

إجابات أسئلة الدرس

نظريات النهايات

(١) إذا علمت أن نهايا ق (س) = ٨، نهايا هـ (س) = -٢، فجد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت):

- أ) نهايا (٤ق (س) + ٢هـ (س)) (س) ← ٣
- ب) نهايا (ق (س) - ٢هـ (س)) (س) ← ٣
- ج) نهايا (ق (س) × هـ (س)) (س) ← ٣
- د) نهايا ٥ق (س) (س) ← ٣
- هـ) نهايا (٢ق (س) + ١) (س) ← ٣
- و) نهايا ((٣هـ (س) + ٣ - ٧) (س) ← ٣
- ز) نهايا (٢ق (س) + ٣هـ (س) + ٢س + ٤) (س) ← ٣

الحل:

$$\begin{aligned} \text{أ) نهايا (٤ق (س) + ٢هـ (س)) (س) } &= \text{نهايا ٤ق (س) + نهايا ٢هـ (س) (س)} \\ &= ٤ \times ٨ + ٢ \times (-٢) = ٣٢ - ٤ = ٢٨ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب) نهايا (ق (س) - ٢هـ (س)) (س) } &= \text{نهايا ق (س) - نهايا ٢هـ (س) (س)} \\ &= ٨ - ٢ \times (-٢) = ٨ + ٤ = ١٢ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ج) نهايا (ق (س) × هـ (س)) (س) } &= \text{نهايا ق (س) × نهايا هـ (س) (س)} \\ &= ٨ \times (-٢) = -١٦ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{د) نهايا ٥ق (س) (س) } &= \text{نهايا ٥ق (س) (س)} \\ &= ٥ \times ٨ = ٤٠ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{هـ) نهايا (٢ق (س) + ١) (س) } &= \text{نهايا ٢ق (س) + نهايا ١ (س)} \\ &= ٢ \times ٨ + ١ = ١٧ \end{aligned}$$

$$(و) \text{ نهيا } (س) \left(\begin{array}{c} ٣ \\ \leftarrow \end{array} \right) = (نهيا هـ (س) \left(\begin{array}{c} ٣ \\ \leftarrow \end{array} \right) + (نهيا س ٣ - ٧) \left(\begin{array}{c} ٣ \\ \leftarrow \end{array} \right)$$

$$٦ - = ٧ - ٩ + ٨ - = ٧ - ٣ \times ٣ + (٢ -) \left(\begin{array}{c} ٣ \\ \leftarrow \end{array} \right) =$$



$$(ز) \text{ نهيا } (س) \left(\begin{array}{c} ٣ \\ \leftarrow \end{array} \right) = (نهيا ق (س) \left(\begin{array}{c} ٣ \\ \leftarrow \end{array} \right) + (نهيا هـ (س) \left(\begin{array}{c} ٣ \\ \leftarrow \end{array} \right) + (س ٢ + ٤) \left(\begin{array}{c} ٣ \\ \leftarrow \end{array} \right)$$

$$= (نهيا ق (س) \left(\begin{array}{c} ٣ \\ \leftarrow \end{array} \right) + (نهيا هـ (س) \left(\begin{array}{c} ٣ \\ \leftarrow \end{array} \right) + (نهيا س ٢ + ٤) \left(\begin{array}{c} ٣ \\ \leftarrow \end{array} \right)$$

$$٢٠ = ٤ + ٦ + ٦ - ١٦ = ٤ + ٣ \times ٢ + ٢ - \times ٣ + ٨ \times ٢$$

(٢) جد قيمة كل مما يأتي:

$$(أ) \text{ نهيا } (س) \left(\begin{array}{c} ٣ \\ \leftarrow \end{array} \right) = (نهيا س ٣ - ٤) \left(\begin{array}{c} ٣ \\ \leftarrow \end{array} \right) + (نهيا س ٥ - ٣) \left(\begin{array}{c} ٣ \\ \leftarrow \end{array} \right) + (٧ - ٦) \left(\begin{array}{c} ٣ \\ \leftarrow \end{array} \right)$$

$$(ب) \text{ نهيا } (س) \left(\begin{array}{c} ٢ \\ \leftarrow \end{array} \right) = (نهيا س ١ + ٢) \left(\begin{array}{c} ٢ \\ \leftarrow \end{array} \right) + (نهيا س ٥ - ٢) \left(\begin{array}{c} ٢ \\ \leftarrow \end{array} \right)$$

$$(ج) \text{ نهيا } (س) \left(\begin{array}{c} ٢ \\ \leftarrow \end{array} \right) = (نهيا س ٢ + ٢) \left(\begin{array}{c} ٢ \\ \leftarrow \end{array} \right)$$

الحل:

$$(أ) \text{ نهيا } (س) \left(\begin{array}{c} ٣ \\ \leftarrow \end{array} \right) = (نهيا س ٣ - ٤) \left(\begin{array}{c} ٣ \\ \leftarrow \end{array} \right) + (نهيا س ٥ - ٣) \left(\begin{array}{c} ٣ \\ \leftarrow \end{array} \right) + (٧ - ٦) \left(\begin{array}{c} ٣ \\ \leftarrow \end{array} \right)$$

$$٧ - (٢ -) ٦ + (٢ -) ٥ - (٢ -) ٣ =$$

$$٦٩ = ١٩ - ٤٠ + ٤٨ = ٧ - ١٢ - ٨ - \times ٥ - ١٦ \times ٣ =$$



$$(ب) \text{ نهيا } (س) \left(\begin{array}{c} ٢ \\ \leftarrow \end{array} \right) = (نهيا س ١ + ٢) \left(\begin{array}{c} ٢ \\ \leftarrow \end{array} \right) + (نهيا س ٥ - ٢) \left(\begin{array}{c} ٢ \\ \leftarrow \end{array} \right)$$

$$٨ = ٤ \times ٢ = (٢ - ٥ + ١) (١ + ١) =$$

$$(ج) \text{ نهيا } (س) \left(\begin{array}{c} ٢ \\ \leftarrow \end{array} \right) = (نهيا س ٢ + ٢) \left(\begin{array}{c} ٢ \\ \leftarrow \end{array} \right) = (٢ + ١ -) \left(\begin{array}{c} ٢ \\ \leftarrow \end{array} \right) = (١) \left(\begin{array}{c} ٢ \\ \leftarrow \end{array} \right) = ١$$

$$(3) \text{ إذا كانت نهـا (3ق(س) + 2س + 1) = 27، فجد نهـا (ق(س))}^3$$

الحل:

$$27 = (1 + 2س) \text{ نهـا} + 3 \text{ نهـا ق(س)}$$

$$27 = (1 + 2 \times 2) + 3 \text{ نهـا ق(س)} =$$

$$27 = 3 - 3 \text{ نهـا ق(س)}$$

$$30 = 3 \text{ نهـا ق(س)}$$

$$10 = \text{نهـا ق(س)}$$

$$\text{نهـا (ق(س))}^3 = \text{نهـا (ق(س))}^3$$

$$1000 = 10 =$$



$$(4) \text{ إذا كانت نهـا (م س}^2 + 5س + 1) = 25، فما قيمة الثابت م؟}$$

الحل:

$$25 = (1 + 5س + م س^2) \text{ نهـا}$$

$$25 = 1 + 3 \times 5 + م س^2$$

$$25 = 16 + م(3)$$

$$16 - 25 = م9$$

$$9 = م9$$

$$1 = م$$



$$(5) \left. \begin{array}{l} 4s + 1, \quad s > 0 \\ 5 - s^2, \quad s \leq 0 \end{array} \right\} = \text{إذا كان ق(س)}$$

فجد قيمة كل مما يأتي:

(أ) نهاق (س) $s \leftarrow 1$ (ب) نهاق (س) $s \leftarrow 2$ (ج) نهاق (س) $s \leftarrow 0$

الحل:

(أ) نهاق (س) $s \leftarrow 1$ $4 = 2 \cdot 1 - 5 = 1 - 5 = -4$

(ب) نهاق (س) $s \leftarrow 2$ $7 - = 1 + 8 - = 1 + 2 - \times 4 = 1 + 2 - 8 = -5$

(ج) نهاق (س) $s \leftarrow 0$ $5 = 0 - 5 = -5$

نهاق (س) $s \leftarrow 0$ $1 = 1 + 0 \times 4 = 1$

نهاق (س) غير موجودة.
 $s \leftarrow 0$



$$(6) \left. \begin{array}{l} 1 + s^2, \quad s \neq 3 \\ 8, \quad s = 3 \end{array} \right\} = \text{إذا كان ه(س)}$$

فجد قيمة كل مما يأتي:

(أ) نهاه (س) $s \leftarrow 5$ (ب) نهاه (س) $s \leftarrow 3$ (ج) ه (3)

الحل:

$$٢٦ = ١ + ٢٥ = \text{نهـا هـ (س)} \quad \begin{matrix} \leftarrow \\ ٥ \end{matrix}$$

$$١٠ = ١ + ٢٣ = \text{نهـا هـ (س)} \quad \begin{matrix} \leftarrow \\ ٣ \end{matrix}$$

$$\text{جـ هـ (٣)} = ٨$$

$$(٧) \text{ إذا كان ق (س) = } \left. \begin{array}{l} \text{أ س} + ٤ \\ \text{س} > ٢ \\ \text{س} \leq ٢ \\ \text{٥ س} + ٢ \end{array} \right\}$$

وكانت نهـا ق (س) موجودة، فما قيمة الثابت أ؟
 $\begin{matrix} \leftarrow \\ ٢ \end{matrix}$

الحل:

نهـا ق (س) موجودة،
 $\begin{matrix} \leftarrow \\ ٢ \end{matrix}$

$$\text{نهـا} \begin{matrix} \leftarrow \\ ٢ \end{matrix} + ٥ \text{س} + \text{أ} = \text{نهـا} \begin{matrix} \leftarrow \\ ٢ \end{matrix} + \text{أ س} + ٤$$

$$٤ + \text{أ}٢ = \text{أ} + ٢٠$$

$$٤ - ٢٠ = \text{أ} - \text{أ}٢$$

$$\text{أ} = ١٦$$

$$(8) \text{ إذا كان ق(س) = } \left. \begin{array}{l} \text{س}^2 + 1, \quad \text{س} > 2 \\ \text{س}^5, \quad 2 \leq \text{س} \leq 6 \\ \text{س}^2 - 6, \quad \text{س} < 2 \end{array} \right\}$$

فجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن وجدت):

أ) $\lim_{\text{س} \rightarrow 0} \text{نهاق(س)}$ ب) $\lim_{\text{س} \rightarrow 2} \text{نهاق(س)}$

ج) $\lim_{\text{س} \rightarrow 4} \text{نهاق(س)}$ د) $\lim_{\text{س} \rightarrow 6} \text{نهاق(س)}$

الحل:

أ) $\lim_{\text{س} \rightarrow 0} \text{نهاق(س)} = 1 + 0 = 1$

ب) $\lim_{\text{س} \rightarrow 2} \text{نهاق(س)} = 2 \times 5 = 10$

نهاق(س) = غير موجودة. ← ←

نهاق(س) = $1 + 2^2 = 5$

ج) $\lim_{\text{س} \rightarrow 4} \text{نهاق(س)} = 4 \times 5 = 20$

د) $\lim_{\text{س} \rightarrow 6} \text{نهاق(س)} = 6 - 36 = -30$

نهاق(س) = $6 \times 5 = 30$

نهاق(س) = 30

$$(9) \text{ إذا كان ق(س) = } \left. \begin{array}{l} \text{س}^3 - 3, \quad \text{س} > 2 \\ \text{س}^2, \quad \text{س} < 2 \end{array} \right\}$$

وكانت نهاق(س) موجودة، فجد قيمة الثابت أ؟

← ←

الحل:

نهاق (س) موجودة $\leftarrow \leftarrow$
س \leftarrow ٢

نهاق (س) = نهاق (س)
س \leftarrow ٢ + س \leftarrow ٢ -

١٠ = نهاق (٣س - أ)
س \leftarrow ٢ -

١٠ = ٣ × ٢ - أ

١٠ = ٦ - أ

أ = ٤ -