إجابات تدريبات الدرس

نظريات النهايات

تدريب ١

جد قيمة كل مما يأتي:

١) $\lim_{س \to -١} (س^٦ - ٥س^٢ + ٤س + ٩)$

٢) $\lim_{س \to -١} (٧س^٢ + ٥س)(س^٢ + س - ١٠)$

٣) $\lim_{س \to -١} (س^٢ + ٥س)^٣$

الحل:

١) $\lim_{س \to -١} (س^٦ - ٥س^٢ + ٤س + ٩) = (-١)^٦ - ٥(-١)^٢ + ٤(-١) + ٩$

$= ١ - ٥ + ٤ + ٩ = ١٠ - ٩ = ١$

٢) $\lim_{س \to -١} (٧س^٢ + ٥س)(س^٢ + س - ١٠) = (٧(-١)^٢ + ٥(-١))((-١)^٢ - ١ - ١٠)$

$= (٧ - ٥)(١ - ١ - ١٠)$

$= ٢ \times -١٠ = -٢٠$

٣) $\lim_{س \to -١} (س^٢ + ٥س)^٣ = ((-١)^٢ + ٥(-١))^٣ = (١ - ٥)^٣$

$= (-٤)^٣ = -٦٤$

تدريب ٢

إذا كانت $\lim_{س \to -١} (ق(س) + س^٣ - ٣) = ٥$ ، فجد قيمة $\lim_{س \to -١} ٣(ق(س))^٢$

الحل:

نجد أولًا $\lim_{س \to -١} ق(س)$

$\lim_{س \to -١} (ق(س) + س^{٣} - ٣) = ٥$

$\lim_{س \to -١} ق(س) + (-١)^{٣} - ٣ = ٥$

$\lim_{س \to -١} ق(س) + (-٤) = ٥$

$+٤ \quad +٤$

$\lim_{س \to -١} ق(س) = ٩ \Leftarrow \lim_{س \to -١} ٣(ق(س))^{٢}$

$= ٣(\lim_{س \to -١} ق(س))^{٢} = ٣ \times (٩)^{٢} = ٣ \times ٨١ = ٢٤٣$

تدريب ٣

١) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} س^{٢} + ١ & ، س \geq ٣ \\ ٤س - ٢ & ، س < ٣ \end{cases}$

فجد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت):

أ) $ق(٢)$

ب) $\lim_{س \to ١} ق(س)$

جـ) $\lim_{س \to ٤} ق(س)$

د) $\lim_{س \to ٣} ق(س)$

٢) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} س + ٦ & ، س \in ص \\ ٤س + ١ & ، س \notin ص \end{cases}$

حيث ص = مجموعة الأعداد الصحيحة،

فجد $\lim_{س \to ٣} ق(س)$ (إن وجدت).

الحل:

١) أ) ق(٢) = (٢)^{٢} + ١ = ٥

ب) $\lim_{س \to ١}$ ق(س) = (١)^{٢} + ١ = ٢

جـ) $\lim_{س \to ٤}$ ق(س) = ٤ × ٤ − ٢ = ١٦ − ٢ = ١٤

د) $\lim_{س \to ٣}$ ق(س)

- $\lim_{س \to ٣^{+}}$ ق(س) = ٤ × ٣ − ٢ = ١٠
- $\lim_{س \to ٣^{-}}$ ق(س) = (٣)^{٢} + ١ = ١٠

$\lim_{س \to ٣}$ ق(س) = ١٠

٢) $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) = ٤ × ٣ + ١

= ١٣

تدريب ٤

١) إذا كان ق(س) = { ٥س − أ ، س < ١ ؛ ب س^{٢} + ٧ ، س ≤ ١ }

وكانت $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) = ١٦ ، $\lim_{س \to ١}$ ق(س) موجودة، فما قيمة كل من الثابتين: أ، ب؟

٢) إذا كان ق(س) = { ٥س^{٣} ، س < أ ؛ ٤٠ ، س ≤ أ }

وكانت $\lim_{س \to أ}$ ق(س) موجودة، فما قيمة الثابت أ ؟

الحل:

١) $\lim_{س \to ٣} ق(س) = ١٦$

$\lim_{س \to ٣} (ب س^{٢} + ٧) = ١٦$

$٩ب + ٧ = ١٦$

$-٧ \quad -٧$

$\frac{٩ب}{٩} = \frac{٩}{٩}$ ⟸ $ب = ١$

$\lim_{س \to ١} ق(س)$ موجودة ⟸

$\lim_{س \to ١^{+}} ق(س) = \lim_{س \to ١^{-}} ق(س)$

$\lim_{س \to ١^{+}} (ب س^{٢} + ٧) = \lim_{س \to ١^{-}} (٥س - أ)$

$ب + ٧ = ٥ - أ$

$١ + ٧ = ٥ - أ$

$٨ = ٥ - أ$ ⟸ $أ = -٣$

٢) $\lim_{س \to أ} ق(س)$ موجودة، ⟸

$\lim_{س \to أ^{+}} ق(س) = \lim_{س \to أ^{-}} ق(س)$

$\lim_{س \to أ^{+}} ٤٠ = \lim_{س \to أ^{-}} ٥س^{٣}$

$\frac{٤٠}{٥} = \frac{٥}{٥}(أ)^{٣}$

$٨ = (أ)^{٣}$ نأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$\sqrt[٣]{٨} = \sqrt[٣]{أ^{٣}}$

$أ = ٢$