الرياضيات

الصف الثاني عشر- الفرع الأدبي
الفصل الدراسي الثاني

12

إجابات التمارين

منهاجي
متعة التعليم الهادف

إجابات كتاب التمارين للصف الثاني عشر الأدبي / الفصل الدراسي الثاني

الوحدة الرابعة: التكامل

أستعد لدراسة الوحدة

	التحويل من الصورة الأسية إلى الصورة الجذرية والعكس صفحة 6
1	$p^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{p}$
2	$w^{\frac{8}{3}} = \sqrt[3]{w^8}$
3	$\sqrt[6]{v^5} = v^{\frac{5}{6}}$
4	$\sqrt[8]{u} = u^{\frac{1}{8}}$
	إيجاد قيمة اقتران عند نقطة ما صفحة 6
5	$f(1) = (1)^2 - 5(1) + 9 = 5$
6	$h(49) = \sqrt{49} + 10 = 17$
7	$g(0) = e^0 + 3(0) = 1$
	إيجاد مشتقة اقترانات مختلفة صفحة 7
8	$f'(x) = 6x^2$
9	$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
10	$f'(x) = 1 + \dfrac{2}{5}(2x - 5)^{-\frac{4}{5}}$ $= 1 + \dfrac{2}{5\sqrt[5]{(2x-5)^4}}$
11	$f'(x) = (2x + 3)(-3x^2) + (1 - x^3)(2)$ $= -6x^3 - 9x^2 + 2 - 2x^3$ $= -8x^3 - 9x^2 + 2$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

12	$f'(x) = 8 - \dfrac{(2x+8)(1) - (x)(2)}{(2x+8)^2}$
	$= 8 - \dfrac{2x+8-2x}{(2x+8)^2}$
	$= 8 - \dfrac{8}{(2x+8)^2}$
13	$f'(x) = -\dfrac{21x^2}{x^6} - \dfrac{3}{x^2}$
	$= -\dfrac{21}{x^4} - \dfrac{3}{x^2}$
	$= -\dfrac{21}{x^4} - \dfrac{3x^2}{x^4}$
	$= -\dfrac{21+3x^2}{x^4}$
14	$f'(x) = 7 - 2e^{2x-1}$
15	$f'(x) = (x^4)\left(\dfrac{1}{x}\right) + (\ln x)(4x^3) = x^3 + 4x^3 \ln x$
16	$f'(x) = 2\cos 2x - 12\sin 3x$
	إعادة تعريف اقتران القيمة المطلقة صفحة 8
	$3x - 9 = 0 \Rightarrow x = 3$ $f(x) = \|3x-9\| = \begin{cases} -3x+9, & x < 3 \\ 3x-9, & x \geq 3 \end{cases}$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

2

الدرس الأول: التكامل غير المحدود

1	$\int (4x + 2)dx = 2x^2 + 2x + C$
2	$\int 2x^{-4}dx = -\dfrac{2}{3x^3} + C$
3	$\int (6x^2 - 4x)dx = 2x^3 - 2x^2 + C$
4	$\int (3 - x - 2x^5)dx = 3x - \dfrac{1}{2}x^2 - \dfrac{1}{3}x^6 + C$
5	$\int \left(x^{-2} + x^{\frac{5}{2}}\right)dx = -x^{-1} + \dfrac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} + C$
6	$\int \left(3x^2 - \dfrac{2}{x^2}\right)dx = x^3 + \dfrac{2}{x} + C$
7	$\int \left(3x^{-2} + 6x^{-\frac{1}{2}} + x - 4\right)dx = -3x^{-1} + 12x^{\frac{1}{2}} + \dfrac{1}{2}x^2 - 4x + C$
8	$\int (10x^4 + 8x^{-3})dx = 2x^5 - 4x^{-2} + C$
9	$\int \left(\dfrac{2}{x^3} - 3\sqrt{x}\right)dx = \int \left(2x^{-3} - 3x^{\frac{1}{2}}\right)dx$ $= -x^{-2} - 2x^{\frac{3}{2}} + C$ $= -\dfrac{1}{x^2} - 2\sqrt{x^3} + C$
10	$\int \left(8x^3 + 6x - \dfrac{4}{\sqrt{x}}\right)dx = \int \left(8x^3 + 6x - 4x^{-\frac{1}{2}}\right)dx$ $= 2x^4 + 3x^2 - 8x^{\frac{1}{2}} + C$ $= 2x^4 + 3x^2 - 8\sqrt{x} + C$

منهاجي

متعة التعليم الهادف

11	$$\int \left(\frac{7}{x^2} + \sqrt[3]{x^4}\right) dx = \int \left(7x^{-2} + x^{\frac{4}{3}}\right) dx$$ $$= -7x^{-1} + \frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}} + C$$ $$= -\frac{7}{x} + \frac{3}{7}\sqrt[3]{x^7} + C$$
12	$$\int \left(\frac{x^2}{3} + \frac{3}{x^2}\right) dx = \int \left(\frac{1}{3}x^2 + 3x^{-2}\right) dx$$ $$= \frac{1}{9}x^3 - 3x^{-1} + C$$ $$= \frac{1}{9}x^3 - \frac{3}{x} + C$$
13	$$\int \frac{4 + 2\sqrt{x}}{x^2} dx = \int \left(\frac{4}{x^2} + \frac{2\sqrt{x}}{x^2}\right) dx$$ $$= \int \left(4x^{-2} + 2x^{-\frac{3}{2}}\right) dx$$ $$= -4x^{-1} - 4x^{-\frac{1}{2}} + C$$ $$= -\frac{4}{x} - \frac{4}{\sqrt{x}} + C$$
14	$$\int \frac{4 - x^2}{2 + x} dx = \int \frac{(2 - x)(2 + x)}{2 + x} dx$$ $$= \int (2 - x) dx$$ $$= 2x - \frac{1}{2}x^2 + C$$

15	$$\int \frac{x^2-1}{x^2}\,dx = \int \left(\frac{x^2}{x^2} - \frac{1}{x^2}\right)dx$$ $$= \int (1 - x^{-2})\,dx$$ $$= x + x^{-1} + C$$ $$= x + \frac{1}{x} + C$$
16	$$\int x\sqrt{x}\,dx = \int x^{\frac{3}{2}}\,dx$$ $$= \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$$ $$= \frac{2}{5}\sqrt{x^5} + C$$
17	$$\int \frac{x^2-1}{x-1}\,dx = \int \frac{(x-1)(x+1)}{x-1}\,dx$$ $$= \int (x+1)\,dx$$ $$= \frac{1}{2}x^2 + x + C$$
18	$$\int x^2(1-x^3)\,dx = \int (x^2 - x^5)\,dx$$ $$= \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{6}x^6 + C$$
19	$$\int (x+4)^2\,dx = \int (x^2 + 8x + 16)\,dx$$ $$= \frac{1}{3}x^3 + 4x^2 + 16x + C$$

20	$$\int \frac{5-x}{x^5}\, dx = \int \left(\frac{5}{x^5} - \frac{x}{x^5}\right) dx$$ $$= \int (5x^{-5} - x^{-4})\, dx$$ $$= -\frac{5}{4} x^{-4} + \frac{1}{3} x^{-3} + C$$ $$= -\frac{5}{4x^4} + \frac{1}{3x^3} + C$$
21	$$\int \frac{x^2 + 2x + 1}{x+1}\, dx = \int \frac{(x+1)(x+1)}{x+1}\, dx$$ $$= \int (x+1)\, dx$$ $$= \frac{1}{2} x^2 + x + C$$
22	$$\int x(x+1)^2\, dx = \int x(x^2 + 2x + 1)\, dx$$ $$= \int (x^3 + 2x^2 + x)\, dx$$ $$= \frac{1}{4} x^4 + \frac{2}{3} x^3 + \frac{1}{2} x^2 + C$$
23	$$\int \frac{(x+3)^2}{\sqrt{x}}\, dx = \int \frac{x^2 + 6x + 9}{\sqrt{x}}\, dx$$ $$= \int \left(\frac{x^2}{\sqrt{x}} + \frac{6x}{\sqrt{x}} + \frac{9}{\sqrt{x}}\right) dx$$ $$= \int \left(x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + 9x^{-\frac{1}{2}}\right) dx$$ $$= \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + 4x^{\frac{3}{2}} + 18x^{\frac{1}{2}} + C$$
24	$$\int (x-5)(x+5)\, dx = \int (x^2 - 25)\, dx$$ $$= \frac{1}{3} x^3 - 25x + C$$

الدرس الثَّاني: الشرط الأولي

1	$f(x) = \int (3x - 2)\, dx = \dfrac{3}{2}x^2 - 2x + C$ $\Rightarrow f(x) = \dfrac{3}{2}x^2 - 2x + C$ $f(-1) = 2 \Rightarrow \dfrac{3}{2} + 2 + C = 2 \Rightarrow C = -\dfrac{3}{2}$ $\Rightarrow f(x) = \dfrac{3}{2}x^2 - 2x - \dfrac{3}{2}$
2	$f(x) = \int \dfrac{x+1}{\sqrt{x}}\, dx = \int \left(\dfrac{x}{\sqrt{x}} + \dfrac{1}{\sqrt{x}} \right) dx = \int \left(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} \right) dx$ $= \dfrac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} + C = \dfrac{2}{3}\sqrt{x^3} + 2\sqrt{x} + C$ $\Rightarrow f(x) = \dfrac{2}{3}\sqrt{x^3} + 2\sqrt{x} + C$ $f(4) = 5 \Rightarrow \dfrac{16}{3} + 4 + C = 5 \Rightarrow C = -\dfrac{13}{3}$ $\Rightarrow f(x) = \dfrac{2}{3}\sqrt{x^3} + 2\sqrt{x} - \dfrac{13}{3}$
3	$f(x) = \int -x(x+1)\, dx = \int (-x^2 - x)\, dx = -\dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 + C$ $\Rightarrow f(x) = -\dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 + C$ $f(-1) = 5 \Rightarrow \dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{2} + C = 5 \Rightarrow C = \dfrac{31}{6}$ $\Rightarrow f(x) = -\dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{31}{6}$
4	$f(x) = \int \left(x^3 - \dfrac{2}{x^2} + 2 \right) dx = \int (x^3 - 2x^{-2} + 2)\, dx$ $= \dfrac{1}{4}x^4 + \dfrac{2}{x} + 2x + C$ $\Rightarrow f(x) = \dfrac{1}{4}x^4 + \dfrac{2}{x} + 2x + C$ $f(1) = 3 \Rightarrow \dfrac{1}{4} + 2 + 2 + C = 3 \Rightarrow C = -\dfrac{5}{4}$ $\Rightarrow f(x) = \dfrac{1}{4}x^4 + \dfrac{1}{x} + 2x - \dfrac{5}{4}$

5	$f(x) = \int (x + \sqrt{x})\, dx = \int \left(x + x^{\frac{1}{2}}\right) dx = \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C$ $\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C = \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$ $f(1) = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + C = 2 \Rightarrow C = \frac{5}{6}$ $\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + \frac{5}{6}$
6	$f(x) = \int -\frac{10}{x^2}\, dx = \int -10x^{-2}\, dx = 10x^{-1} + C = \frac{10}{x} + C$ $\Rightarrow f(x) = \frac{10}{x} + C$ $f(1) = 15 \Rightarrow 10 + C = 15 \Rightarrow C = 5$ $\Rightarrow f(x) = \frac{10}{x} + 5$
7	$f(x) = \int \sqrt{x}\, dx = \int x^{\frac{1}{2}}\, dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$ $\Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$ $f(9) = 25 \Rightarrow \frac{54}{3} + C = 25 \Rightarrow C = 7$ $\Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + 7$
8	$f(x) = \int \frac{2}{x^2}\, dx = \int 2x^{-2}\, dx = -2x^{-1} + C = -\frac{2}{x} + C$ $\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{x} + C$ $f(2) = 4 \Rightarrow -1 + C = 4 \Rightarrow C = 5$ $\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{x} + 5$

9	$f(x) = \int (3x^2 - 12x + 8)\, dx = x^3 - 6x^2 + 8x + C$ $\Rightarrow f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x + C$ $f(0) = 0 \Rightarrow x^3 - 6x^2 + 8x + C = 0 \Rightarrow C = 0$ $\Rightarrow f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$ لإيجاد الإحداثيات لنقاط تقاطع المنحنى مع محور x نفرض y=0 $0 = x^3 - 6x^2 + 8x \Rightarrow x(x^2 - 6x + 8) = 0 \Rightarrow x(x-2)(x-4) = 0$ $\Rightarrow x = 0\ , x = 2, x = 4$
10	$R(x) = \int (x^2 - 3)\, dx = \frac{1}{3}x^3 - 3x + C$ $\Rightarrow R(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x + C$ $R(0) = 0 \Rightarrow 0 - 0 + C = 0 \Rightarrow C = 0$ $\Rightarrow R(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x$
11	$s(t) = \int (3t^2 - 12t + 11)\, dt = t^3 - 6t^2 + 11t + C$ $\Rightarrow s(t) = t^3 - 6t^2 + 11t + C$ $s(0) = 0 \Rightarrow 0 + 0 + 0 + C = 0 \Rightarrow C = 0$ $\Rightarrow s(t) = t^3 - 6t^2 + 11t$ $\Rightarrow s(2) = (2)^3 - 6(2)^2 + 11(2) = 8 - 24 + 22 = 6\ m$
12	$v(t) = \int (6t - 30)\, dt = 3t^2 - 30t + C$ $\Rightarrow v(t) = 3t^2 - 30t + C$ $v(0) = 72 \Rightarrow 0 + 0 + 0 + C = 72 \Rightarrow C = 72$ $\Rightarrow v(t) = 3t^2 - 30t + 72$ $s(t) = \int (3t^2 - 30t + 72)\, dt = t^3 - 15t^2 + 72t + C$ $\Rightarrow s(t) = t^3 - 15t^2 + 72t + C$ $s(0) = 0 \Rightarrow 0 + 0 + 0 + C = 0 \Rightarrow C = 0$ $\Rightarrow s(t) = t^3 - 15t^2 + 72t$ $\Rightarrow s(3) = (3)^3 - 15(3)^2 + 72(3) = 27 - 135 + 216 = 108\ m$

الدرس الثالث: التكامل المحدود

1	$$\int_1^5 10x^{-2}dx = -10x^{-1}\Big|_1^5$$ $$= -\frac{10}{x}\Big|_1^5 = (-2) - (-10) = 8$$
2	$$\int_0^2 (2x^3 - 4x + 5)dx = \left(\frac{1}{2}x^4 - 2x^2 + 5x\right)\Big|_0^2$$ $$= 8 - 8 + 10 = 10$$
3	$$\int_1^4 \frac{x^3 + 2x^2}{\sqrt{x}}dx = \int_1^4 \left(\frac{x^3}{\sqrt{x}} + \frac{2x^2}{\sqrt{x}}\right)dx$$ $$= \int_1^4 \left(x^{\frac{5}{2}} + 2x^{\frac{3}{2}}\right)dx$$ $$= \left(\frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} + \frac{4}{5}x^{\frac{5}{2}}\right)\Big|_1^4$$ $$= \left(\frac{256}{7} + \frac{128}{5}\right) - \left(\frac{2}{7} + \frac{4}{5}\right) = \frac{254}{7} + \frac{124}{5} = \frac{2138}{35}$$
4	$$\int_3^6 \left(x - \frac{3}{x}\right)^2 dx = \int_3^6 \left(x^2 - 6 + \frac{9}{x^2}\right)dx$$ $$= \int_3^6 (x^2 - 6 + 9x^{-2})dx$$ $$= \left(\frac{1}{3}x^3 - 6x - 9x^{-1}\right)\Big|_3^6$$ $$= \left(\frac{1}{3}x^3 - 6x - \frac{9}{x}\right)\Big|_3^6$$ $$= \left(72 - 36 - \frac{3}{2}\right) - (9 - 18 - 3)$$ $$= \frac{93}{2}$$

5	$$|x + 3| = \begin{cases} -x - 3 , x < -3 \\ x + 3 , x \geq -3 \end{cases}$$ $$\int_0^5 (|x + 3| - 5)dx = \int_0^5 (x + 3 - 5)dx$$ $$= \int_0^5 (x - 2)dx$$ $$= \left(\frac{1}{2}x^2 - 2x\right)\Big|_0^5 = \left(\frac{25}{2} - 10\right) - (0 - 0) = \frac{5}{2}$$
6	$$\int_0^6 x(6 - x)dx = \int_0^6 (6x - x^2)dx$$ $$= \left(3x^2 - \frac{1}{3}x^3\right)\Big|_0^6 = \left(108 - \frac{216}{3}\right) - (0) = \frac{108}{3} = 36$$
7	$$\int_1^2 \left(6x - \frac{12}{x^4} + 3\right)dx = \int_1^2 (6x - 12x^{-4} + 3)dx$$ $$= (3x^2 + 4x^{-3} + 3x)\Big|_1^2$$ $$= \left(3x^2 + \frac{4}{x^3} + 3x\right)\Big|_1^2$$ $$= \left(12 + \frac{1}{2} + 6\right) - (3 + 4 + 3) = \frac{17}{2}$$
8	$$|2x - 1| = \begin{cases} -2x + 1 , x < \frac{1}{2} \\ 2x - 1 , x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$ $$\int_0^7 |2x - 1|dx = \int_0^{\frac{1}{2}} (-2x + 1)dx + \int_{\frac{1}{2}}^7 (2x - 1)dx$$ $$= (-x^2 + x)\Big|_0^{\frac{1}{2}} + (x^2 - x)\Big|_{\frac{1}{2}}^7$$ $$= \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) - (0) + (49 - 7) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) = \frac{85}{2}$$

9	$$|x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$$ $$\int_{-3}^{4} |x|\,dx = \int_{-3}^{0} -x\,dx + \int_{0}^{4} x\,dx$$ $$= -\frac{1}{2}x^2 \Big|_{-3}^{0} + \frac{1}{2}x^2 \Big|_{0}^{4}$$ $$= (0) - \left(-\frac{9}{2}\right) + (8) - (0) = \frac{25}{2}$$
10	$$\int_{1}^{2} \frac{x^2 + x^3}{x}\,dx = \int_{1}^{2} \left(\frac{x^2}{x} + \frac{x^3}{x}\right) dx$$ $$= \int_{1}^{2} (x + x^2)\,dx$$ $$= \left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3\right)\Big|_{1}^{2} = \left(2 + \frac{8}{3}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{3}{2} + \frac{7}{3} = \frac{23}{6}$$
11	$$\int_{3}^{4} (6x^2 - 4x)\,dx = (2x^3 + 2x^2)\Big|_{3}^{4}$$ $$= (128 + 32) - (54 + 18) = 88$$
12	$$\int_{10}^{10} \frac{x+1}{x^2}\,dx = 0$$
13	$$\int_{2}^{2} f(x)\,dx = 0$$
14	$$\int_{1}^{2} (f(x) - 5)\,dx = \int_{1}^{2} f(x)\,dx - \int_{1}^{2} 5\,dx$$ $$= \int_{1}^{-3} f(x)\,dx + \int_{-3}^{2} f(x)\,dx + \int_{1}^{2} -5\,dx$$ $$= -4 + 5 + (-5x)\Big|_{1}^{2}$$ $$= 1 + (-10) - (-5)$$ $$= -4$$
15	$$\int_{-3}^{2} (-2f(x) + 5g(x))\,dx = -2\int_{-3}^{2} f(x)\,dx + 5\int_{-3}^{2} g(x)\,dx$$ $$= -2(5) + 5(-2) = -20$$
16	$$\int_{2}^{-3} (g(x) + 2x)\,dx = \int_{2}^{-3} g(x)\,dx + \int_{2}^{-3} 2x\,dx$$ $$= -(-2) + (x^2)\Big|_{2}^{-3} = 2 + 9 - 4 = 7$$

17	$$\int_2^{-3} (f(x) + g(x))dx = \int_2^{-3} f(x)dx + \int_2^{-3} g(x)dx$$ $$= -5 + 2 = -3$$
18	$$\int_{-3}^2 (4f(x) - 3g(x))dx = 4\int_{-3}^2 f(x)dx - 3\int_{-3}^2 g(x)dx$$ $$= 4(5) - 3(-2) = 26$$
19	$$\int_{-3}^6 f(x)dx = \int_{-3}^2 f(x)dx + \int_2^6 f(x)dx$$ $$= \int_{-3}^2 x^2 dx + \int_2^6 (8 - x)dx$$ $$= \left(\frac{1}{3}x^3\right)\Big|_{-3}^2 + \left(8x - \frac{1}{2}x^2\right)\Big|_2^6$$ $$= \left(\frac{8}{3}\right) - (-9) + (48 - 18) - (16 - 2) = \frac{83}{3}$$
20	$$P(t) = \int_0^8 \left(5 + 3t^{\frac{2}{3}}\right) dt$$ $$= \left(5t + \frac{9}{5}t^{\frac{5}{3}}\right)\Big|_0^8$$ $$= \left(40 + \frac{288}{5}\right) - (0)$$ $$= \frac{488}{5}$$
21	$$\int_2^3 (x^2 - a)dx = 5$$ $$\left(\frac{1}{3}x^3 - ax\right)\Big|_2^3 = 5$$ $$(9 - 3a) - \left(\frac{8}{3} - 2a\right) = 5$$ $$\frac{17}{3} - a = 5$$ $$a = \frac{2}{3}$$

الدرس الرابع: المساحة

1	$A = \int_0^1 (x - x^2)dx + \int_1^2 (x^2 - x)dx$ $= \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3\right)\Big\|_0^1 + \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2\right)\Big\|_1^2$ $= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{8}{3} - 2\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) = 1$
2	$A = \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx$ $= \int_4^9 x^{-\frac{1}{2}}dx$ $= 2\,x^{\frac{1}{2}}\Big\|_4^9 = 6 - 4 = 2$
3	$A = \int_{-1}^4 (4 + 3x - x^2)dx$ $= \left(4x + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3\right)\Big\|_{-1}^4$ $= \left(16 + 24 - \frac{64}{3}\right) - \left(-4 + \frac{3}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{125}{6}$
4	$A = -\int_{-1}^0 (3x^2 + x - 2)dx$ $= -\left(x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x\right)\Big\|_{-1}^0$ $= -\left((0) - \left(-1 + \frac{1}{2} + 2\right)\right) = \frac{3}{2}$
5	$A = \int_{-1}^1 (1 - x^2)dx$ $= \left(x - \frac{1}{3}x^3\right)\Big\|_{-1}^1$ $= \left(1 - \frac{1}{3}\right) - \left(-1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{4}{3}$

6	$A = \int_0^1 (1 - x^2)dx + \int_1^2 (x^2 - 1)dx$ $= (1 - x^2)\big|_0^1 + (x^2 - 1)\big|_1^2 = 2$
7	$3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 1$ $\Rightarrow x = -1, x = 1$ $A = \int_{-1}^1 (3 - 3x^2)dx$ $= (3x - x^3)\big|_{-1}^1$ $= (3 - 1) - (-3 + 1) = 4$
8	$x^3 - 5x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 5x - 6) = 0$ $\Rightarrow x(x - 6)(x + 1) = 0$ $\Rightarrow x = 0, x = 6, x = -1$ $A = \int_{-1}^0 (x^3 - 5x^2 - 6x)dx + \int_0^6 (-x^3 + 5x^2 + 6x)dx$ $= \left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 - 3x^2\right)\Big|_{-1}^0 + \left(-\frac{1}{4}x^4 + \frac{5}{3}x^3 + 3x^2\right)\Big|_0^6$ $= (0) - \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{3} - 3\right) + (-324 + 360 + 108) - (0) = \frac{1741}{12}$
9	$x^2(2 - x) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$ $A = \int_0^2 x^2(2 - x)dx$ $= \int_0^2 (2x^2 - x^3)dx$ $= \left(\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4\right)\Big|_0^2$ $= \left(\frac{16}{3} - 4\right) - (0) = \frac{4}{3}$

الدرس الخامس: تكامل اقترانات خاصة

1	$$\int \frac{1-x^2}{5x}\,dx = \int \left(\frac{1}{5x} - \frac{x^2}{5x}\right)dx$$ $$= \int \left(\frac{1}{5x} - \frac{1}{5}x\right)dx$$ $$= \frac{1}{5}\ln|x| - \frac{1}{10}x^2 + C$$
2	$$\int (5e^x + 4)\,dx = 5e^x + 4x + C$$
3	$$\int (1 - e^{2x-3})\,dx = x - \frac{1}{2}e^{2x-3} + C$$
4	$$\int (\sin 2x - \cos 2x)\,dx = -\frac{1}{2}\cos 2x - \frac{1}{2}\sin 2x + C$$
5	$$\int \frac{3}{2x-1}\,dx = \frac{3}{2}\ln|2x-1| + C$$
6	$$\int (5 - \sin(5-5x))\,dx = 5x - \frac{1}{5}\cos(5-5x) + C$$
7	$$\int \frac{1}{\frac{1}{3}x - 2}\,dx = 3\ln\left|\frac{1}{3}x - 2\right| + C$$
8	$$\int \left(2x - 1 + \frac{8}{5x+4}\right)dx = x^2 - x + \frac{8}{5}\ln|5x+4| + C$$
9	$$\int \left(3\cos x + \frac{5}{x} + \frac{4}{x^2}\right)dx = 3\sin x + 5\ln|x| - \frac{4}{x} + C$$
10	$$\int (3x+2)^5\,dx = \frac{1}{18}(3x+2)^6 + C$$
11	$$\int \frac{x+1}{x^2+2x+5}\,dx = \frac{1}{2}\int \frac{2x+2}{x^2+2x+5}\,dx$$ $$= \frac{1}{2}\ln|x^2+2x+5| + C$$
12	$$\int \left(e^{2x} - \frac{1}{2}\sin(2x-1)\right)dx = \frac{1}{2}e^{2x} + \frac{1}{4}\cos(2x-1) + C$$

13	$\int (\sin(2x+3)+\cos(3x+2))dx$ $= -\frac{1}{2}\cos(2x+3)+\frac{1}{3}\sin(3x+2)+C$
14	$\int \left(\frac{1}{8}x^{\frac{3}{2}}-\frac{4}{x}\right)dx = \frac{1}{20}x^{\frac{5}{2}}-4\ln|x|+C$
15	$\int \frac{1}{\sqrt{x-1}}dx = \int (x-1)^{-\frac{1}{2}}dx$ $= 2(x-1)^{\frac{1}{2}}+C$ $= 2\sqrt{x-1}+C$
16	$\int_0^1 \sqrt{1+7x}\,dx = \int_0^1 (1+7x)^{\frac{1}{2}}\,dx$ $= \frac{2}{21}(1+7x)^{\frac{3}{2}}\Big|_0^1$ $= \frac{2}{21}\left(1+7(1)\right)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{21}\left(1+7(0)\right)^{\frac{3}{2}}$ $= \frac{2}{21}\sqrt{512} - \frac{2}{21}$
17	$\int_0^1 e^x(4-e^x)\,dx = \int_0^1 (4e^x - e^{2x})\,dx$ $= \left(4e^x - \frac{1}{2}e^{2x}\right)\Big|_0^1$ $= 4e - \frac{1}{2}e^2 - \frac{7}{2}$
18	$\int_1^3 \left(1+\frac{1}{x}\right)dx = (x+\ln|x|)\big|_1^3$ $= 2 + \ln 3$
19	$y = f(x) = \int (6e^{2x}+2e^{-x})dx$ $= 3e^{2x} - 2e^{-x} + C$ $y = f(x) = 3e^{2x} - 2e^{-x} + C$ $f(0) = 2 \Rightarrow 3 - 2 + C = 2$ $\Rightarrow C = 1$ $\Rightarrow y = 3e^{2x} - 2e^{-x} + 1$

20	$f(x) = \int e^{-x} dx = -e^{-x} + C$ $f(0) = 3 \Rightarrow -1 + C = 3$ $\Rightarrow C = 4$ $\Rightarrow f(x) = -e^{-x} + 4$
21	$f(x) = \int \left(\dfrac{3}{x} - 4\right) dx$ $= 3\ln|x| - 4x + C$ $f(1) = 0 \Rightarrow -4 + C = 0$ $\Rightarrow C = 4$ $\Rightarrow f(x) = 3\ln|x| - 4x + 4$
22	$f(x) = \int (4e^x - 2) dx$ $= 4e^x - 2x + C$ $f(0) = 1 \Rightarrow 4 + C = 1$ $\Rightarrow C = -3$ $\Rightarrow f(x) = 4e^x - 2x - 3$
23	$N(t) = \int -\dfrac{2000t}{1+t^2} dt$ $= \int -\dfrac{1000(2t)}{1+t^2} dt$ $= -1000\ln|1+t^2| + C$ $N(0) = 5000 \Rightarrow -1000\ln|1+0| + C = 5000$ $\Rightarrow C = 5000$ $\Rightarrow N(t) = -1000\ln|1+t^2| + 5000$
24	التكامل الأيسر هو مجموع تكاملين لاقترانين، أحدهما مثلي هو $f(x) = 3\sin 3x$ والآخر ثابت هو $g(x) = 1$. بينما التكامل الأيمن هو لاقتران مثلي واحد فقط هو $h(x) = 3\sin(3x + 1)$

الدرس السادس: التكامل بالتعويض

1	$\int x\sqrt{x^2+3}\,dx$ $u = x^2 + 3 \Rightarrow \dfrac{du}{dx} = 2x \Rightarrow dx = \dfrac{du}{2x}$ $\int x\sqrt{x^2+3}\,dx = \int x u^{\frac{1}{2}}\dfrac{du}{2x} = \int \dfrac{1}{2}u^{\frac{1}{2}}\,du$ $\qquad = \dfrac{1}{3}u^{\frac{3}{2}} + C = \dfrac{1}{3}\sqrt{(x^2+3)^3} + C$
2	$\int x^4 e^{x^5+2}\,dx$ $u = x^5 + 2 \Rightarrow \dfrac{du}{dx} = 5x^4 \Rightarrow dx = \dfrac{du}{5x^4}$ $\int x^4 e^{x^5+2}\,dx = \int x^4 e^u \dfrac{du}{5x^4} = \int \dfrac{1}{5}e^u\,du$ $\qquad = \dfrac{1}{5}e^u + C = \dfrac{1}{5}e^{x^5+2} + C$
3	$\int (x+1)(x^2+2x+5)^4\,dx$ $u = x^2 + 2x + 5 \Rightarrow \dfrac{du}{dx} = 2x + 2 \Rightarrow dx = \dfrac{du}{2x+2}$ $\int (x+1)(x^2+2x+5)^4\,dx = \int (x+1)u^4 \dfrac{du}{2x+2} = \int \dfrac{1}{2}u^4\,du$ $\qquad = \dfrac{1}{10}u^5 + C = \dfrac{1}{10}(x^2+2x+5)^5 + C$
4	$\int \dfrac{(\ln x)^3}{x}\,dx$ $u = \ln x \Rightarrow \dfrac{du}{dx} = \dfrac{1}{x} \Rightarrow dx = x\,du$ $\int \dfrac{(\ln x)^3}{x}\,dx = \int \dfrac{u^3}{x} x\,du = \int u^3\,du$ $\qquad = \dfrac{1}{4}u^4 + C = \dfrac{1}{4}(\ln x)^4 + C$

5	$$\int \frac{\cos x}{\sin^4 x}\, dx$$ $$u = \sin x \Rightarrow \frac{du}{dx} = \cos x \Rightarrow dx = \frac{du}{\cos x}$$ $$\int \frac{\cos x}{\sin^4 x}\, dx = \int \frac{\cos x}{u^4}\, \frac{du}{\cos x} = \int u^{-4}\, du$$ $$= -\frac{1}{3}u^{-3} + C = -\frac{1}{3}(\sin x)^{-3} + C$$
6	$$\int \sin x \sqrt{1 + 3\cos x}\, dx$$ $$u = 1 + 3\cos x \Rightarrow \frac{du}{dx} = -3\sin x \Rightarrow dx = \frac{du}{-3\sin x}$$ $$\int \sin x \sqrt{1 + 3\cos x}\, dx = \int \sin x\, u^{\frac{1}{2}}\, \frac{du}{-3\sin x} = \int -\frac{1}{3}u^{\frac{1}{2}}\, du$$ $$= -\frac{2}{9}u^{\frac{3}{2}} + C = -\frac{2}{9}\sqrt{(1 + 3\cos x)^3} + C$$
7	$$\int_1^2 \frac{x^2}{(x^3 + 1)^2}\, dx$$ $$u = x^3 + 1 \Rightarrow \frac{du}{dx} = 3x^2 \Rightarrow dx = \frac{du}{3x^2}$$ $$x = 2 \Rightarrow u = 9$$ $$x = 1 \Rightarrow u = 2$$ $$\int_1^2 \frac{x^2}{(x^3 + 1)^2}\, dx = \int_2^9 \frac{x^2}{u^2}\, \frac{du}{3x^2} = \int_2^9 \frac{1}{3}u^{-2}du$$ $$= -\frac{1}{3u}\Big|_2^9 = -\frac{1}{27} + \frac{1}{6} = \frac{21}{162}$$

8	$$\int_0^1 x\sqrt{3x^2+2}\,dx$$ $$u = 3x^2+2 \Rightarrow \frac{du}{dx} = 6x \Rightarrow dx = \frac{du}{6x}$$ $$x = 1 \Rightarrow u = 5$$ $$x = 0 \Rightarrow u = 2$$ $$\int_0^1 x\sqrt{3x^2+2}\,dx = \int_2^5 x u^{\frac{1}{2}}\frac{du}{6x} = \int_2^5 \frac{1}{6}u^{\frac{1}{2}}du$$ $$= \frac{1}{9}u^{\frac{3}{2}}\Big|_2^5 = \frac{1}{9}\sqrt{125} - \frac{1}{9}\sqrt{8}$$
9	$$\int_e^{e^2} \frac{(\ln x)^2}{x}\,dx$$ $$u = \ln x \Rightarrow \frac{du}{dx} = \frac{1}{x} \Rightarrow dx = x\,du$$ $$x = e \Rightarrow u = 1$$ $$x = e^2 \Rightarrow u = 2$$ $$\int_e^{e^2} \frac{(\ln x)^2}{x}\,dx = \int_1^2 \frac{u^2}{x} x\,du = \int_1^2 u^2\,du$$ $$= \frac{1}{3}u^3\Big|_1^2 = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

منهاجي

متعة التعليم الهادف

10	$$\int_0^1 (x+1)(x^2+2x)^5 dx$$ $$u = x^2 + 2x \Rightarrow \frac{du}{dx} = 2x + 2 \Rightarrow dx = \frac{du}{2x+2}$$ $$x = 1 \Rightarrow u = 3$$ $$x = 0 \Rightarrow u = 0$$ $$\int_0^1 (x+1)(x^2+2x)^5 dx = \int_0^3 (x+1)u^5 \frac{du}{2x+2} = \int_0^3 \frac{1}{2}u^5 du$$ $$= \frac{1}{12}u^6\Big|_0^3 = \frac{729}{12}$$
11	$$A = \int_0^2 x\sqrt{x^2+2}\,dx$$ $$u = x^2 + 2 \Rightarrow \frac{du}{dx} = 2x \Rightarrow dx = \frac{du}{2x}$$ $$x = 2 \Rightarrow u = 6$$ $$x = 0 \Rightarrow u = 2$$ $$\int_0^2 x\sqrt{x^2+2}\,dx = \int_2^6 xu^{\frac{1}{2}}\frac{du}{2x} = \int_2^6 \frac{1}{2}u^{\frac{1}{2}} du$$ $$= \frac{1}{3}u^{\frac{3}{2}}\Big|_2^6 = \frac{1}{3}\sqrt{216} - \frac{1}{3}\sqrt{8}$$

منهاجي

متعة التعليم الهادف

12	$$R(x) = \int \left(50 + 3.5xe^{-0.1x^2}\right)dx = \int 50dx + \int 3.5xe^{-0.1x^2}dx$$ $$= 50x + \int 3.5xe^{-0.1x^2}dx$$ $$u = -0.1x^2 \Rightarrow \frac{du}{dx} = -0.2x \Rightarrow dx = \frac{du}{-0.2x}$$ $$\int \left(50 + 3.5xe^{-0.1x^2}\right)dx = 50x + \int 3.5xe^u \frac{du}{-0.2x}$$ $$= 50x + \int -17.5e^u du$$ $$= 50x - 17.5e^{-0.1x^2} + C$$ $$\Rightarrow R(x) = 50x - 17.5e^{-0.1x^2} + C$$ $$R(0) = 0 \Rightarrow 0 - 17.5 + C = 0 \Rightarrow C = 17.5$$ $$\Rightarrow R(x) = 50x - 17.5e^{-0.1x^2} + 17.5$$
13	$$f(x) = \int 2x(4x^2 - 10)^2 dx$$ $$u = 4x^2 - 10 \Rightarrow \frac{du}{dx} = 8x \Rightarrow dx = \frac{du}{8x}$$ $$\int 2x(4x^2 - 10)^2 dx = \int 2xu^2 \frac{du}{8x} = \int \frac{1}{4}u^2 du = \frac{1}{12}u^3 + C$$ $$= \frac{1}{12}(4x^2 - 10)^3 + C$$ $$f(2) = 10 \Rightarrow 18 + C = 10$$ $$\Rightarrow C = -8$$ $$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{12}(4x^2 - 10)^3 - 8$$

14	$$f(x) = \int x^2 e^{-0.2x^3} dx$$ $$u = -0.2x^3 \Rightarrow \frac{du}{dx} = -0.6x^2 \Rightarrow dx = \frac{du}{-0.6x^2}$$ $$\int x^2 e^{-0.2x^3} dx = \int x^2 e^u \frac{du}{-0.6x^2} = \int e^u \frac{du}{-0.6}$$ $$= \int -\frac{5}{3} e^u du = -\frac{5}{3} e^{-0.2x^3} + C$$ $$\Rightarrow f(x) = -\frac{5}{3} e^{-0.2x^3} + C$$ $$f(0) = \frac{3}{2} \Rightarrow -\frac{5}{3} + C = \frac{3}{2} \Rightarrow C = \frac{19}{6}$$ $$\Rightarrow f(x) = -\frac{5}{3} e^{-0.2x^3} + \frac{19}{6}$$
15	$$s(t) = \int \frac{t}{\sqrt{t^2 + 1}} dt$$ $$u = t^2 + 1 \Rightarrow \frac{du}{dt} = 2t \Rightarrow dt = \frac{du}{2t}$$ $$\int \frac{t}{\sqrt{t^2 + 1}} dt = \int t u^{-\frac{1}{2}} \frac{du}{2t} = \int \frac{1}{2} u^{-\frac{1}{2}} du = u^{\frac{1}{2}} + C = \sqrt{t^2 + 1} + C$$ $$s(t) = \sqrt{t^2 + 1} + C$$ $$s(0) = 0 \Rightarrow 1 + C = 0 \Rightarrow C = -1$$ $$s(t) = \sqrt{t^2 + 1} - 1$$

إجابات كتاب التمارين للصف الثاني عشر الأدبي / الفصل الدراسي الثاني

الوحدة الخامسة: الإحصاء والاحتمالات

أستعد لدراسة الوحدة

	إيجاد التوافيق صفحة 15
1	$\binom{8}{5} = \dfrac{8!}{5!\,3!} = \dfrac{8 \times 7 \times 6}{6} = 56$
2	$\binom{10}{2} - \binom{7}{0} = \dfrac{10!}{2!\,8!} - \dfrac{7!}{0!\,7!} = \dfrac{10 \times 9}{2} - 1 = 45 - 1 = 44$
3	$\dfrac{\binom{13}{4}}{\binom{11}{7}} = \dfrac{\dfrac{13!}{4!\,9!}}{\dfrac{11!}{7!\,4!}} = \dfrac{\dfrac{13 \times 12 \times 11 \times 10}{4!}}{\dfrac{11 \times 10 \times 9 \times 8}{4!}} = \dfrac{13}{6}$

	المتغير العشوائي وتوزيعه الاحتمالي صفحة 15
4	$X \in \{0, 1, 2, 3\}$ $P(X = 0) = P(TTT) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^3 = \dfrac{1}{8}$ $P(X = 1) = P(\{HTT, THT, TTH\}) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^3 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^3 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^3 = 3\left(\dfrac{1}{8}\right) = \dfrac{3}{8}$ $P(X = 2) = P(\{THH, HHT, HTH\}) = 3\left(\dfrac{1}{8}\right) = \dfrac{3}{8}$ $P(X = 3) = P(HHH) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^3 = \dfrac{1}{8}$ <table><tr><td>X</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>$P(X = x)$</td><td>$\dfrac{1}{8}$</td><td>$\dfrac{3}{8}$</td><td>$\dfrac{3}{8}$</td><td>$\dfrac{1}{8}$</td></tr></table>

$X \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$P(X = 0) = P(\{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}) = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$

$P(X = 1)$

$= P(\{(1,2), (2,1), (2,3), (3,2), (3,4), (4,3), (4,5), (5,4), (5,6), (6,5)\})$

$= \dfrac{10}{36} = \dfrac{5}{18}$

$P(X = 2) = P(\{(1,3), (2,4), (3,5), (3,1), (4,6), (4,2), (5,3), (6,4)\})$

$= \dfrac{8}{36} = \dfrac{2}{9}$

$P(X = 3) = P(\{(1,4), (2,5), (3,6), (4,1), (5,2), (6,3)\}) = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$

$P(X = 4) = P(\{(1,5), (2,6), (5,1), (6,2)\}) = \dfrac{4}{36} = \dfrac{1}{9}$

$P(X = 5) = P(\{(1,6), (6,1)\}) = \dfrac{2}{36} = \dfrac{1}{18}$

5

X	0	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	$\dfrac{1}{6}$	$\dfrac{5}{18}$	$\dfrac{2}{9}$	$\dfrac{1}{6}$	$\dfrac{1}{9}$	$\dfrac{1}{18}$

==توقع المتغير العشوائي، وتباينه، وانحرافه المعياري صفحة 16==

6

$E(x) = \sum xp(x) = 0\left(\dfrac{1}{4}\right) + 1\left(\dfrac{3}{8}\right) + 2\left(\dfrac{1}{8}\right) + 3\left(\dfrac{1}{4}\right) = \dfrac{3}{8} + \dfrac{2}{8} + \dfrac{6}{8} = \dfrac{11}{8}$

$\sigma^2 = E(x^2) - (E(x))^2 = 0^2\left(\dfrac{1}{4}\right) + 1^2\left(\dfrac{3}{8}\right) + 2^2\left(\dfrac{1}{8}\right) + 3^2\left(\dfrac{1}{4}\right) - \left(\dfrac{11}{8}\right)^2$

$= 0 + \dfrac{3}{8} + \dfrac{4}{8} + \dfrac{9}{8} - \dfrac{121}{64} = \dfrac{16}{8} - \dfrac{121}{64} = \dfrac{7}{64}$

1	$P(X = 4) = \dfrac{1}{8}\left(\dfrac{7}{8}\right)^3$ $= \dfrac{343}{4096} \approx 0.084$
2	$P(X \leq 4) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$ $= \dfrac{1}{8}\left(\dfrac{7}{8}\right)^3 + \dfrac{1}{8}\left(\dfrac{7}{8}\right)^2 + \dfrac{1}{8}\left(\dfrac{7}{8}\right)^1 + \dfrac{1}{8}\left(\dfrac{7}{8}\right)^0 \approx 0.414$
3	$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 1)$ $= 1 - P(X = 1)$ $= 1 - \dfrac{1}{8}\left(\dfrac{7}{8}\right)^0$ $= 1 - \dfrac{1}{8} = \dfrac{7}{8}$
4	$P(3 \leq X < 5) = P(X = 3) + P(X = 4)$ $= \dfrac{1}{8}\left(\dfrac{7}{8}\right)^2 + \dfrac{1}{8}\left(\dfrac{7}{8}\right)^3 \approx 0.179$
5	$P(X < 2) = P(X = 1) = \dfrac{1}{8} = 0.125$
6	$P(X > 5) = 1 - P(X \leq 4) \approx 1 - 0.414 = 0.586$
7	$P(1 < X < 3) = P(X = 2)$ $= \dfrac{1}{8}\left(\dfrac{7}{8}\right)^1 = \dfrac{7}{64} \approx 0.109$
8	$P(4 < X \leq 6) = P(X = 5) + P(X = 6)$ $= \dfrac{1}{8}\left(\dfrac{7}{8}\right)^4 + \dfrac{1}{8}\left(\dfrac{7}{8}\right)^5 \approx 0.137$
9	$P(2 < X \leq 4) = P(X = 3) + P(X = 4)$ $= \dfrac{1}{8}\left(\dfrac{7}{8}\right)^2 + \dfrac{1}{8}\left(\dfrac{7}{8}\right)^3 \approx 0.179$

10	$E(X) = \dfrac{1}{p} = \dfrac{1}{0.8} = \dfrac{10}{8} = 1.25$
11	$E(X) = \dfrac{1}{p} = \dfrac{1}{0.1} = 10$
12	$E(X) = \dfrac{1}{p} = \dfrac{1}{0.75} = \dfrac{100}{75} = \dfrac{4}{3} \approx 1.33$
13	$P(X = 10) = (0.7)(0.3)^9 \approx 0.00001$
14	$\begin{aligned} P(X \geq 2) &= 1 - P(X < 1) \\ &= 1 - P(X = 1) \\ &= 1 - 0.7(0.3)^0 = 1 - 0.7 = 0.3 \end{aligned}$
15	$E(X) = \dfrac{1}{p} = \dfrac{1}{0.7} = \dfrac{10}{7} \approx 1.4$
16	$P(X = 3) = \left(\dfrac{1}{4}\right)\left(\dfrac{3}{4}\right)^2 = \dfrac{9}{64} \approx 0.14$
17	$\begin{aligned} P(X > 4) &= 1 - P(X \leq 4) \\ &= 1 - \big(P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)\big) \\ &= 1 - \left(\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{3}{4}\right)^0 + \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{3}{4}\right)^1 + \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{3}{4}\right)^2 + \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{3}{4}\right)^3\right) \approx 0.32 \end{aligned}$
18	$\begin{aligned} E(X) = 2 &\Rightarrow \dfrac{1}{p} = 2 \\ &\Rightarrow p = \dfrac{1}{2} \end{aligned}$ $P(X = 1) = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}\right)^0 = \dfrac{1}{2}$
19	$\begin{aligned} P(X > 3) &= 1 - P(X \leq 3) \\ &= 1 - \big(P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)\big) \\ &= 1 - \left(\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}\right)^0 + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}\right)^1 + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\right) \\ &= 1 - (0.5 + 0.25 + 0.125) \\ &= 1 - 0.875 = 0.125 \end{aligned}$

1	$P(X = 18) = \binom{20}{18}\left(\frac{1}{8}\right)^{18}\left(\frac{7}{8}\right)^2 \approx 8.075 \times 10^{-15}$
2	$P(X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$ $= \binom{20}{0}\left(\frac{1}{8}\right)^0\left(\frac{7}{8}\right)^{20} + \binom{20}{1}\left(\frac{1}{8}\right)^1\left(\frac{7}{8}\right)^{19} + \binom{20}{2}\left(\frac{1}{8}\right)^2\left(\frac{7}{8}\right)^{18} + \binom{20}{3}\left(\frac{1}{8}\right)^3\left(\frac{7}{8}\right)^{17}$
3	$P(1 < X \leq 3) = P(X = 2) + P(X = 3)$ $= \binom{20}{2}\left(\frac{1}{8}\right)^2\left(\frac{7}{8}\right)^{18} + \binom{20}{3}\left(\frac{1}{8}\right)^3\left(\frac{7}{8}\right)^{17} \approx 0.4984$
4	$P(X = 3) = \binom{10}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^3\left(\frac{4}{5}\right)^7 \approx 0.2013$
5	$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - \left(P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)\right)$ $= 1 - \left(\binom{10}{0}\left(\frac{1}{5}\right)^0\left(\frac{4}{5}\right)^{10} + \binom{10}{1}\left(\frac{1}{5}\right)^1\left(\frac{4}{5}\right)^9 + \binom{10}{2}\left(\frac{1}{5}\right)^2\left(\frac{4}{5}\right)^8\right) \approx 0.322$
6	$P(X = 0) = \binom{10}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^0\left(\frac{4}{5}\right)^{10} \approx 0.1074$
7	ليكن X عدد المرات التي يواجه فيها الطيار صعوبة في الرؤيا خلال الهبوط من بين الـ 20مرة. $\Rightarrow X \sim B(20, 0.25)$ $P(X = 3) = \binom{20}{3}(0.25)^3(0.75)^{17} \approx 0.134$
8	$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - \left(P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)\right)$ $= 1 - \left(\binom{20}{0}(0.25)^0(0.75)^{20} + \binom{20}{1}(0.25)^1(0.75)^{19} + \binom{20}{2}(0.25)^2(0.75)^{18}\right)$ ≈ 0.025

9	$P(X = 20) = \binom{20}{20}(0.25)^{20}(0.75)^0 \approx 9.09495 \times 10^{-13}$
10	$E(X) = np = 20(0.25) = 5$
11	$E(X) = np = 40(0.2) = 8$ $Var(X) = np(1 - p) = 40(0.2)(0.8) = 6.4$
12	$E(X) = np = 280(0.4) = 112$ $Var(X) = np(1 - p) = 280(0.4)(0.6) = 67.2$
13	$E(X) = np = 48\left(\dfrac{1}{6}\right) = 8$ $Var(X) = np(1 - p) = 48\left(\dfrac{1}{6}\right)\left(\dfrac{5}{6}\right) \approx 6.67$
14	ليكن X عدد الأشخاص المصابين بالسكري من بين الـ 12000. $\Rightarrow X \sim B(12000, 0.09)$ $E(X) = np = 12000(0.09) = 1080$

الدرس الثالث: التوزيع الطبيعي

1	النسبة المئوية للطلبة الذين تقع أطوالهم فوق الوسط الحسابي هي 50%
2	النسبة المئوية للطلبة الذين لا يزيد البعد بين أطوالهم و الوسط الحسابي على انحراف معياري واحد هي 68%
3	النسبة المئوية للطلبة الذين تقل أطوالهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على ثلاثة انحرافات معيارية هي 47.5%
4	النسبة المئوية للطلبة الذين تقل أطوالهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على ثلاثة انحرافات معيارية أو تزيد عليه بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين هي 97.35%
5	$X \sim N(21, 1.5^2)$
6	منحنى التوزيع الطبيعي يكون متماثلًا حول المستقيم المار بالوسط الحسابي للبيانات، و هذا الشكل لا يحقق هذه الخاصية.
7	من خواص منحنى التوزيع الطبيعي، أن الوسط والوسيط والمنوال (وهي القيمة الأكثر تكرارًا، أي أعلى نقطة في المنحنى)كلها متطابقة وتتوسط البيانات، بينما هذا الشكل لا يحقق هذه الخاصية.
8	$P(X > 8) \approx 0.5$
9	$P(7.8 < X < 8.2) = P\big(8 - (0.2) < X < 8 + (0.2)\big)$ $= P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0.68$
10	$P(X > 8.4) = P\big(X > 8 + 2(0.2)\big) = P(X > \mu + 2\sigma) \approx 0.025$
11	$\mu = 2.5$ $\mu + 2\sigma = 2.7 \Rightarrow 2.5 + 2\sigma = 2.7 \Rightarrow \sigma = 0.1$
12	$P(2.5 < X < 2.7) = \dfrac{1}{2}(95\%) = 47.5\%$

الدرس الرابع: التوزيع الطبيعي المعياري

1	$P(Z < 1.42) = 0.9222$
2	$P(Z < 0.87) = 0.8078$
3	$P(Z > 1.06) = 1 - P(Z < 1.06) = 1 - 0.8554 = 0.1446$
4	$P(Z < -2.78) = 1 - P(Z < 2.78) = 1 - 0.9973 = 0.0027$
5	$P(Z > -1.33) = P(Z < 1.33) = 0.9082$
6	$P(1.1 < Z < 2.1) = P(Z < 2.1) - P(Z < 1.1)$ $= 0.9821 - 0.8643 = 0.1178$
7	$P(-2.65 < Z < -1.43) = P(Z < -1.43) - P(Z < -2.65)$ $= 1 - P(Z < 1.43) - (1 - P(Z < 2.65))$ $= 1 - 0.9236 - (1 - 0.9960) = 0.0734$
8	$P(0.24 < Z < 1.1) = P(Z < 1.1) - P(Z < 0.24)$ $= 0.8643 - 0.5948 = 0.2695$
9	$P(Z < -0.54) = 1 - P(Z < 0.54) = 1 - 0.7054 = 0.2946$
10	$P(-1.8 < Z < 1.8) = P(Z < 1.8) - P(Z < -1.8)$ $= P(Z < 1.8) - (1 - P(Z < 1.8)) = 2P(Z < 1.8) - 1$ $= 2(0.9641) - 1 = 0.9282$
11	$P(Z < -1.75) = 1 - P(Z < 1.75) = 1 - 0.9599 = 0.0401$
12	$P(Z > 0.81) = 1 - P(Z < 0.81) = 1 - 0.7910 = 0.2080$
13	$P(-1 < Z < -0.33) = P(Z < -0.33) - P(Z < -1)$ $= 1 - P(Z < 0.33) - (1 - P(Z < 1))$ $= 1 - 0.6293 - (1 - 0.8413) = 0.2120$
14	$P(0.4 < Z < 1.7) = P(Z < 1.7) - P(Z < 0.4)$ $= 0.9554 - 0.6554 = 0.3000$
15	$P(Z > 2.09) = 1 - P(Z < 2.09) = 1 - 0.9817 = 0.0183$
16	$P(0 < Z < 1.2) = P(Z < 1.2) - P(Z < 0) = 0.8849 - 0.5 = 0.3849$

17	$P(-0.5 < Z < 1.5) = P(Z < 1.5) - P(Z < -0.5)$ $= P(Z < 1.5) - \big(1 - P(Z < 0.5)\big)$ $= 0.9332 - (1 - 0.6914) = 0.6246$
18	$P(Z > 1.6) = 1 - P(Z < 1.6) = 1 - 0.9452 = 0.0548$
19	$P(-0.88 < Z < 1.65) = P(Z < 1.65) - P(Z < -0.88)$ $= P(Z < 1.65) - \big(1 - P(Z < 0.88)\big)$ $= 0.9505 - (1 - 0.8106) = 0.7611$
20	$P(Z < a) = 0.9082$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يسار القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أكبر من 0.5 ، فهذا يعني أن قيمة a موجبة، وأنه يمكن استبدال القيمة z بها $P(Z < a) = P(Z < z)$ $\Rightarrow 0.9082 = P(Z < z)$ $\Rightarrow z = 1.33$ $\Rightarrow a = 1.33$
21	$P(Z < a) = 0.0314$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يسار القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أقل من 0.5 ، فهذا يعني أن قيمة a سالبة، وأنه يمكن استبدال القيمة $-z$ بها $P(Z < a) = P(Z < -z)$ $\Rightarrow 0.0314 = P(Z < -z)$ $\Rightarrow 0.0314 = 1 - P(Z < z)$ $P(Z < z) = 1 - 0.0314$ $P(Z < z) = 0.9686$ $\Rightarrow z = 1.86$ $\Rightarrow a = -1.86$

منهاجي

متعة التعليم الهادف

22	$P(Z > a) = 0.95$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يمين القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أكبر من 0.5 ، فهذا يعني أن قيمة a سالبة، وأنه يمكن استبدال القيمة $-z$ بها $P(Z > a) = P(Z > -z)$ $\Rightarrow 0.95 = P(Z > -z)$ $\Rightarrow 0.95 = P(Z < z)$ $\Rightarrow P(Z < z) = 0.95$ $\Rightarrow z = 1.64$ $\Rightarrow a = -1.64$
23	$P(Z < a) = 0.5442$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يسار القيمة a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أكبر من 0.5 ، فهذا يعني أن قيمة a موجبة، وأنه يمكن استبدال القيمة z بها $P(Z < a) = P(Z < z)$ $\Rightarrow 0.5442 = P(Z < z)$ $\Rightarrow z = 0.11$ $\Rightarrow a = 0.11$
24	$P(Z > a) = 0.2743$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يمين القيمة a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أقل من 0.5 ، فهذا يعني أن قيمة a موجبة، وأنه يمكن استبدال القيمة z بها $P(Z > a) = P(Z > z)$ $\Rightarrow 0.2743 = P(Z > z)$ $\Rightarrow 0.2743 = 1 - P(Z < z)$ $\Rightarrow P(Z < z) = 1 - 0.2743$ $\Rightarrow P(Z < z) = 0.7257$ $\Rightarrow z = 0.6$ $\Rightarrow a = 0.6$

25	$P(Z > a) = 0.6231$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يمين القيمة a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أكبر من 0.5 ، فهذا يعني أن قيمة a سالبة، وأنه يمكن استبدال القيمة $z-$ بها $P(Z > a) = P(Z > -z)$ $\Rightarrow 0.6231 = P(Z > -z)$ $\Rightarrow 0.6231 = P(Z < z)$ $\Rightarrow P(Z < z) = 0.6231$ $\Rightarrow z = 0.31$ $\Rightarrow a = -0.31$
26	$P(1 < Z < c) = 0.1408$ $P(Z < c) - P(Z < 1) = 0.1408$ $P(Z < c) - 0.8413 = 0.1408$ $P(Z < c) = 0.9821$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يسار القيمة c أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أكبر من 0.5 ، فهذا يعني أن قيمة c موجبة، وأنه يمكن استبدال القيمة z بها $P(Z < c) = P(Z < z)$ $\Rightarrow 0.9821 = P(Z < z)$ $\Rightarrow z = 2.1$ $\Rightarrow a = 2.1$

الدرس الخامس: احتمال المتغير العشوائي الطبيعي باستعمال الجدول

1	$z = \dfrac{81 - 89}{11.5} = -\dfrac{16}{23}$
2	$z = \dfrac{92 - 89}{11.5} = \dfrac{6}{23}$
3	$z = \dfrac{100 - 89}{11.5} = \dfrac{22}{23}$
4	$\dfrac{x - 220}{10} = 2 \Longrightarrow x = 240$
5	$\dfrac{x - 220}{10} = -3.5 \Longrightarrow x = 185$
6	$\dfrac{x - 220}{10} = 4.2 \Longrightarrow x = 262$
7	$P(X < 25.8) = P\left(Z < \dfrac{25.8 - 17}{10}\right)$ $= P(Z < 0.88) = 0.8106$
8	$P(X > 10.5) = P\left(Z > \dfrac{10.5 - 17}{10}\right)$ $= P(Z > -0.65)$ $= P(Z < 0.65) = 0.7422$
9	$P(19.4 < X < 30.2) = P\left(\dfrac{19.4 - 17}{10} < Z < \dfrac{30.2 - 17}{10}\right)$ $= P(0.24 < Z < 1.32)$ $= P(Z < 1.32) - P(Z < 0.24)$ $= 0.9066 - 0.5948 = 0.3118$
10	$P(4 < X < 17) = P\left(\dfrac{4 - 17}{10} < Z < \dfrac{17 - 17}{10}\right)$ $= P(-1.3 < Z < 0)$ $= P(Z < 0) - P(Z < -1.3)$ $= 0.5 - (1 - P(Z < 1.3))$ $= 0.5 - (1 - 0.9032) = 0.4032$
11	$P(X < 22.02) = P\left(Z < \dfrac{22.02 - 20}{3}\right) = P(Z < 0.67) = 0.7486$

12	$P(X > 20.76) = P\left(Z > \dfrac{20.76 - 20}{3}\right)$ $= P(Z > 0.25)$ $= 1 - P(Z < 0.25)$ $= 1 - 0.5987 = 0.4013$
13	$P(X > 175) = P\left(Z > \dfrac{175 - 185}{5}\right)$ $= P(Z > -2)$ $= P(Z < 2)$ $= 0.9772$
14	$P(180 < X < 190) = P\left(\dfrac{180 - 185}{5} < Z < \dfrac{190 - 185}{5}\right)$ $= P(-1 < Z < 1)$ $= P(Z < 1) - P(Z < -1)$ $= P(Z < 1) - (1 - P(Z < 1))$ $= 2P(Z < 1) - 1$ $= 2(0.8413) - 1 = 0.6826$
15	$P(X > 195) = P\left(Z > \dfrac{195 - 185}{5}\right)$ $= P(Z > 2)$ $= 1 - P(Z < 2)$ $= 1 - 0.9772 = 0.0228$ $N = 0.0228 \times 2000 = 45.6 \approx 46$ إذن، العدد التقريبي للاعبين الذين تزيد أطوالهم على cm 195 من بين 2000 لاعب هو 46