

## إجابات تدريبات الدرس

### نظريات النهايات

#### تدريب ١

إذا كان  $q = 2s$  ،  $h = 3s$  ، فجد كلاً مما يأتي:

$$(1) \text{ نهايا } (q) \text{ (س)} + \text{ نهايا } (h) \text{ (س)} \times \text{ نهايا } (q) \text{ (س)} \quad (2) \text{ نهايا } (q) \text{ (س)} \frac{\text{نهايا } (h) \text{ (س)}}{\text{نهايا } (h) \text{ (س)}}$$

$$(3) \text{ نهايا } \left( \sqrt{3 + (q) \text{ (س)}} + \sqrt{3 + (h) \text{ (س)}} \right) + 15$$

الحل:

$$(1) \text{ نهايا } (q) \text{ (س)} + \text{ نهايا } (h) \text{ (س)} \times \text{ نهايا } (q) \text{ (س)}$$

$$2^- \times (2^- + 2(2^-)) + 2^- \times 2 =$$

$$20 + 4^- = 2^- \times 10^- + 4^- =$$

$$16 =$$

$$(2) \text{ نهايا } (q) \text{ (س)} \frac{\text{نهايا } (h) \text{ (س)}}{\text{نهايا } (h) \text{ (س)}} = \frac{1 \times 2}{1 + 2} = \frac{2}{3}$$

$$(3) \text{ نهايا } \left( \sqrt{3 + (q) \text{ (س)}} + \sqrt{3 + (h) \text{ (س)}} \right) + 15$$

$$15 + \sqrt{1 + 1} \sqrt{3 + 1 \times 2} +$$

$$15 + \sqrt{2} \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$15 + \sqrt{2} \sqrt{4}$$

#### تدريب ٢

جد كلاً مما يأتي:

$$(2) \text{ نهايا } |s - 16|$$

$$(1) \text{ نهايا } |s - 8|$$

$$(3) \text{ نهايا } |s^2 - 16|$$

## الحل:

$$(1) \text{ نهيا } |8 - 0| = |8 - 0|$$

$$|8 - 0| =$$

$$|8| =$$

تعويض مباشر؛ لأن الصفر ليس جذر (صفر) للاقتزان ما داخل المطلق.

$$(2) \text{ نهيا } |16 - 0| = |16 - 0|$$

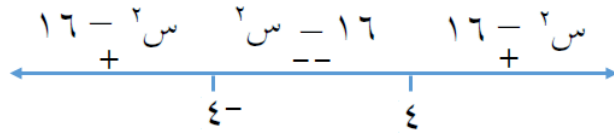
$$16 - 0 = 16 = \text{صفر} \leftarrow 16 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 16 \leq 0, \text{ نهيا } |16 - 0| \\ 16 > 0, \text{ نهيا } |16 - 0| \end{array} \right\} = |16 - 0|$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهيا } |16 - 0| = \text{صفر} \\ \text{نهيا } |16 - 0| = \text{صفر} \end{array} \right\} \iff \text{نهيا } |16 - 0| = \text{صفر}$$

$$(3) \text{ نهيا } |16 - 4| = |16 - 4|$$

$$16 - 4 = 12 = \text{صفر} \leftarrow 16 - 4 = 12$$



$$\text{نهيا } |16 - 4| = \text{صفر}$$

$$\text{نهيا } |16 - 4| = \text{صفر}$$

$$\text{نهيا } |16 - 4| = \text{صفر}$$

## تدريب 3

جد كلاً من النهايات الآتية:

$$(1) \text{ نهيا } [2 - 4]$$

$$(2) \text{ نهيا } [2 - 1]$$

$$(3) \text{ نهيا } [0, 25]$$

$$(4) \text{ نهيا } [1 + 1]$$

## الحل:

(١) نهيا [س - ٢]  $\leftarrow_{١}$  نعيد التعريف حول النقطة س = ١

$$\leftarrow \begin{array}{c} | \\ \cdot \\ | \\ 1 \\ | \\ 2 \\ | \\ \cdot \\ | \\ \cdot \end{array} \rightarrow \quad 1 = \frac{1}{|\text{معامل س}|} = \delta$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 - \leq 1 \leq 2 \\ 2 - \leq 0 \leq 1 \end{array} \right\} = [س - ٢]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهيا } [س - ٢] \leftarrow_{١} = 1 - \\ \text{نهيا } [س - ٢] \leftarrow_{١} = 2 - \end{array} \right. \Rightarrow \text{نهيا } [س - ٢] \leftarrow_{١} \text{ غير موجودة}$$

$$\leftarrow \begin{array}{c} | \\ \cdot \\ | \\ 0,5 \\ | \\ 1 \\ | \\ 1,5 \\ | \\ 2 \\ | \\ \cdot \\ | \\ \cdot \end{array} \rightarrow \quad \frac{1}{\delta} = \delta \quad (٢) \text{ نهيا } [٢س - ٤] \leftarrow_{1,5}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{صفر} , 1,5 > س \geq 2 \\ 1 , 1,5 \geq س \geq 1 \end{array} \right\} = [٢س - ٤]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهيا } [٢س - ٤] \leftarrow_{1,5} = \text{صفر} \\ \text{نهيا } [٢س - ٤] \leftarrow_{1,5} = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \text{نهيا } [٢س - ٤] \leftarrow_{1,5} = 1 \text{ غير موجودة}$$

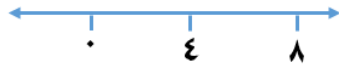
(٣) نهيا [س + ١]  $\leftarrow_{0,1}$

$$\leftarrow \begin{array}{c} | \\ \cdot \\ | \\ 1 \\ | \\ \cdot \\ | \\ \cdot \end{array} \rightarrow \quad 1 = \delta$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{صفر} , 1 \geq س > 1 \end{array} \right\} = [س + ١]$$

$$\text{نهيا } [س + ١] \leftarrow_{0,1} = 1$$

$$\frac{1}{4} = 0,25$$



$$\varepsilon = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq s < 4 \\ 4 \leq s < 8 \end{array} \right\} = [0, 25]$$

$$\text{نهايا } [0, 25] \text{ من } \varepsilon = 4 = 1$$

$$\text{نهايا } [0, 25] \text{ من } \varepsilon = 4 = \text{صفر}$$

$$\text{نهايا } [0, 25] \text{ من } \varepsilon = 4 = \text{غير موجودة}$$

### تدريب ٤

إذا كان  $q(s) = [2 - s]$ ، فأجب عن كل مما يأتي:

(١) جد قيم  $a$  التي تجعل نهايا  $q(s)$  غير موجودة

(٢) جد قيم  $a$  التي تجعل نهايا  $q(s) = 1 - a$

**الحل:**

(١) قيم  $a$  هي جميع قيم  $a$  حيث:

$$a \in \mathbb{R}$$

(٢) قيم  $a$  هي  $(2, 3)$

### تدريب ٥

جد كلاً من النهايات الآتية:

$$(٢) \text{ نهايا } \sqrt{s-7} \text{ من } \varepsilon = 7$$

$$(١) \text{ نهايا } \sqrt{s-7} \text{ من } \varepsilon = 7$$

$$(٤) \text{ نهايا } \sqrt{s^2-25} \text{ من } \varepsilon = 7$$

$$(٣) \text{ نهايا } \sqrt{s^2-25} \text{ من } \varepsilon = 7$$

**الحل:**

(1) نهايا  $\sqrt{s-7}$   $\leftarrow$  س  $\leftarrow$  صفر =  $s-7$   $\leftarrow$  س = 7

نهايا  $\sqrt{s-7}$   $\leftarrow$  س  $\leftarrow$  صفر = صفر  
 نهايا  $\sqrt{s-7}$   $\leftarrow$  س  $\leftarrow$  صفر = غير موجودة  
 نهايا  $\sqrt{s-7}$   $\leftarrow$  س = غير موجودة

(2) نهايا  $\sqrt{s-7}$   $\leftarrow$  س  $\leftarrow$  صفر = غير موجودة

(3) نهايا  $\sqrt{s^2-25}$   $\leftarrow$  س  $\leftarrow$  صفر =  $s^2-25$   $\leftarrow$  س  $\leftarrow$  صفر =  $s \pm 5$



نهايا  $\sqrt{s^2-25}$   $\leftarrow$  س  $\leftarrow$  صفر = صفر  
 نهايا  $\sqrt{s^2-25}$   $\leftarrow$  س  $\leftarrow$  صفر = غير موجودة  
 نهايا  $\sqrt{s^2-25}$   $\leftarrow$  س = غير موجودة

(4) نهايا  $\sqrt{s^2-49}$   $\leftarrow$  س  $\leftarrow$  صفر =  $s^2-49$   $\leftarrow$  س  $\leftarrow$  صفر =  $s \pm 7$

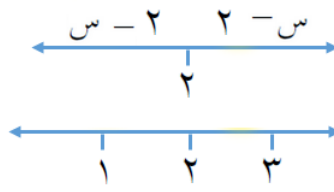
## تدريب 6

إذا كان ق(س) =  $\left. \begin{array}{l} |s-2| \\ [s-6] \end{array} \right\}$  ،  $s \leq 2$  ،  $s > 6$

فجد نهايا ق(س)  $\leftarrow$  س

الحل:

$$س - ٢ = \text{صفر} \leftarrow س = ٢$$



$$\left. \begin{array}{l} ٣ \geq س > ٢ , ٣ \\ ٢ \geq س > ١ , ٤ \end{array} \right\} = [س - ٦]$$

$$\left. \begin{array}{l} ٢ < س , ٢ - س \\ ٢ \geq س > ١ , ٤ \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

$$\text{نهاق(س)} = \text{صفر} \leftarrow س \leftarrow ٢ \quad \Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{نهاق(س)} = ٤ \\ \text{نهاق(س)} = ٢ \leftarrow س \end{array} \right.$$

نهاق(س) = غير موجودة

## تدريب ٧

إذا كان ق(س) = [س + ٥] ، ل(س) = [س - ٤] ، فجد كلاً مما يأتي:

(١) نهاق(س)  $\leftarrow س$  (٢) نهاق(س)  $\leftarrow س$

(٣) نهاق(س) + ل(س)  $\leftarrow س$

ماذا تلاحظ؟

الحل:

(١) نهايات (س)  $1 = 1$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 > s \geq 1, \quad 6 \\ 1 > s \geq 0, \quad 5 \end{array} \right\} = [5 + s]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6 = \text{نهايات (س)}_{+1} \\ 5 = \text{نهايات (س)}_{-1} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{نهايات (س)}_{\pm 1} = \text{غير موجودة}$$

(٢) نهايات (س)

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 \geq s > 1, \quad 2 \\ 1 \geq s > 0, \quad 3 \end{array} \right\} = [s - 4]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 = \text{نهايات (س)}_{+1} \\ 3 = \text{نهايات (س)}_{-1} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{نهايات (س)}_{\pm 1} = \text{غير موجودة}$$

(٣) نهايات (س) + (س) ل

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 > s > 1, \quad 8 \\ 1 > s > 0, \quad 8 \\ 1 = s, \quad 9 \end{array} \right\} = (س) ل + (س) ق$$

$$8 = \left( (س) ل + (س) ق \right)_{\pm 1} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 8 = \text{نهايات (س) ل + (س) ق}_{+1} \\ 8 = \text{نهايات (س) ل + (س) ق}_{-1} \end{array} \right.$$

لاحظ أنه قد تكون نهاية أحد الاقترانين أو كلاهما غير موجودة، ولكن قد تصبح النهاية موجودة بعد تطبيق عملية حسابية عليها.