إجابات تدريبات الدرس

الاتصال عند نقطة

تدريب ١

إذا كان ق(س) = $\frac{|س - ٤|}{س + ٤}$ ، س ≠ −٤

فابحث في اتصال ق عند س = ٤

الحل:

ق(٤) غير معرف .

ق(س) غير متصل عند س = ٤

تدريب ٢

١) إذا كان ق(س) = [س] ، فما مجموعة قيم س التي يكون عندها ق اقترانًا غير متصل؟

٢) اقترح قاعدة لاقتران أكبر عدد صحيح بحيث يكون متصلا عند س = ١ ، وغير متصل عند س = ٢

الحل:

١) ق(س) غير متصل لكل س ∈ ص لأن النهاية تكون غير موجودة.

٢) ق(س) = [١ + س/٢]

ق(س) = { ١ ، ٠ ≤ س < ٢ ; ٢ ، ٢ ≤ س < ٤ }

عند س = ١

① ق(١) = ١ ② نهـا ق(س) = ١ (س → ١)

③ نهـا ق(س) = ق(١) ⇐ ق متصل عند س = ١

عند س = ٢

① ق(٢) = ٢ ② نهـا ق(س) = ٢ (س → ٢+) ; نهـا ق(س) = ١ (س → ٢-) ⇐ نهـا ق(س) غير موجودة (س → ٢)

⇐ ق غير متصل عند س = ٢

تدريب ٣

إذا كان ق(س) = { أس٢ + ب ، س > ٣ ; ٦ ، س = ٣ ; أس − ٢ب ، س < ٣ }

متصلًا عند س = ٣ ، فجد قيمة كلٍّ من الثابتين أ ، ب

الحل:

لأن $ه$ متصل عند $س = ٣$: $\lim_{س \to ٣} ه(س) = ه(٣)$

$\lim_{س \to ٣} (أ س + ب) = ه(٣)$

$٣أ + ب = ٦$ ---- ①

$\lim_{س \to ٣} (أ س + ب) = ه(٣)$

$٣أ + ب = ٦$ ---- ②

$٢ \times (٣أ + ب = ٦)$

$+ \quad \begin{array}{l} ٦أ + ب = ١٢ \\ ٣أ + ب = ٦ \end{array}$

$\frac{٣}{٢} = أ \Leftarrow \frac{٦}{٤} = \frac{١٨}{١٢} = أ$

بالتعويض في ①

$٣ \times \frac{٣}{٢} + ب = ٦$

$ب = ٦ - \frac{٩}{٢}$

$ب = \frac{١٢ - ٩}{٢}$

$ب = \frac{٣}{٢}$

تدريب ٤

برهن الفروع: ٢، ٣، ٤ من نظرية (٢)

الحل:

تدريب ٥

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ١ + ٢س & ، س > ١ \\ ٣ س^{٢} & ، س \leq ١ \end{cases}$ ، ع(س) = $\begin{cases} س^{٢} & ، س > ١ \\ |س| & ، س \leq ١ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران (ق × ل) عند س= ١ بطريقتين.

الحل:

الطريقة الأولى:

١) ق(١) = ٣

٢) $\lim_{س \to ١^-}$ ق(س) = ٣ ، $\lim_{س \to ١^+}$ ق(س) = ٣ ⇐ $\lim_{س \to ١}$ ق(س) = ٣

٣) $\lim_{س \to ١}$ ق(س) = ق(١) ∴ ق متصل عند س = ١

---

١) ع(١) = ١

٢) $\lim_{س \to ١^+}$ ع(س) = ١ ، $\lim_{س \to ١^-}$ ع(س) = ١ ⇐ $\lim_{س \to ١}$ ع(س) = ١

٣) $\lim_{س \to ١}$ ع(س) = ع(١) ∴ ع متصل عند س = ١

(ق × ع) متصل عند س = ١

الطريقة الثانية:

نجد قاعدة الاقتران (ق×ع)

$$(ق \times ع)(س) = \begin{cases} (س+1)(س+2) & ، س > 1 \\ 3 & ، س \leq 1 \end{cases}$$

١) $(ق \times ع)(1) = 3$

٢) $\lim_{س \to 1^+} (ق \times ع)(س) = 3$

$\lim_{س \to 1^-} (ق \times ع)(س) = 3$

$\Leftarrow \lim_{س \to 1} (ق \times ع)(س) = 3$

٣) $\lim_{س \to 1} (ق \times ع)(س) = (ق \times ع)(1)$

∴ $(ق \times ع)(س)$ متصل عند $س = 1$

تدريب ٦

إذا كان $ق(س) = (س-٥)^{٣}$ ، $هـ(س) = [س + ٢]$

فابحث في اتصال الاقتران (ق×هـ) عند كلٍّ من $س = -٢$ ، $س = ٥$

الحل:

$$هـ(س) = \begin{cases} -١ & ، -٣ \leq س < -٢ \\ ٠ & ، -٢ \leq س < -١ \end{cases}$$

$$(ق \times هـ)(س) = \begin{cases} (س+٥)^{٣} - & ، -٣ \leq س < -٢ \\ ٠ & ، -٢ \leq س < -١ \end{cases}$$

١) $(ق \times هـ)(-٢) = ٠$

٢) $\lim_{س \to -٢^+} (ق \times هـ)(س) = ٠$

$\lim_{س \to -٢^-} (ق \times هـ)(س) = -(٣)^{٣} = -٢٧$

$\lim_{س \to -٢^+} \neq \lim_{س \to -٢^-}$

$\Leftarrow \lim_{س \to -٢} (ق \times هـ)(س)$ غير موجودة $\therefore ق \times هـ$ غير متصل عند $س = -٢$

عند $س = ٥$

$$هـ(س) = \begin{cases} ٧ & ، ٥ \leq س < ٦ \\ ٦ & ، ٤ \leq س < ٥ \end{cases}$$

$$(ق \times هـ)(س) = \begin{cases} ١(س-٥)^{٣} & ، ٥ \leq س < ٦ \\ ٦(س-٥)^{٣} & ، ٤ \leq س < ٥ \end{cases}$$

١) $(ق \times هـ)(٥) =$ صفر

٢) $\lim_{س \to ٥^-} (ق \times هـ) =$ صفر

$\lim_{س \to ٥^+} (ق \times هـ) =$ صفر

$\lim_{س \to ٥} (ق \times هـ) =$ صفر

٣) $(ق \times هـ)(٥) = \lim_{س \to ٥} (ق \times هـ)(س)$

$\Leftarrow (ق \times هـ)$ متصل عند $س = ٥$