

مجموع مكعبين وتحليله

يُحلل مجموع المكعبين $s^3 + s^2$ على الصورة :

$$s^3 + s^2 = (s + s)(s^2 - s + s) = (s + s)(s^2 + s)$$

أي أن : مجموع مكعبي مقدارين =

$$(الأول + الثاني) \times (مربع الأول - الأول \times الثاني + مربع الثاني).$$

السؤال الأول :

اكتب كلا مما يأتي على صورة مجموع مكعبين :

(أ) $1 + 8s^2$ ، (ب) $\frac{1}{125s^2} + 27$ ، $s \neq 0$ صفرا

الحل :

$$(أ) 1 + 8s^2 = (1) + (2s)^2$$

$$(ب) \frac{1}{125s^2} + 27 = \frac{1}{125s^2} + \frac{27}{1} = \frac{1}{(5s)^2} + \left(\frac{3}{1}\right)^2$$

السؤال الثاني :

حل المقادير الجبرية الآتية إلى عواملها :

$$\begin{array}{ll}
 \text{أ) } ٢١٦ م^٢ + ٢ ع^٢ & \text{ب) } \frac{٨ ص^٢}{٢٧} + \frac{س^٢}{١٢٥} \\
 \text{د) } ١٦ ص^٢ + ٢ س^٢ & \text{هـ) } (١ - ص) + (١ - س) \\
 \text{ز) } ١ + م^٩ & \text{ح) } ٦ أ^٢ س + ٤٨ س^٢ \\
 \text{ط) } (١ - س) + (١ - س) &
 \end{array}$$

الحل :

$$\text{أ) } (٢١٦ م^٢ + ٢ ع^٢) = (٦ م + ع)^٢ = (٦ م + ع)(٦ م + ع)$$

$$\text{ب) } \frac{٨ ص^٢}{٢٧} + \frac{س^٢}{١٢٥} = \left(\frac{٢ ص}{٣}\right)^٢ + \left(\frac{س}{٥}\right)^٢$$

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{٢ ص}{٣} + \frac{س}{٥}\right) \left(\frac{٢ ص}{٣} + \frac{س}{٥}\right) = \left(\frac{٤ ص^٢}{٩} + \frac{٢ ص س}{١٥} + \frac{س^٢}{٢٥}\right) \\
 & \left(\frac{٢ ص}{٣} + \frac{س}{٥}\right) \left(\frac{٢ ص}{٣} + \frac{س}{٥}\right) = \left(\frac{٤ ص^٢}{٩} + \frac{٢ ص س}{١٥} + \frac{س^٢}{٢٥}\right)
 \end{aligned}$$

لفهم الإجابات والتمكن من طريقة تحليل مجموع مكعبين ، شاهد الفيديو التالي:

جـ) هنا خذ الرقم (٢) عامل مشترك للحصول على صيغة مجموع مكعبين ؛ إذن :

$$٢٥٠٠ أ^٣ + ٥٤ ب^٣ = ٢ (١١٢٥ أ^٣ + ٢٧ ب^٣) = ٢ (١٥ + ٣ ب) (٢٥٠ أ^٢ - ١٥ أ ب + ٩ ب^٢)$$

د) هنا خذ الرقم (٢) عامل مشترك للحصول على صيغة مجموع مكعبين ؛ إذن :

$$١٦ ص^٣ + ٢ س^٣ = ٢ (٨ ص^٣ + ٢ س^٣) = ٢ (٢ ص + س) (٤ ص^٢ - ٢ ص س + س^٢)$$

هـ) (س - ١) + (ص + ١) هذه صيغة مجموع مكعبين ، إذن التحليل يساوي

$$((١ - س) + (١ + ص)) ((١ - س) - (١ - س)) - (١ - س) (١ + ص) + (١ + ص) (١ + ص)$$

الأول الثاني الأول تربيع الأول × الثاني الثاني تربيع

متعة التعليم الهادف

يُمكنك الإكتفاء بالإجابة لهذا ...

لفك هذه الأقواس نقوم بما يلي :

$$= ((١ - س) + (١ + ص)) ((١ - س) - (١ - س)) - (١ - س) (١ + ص) + (١ + ص) (١ + ص)$$

$$= ((١ - س) + (١ + ص)) (١ - س + ١ - س) - (١ - س) (١ + ص) + (١ + ص) (١ + ص)$$

$$= (١ - س + ١ + ص) (٢ - ٢ س) - (١ - س) (١ + ص) + (١ + ص) (١ + ص)$$

$$= (٢ - ٢ س + ٢ ص - ٢ س ص) - (١ - س) (١ + ص) + (١ + ص) (١ + ص)$$

$$= (٢ - ٢ س + ٢ ص - ٢ س ص) - (١ + ص - س - س ص) + (١ + ص) (١ + ص)$$

$$= (٢ - ٢ س + ٢ ص - ٢ س ص) - (١ + ص - س - س ص) + (١ + ص) (١ + ص)$$

(و) تذكر أن : $(س^ن)^م = س^{ن \times م}$ إذن ؛ $س^٦ = س^{٢ \times ٣} = (س^٢)^٣$

هنا أخذنا الربع عامل مشترك

$$\left(\frac{٢٧ ص^٢}{١٢٥} + (س^٢)^٣ \right) \frac{١}{٤} = \frac{٢٧ ص^٢}{٥٠٠} + \frac{(س^٢)^٣}{٤} = \frac{٢٧ ص^٢}{٥٠٠} + \frac{س^٦}{٤}$$

$$\left(\frac{٩ ص^٢}{٢٥} + \frac{٣ ص^٣}{٥} \times س^٢ - س^٤ \right) \left(\frac{٣ ص^٣}{٥} + س^٢ \right) \frac{١}{٤} = \left(\frac{٣ ص^٣}{٥} + س^٢ \right) \frac{١}{٤} + (س^٢)^٣ \frac{١}{٤}$$

$$\left(\frac{٩ ص^٢}{٢٥} + \frac{٣ ص^٣}{٥} \times س^٢ - س^٤ \right) \left(\frac{٣ ص^٣}{٥} + س^٢ \right) \frac{١}{٤} =$$

$$(١ + م^٢ - م^٦) (١ + م^٢) = ١ + (م^٢)^٣ = ١ + م^٦$$

مجموع مكعبين

$$(١ + م^٢ - م^٦) (١ + م - م^٢) (١ + م) =$$

(ح) هنا خذ $(س^٢)$ عامل مشترك للحصول على صيغة مجموع مكعبين ؛ إذن :

$$٦ أ^٢ س^٢ + ٤٨ س^٢ = ٦ س^٢ (أ^٢ + ٨) = ٦ س^٢ (٢ + أ) (٢ + أ - أ^٢) (٢ + أ)$$

(ط) خذ $(١ - س)$ عامل مشترك للحصول على صيغة مجموع مكعبين ؛ إذن :

$$(١ + (١ - س)^٢) (١ - س) = (١ - س) + (١ - س)^٤$$

مجموع مكعبين

$$(١ + (١ - س) - (١ - س)^٢) (١ + (١ - س)) (١ - س) =$$

$$(١ + ١ + س - (١ + ١٠س - ٢٥س^٢)) (١ + ١ - س) (١ - س) =$$

$$(٢ + س - ١ + ١٠س - ٢٥س^٢) (س) (١ - س) =$$

$$(٣ + ١٥س - ٢٥س^٢) (س) (١ - س) =$$

السؤال الثالث :

كرتان من البلاستيك طول نصف قطر الأولى (س) سم ، وطول نصف قطر الثانية

(أ) سم، صهرتا معا وشكلتا على شكل متوازي مستطيلات ارتفاعه $\left(\frac{\pi ٤}{٣} \right)$ سم،

وأحد بُعدي قاعدته (س + أ) سم ، جد البعد الآخر للقاعدة.

الحل :

بما أن الكرتان صُهرتا معاً وبعد الصهر أصبحتا متوازي مستطيلات ، إذن ؛

حجم الكرتين يساوي حجم متوازي المستطيلات

$$* \text{ حجم الكرة} = \frac{\pi \epsilon}{3} \text{ نق}^2$$

$$* \text{ حجم متوازي المستطيلات} = \text{الطول} \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{حجم الكرة الأولى} = \frac{\pi \epsilon}{3} (س)^2 , \quad \text{حجم الكرة الثانية} = \frac{\pi \epsilon}{3} (أ)^2$$

$$\text{حجم متوازي المستطيلات} = (س + أ) \times \text{البعد الآخر} \times \frac{\pi \epsilon}{3}$$

بما أن حجم الكرتين يساوي حجم متوازي المستطيلات ، إذن

حجم الكرة الأولى + حجم الكرة الثانية = حجم متوازي المستطيلات

$$\frac{\pi \epsilon}{3} س^2 + \frac{\pi \epsilon}{3} أ^2 = \frac{\pi \epsilon}{3} (س + أ) \times \text{البعد الآخر}$$

$$\cancel{\frac{\pi \epsilon}{3}} \times (س + أ) \times \text{البعد الآخر} = (س^2 + أ^2) \cancel{\frac{\pi \epsilon}{3}}$$

$$\text{البعد الآخر} \times (س + أ) = (س^2 + أ^2)$$

$$(س + أ) \times (س - أ) = (س^2 + أ^2)$$

إذن ، البعد الآخر يساوي : $(س - أ)$ سم .