{cases}$$

وكانت $ه'(١)$ موجودة فجد قيمة كل من الثابتين $م$ ، $ب$.

(٤٦) اذا كان $ص = \frac{جاس}{١ + جتاس}$ ،

$جتاس \neq -١$ اثبت أن

$ص'' = \frac{جاس}{(١ + جتاس)^٢}$

منهاجي
منصة التعليم الهادف

(١) $ق(س) = ٣ \times ٢ق^{٢}س = ٦ ق^{٢}س$

$هـ(س) = \frac{(س^{٢}+١) \times ٢ ك س - ٢ ك س \times ٢س}{(س^{٢}+١)^{٢}}$

$(هـ \circ ق)'(\frac{\pi}{٨}) = هـ'(ق(\frac{\pi}{٨})) \times ق'(\frac{\pi}{٨})$

$= هـ'(٣) \times ١٢$

$= -\frac{١٦}{١٠٠} \times ١٢ = \frac{-٤٨}{٢٥}$

$ق(\frac{\pi}{٨}) = ٣ \times ١ = ٣$

$ق'(\frac{\pi}{٨}) = ٦ \times ٢ = ١٢$

$هـ'(٣) = \frac{٢٠ - ٣٦}{١٠٠} = -\frac{١٦}{١٠٠}$

(٢) $ق(س) = \sqrt{٣ + جا س + جتا س}$

$ق'(س) = \frac{جتا س - جا س}{٢\sqrt{٣ + جا س + جتا س}}$

$د(س) = هـ(س) \times ق(س)$

$د'(س) = هـ(س) \times ق'(س) + ق(س) \times هـ'(س)$

$د'(٠) = هـ(٠) \times ق'(٠) + ق(٠) \times هـ'(٠)$

$= ٢ \times \frac{١}{٤} + ٢ \times -١$

$= \frac{١}{٢} - ٢$

$= \frac{-٣}{٢}$.

(٣) $جتا ص - س ص = ٢ س$

نشتق الطرفين

$-جا ص ص' - (س ص' + ص \times ١) = ٢$

بالضرب في (-١)

$جا ص \times ص' + س ص' + ص = -٢$

نشتق مرة ثانية

$جا ص \times ص'' + ص' \times جتا ص \times ص' + س ص'' + ص' + ص' = ٠$

$ص'' (جا ص + س) + ص' (جتا ص \times ص' + ٢) = ٠$

(٤) $ق(٣) = (٣-٥)^{٢} = ٤$

$ق'(س) = ٢(س - ٥) \Leftarrow ق'(٣) = ٢(٣-٥) = -٤$

$هـ(س) = \frac{١}{٢ س}$.

$(هـ \circ ق)'(٣) = هـ'(ق(٣)) \times ق'(٣)$

$= هـ'(٤) \times -٤ = -\frac{١}{٤} \times -٤ = ١$

(٥) $ق'(س) = \frac{جا س (١ + ظا س ظا س) - (س + ظا س) \times جتا س}{جا^{٢} س}$

$ق'(\frac{\pi}{٤}) = \frac{\frac{١}{٢}(١ + ٢ \times ١) - (\frac{\pi}{٤} + ١)\times \frac{١}{٢}}{\frac{١}{٢}}$

$= ٢ (\frac{١}{٢} + ١ - \frac{\pi}{٤} - ١)$

$= ٢ \times \frac{٤ - \pi}{٤} = \frac{٤ - ٢\pi}{٢}$

منهاجي
منصة التعليم الهادف

(٦) $س ص - ٣ص = ٧س + ١٥$ نشتق

$س ص' + ص - ٣ص' = ٧$ نشتق مرة أخرى

$س ص'' + ص' + ص' - ٣ص'' = صفر$

$س ص'' - ٢ص'' + ٢ص' = صفر$

$ص''(س - ٢) + ٢ص' = صفر$.

(٧) نجد س عندما $ص = ١$

$١^٢ + س = ٣س \leftarrow ٢ك = ١ \leftarrow ك = \frac{١}{٢}$

$ص^٢ + س = ٣س ص$ نشتق

$٢ص ص' + ١ = ٣س ص' + ص \times ٣$

$٢ص ص' - ٣س ص' = ٣ص - ١$

$ص' (٢ص - ٣س) = ٣ص - ١$

$ص' = \frac{٣ص - ١}{٢ص - ٣س}$

$ص'_{(\frac{١}{٢}, ١)} = \frac{١ \times ٣ - ١}{\frac{١}{٢} \times ٢ - ١ \times ٢}$

$= \frac{٢}{\frac{١}{٢}}$

$= ٤$

(٨) $(ق \circ هـ)'(س) = ق'(هـ(س)) \times هـ'(س)$

$ق(ظا س) \times قا^٢ س =$

$\frac{١}{١ - ظا^٢ س} \times قا^٢ س =$

$\frac{١}{قا^٢ س} \times قا^٢ س = ١$ وهو المطلوب

(٩) $ن(س) = \sqrt{٢ - ٢س}$

$ن'(س) = \frac{-٢}{٢\sqrt{٢ - ٢س}} = \frac{-١}{\sqrt{٢ - ٢س}}$

$هـ(س) = \frac{١}{٢} ظا^٢ \frac{س}{٢}$.

$(ق \circ هـ)'(\frac{\pi}{٣}) = ق'(هـ(\frac{\pi}{٣})) \times هـ'(\frac{\pi}{٣})$

$= ق'(ظا \frac{\pi}{٦}) \times \frac{١}{٢} قا^٢ \frac{\pi}{٦}$

$= ق'(\frac{١}{\sqrt{٣}}) \times \frac{١}{٢} \times \frac{٤}{٣}$

$= \frac{-١}{\sqrt{\frac{١}{٣} \times ٢ - ٢}} \times \frac{٢}{٣}$

$= \frac{-١}{\sqrt{\frac{٢}{٣} - ٢}} \times \frac{٢}{٣}$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(١٠) $ص = س^{\frac{م}{ن}}$

$ص^{ن} = (س^{\frac{م}{ن}})^{ن}$

$ص^{ن} = س^{م}$. بالاشتقاق

$ن ص^{ن-١} \times \frac{د ص}{د س} = م س^{م-١}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{م س^{م-١}}{ن ص^{ن-١}}$

$= \frac{م}{ن} \times \frac{س^{م-١}}{(س^{\frac{م}{ن}})^{ن-١}}$

$= \frac{م}{ن} \times \frac{س^{م-١}}{س^{م-\frac{م}{ن}}}$

$= \frac{م}{ن} س^{م-١-م+\frac{م}{ن}}$

$= \frac{م}{ن} س^{\frac{م}{ن}-١}$.

(١١) $س = ظتا^{٢} ص$ اشتق

$١ = -قتا^{٢} ص \times ٢ ص'$

$ص' = \frac{-١}{٢ قتا^{٢} ص} = -\frac{١}{٢} جا^{٢} ص$

$ص'' = -\frac{١}{٢} \times ٢ جا ص \times جتا ص \times ص'$

$= -جا ٢ص \times ص'$

$= -ص' جا ٢ص$.

(١٢) $(ص+١)^{٣} = (س-٢)^{٢}$ اشتق

$٣(ص+١)^{٢} ص' = ٢(س-٢)$

$ص' = \frac{س-٢}{\frac{٣}{٢}(ص+١)^{٢}}$

$(\frac{٣}{٢} ص')^{٢} = \frac{(س-٢)^{٢}}{(ص+١)^{٤}} = \frac{(ص+١)^{٣}}{(ص+١)^{٤}}$

$(\frac{٣}{٢} ص')^{٢} = \frac{١}{ص+١}$.

(١٣) $س = ظا ٣ص$

$١ = قا^{٢} ٣ص \times ٣ \frac{د ص}{د س}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{١}{٣ قا^{٢} ٣ص} = \frac{١}{٣} جتا^{٢} ٣ص$.

$\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} = \frac{١}{٣} \times ٢ جتا ٣ص \times -جا ٣ص \times ٣ \frac{د ص}{د س}$.

$= -\frac{٢}{٣} جتا^{٣} ص . جا ٣ص$.

$\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} = -\frac{٢}{٣} جتا^{٣} \frac{\pi}{٤} . جا \frac{\pi}{٤}$

$= -\frac{٢}{٣} (\frac{١}{\sqrt{٢}})^{٣} \times \frac{١}{\sqrt{٢}}$

$= -\frac{٢}{٣} \times \frac{١}{٤}$

$= -\frac{١}{٦}$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(١٤) $\text{قد}(هـ(٣)) \times هـ'(٣) = ٢٨$

$\text{قد}(-٢) \times هـ'(٣) = ٢٨$

$٤ \times هـ'(٣) = ٢٨$

$هـ'(٣) = ٧$.

(١٥) $س^{٢} - س ص + ص^{٢} = ٣$

$٢س - (س ص' + ص) + ٢ص ص' = ٠$

$٢س - س ص' - ص + ٢ص ص' = ٠$

$٢ص ص' - س ص' = ص - ٢س$

$ص' (٢ص - س) = ص - ٢س$

$ص' = \frac{ص - ٢س}{٢ص - س}$

$|ص'|_{(١-، ١-)} = \frac{-١ - ٢ \times ١}{٢ \times -١ - ١-} = \frac{-٣}{-٣} = ١$

(١٦) $\text{قد}(س) = س^{ن}$

$\text{قد}'(س) = ن س^{ن-١}$

$\text{قد}''(س) = ن(ن-١) س^{ن-٢}$

$١٢٠ س^{ن-٣} = ن(ن-١)(ن-٢) س^{ن-٢}$

$ن(ن-١)(ن-٢) = ١٢٠$

$= ٦ \times ٥ \times ٤$

$ن = ٦$

(١٧) $\text{قد}(س) = \frac{س^{٢}}{ل(س)}$

$\text{قد}'(س) = \frac{ل(س) \times ٢س - س^{٢} \times ل'(س)}{(ل(س))^{٢}}$

$\text{قد}'(١) = \frac{ل(١) \times ٢ - ١ \times ل'(١)}{(ل(١))^{٢}}$

$= \frac{-٦ + ٩}{٩}$

$= \frac{٣}{٩} = \frac{١}{٣}$.

(١٨) $\frac{دص}{دع} = -٤$ ، $\frac{دع}{دك} = \frac{١}{٢} \text{ق}^{٢س}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دك}$.

$= -٤ \times \frac{١}{٢} \text{ق}^{٢س} = -٢ \text{ق}^{٢س}$.

(١٩) $\text{قد}(س) = (س-٢)^{\frac{٢}{٣}}$

$\text{قد}'(س) = \frac{٢}{٣}(س-٢)^{-\frac{١}{٣}} = \frac{٢}{٣\sqrt{س-٢}}$

$\text{قد}'(٢) = \frac{٢}{٣\sqrt{٠}} = \frac{٢}{٠}$ غير موجودة

(٢٠) $ص = \text{جتا}٤س$

$\frac{دص}{دس} = -٤ \text{ جتا}٤س$.

$\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}} = -٤ \text{ جتا}٤س \times ٤$

$\left|\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}\right|_{س=\frac{\pi}{٤}} = -١٦ \text{ جتا}\pi$

$= ١٦$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(٢١) $ص = هـ(ظا٤س)$

$\frac{دص}{دس} = هـ'(ظا٤س) \times قا^{٢}٤س \times ٤$

$ظا٤س = ١ \Leftarrow ٤س = \frac{\pi}{٤} \Leftarrow س = \frac{\pi}{٨}$

$\frac{دص}{دس} = هـ'(١) \times قا^{٢}\frac{\pi}{٤} \times ٤$

$= ٥ \times ٢ \times ٥ = ٥٠$

(٢٢) $س ص \left(\frac{٤}{ص} + \frac{٥}{س}\right) = ٤ص$

$٤ص + ٥س = ٤س ص$

$٤ص + ٥ = ٤س \frac{دص}{دس} + ٤ص \frac{دص}{دس}$

$٤ص + ٥ = ٤س \frac{دص}{دس} + ٤ص \frac{دص}{دس}$

$٤ص - ٤س ص \frac{دص}{دس} = ٤ص - ٥$

$\frac{دص}{دس}(٤ - ٤س ص) = ٤ص - ٥$

$\frac{دص}{دس} = \frac{٤ص - ٥}{٤ - ٤س ص}$

$ص'|_{(\frac{١}{٤}, ٥)} = \frac{٤ \times \frac{١}{٤} \times ٥ - ٥}{٤ - ٤ \times \frac{١}{٤} \times ٥} = -١٥$

يمكن حل السؤال السابق (٢٢) باستخدام قاعدة السلسلة.

(٢٣) هـ قابل للاشتقاق عند $س = ١ \Leftarrow$ هـ متصل عند $س = ١ \Leftarrow$

$نهـ_{١^-} هـ(س) = نهـ_{١^+} هـ(س)$

$س \to ١^-$ $\quad$ $س \to ١^+$

$٩ - ٦ب - ٨ = ٩ - ٢ب$

$٤ب = -٨ \Leftarrow ب = -٢$

$هـ'(س) = \begin{cases} ٣٩س^{٢} - ٢ب & ، س < ١ \\ ٢٩س - ٦ب & ، س > ١ \end{cases}$

$هـ'(١)^{+} = هـ'(١)^{-}$

$٣٩ - ٢ب = ٢٩ - ٦ب$

$٤ب = ١٢ \Leftarrow ٣٩ + ٤ = ٢٩ + ١٢ \Leftarrow ٩ = ٨$.

(٢٤) $س ص \left(\frac{س}{ص} - \frac{٣ص}{س} = ٢\right)$

$س^{٢} - ٣ص^{٢} = ٢س ص$

$٢س - ٦ص \frac{دص}{دس} = ٢ص + ٢س \frac{دص}{دس}$

$٢س - ٢ص = ٢س \frac{دص}{دس} + ٦ص \frac{دص}{دس}$

$٢س - ٢ص = \frac{دص}{دس}(٢س + ٦ص)$

$ص' = \frac{٢س - ٢ص}{٦ص + ٢س}$.

$ص'|_{(١٤٣)} = \frac{١ \times ٢ - ٣ \times ٢}{١ \times ٦ + ٣ \times ٢}$

$= \frac{٢ - ٦}{٦ + ٦}$

$= \frac{٤}{١٢} = \frac{١}{٣}$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(٢٥) $|س| = -س$ (اصول $س = -١$)

$هـ(\frac{١}{٢}س) = -س^{٣}$

$هـ'(\frac{١}{٢}س) \times \frac{١}{٢} = -٣س^{٢}$.

$هـ''(\frac{١}{٢}س) = -٦س$

$هـ'''(\frac{١}{٢}س) \times \frac{١}{٢} = -١٢س$.

$هـ'''(\frac{١}{٢}س) = -٢٤س$.

$هـ'''(-١) = -٢٤ \times -٢$

$= ٤٨$.

$\frac{١}{٢}س = -١ \Leftarrow س = -٢$

(٢٦) $هـ'(س) =$

$\frac{(ل(س)(ع+١)) \times م(س) - ٣(س)(ل(س) \times ع(س) + (ع+١)ل'(س))}{(ل(س)(ع+١))^{٤}}$

عند $س = ١$

$٣ = \frac{٢ + -٤ + ٤ل'(١)}{٤}$

$١٤ = ٤ل'(١) \Leftarrow ل'(١) = \frac{١٤}{٤} = \frac{٧}{٢}$.

(٢٧) $هـ'(ع(س)-١) \times ٢ = ٢ جا \frac{\pi}{١٨}(٤ع(س)-٢) \times$

$جتا \frac{\pi}{١٨}(٤ع(س)-٢) \times \frac{\pi}{١٨} \times ٤$.

$ع(س)-١ = ٣ \rightarrow ص = ٢$

$هـ'(٣) \times ٢ = ٢ جا \frac{\pi}{٣} \times جتا \frac{\pi}{٣} \times \frac{٣\pi}{٩}$

$هـ'(٣) = \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{٣\pi}{٩}$

$= \frac{\sqrt{٣}\pi}{١٨}$

$= \frac{\sqrt{٣}\pi}{٣ \times ٣ \times ٢ \times ٣} = \frac{\sqrt{٣}\pi}{٣٦}$

(٢٨) $هـ$ متصل عند $س = ٢ \Leftarrow$

$\lim_{س \to ٢^{+}} هـ(س) = \lim_{س \to ٢^{-}} هـ(س)$

$٢٤ + ٢ب = ١٨ب + ٤٢ - ١٢$

$٤٢ - ١٦ب = -١٢ \quad \cdots (١)$

$هـ'(س) = \begin{cases} ٣٢س^{٤} + ب & ، س < ٢ \\ ٣٢س + ٩ب & ، س \geq ٢ \end{cases}$

$هـ'(٢)^{-} = هـ'(٢)^{+}$

$٣٢ + ب = ٣٢ + ٩ب$

$-٨ \times (٣٢ - ٨ب = صفر) \quad \cdots (٢)$

$٤٢ - ٦ب = -١٢$

$-٢١٦ + ١٦ب = صفر$

$+ ٤٢ - ١٦ب = -١٢$

$-٢١٢ = -١٢ \Leftarrow ٢ = ١$

بالتعويض $٣٢ - ٨ب = صفر \Leftarrow ب = ١$

(٢٩) بتوحيد المقامات

$\frac{٧ص + ٧س}{٧س ص} = ٧س ص$ ضرب تبادلي

$٧ص + ٧س = س ص$ نشتقه

$\frac{١}{٧ص^{٢}} ص' + \frac{١}{٧س^{٢}} = س ص' + ص$.

$\frac{١}{٧ص^{٢}} ص' - س ص' = ص - \frac{١}{٧س^{٢}}$

$ص'(\frac{١}{٧ص^{٢}} - س) = ص - \frac{١}{٧س^{٢}}$

$ص' = \frac{ص - \frac{١}{٧س^{٢}}}{\frac{١}{٧ص^{٢}} - س}$

منهاجي
منصة التعليم الهادف

(٣٠) ص² = (أ جاس − ب جتاس)²

ص² = أ² جا²س − ٢أب جاس جتاس + ب² جتا²س

ص' = أ جتاس + ب جاس .

(ص')² = أ² جتا²س + ٢أب جتاس جاس + ب² جا²س

بالجمع: (ص')² + ص² =

أ² جا²س + ب² جتا²س + أ² جتا²س + ب² جا²س

(ص')² + ص² = أ² (جا²س + جتا²س) +

ب² (جا²س + جتا²س) .

(ص')² + ص² = أ² + ب²

(ص')² = أ² + ب² − ص² .

(٣١) ق'(٢) موجودة ⟸ ق(س) متصلة عند س = ٢

نهــا ق(س) = نهــا ق(س)
س ← ٢⁻ س ← ٢⁺

٤أ − ٢ب = ٤ − ٨ب + ٢أ

٢أ + ٦ب = ٤ --- (١)

ق'(س) = { ٢أس − ب ، س < ٢
−٣ب س² + ب ، س > ٢

ق'(٢)⁻ = ق'(٢)⁺

٤أ − ب = −١٢ب + أ

٣أ + ١١ب = صفر --- (٢)

بالحذف والتعويض ينتج أن

أ = ١١ ، ب = −٣

(٣٢) ق'(س) =

[س هـ(س) × ل'(س) − ل(س) (س هـ'(س) + هـ(س))] / (س هـ(س))²

عند س = ٢

−٣ = [٢ + ٦ هـ'(٢) + ٣] / ٤

هـ'(٢) = −١٧/٦ .

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(٣٣) ق'(٣س − ١) × ٣ =

−٢س/س⁴ + ٢/س²

٣س − ١ = ٥
س = ٢

ق'(٥) × ٣ = −٤/١٦ + ٢/٤

ق'(٥) = ١/(٣ × ٤) = ١/١٢ .

(٣٤) جتا√س × 1/(2√س) + جتا√ص × 1/(2√ص) × ص' =

قا²(س ص) (س ص' + ص) .

جتا√س × 1/(2√س) + جتا√ص × 1/(2√ص) × ص' =

قا²(س ص) × س ص' + قا²(س ص) × ص .

جتا√ص × 1/(2√ص) × ص' − قا²(س ص) × س ص' =

قا²(س ص) × ص − جتا√س × 1/(2√س) .

ص' (1/(2√ص) جتا√ص − س قا²(س ص)) =

قا²(س ص) × ص − جتا√س × 1/(2√س)

ص' = [ص قا²(س ص) − 1/(2√س) جتا√س] / [1/(2√ص) جتا√ص − س قا²(س ص)]

(٣٥) $س = \sqrt{ص^٤ + ٣ص}$

$$١ = \frac{٢ص ص' + ٣ص'}{٢\sqrt{ص^٤ + ٣ص}}$$

$$٢\sqrt{ص^٤ + ٣ص} = ٢ص ص' + ٣ص'$$

$$٢\sqrt{ص^٤ + ٣ص} = ص'(٢ص + ٣)$$

$$ص' = \frac{٢\sqrt{ص^٤ + ٣ص}}{٢ص + ٣}$$

عندما $س = ٢$ ⇐

$$٢ = \sqrt{ص^٤ + ٣ص}$$ تربيع الطرفين

$$٤ = ص^٤ + ٣ص$$

$$ص^٤ + ٣ص - ٤ = صفر$$

$$(ص + ٤)(ص - ١) = ٠$$

$ص = -٤$ ، $ص = ١$

$(٢، -٤)$ ، $(١، ٢)$

$$ص' = \frac{٢\sqrt{ص^٤ + ٣ص}}{٢ص + ٣}$$

$$|ص'|_{(٢، -٤)} = \frac{٢\sqrt{١٦ - ١٢}}{-٥} = \frac{-٤}{٥}$$

$$|ص'|_{(١، ٢)} = \frac{٢\sqrt{١ + ٢}}{٣ + ٢} = \frac{٢ \times ٢}{٥}$$

$$= \frac{٤}{٥}$$

(٣٦) نفرض $ن = -م$

$$هـ(س) = س^{ن} = س^{-م} = \frac{١}{س^{م}}$$

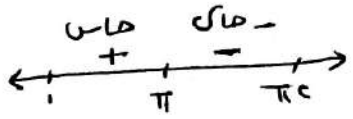
$$هـ'(س) = \frac{-١ \times م س^{م-١}}{(س^{م})^{٢}} = \frac{-م س^{م-١}}{س^{٢م}}$$

$$= -م س^{م-١-٢م} = -م س^{-م-١}$$

$$= ن س^{ن-١}$$

(٣٧) $هـ(س) = س |جا س|$

جا س = ٠ ⇐ $س = ٠ ، \pi ، ٢\pi$



$$هـ(س) = \begin{cases} س جا س & ، ٠ \le س \le \pi \\ -س جا س & ، \pi < س < ٢\pi \end{cases}$$

$هـ(\pi) = \pi$ جا $\pi = ٠$

$هـ'(\pi^+) = \pi \times$ جا $\pi = ٠$

$هـ'(\pi^-) = -\pi$ جا $\pi = ٠$

$هـ'(\pi^+) = هـ'(\pi^-)$ ∴ $هـ'(\pi)$ توجد عند $س = \pi$

$$هـ'(س) = \begin{cases} س جتا س + جا س & ، ٠ < س < \pi \\ -س جتا س - جا س & ، \pi < س < ٢\pi \end{cases}$$

$هـ'(\pi)^- = \pi \times -١ + ٠ = -\pi$

$هـ'(\pi)^+ = -\pi \times -١ + ٠ = \pi$

∴ $هـ'(\pi)$ غير موجودة لأن

$هـ'(\pi)^+ \neq هـ'(\pi)^-$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(٣٨) $هـ(س) = \frac{٥}{\sqrt{٢س^{٥} - ١}}$

$(و \circ هـ)'(١) = وَ'(هـ(١)) \times هـ'(١)$

$= وَ'(٢) \times \frac{٥}{\sqrt{٣٢ - ١}}$

$= \frac{٥}{٤} \times \frac{٥}{٣} = \frac{١}{٢}$

(٣٩) $س = \frac{١ - ن}{١ + ن}$ عندما $ص = ٠$

(أ)

$٠ = \frac{١ - ن}{١ + ن} \Leftarrow ١ - ن = ٠ \Leftarrow ن = ١$

$\frac{دص}{دن} = ٢(١ + ن) = ٢(١ + ١) = ٤$

$\frac{دس}{دن} = \frac{(١ + ن) \times -١ - (١ - ن) \times ١}{(١ + ن)^{٢}}$

$= \frac{-٢ - ١ + ن}{٤} = -\frac{٣}{٤}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دن} \times \frac{دن}{دس} = ٤ \times \frac{٤}{-٣} = -٨$

(ب) $س^{٤} - ٥س + ٤ = ٠$

$(س - ٤)(س - ١) = ٠ \Leftarrow س = ٤ ، ١$

$(س - ٤)(س - ١)(س - ١)$ $\quad -(س - ٤)(س - ١)(س - ١)$ $\quad (س - ٤)(س - ١)(س - ١)$

$+ \quad | \quad - \quad | \quad +$

$١ \qquad ٤$

$ص = \begin{cases} \frac{(س - ٤)(س - ١)}{-س(س - ١)} & ، \ ١ < س < ٤ \\ \frac{(س - ٤)(س - ١)}{س(س - ١)} & ، \ ٤ \leq س \leq ٥ \end{cases}$

$ص = \begin{cases} -١ + \frac{٤}{س} & ، \ ١ < س < ٤ \\ ١ - \frac{٤}{س} & ، \ ٤ \leq س \leq ٥ \end{cases}$

$\frac{دص}{دس} = \begin{cases} \frac{٤}{س^{٢}} & ، \ ١ < س < ٤ \\ \frac{٤}{س^{٢}} & ، \ ٤ < س < ٥ \end{cases}$

المشتقة غير موجودة عند $س = ٤$ ، ٥.

(٤٠) $(و \circ هـ)'(س) =$

$\frac{(س + ١) \times ٣س^{٢} - (س^{٣} + ٩) \times ١}{(س + ١)^{٢}}$

$(و \circ هـ)'(١) = \frac{٢ \times ٣ - (١ + ٩) \times ١}{٤}$

$= \frac{٦ - ١٠}{٤}$

وأيضاً: $(و \circ هـ)'(١) = وَ'(هـ(١)) \times هـ'(١)$

$= وَ'(١) \times ٤$

$= \sqrt{١ + ٨}^{٣} \times ٤$

$= ٣ \times ٤ = ٨$

$\therefore \frac{٦ - ٩}{٤} = ٨ \Leftarrow ٦ - ٩ = ٣٢ \Leftarrow ٩ = -٢٦$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(٤١) $ص^{٤} = س\ هـ(س^{٤})$.

نجد ص عندما س = ١

$ص^{٤} = س\ هـ(س^{٤})$

$ص^{٤} = ١\ هـ(١) = ١ \times ٤ = ٤$

$ص = \pm ٢$ نأخذ $ص = ٢$

نشتق

$$٢ص \frac{د ص}{د س} = س \times هـ'(س^{٤}) \times ٤س^{٣} + هـ(س^{٤}) \times ١$$

$$٢ \times ٢ \frac{د ص}{د س} = ١ \times هـ'(١) \times ٢ + هـ(١) \times ١$$

$$٤ \frac{د ص}{د س} = ١ \times ٢ + ٤ \times ١ = ٦$$

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{٦}{٤} = \frac{٣}{٢}.$$

(٤٢) $ظا^{٢}٣ك = (١ - ص^{٤})^{٦}$

$٢ ظا٣ك\ ظتا٣ك \times ٣ =$

$٦(١ - ص^{٤})^{٥} \times -٢ص \times ص'$

بالقسمة على $ظا^{٢}٣س$

$$\frac{٢ ظا٣ك\ ظتا٣ك \times ٣}{ظا^{٢}٣ك} = \frac{٦(١ - ص^{٤})^{٥}(-٢ص ص')}{ظا^{٢}٣ك}$$

$$ظتا٣ك = \frac{٦(١ - ص^{٤})^{٥}(-٢ص ص')}{(١ - ص^{٤})^{٦}}$$

$$ظتا٣ك = \frac{-٢ص ص'}{١ - ص^{٤}}$$

$$ظتا٣ك = \frac{-٢ص ص'}{-(ص^{٤} - ١)}$$

$$٢ص ص' = ظتا٣ك\ (ص^{٤} - ١)$$

(٤٣) $هـ'(س) = ٣(٤ - ٢س)^{٢} \times \frac{-١}{٢\sqrt{س}}$.

$$هـ(س) = ٢س \times س^{\frac{١}{٢}} = ٢س^{\frac{٣}{٢}}$$

$$هـ'(س) = ٢ \times \frac{٣}{٢} س^{\frac{١}{٢}} = ٣\sqrt{س}$$

$$هـ''(س) = \frac{١}{٢\sqrt{س}} \times ٣ = \frac{٣}{٢\sqrt{س}}.$$

$(هـ \circ هـ)'(٩) = هـ'(هـ(٩)) \times هـ''(٩)$.

$= هـ'(٩) \times \frac{٣}{٣ \times ٢}$

$= ٣(٤ - ٣)^{٢} \times \frac{-١}{٣ \times ٢} \times \frac{١}{٢}$

$= \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} - = -\frac{١}{٤}$.

(٤٤) $هـ'(س) = \frac{١}{٤} \times ن\ س^{ن-١}$

$هـ''(س) = \frac{١}{٤} \times ن \times (ن-١)\ س^{ن-٢}$.

$هـ'''(س) = \frac{١}{٤} \times ن\ (ن-١)(ن-٢)\ س^{ن-٣}$

$هـ^{(٤)}(س) = \frac{١}{٤} \times ن\ (ن-١)(ن-٢)(ن-٣)\ س^{ن-٤}$

$= (٩ + ١)\ س^{٣}$

$ن - ٤ = ٣ \Leftarrow ن = ٧$

$\frac{١}{٤} \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ = ٢١٠$

$١ - ٢١٠ = -٢٠٩$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(٤٥) هـ متصل عند س = ١

$\Leftarrow$ نهـا هـ(س) = نهـا هـ(س)
س ← ١+ ، س ← ١-

$٩ + ٤ب - ٨ = ٩ - ب + ٢$

$٥ب = ١٠ \Leftarrow ب = ٢$

$هـ(س) = \begin{cases} ٣س^٢ + ٤ب & ، س < ٢ \\ ٣س - ٤ب & ، س \geq ٢ \end{cases}$

$هـ'_+(١) = هـ'(١)$

$٣ \times ١^٢ + ٤ \times ٢ = ٣ - ٣ق$

$ق = ١٠$.

$ص = \frac{١}{١ + جتاس}$

$ص' = \frac{-١ \times -جاس}{(١ + جتاس)^٢}$

$= \frac{جاس}{(١ + جتاس)^٢}$

(٤٦)

$ص' = \frac{(١ + جتاك) \times جتاك - جاك \times -جاك}{(١ + جتاس)^٢}$

$= \frac{جتاس + جتا^٢س + جا^٢س}{(١ + جتاس)^٢}$

$= \frac{١ + جتاس}{(١ + جتاس)^٢}$

$= \frac{١}{١ + جتاس}$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف