

إجابات تدريبات الدرس

المشتقة الأولى

تدريب ١

أجب عن كل مما يأتي:

(١) إذا كان ق(س) = س^٢ + ٢س، فجد ق'(١-).

(٢) إذا كان ق'(٠) = ٦، فجد نهبا $\frac{ق(٠) - ق(٥٥)}{٥٣}$.

الحل

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$(١) \text{ ق'(١-)} = \frac{ق(س) - ق(١-)}{س - (١-)}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢س - (١- - ٢ \times ١ + ١)}{س - (١-)}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢س - (٢ - ١ - ١)}{س - (١-)}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢س + ١}{س - (١-)}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$= \frac{٢(س + ١)}{س - (١-)} + \frac{(س - ٢)(س + ١)}{س - (١-)}$$

$$= ٥ = ٢ + (١ + ١ + ١)$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(٢) بفرض أن م = ٥ هـ = ٥ هـ = $\frac{م}{٥}$

عندما هـ = ٠، فإن م = ٠.

$$\frac{ق(٠) - ق(م)}{٠ - م} = \frac{ق(٠) - ق(م)}{\frac{م}{٥} \times ٣} = \frac{٥}{٣} \times \frac{ق(٠) - ق(م)}{٠ - م}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$= \frac{٥}{٣} \times ق'(٠) = ٦ - \times \frac{٥}{٣} = ١٠ -$$

تدريب ٢

إذا كان $v = c(s) = \frac{s}{1+s}$ ، فجد $\frac{dv}{ds}$ عند $s = 2$

الحل

$$c'(2) = \lim_{s \rightarrow 2} \frac{c(s) - c(2)}{s - 2} = \lim_{s \rightarrow 2} \frac{\frac{s}{1+s} - \frac{2}{3}}{s - 2}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 2} \frac{s - \frac{2(1+s)}{3}}{(1+s)(s-2)}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 2} \frac{1}{s-2} \times \frac{s - \frac{2(1+s)}{3}}{(1+s)^2} = \lim_{s \rightarrow 2} \frac{1}{s-2} \times \frac{3s - 2(1+s)}{3(1+s)^2}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 2} \frac{1}{s-2} \times \frac{3s - 2 - 2s}{3(1+s)^2} = \lim_{s \rightarrow 2} \frac{1}{s-2} \times \frac{s-2}{3(1+s)^2}$$

$$= \frac{1}{3} = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{(1+2)^2}$$

تدريب ٣

إذا كان $c(s) = \frac{s^4 + 1}{s^2 + 3}$ ، $3 - s \geq s > 1$ ، $5 \geq s \geq 1$ ، $3 + s^2 = c(s)$

جد $c'(1)$ ، $c'(1)$ إن وجدت.

الحل

$$c'(1) = \lim_{s \rightarrow 1} \frac{c(s) - c(1)}{s - 1} = \lim_{s \rightarrow 1} \frac{\frac{s^4 + 1}{s^2 + 3} - \frac{1^4 + 1}{1^2 + 3}}{s - 1}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 1} \frac{s^4 + 1 - (1^4 + 1) \frac{s^2 + 3}{1^2 + 3}}{(s^2 + 3)(s - 1)}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 1} \frac{s^4 + 1 - (1^4 + 1) \frac{s^2 + 3}{4}}{(s^2 + 3)(s - 1)} = \lim_{s \rightarrow 1} \frac{s^4 + 1 - \frac{4(s^2 + 3)}{4}}{(s^2 + 3)(s - 1)}$$

$$= \frac{4}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

عند $s = 1$ نجد النهاية من اليمين ومن اليسار

$$\lim_{s \rightarrow 1^+} f(s) = \lim_{s \rightarrow 1^+} \frac{(s-1)^2}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^+} \frac{(s-1)^2}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^+} -(s-1) = 0$$

$$f(s) = \frac{(s-1)^2}{1-s} = \frac{(s-1)^2}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^+} -(s-1) = 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 1^-} f(s) = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{(s-1)^2}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{(s-1)^2}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^-} -(s-1) = 0$$

$$f(s) = \frac{(s-1)^2}{1-s} = \frac{(s-1)^2}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^-} -(s-1) = 0$$

نجد النهاية من اليمين ومن اليسار

$$\lim_{s \rightarrow 1^+} f(s) \neq \lim_{s \rightarrow 1^-} f(s)$$

تدريب ٤

إذا كان $f(s) = \frac{s}{s^2+1}$ فجد $f'(s)$ باستخدام تعريف المشتقة.

الحل

$$f'(s) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(s+h) - f(s)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{s+h}{(s+h)^2+1} - \frac{s}{s^2+1}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{(s+h)(s^2+1) - s((s+h)^2+1)}{(s+h)^2+1)(s^2+1)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{hs^2 + h + s^2 + s - (s^2 + 2sh + h^2 + s^2 + 1)}{(s+h)^2+1)(s^2+1)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{hs^2 + h - 2sh - h^2 - 1}{(s+h)^2+1)(s^2+1)}$$

$$\frac{1}{(1+\epsilon)(1+\epsilon)} \times \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon} \times 1 + \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon} \times \frac{\epsilon}{1-\epsilon} =$$

$$\frac{1}{\epsilon(1+\epsilon)} \times (1 + (1-\epsilon) \times \frac{\epsilon}{1-\epsilon}) =$$

$$\frac{1}{\epsilon(1+\epsilon)} \times (1 + \epsilon) =$$

$$\frac{1 + \epsilon}{\epsilon(1+\epsilon)} =$$

تدريب ٥

صفحة معدنية مربعة الشكل تتمدد بانتظام محافظة على شكلها. جد معدل التغير في مساحة هذه الصفحة بالنسبة إلى طولها، عندما يكون طولها ٢٠ سم.

الحل

$$\text{المساحة } M = (s)^2$$

$$\text{المطرفة } M' = 2s$$

$$\frac{M'(20) - \epsilon}{20 - s} = \frac{(20)^2 - (s)^2}{20 - s} = \frac{M'(20)}{20 - s}$$

$$(20 + s) = \frac{(20 + s)(20 - s)}{20 - s}$$

$$20 = 20 + s$$