

إجابات تدريبات الدرس

المشتقة الأولى

تدريب ١

أجب عن كل مما يأتي:

(١) إذا كان $ق(س) = س^٢ + ٢س$ ، فجد $ق'(١-)$.

(٢) إذا كان $ق'(٠) = ٦$ ، فجد نهبا $\frac{ق(٠) - ق(٥٥)}{٥٣}$.

الحل

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$(١) \text{ ق}'(١-) = \frac{ق(س) - ق(١-)}{س - ١-}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢س - (١-^٢ + ٢(١-))}{س - ١-}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢س - (١- - ٢(١-))}{س - ١-}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢س + ١ - ٢}{س - ١-}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢س - ١}{س - ١-} + \frac{٢(١-)}{س - ١-}$$

$$= ٥ = ٢ + (١ + ١ + ١)$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(٢) بفرض أن $م = ٥٥ = ه$ $\frac{م}{٥} = ه$

عندما $ه = ٠$ فإن $م = ٠$.

$$\frac{ق(٠) - ق(م)}{٠ - م} = \frac{ق(٠) - ق(م)}{٠ - م} \times \frac{٥}{٥} = \frac{ق(٠) - ق(م)}{\frac{٠}{٥} - م}$$

$$= \frac{٠ - ٦}{٠ - م} = \frac{٠ - ٦}{٠ - م} \times \frac{٥}{٥} = ١٠ -$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

تدريب ٢

إذا كان $v = c(s) = \frac{s}{1+s}$ ، فجد $\frac{dv}{ds}$ عند $s = 2$

الحل

$$c'(2) = \frac{c(2) - c(s)}{2 - s} = \frac{c(2) - \frac{s}{1+s}}{2 - s} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{s}{1+s}}{2 - s}$$

$$= \frac{1}{2-s} \times \frac{2 - s - s^2 - s^3}{(1+s)^3} = \frac{(1+s)^3 - s^3}{(1+s)^3(2-s)}$$

$$= \frac{1}{(1+s)^3} = \frac{1}{2-s} \times \frac{s}{(1+s)^3} = \frac{1}{(1+s)^3}$$

$$= \frac{1}{9} = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{(1+2)^3}$$

تدريب ٣

إذا كان $c(s) = \frac{4s+1}{s+1}$ ، $3 \geq s > 1$ ،
 $5 \geq s \geq 1$ ، $3 + s$ } جد $c'(1)$ ، إن وجدت.

الحل

$$c'(1) = \frac{c(1) - c(s)}{1 - s} = \frac{c(1) - \frac{4s+1}{s+1}}{1 - s}$$

$$= \frac{(1+1) - (4s+1)}{(s+1)(1-s)} = \frac{2 - 4s - 1}{(s+1)(1-s)} = \frac{1 - 4s}{(s+1)(1-s)}$$

$$= \frac{4 + s - 4s - 1}{s+1} = \frac{3 - 3s}{s+1} = \frac{3(1-s)}{s+1}$$

$$= \frac{4(1+s)}{s+1} = 4$$

عند $s = 1$ نجد النهاية من اليمين ومن اليسار

$$\lim_{s \rightarrow 1^+} f(s) = \lim_{s \rightarrow 1^+} \frac{(s-1)^2}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^+} \frac{(s-1)^2}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^+} -(s-1) = 0$$

$$f(s) = \frac{(s-1)^2}{1-s} = \frac{(s-1)^2}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^-} -(s-1) = 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 1^-} f(s) = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{(s-1)^2}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{(s-1)^2}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^-} -(s-1) = 0$$

$$f(s) = \frac{(s-1)^2}{1-s} = \frac{(s-1)^2}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^-} -(s-1) = 0$$

نجد (1) غير موجودة لأنه

$$\lim_{s \rightarrow 1^+} f(s) \neq \lim_{s \rightarrow 1^-} f(s)$$

تدريب ٤

إذا كان $f(s) = \frac{s}{s^2+1}$ فجد $f'(s)$ باستخدام تعريف المشتقة.

الحل

$$f'(s) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(s+h) - f(s)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{s+h}{(s+h)^2+1} - \frac{s}{s^2+1}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{(s+h)(s^2+1) - s((s+h)^2+1)}{(s+h)^2+1)(s^2+1)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{hs^2 + h + s^2 + 1 - s(s^2 + 2sh + h^2 + 1)}{(s+h)^2+1)(s^2+1)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{hs^2 + h + s^2 + 1 - s^3 - 2sh^2 - sh^2 - s}{(s+h)^2+1)(s^2+1)}$$

$$\frac{1}{(1+\epsilon)(1+\epsilon)} \times \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon} \times 1 + \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon} \times \frac{\epsilon}{\epsilon} = \frac{1}{1+\epsilon}$$

$$\frac{1}{1+\epsilon} \times (1 + (1-\epsilon)) = \frac{1}{1+\epsilon} \times (2-\epsilon)$$

$$\frac{1}{1+\epsilon} \times (2-\epsilon) =$$

$$\frac{2-\epsilon}{1+\epsilon} =$$

تدريب ٥

صفيحة معدنية مربعة الشكل تتمدد بانتظام محافظة على شكلها. جد معدل التغير في مساحة هذه الصفيحة بالنسبة إلى طولها، عندما يكون طولها ٢٠ سم.

الحل

$$\text{المساحة } M = (s)^2$$

$$\text{المطرفة } M' = 2s$$

$$\frac{M'(20) - M'(s)}{20 - s} = \frac{(20)^2 - (s)^2}{20 - s} = \frac{400 - s^2}{20 - s}$$

$$\frac{400 - s^2}{20 - s} = \frac{(20 + s)(20 - s)}{20 - s} = 20 + s$$

$$\epsilon_1 = 20 + s =$$