إجابات تدريبات الدرس

نهايات اقترانات مثلثية

تدريب ١

جد كلًّا من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to 0} \frac{جا ٧س}{٣س}$

٢) $\lim_{س \to \pi} \frac{جا(\pi - س)}{(\pi - س)}$

٣) $\lim_{س \to 0} \frac{٩س}{ظا س}$

٤) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{جا|س|}{س}$

الحل:

١) $\lim_{س \to 0} \frac{جا ٧س}{٣س} = \frac{٧}{٣}$

٢) $\lim_{س \to \pi} \frac{جا(\pi - س)}{(\pi - س)}$

$\pi - س = ص$

$س \to \pi$

$ص \to 0$

$= \lim_{ص \to 0} \frac{جا ص}{ص} = ١$

٣) $\lim_{س \to 0} \frac{٩س}{ظا س} = ٩$

٤) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{جا|س|}{س} = \frac{جا \frac{\pi}{٢}}{\frac{\pi}{٢}} = \frac{١}{\frac{\pi}{٢}} = \frac{٢}{\pi}$

تدريب ٢

جد $\lim_{س \to 0} \frac{س - جا ٣س + ظا ٥س}{٣س - ظا^٢ س}$

الحل:

بالقسمة على س

$$\frac{\text{نها}_{س \to 0} \frac{س}{س} - \frac{\text{جا}٣س}{س} + \frac{\text{ظا}٥س}{س}}{\text{نها}_{س \to 0} \frac{٣س}{س} - \frac{\text{ظا}س}{س}} = \frac{١ - ٣ + ٥}{٣ - \text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{ظا}س}{س} \times \text{ظا}س}$$

$$= \frac{٣}{٣ - ١ \times ٠} = \frac{٣}{٣} = ١$$

تدريب ٣

جد كلًّا مما يأتي:

١) $\text{نها}_{س \to 0} \frac{١ - \text{جتا}س}{س^{٢}}$ ٢) $\text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{حا}٨س + \text{جا}٤س}{س}$

الحل:

١) $\text{نها}_{س \to 0} \frac{١ - \text{جتا}^{٢}س}{س^{٢}(١ + \text{جتا}س)} = \text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{حا}^{٢}س}{س^{٢}(١ + \text{جتا}س)}$

$$= \text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{حا}س}{س} \times \text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{حا}س}{س} \times \frac{١}{١ + \text{جتا}س}$$

$$= ١ \times ١ \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$$

٢) $= \text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{جا}٨س + \text{جا}٤س}{س}$

$$= \text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{جا}٨س}{س} + \text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{جا}٤س}{س} = ٨ + ٤ = ١٢$$

تدريب ٤

جد كلًّا مما يأتي:

١) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{\text{جتا } س}{س - \frac{\pi}{٢}}$

٢) $\lim_{س \to ١} \frac{\text{جتا } \frac{\pi}{٢} س}{س - ١}$

الحل:

١) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{\text{جتا } س}{س - \frac{\pi}{٢}} = \lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{\text{جا}(\frac{\pi}{٢} - س)}{\frac{\pi}{٢} - س}$

$= -١$

٢) $\lim_{س \to ١} \frac{\text{جتا } \frac{\pi}{٢} س}{س - ١} = \lim_{س \to ١} \frac{\text{جا}(\frac{\pi}{٢} - \frac{\pi}{٢} س)}{١ - س}$

$\lim_{س \to ١} \frac{\text{جا } \frac{\pi}{٢}(١ - س)}{١ - س}$

$ص = ١ - س$

$س \to ١ \Rightarrow ص \to ٠$

$\lim_{ص \to ٠} \frac{\text{جا } \frac{\pi}{٢} ص}{ص} = \frac{\pi}{٢}$