إجابات تدريبات الدرس

المشتقة الأولى

تدريب ١

إذا كان ق(س) = ٣ + ٤س ، فجد قَ(٢) باستخدام التعريف.

الحل:

$$\text{ق}(\text{س}) = ٣ + ٤\text{س}$$

$$\text{قَ}(٢) = \lim_{\text{ع} \to ٢} \frac{\text{ق}(\text{ع}) - \text{ق}(٢)}{\text{ع} - ٢}$$

$$= \lim_{\text{ع} \to ٢} \frac{٣ + ٤\text{ع} - (٣ + ٤ \times ٢)}{\text{ع} - ٢}$$

$$= \lim_{\text{ع} \to ٢} \frac{\cancel{٣} + ٤\text{ع} - \cancel{٣} - ٨}{\text{ع} - ٢}$$

$$= \lim_{\text{ع} \to ٢} \frac{٤\text{ع} - ٨}{\text{ع} - ٢}$$

$$= \lim_{\text{ع} \to ٢} \frac{٤\cancel{(\text{ع} - ٢)}}{\cancel{\text{ع} - ٢}} = \lim_{\text{ع} \to ٢} ٤ = ٤$$

تدريب ٢

إذا كان ق(س) = ٤س^{٢} − ٣، فجد قَ(٣) باستخدام التعريف.

الحل:

ق(س) = ٤س^{٢} − ٣

$$قَ(٣) = \lim_{ع \to ٣} \frac{ق(ع) - ق(٣)}{ع - ٣}$$

$$= \lim_{ع \to ٣} \frac{٤ع^{٢} - ٣ - (٤ \times ٩ - ٣)}{ع - ٣}$$

$$= \lim_{ع \to ٣} \frac{٤ع^{٢} - ٣٦}{ع - ٣}$$

$$= \lim_{ع \to ٣} \frac{٤(ع^{٢} - ٩)}{ع - ٣}$$

$$= \lim_{ع \to ٣} \frac{٤\cancel{(ع - ٣)}(ع + ٣)}{\cancel{ع - ٣}}$$

$$= ٤ \times ٦ = ٢٤$$

تدريب ٣

إذا كان ق(س) = س^{٣} ، فجد قَ(س) باستخدام التعريف.

الحل:

ق(س) = س^{٣}

$$قَ(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^{٣} - س^{٣}}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\cancel{(ع - س)}(ع^{٢} + ع س + س^{٢})}{\cancel{ع - س}}$$

$$= \lim_{ع \to س} (ع^{٢} + ع س + س^{٢})$$

$$= س^{٢} + س^{٢} + س^{٢} = ٣ س^{٢}.$$

تدريب ٤

إذا كان ق(س) $= \sqrt{٢س}$ ، س $>$ ٠ ، فجد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقة، ثم جد قَ(٨).

الحل:

$$\text{ق}(\text{س}) = \sqrt{٢\text{س}}$$

$$\text{قَ}(\text{س}) = \lim_{\text{ع} \to \text{س}} \frac{\text{ق}(\text{ع}) - \text{ق}(\text{س})}{\text{ع} - \text{س}}$$

$$= \lim_{\text{ع} \to \text{س}} \frac{\sqrt{٢\text{ع}} - \sqrt{٢\text{س}}}{\text{ع} - \text{س}} \times \frac{\sqrt{٢\text{ع}} + \sqrt{٢\text{س}}}{\sqrt{٢\text{ع}} + \sqrt{٢\text{س}}}$$

$$= \lim_{\text{ع} \to \text{س}} \frac{٢\text{ع} - ٢\text{س}}{(\text{ع} - \text{س})(\sqrt{٢\text{ع}} + \sqrt{٢\text{س}})}$$

$$= \lim_{\text{ع} \to \text{س}} \frac{٢\cancel{(\text{ع} - \text{س})}}{\cancel{(\text{ع} - \text{س})}(\sqrt{٢\text{ع}} + \sqrt{٢\text{س}})} = \frac{٢}{٢\sqrt{٢\text{س}}} = \frac{١}{\sqrt{٢\text{س}}}$$

$$\text{قَ}(٨) = \frac{١}{\sqrt{٢ \times ٨}} = \frac{١}{\sqrt{١٦}} = \frac{١}{٤} .$$

تدريب ٥

إذا كان ق(س) $= \frac{١}{١ - ٣\text{س}}$ ، س $\neq \frac{١}{٣}$ ، فجد قَ(س) باستخدام التعريف، ثم جد قَ$\left(\frac{١}{٢}\right)$.

الحل:

$$\text{ق}(\text{س}) = \frac{١}{١ - ٣\text{س}}$$

$$\text{قَ}(\text{س}) = \lim_{\text{ع} \to \text{س}} \frac{\text{ق}(\text{ع}) - \text{ق}(\text{س})}{\text{ع} - \text{س}}$$

$$= \lim_{\text{ع} \to \text{س}} \frac{\frac{١}{١ - ٣\text{ع}} - \frac{١}{١ - ٣\text{س}}}{\text{ع} - \text{س}} = \lim_{\text{ع} \to \text{س}} \frac{\frac{(١ - ٣\text{س}) - (١ - ٣\text{ع})}{(١ - ٣\text{س})(١ - ٣\text{ع})}}{(\text{ع} - \text{س})}$$

$$= \lim_{\text{ع} \to \text{س}} \frac{\cancel{١} - ٣\text{س} \cancel{- ١} + ٣\text{ع}}{(\text{ع} - \text{س})(١ - ٣\text{س})(١ - ٣\text{ع})}$$

$$= \lim_{\text{ع} \to \text{س}} \frac{٣\text{ع} - ٣\text{س}}{(\text{ع} - \text{س})(١ - ٣\text{س})(١ - ٣\text{ع})}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٣\,\cancel{(ع - س)}}{(١ - ٣ع)(١ - ٣س)\cancel{(ع - س)}}$$

$$= \frac{٣}{(١ - ٣س)(١ - ٣س)} = \frac{٣}{(١ - ٣س)^{٢}}$$

$$ق'(\tfrac{١}{٢}) = \frac{٣}{(١ - ٣ \times \tfrac{١}{٢})^{٢}} = \frac{٣}{(١ - \tfrac{٣}{٢})^{٢}} = \frac{٣}{(-\tfrac{١}{٢})^{٢}}$$

$$= \frac{٣}{\tfrac{١}{٤}} = ٣ \div \frac{١}{٤} = ٣ \times ٤ = ١٢$$