

إجابات تدريبات الدرس

المشتقة الأولى

تدريب ١

أجب عن كل مما يأتي:

(١) إذا كان ق(س) = س^٢ + ٢س، فجد ق'(١-).

(٢) إذا كان ق'(٠) = ٦، فجد نهبا $\frac{ق(٠) - ق(٥٥)}{٥٣}$.

الحل

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$(١) \text{ ق'(١-)} = \frac{ق(س) - ق(١-)}{س - (١-)}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢س - (١- - ٢ \times ١-)}{س - (١-)}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢س - (٢ - ١-)}{س - (١-)}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢س + ١ - ٢}{س - (١-)}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢س - ١}{س - (١-)} + \frac{٢(١-)}{س - (١-)}$$

$$= ٥ = ٢ + (١ + ١ + ١) =$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(٢) بفرض أن م = ٥ هـ = ٥ هـ = $\frac{م}{٥}$

عندما هـ = ٠، فإن م = ٠.

$$\frac{ق(٠) - ق(م)}{٠ - م} = \frac{ق(٠) - ق(م)}{٠ - م} \times \frac{٥}{٥} = \frac{ق(٠) - ق(م)}{\frac{٠}{٥} - \frac{م}{٥}}$$

$$= \frac{٠ - ٦}{\frac{٠}{٥} - \frac{٥}{٥}} = ١٠ =$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

تدريب ٢

إذا كان $v = c(s) = \frac{s}{1+s}$ ، فجد $\frac{dv}{ds}$ عند $s = 2$

الحل

$$c'(2) = \lim_{s \rightarrow 2} \frac{c(s) - c(2)}{s - 2} = \lim_{s \rightarrow 2} \frac{\frac{s}{1+s} - \frac{2}{3}}{s - 2}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 2} \frac{s - \frac{2(1+s)}{3}}{(1+s)(s-2)}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 2} \frac{1}{s-2} \times \frac{s - \frac{2(1+s)}{3}}{(1+s)(s-2)}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 2} \frac{1}{(1+s)^2} = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{9}$$

$$= \frac{1}{9} = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{(1+2)^2}$$

تدريب ٣

إذا كان $c(s) = \frac{4s+1}{s+1}$ ، $3 \geq s > 1$ ، $5 \geq s \geq 1$ ، $3+s$ ، $4s+1$ } جد $c'(1)$ ، إن وجدت.

الحل

$$c'(1) = \lim_{s \rightarrow 1} \frac{c(s) - c(1)}{s - 1} = \lim_{s \rightarrow 1} \frac{\frac{4s+1}{s+1} - \frac{5}{2}}{s - 1}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 1} \frac{2(4s+1) - 5(s+1)}{2(s+1)(s-1)}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 1} \frac{8s+2-5s-5}{2(s+1)(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1} \frac{3s-3}{2(s+1)(s-1)}$$

$$= \frac{3(1-1)}{2(1+1)(1-1)} = \frac{0}{0}$$

عند $s = 1$ نجد النهاية من اليمين ومن اليسار

$$\lim_{s \rightarrow 1^+} f(s) = \lim_{s \rightarrow 1^+} \frac{(s-1)^2}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^+} \frac{(s-1)^2}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^+} -(s-1) = 0$$

$$3 = \lim_{s \rightarrow 1^-} f(s) = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{(s-1)^2}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{(s-1)^2}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^-} -(s-1) = 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 1^-} f(s) = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{(s-1)^2}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{(s-1)^2}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^-} -(s-1) = 0$$

$$3 = \lim_{s \rightarrow 1^-} f(s) = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{(s-1)^2}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{(s-1)^2}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^-} -(s-1) = 0$$

فـ (1) غير موجودة لأنه

$$\lim_{s \rightarrow 1^-} f(s) \neq \lim_{s \rightarrow 1^+} f(s)$$

تدريب ٤

إذا كان $f(s) = \frac{s}{s^2+1}$ فجد $f'(s)$ باستخدام تعريف المشتقة.

الحل

$$f'(s) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(s+h) - f(s)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{s+h}{(s+h)^2+1} - \frac{s}{s^2+1}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{(s+h)(s^2+1) - s((s+h)^2+1)}{(s+h)^2+1)(s^2+1)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{(s+h)(s^2+1) - s(s^2+2sh+h^2+1)}{(s+h)^2+1)(s^2+1)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{(s+h)(s^2+1) - s(s^2+2sh+h^2+1)}{(s+h)^2+1)(s^2+1)}$$

$$\frac{1}{(1+\epsilon)(1+\epsilon)} \times \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon} \times 1 + \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon} \times \frac{\epsilon}{1-\epsilon} = \frac{1}{1+\epsilon}$$

$$\frac{1}{1+\epsilon} \times (1 + (1-\epsilon)) = \frac{1}{1+\epsilon} \times (2-\epsilon)$$

$$\frac{1}{1+\epsilon} \times (2-\epsilon) =$$

$$\frac{2-\epsilon}{1+\epsilon} =$$

تدريب ٥

صفيحة معدنية مربعة الشكل تتمدد بانتظام محافظة على شكلها. جد معدل التغير في مساحة هذه الصفيحة بالنسبة إلى طولها، عندما يكون طولها ٢٠ سم.

الحل

$$\text{المساحة } M = (s)^2$$

$$\text{المطرفة } M' = 2s$$

$$\frac{M'(20)}{M(20)} = \frac{M'(s)}{M(s)} = \frac{2s}{s^2} = \frac{2}{s}$$

$$\frac{M'(20)}{M(20)} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

$$E_1 = \frac{1}{10} = 10\%$$