

إجابات تدريبات الدرس

نظريات النهايات

تدريب ١

إذا كان $q(s) = 2s$ ، $h(s) = s^3 + s$ ، فجد كلاً مما يأتي:

$$(1) \text{ نهايا } (q(s) + h(s)) \text{ س} \times \text{س} \quad (2) \text{ نهايا } \frac{q(s)}{h(s)} \text{ س} \leftarrow \text{س}$$

$$(3) \text{ نهايا } \left(\sqrt[3]{3 + h(s)} + \sqrt{q(s)} \right) \text{ س} \leftarrow \text{س}$$

الحل:

$$(1) \text{ نهايا } q(s) + h(s) \text{ س} \leftarrow \text{س} \times \text{نهايا } h(s) \text{ س} \leftarrow \text{س} \times \text{نهايا } q(s) \text{ س} \leftarrow \text{س}$$

$$2^- \times (2^- + 2(2^-)) + 2^- \times 2 =$$

$$20 + 4^- = 2^- \times 10^- + 4^- =$$

$$16 =$$

$$(2) \text{ نهايا } \frac{q(s)}{h(s)} \text{ س} \leftarrow \text{س} = \frac{1 \times 2}{1 + 2} = \frac{2}{3} =$$

$$(3) \text{ نهايا } \left(\sqrt[3]{3 + h(s)} + \sqrt{q(s)} \right) \text{ س} \leftarrow \text{س}$$

$$15 + \sqrt[3]{1 + 1} \sqrt[3]{3 + 1 \times 2} \sqrt{1 \times 2}$$

$$15 + \sqrt[3]{2} \sqrt[3]{3} + \sqrt{2}$$

$$15 + \sqrt[3]{4}$$

تدريب ٢

جد كلاً مما يأتي:

$$(2) \text{ نهايا } |s - 16| \text{ س} \leftarrow \text{س}$$

$$(1) \text{ نهايا } |s - 8| \text{ س} \leftarrow \text{س}$$

$$(3) \text{ نهايا } |s^2 - 16| \text{ س} \leftarrow \text{س}$$

الحل:

$$(1) \text{ نهيا } |8 - 0| = |8 - 0|$$

$$|8 - 0| =$$

$$|8| =$$

تعويض مباشر؛ لأن الصفر ليس جذر (صفر) للاقتزان ما داخل المطلق.

$$(2) \text{ نهيا } |16 - 0| = |16 - 0|$$

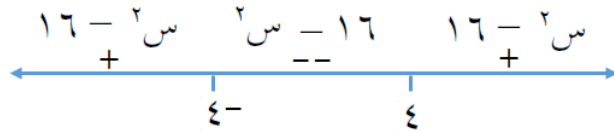
$$16 - 0 = 16 = \text{صفر} \leftarrow 16 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 16 \leq 0, \text{ نهيا } |16 - 0| \\ 16 > 0, \text{ نهيا } |16 - 0| \end{array} \right\} = |16 - 0|$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهيا } |16 - 0| = \text{صفر} \\ \text{نهيا } |16 - 0| = \text{صفر} \end{array} \right\} \iff \text{نهيا } |16 - 0| = \text{صفر}$$

$$(3) \text{ نهيا } |16 - 4| = |16 - 4|$$

$$16 - 4 = 12 = \text{صفر} \leftarrow 16 - 4 = 12$$



$$\text{نهيا } |16 - 4| = \text{صفر}$$

$$\text{نهيا } |16 - 4| = \text{صفر}$$

$$\text{نهيا } |16 - 4| = \text{صفر}$$

تدريب 3

جد كلاً من النهايات الآتية:

$$(1) \text{ نهيا } [2 - 4]$$

$$(2) \text{ نهيا } [2 - 1]$$

$$(3) \text{ نهيا } [0, 25]$$

$$(4) \text{ نهيا } [1 + 0]$$

الحل:

(١) نهيا $[س - ٢]$ $\leftarrow_{١}$ نعيد التعريف حول النقطة $س = ١$



$$\left. \begin{array}{l} ١ - \leq ٢ > س \\ ٢ - \geq ١ > س \end{array} \right\} = [س - ٢]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهيا } [س - ٢] \leftarrow_{١} = ١ - \\ \text{نهيا } [س - ٢] \leftarrow_{١} = ٢ - \end{array} \right. \Rightarrow \text{نهيا } [س - ٢] \leftarrow_{١} \text{ غير موجودة}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{صفر} ، ٢ \geq س > ١,٥ \\ ١ ، ١,٥ \geq س \geq ١ \end{array} \right\} = [س^٢ - ٤]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهيا } [س^٢ - ٤] \leftarrow_{١,٥} = \text{صفر} \\ \text{نهيا } [س^٢ - ٤] \leftarrow_{١,٥} = ١ \end{array} \right. \Rightarrow \text{نهيا } [س^٢ - ٤] \leftarrow_{١,٥} = ١ \text{ غير موجودة}$$

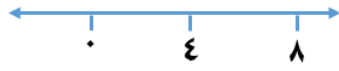
(٣) نهيا $[س + ١]$ $\leftarrow_{٠,١}$



$$\left\{ \begin{array}{l} ١ ، \text{صفر} \geq س > ١ \end{array} \right\} = [س + ١]$$

$$\text{نهيا } [س + ١] \leftarrow_{٠,١} = ١$$

$$\frac{1}{4} = 0,25$$



$$\varepsilon = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq s < 4 \\ 8 < s \leq 4 \end{array} \right\} = [0, 25]$$

$$1 = \text{نهايا} [0, 25]_{\leftarrow \varepsilon}$$

$$0 = \text{نهايا} [0, 25]_{\leftarrow \varepsilon}$$

$$\text{نهايا} [0, 25]_{\leftarrow \varepsilon} = \text{غير موجودة}$$

تدريب ٤

إذا كان $q(s) = [2 - s]$ ، فأجب عن كل مما يأتي:

(١) جد قيم a التي تجعل نهايا $q(s)$ غير موجودة

(٢) جد قيم a التي تجعل نهايا $q(s) = 1 - a$

الحل:

(١) قيم a هي جميع قيم a حيث:

$$a \in \mathbb{R}$$

(٢) قيم a هي $(2, 3)$

تدريب ٥

جد كلاً من النهايات الآتية:


$$(٢) \text{ نهايا } \sqrt{s-7}$$

$$(١) \text{ نهايا } \sqrt{s-7}$$

$$(٤) \text{ نهايا } \sqrt{s^2-25}$$


$$(٣) \text{ نهايا } \sqrt{s^2-25}$$

الحل:

(1) نهايا $\sqrt{s-7}$ $\leftarrow s=7$ صفر $\leftarrow s=7$ 

نهايا $\sqrt{s-7}$ $\leftarrow s=7$ صفر = $\sqrt{s-7}$ $\leftarrow s=7$ صفر
 نهايا $\sqrt{s-7}$ $\leftarrow s=7$ غير موجودة = $\sqrt{s-7}$ $\leftarrow s=7$ غير موجودة

(2) نهايا $\sqrt{s-7}$ $\leftarrow s=7$ غير موجودة

(3) نهايا $\sqrt{s^2-25}$ $\leftarrow s=5$ صفر $\leftarrow s=5$ ± 5 

نهايا $\sqrt{s^2-25}$ $\leftarrow s=5$ صفر = $\sqrt{s^2-25}$ $\leftarrow s=5$ صفر
 نهايا $\sqrt{s^2-25}$ $\leftarrow s=5$ غير موجودة = $\sqrt{s^2-25}$ $\leftarrow s=5$ غير موجودة

(4) نهايا $\sqrt{s^2-49}$ $\leftarrow s=7$ $\sqrt{s^2-49} = \sqrt{s^2-25} = \sqrt{s^2-49}$

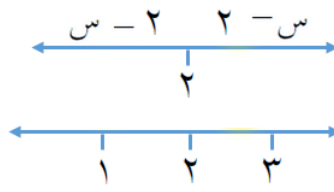
تدريب 6

إذا كان ق(س) = $\left. \begin{array}{l} |s-2| \\ [s-6] \end{array} \right\}$ ، $s \leq 2$ ، $s > 6$

فجد نهايا ق(س) $\leftarrow s=2$

الحل:

$$س - ٢ = \text{صفر} \leftarrow س = ٢$$



$$\left. \begin{array}{l} ٣ \geq س > ٢ , \quad ٣ \\ ٢ \geq س > ١ , \quad ٤ \end{array} \right\} = [س - ٦]$$

$$\left. \begin{array}{l} ٢ < س , \quad ٢ - س \\ ٢ \geq س > ١ , \quad ٤ \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهاق(س)} = \text{صفر} \\ \text{نهاق(س)} = ٤ \end{array} \right. \iff \text{نهاق(س)} = \text{غير موجودة}$$

تدريب ٧

إذا كان ق(س) = [س + ٥] ، ل(س) = [س - ٤] ، فجد كلاً مما يأتي:

(١) نهاق(س) \leftarrow نهاق(س)

(٢) نهاق(س) \leftarrow ل(س)

(٣) نهاق(س) + ل(س)

ماذا تلاحظ؟

الحل:

(١) نهايات (س) $1 = 1$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 > s \geq 1, \quad 6 \\ 1 > s \geq 0, \quad 5 \end{array} \right\} = [5 + s]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6 = \text{نهايات (س)}_{+1} \\ 5 = \text{نهايات (س)}_{-1} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{نهايات (س)}_{\pm 1} = \text{غير موجودة}$$

(٢) نهايات (س)

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 \geq s > 1, \quad 2 \\ 1 \geq s > 0, \quad 3 \end{array} \right\} = [s - 4]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 = \text{نهايات (س)}_{+1} \\ 3 = \text{نهايات (س)}_{-1} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{نهايات (س)}_{\pm 1} = \text{غير موجودة}$$

(٣) نهايات (س) + (س) ل

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 > s > 1, \quad 8 \\ 1 > s > 0, \quad 8 \\ 1 = s, \quad 9 \end{array} \right\} = (س) ل + (س) ق$$

$$8 = \text{نهايات (س) ل + (س) ق}_{\pm 1} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 8 = \text{نهايات (س) ل + (س) ق}_{+1} \\ 8 = \text{نهايات (س) ل + (س) ق}_{-1} \end{array} \right.$$

لاحظ أنه قد تكون نهاية أحد الاقترانين أو كلاهما غير موجودة، ولكن قد تصبح النهاية موجودة بعد

تطبيق عملية حسابية عليها.