

إجابات تدريبات الكتاب

المشتقة الأولى

تدريب ١

إذا كان $q(s) = 3 + 4s$ ، فجد $q'(2)$ باستخدام التعريف.

الحل:

$$q(s) = 3 + 4s$$

$$مُد (2) = \frac{q(2) - q(0)}{2 - 0}$$

$$= \frac{(2 \times 4 + 3) - 3}{2 - 0}$$

$$= \frac{8 - 3}{2 - 0}$$

$$= \frac{5}{2}$$

$$5 = 2 \times \frac{5}{2} = \frac{(2 - 0) \times 5}{2 - 0}$$

تدريب ٢

إذا كان ق(س) = $3s^2 - 2s - 3$ ، فجد ق'(٣) باستخدام التعريف.
الحل:

$$ق(س) = 3s^2 - 2s - 3$$

$$ق'(٣) = \frac{ق(٣+٤) - ق(٣-٤)}{٣+٤ - ٣-٤}$$

$$= \frac{(3-9 \times 4) - 3 - 2 \times 4}{٣+٤ - ٣-٤}$$

$$= \frac{٣٦ - ٤٤ - ٣ - ٨}{٣+٤ - ٣-٤}$$

$$= \frac{(٩-٤) \times ٤}{٣+٤ - ٣-٤}$$

$$= \frac{(٣+٤)(٣-٤) \times ٤}{٣-٤ - ٣+٤}$$

$$٢٤ = ٦ \times ٤ =$$

تدريب ٣

إذا كان ق(س) = s^3 ، فجد ق'(س) باستخدام التعريف.
الحل:

$$ق(س) = s^3$$

$$ق'(س) = \frac{ق(س+٤) - ق(س-٤)}{س+٤ - س-٤}$$

$$= \frac{٣ - ٤}{س+٤ - س-٤}$$

$$= \frac{(س+٤)(س-٤)(س+٤+س-٤)}{س+٤ - س-٤}$$

$$= \frac{(س+٤)(س-٤)(٢س)}{س+٤ - س-٤}$$

$$= ٢س^٣ = ٤س^٢ + ٨س + ٤ =$$

تدريب ٤

إذا كان $Q(s) = \sqrt{2s}$ ، $s < 0$ ، فجد $Q'(s)$ باستخدام تعريف المشتقة، ثم جد $Q'(\frac{1}{8})$.
الحل:



$$Q(s) = \sqrt{2s}$$

$$Q'(s) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{Q(s+h) - Q(s)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2(s+h)} - \sqrt{2s}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2s+2h} + \sqrt{2s}}{\sqrt{2s+2h} + \sqrt{2s}} \times \frac{\sqrt{2s+2h} - \sqrt{2s}}{h} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2s+2h - 2s}{(\sqrt{2s+2h} + \sqrt{2s})(h)} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{(\sqrt{2s+2h} + \sqrt{2s})h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2}{\sqrt{2s+2h} + \sqrt{2s}} =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2 \times \frac{1}{8}} + \sqrt{2 \times \frac{1}{8}}} = \frac{2}{\frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4}}} = \frac{2}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{2}{1} = 2$$



تدريب ٥

إذا كان $Q(s) = \frac{1}{s^3 - 1}$ ، $s \neq 1$ ، فجد $Q'(s)$ باستخدام التعريف، ثم جد $Q'(\frac{1}{2})$.
الحل:



$$Q(s) = \frac{1}{s^3 - 1}$$

$$Q'(s) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{Q(s+h) - Q(s)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{(s+h)^3 - 1} - \frac{1}{s^3 - 1}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{(s^3 - 1) - ((s+h)^3 - 1)}{((s+h)^3 - 1)(s^3 - 1)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{s^3 - 1 - (s^3 + 3s^2h + 3sh^2 + h^3) + 1}{((s+h)^3 - 1)(s^3 - 1)}}{h} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{-3s^2h - 3sh^2 - h^3}{((s+h)^3 - 1)(s^3 - 1)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-3s^2 - 3sh - h^2}{((s+h)^3 - 1)(s^3 - 1)}$$

$$= \frac{-3s^2}{((s^3 - 1)^2)} = \frac{-3(\frac{1}{8})^2}{((\frac{1}{8}^3 - 1)^2)} = \frac{-\frac{3}{64}}{(\frac{1}{512} - 1)^2} = \frac{-\frac{3}{64}}{(\frac{1 - 512}{512})^2} = \frac{-\frac{3}{64}}{\frac{(-511)^2}{262144}} = \frac{-\frac{3}{64} \times 262144}{262144} = \frac{-117096}{262144} = \frac{-14637}{32768}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{(x-4)^3}{(x-4)(x^2-1)(x^3-1)} \\
 &= \frac{x^3}{(x^3-1)(x^3-1)} \\
 &= \frac{x^3}{\left(\frac{1}{x}-1\right)} = \frac{x^3}{\left(\frac{1}{x} \times x^3 - 1\right)} = \left(\frac{1}{x}\right) \text{ فد } \\
 &12 = 4 \times 3 = \frac{1}{4} \div 3 = \frac{3}{\frac{1}{4}} =
 \end{aligned}$$