

## إجابات تمارين ومسائل الدرس

### تطبيقات هندسية

١ ( ) جد ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س<sup>2</sup>+٦س-٥ عند النقطة (١ ، ٢).

الحل



$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ ٨ = ٢ & ٢ = ١ & ١ = ١ \\ \text{وه (س)} & \text{وه (س)} & \text{وه (س)} \\ ٨ = ٢ \leftarrow ٦ + س٢ = (س) & & \\ \text{معادلة المماس :} & & \\ \text{ص} - ٢ = ٨(١ - س) \leftarrow \text{ص} - ٨ = ٦ - س٨ & & \end{array}$$



٢ ( ) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س<sup>2</sup> ، عند نقطة تقاطعه مع المستقيم ص - س - ٦ = ٠

الحل



$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ ١٢ = ٢ & ٨ = ١ & ٢ = ١ \\ \text{وه (س)} & \text{وه (س)} & \text{وه (س)} \\ ٦ + س = ٣ \leftarrow \text{ص} = س٣ & & \\ ٢ = س \leftarrow ٠ = ٦ - س٣ & & \\ \text{وه (س)} & \text{وه (س)} & \text{وه (س)} \\ ١٢ = ٢ \leftarrow ٣س٢ = (س) & & \\ \text{معادلة المماس :} & & \\ \text{ص} - ٨ = ١٢(٢ - س) & & \end{array}$$



٣ ( ) جد النقط الواقعة على منحنى الاقتران ق(س) = س<sup>2</sup> - ٣س + ٣ التي يصنع عندها المماس

زاوية قياسها  $\frac{\pi^3}{4}$  راد مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

الحل



$$\begin{array}{l} \text{وه (س)} = \text{ظا} \frac{\pi^3}{4} \leftarrow ٢س - ٣ = ١ - س \\ \text{النقطة : (١، ١)} \end{array}$$

٤ ( جد النقط الواقعة على منحنى العلاقة (ص-٤) = ٢ + س التي يكون عندها المماس موازياً

للمستقيم الذي معادلته: ٣س + ٦ص + ٢ = ٠.



الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & & \searrow \\ \text{ص} = 1 & & \text{س} = 2 \\ \frac{3 \times 2 - 2 - 1}{6} = \text{ص} \end{array}$$



$$2(4 - \text{ص}) \times 1 = \text{ص} \leftarrow 1 = \text{ص} \leftarrow \frac{1}{2(4 - \text{ص})}$$

$$1,2 \leftarrow \text{ص} = \frac{1}{2(4 - \text{ص})}$$

$$1,2 \leftarrow \text{ص} = \frac{3 - 1}{6} = \frac{1}{2}$$

بما أن المماس يوازي المستقيم

$$1,2 = 1,2 \leftarrow \frac{1}{2(4 - \text{ص})} = \frac{1}{2}$$

$$2 = 2 - (4 - \text{ص}) \leftarrow \text{ص} = 3$$

$$1 - = 3 \leftarrow 2 + \text{س} = 1 \leftarrow 2 + \text{س} = 2 \leftarrow 1 = \text{س}$$

٥ ( جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = ٢س - ٤س + ٣ بحيث يكون المماس عمودياً

على المستقيم الذي معادلته: ٦ص - ٣س - ٥ = ٠.



الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & & \searrow \\ \text{ص} = 1 & & \text{س} = 1 \\ 2 - = 2 & & 0 = 1 \end{array}$$

$$\text{ق(س)} = 2\text{س} - 4\text{س} + 3 = \text{ق(س)} \leftarrow 3 + \text{س} = 4 - 2\text{س}$$

$$\frac{1}{2} = \text{ص} \leftarrow \frac{5 + 3\text{س}}{6} = \text{ص}$$

$$\leftarrow \text{ق(س)} \times \text{ص} = 1 -$$

$$\leftarrow 2\text{س} - 4 = 1 - = \frac{1}{2} \times 4 - 1 = \text{س} = 1$$

$$\text{ق(1)} = 3 + 4 - 1 = 6$$

$$\text{ص} - 0 = 6 - (1 - \text{س}) \leftarrow \text{ص} = 1 - 2\text{س}$$



٦ ( جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) =  $\frac{2}{س}$  عند النقطة (١، ٢) )

الحل



$$\begin{array}{l} \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ \frac{1}{2} = ل, \quad 2 - = 2 \quad 2 = 1, \quad ص \quad 1 = 1, \quad س \end{array}$$

$$و(س) = \frac{2}{س} \leftarrow و(س) = \frac{2-}{س}$$

$$و(١) = 2 - = 2$$

معادلة المماس :

$$ص - 2 = 2 - (س - 1)$$

$$ل = \frac{1-}{2} = \frac{1}{2}$$

معادلة العمودي على المماس

$$ص - 2 = \frac{1}{2} (س - 1)$$



٧ ( جد قيمة كل من الثابتين ب، ج اللتين تجعلان المستقيم الذي معادلته: ص - س - ٢ = ٠ مماساً

لمنحنى الاقتران ق(س) =  $س^2 + ب س + ج$  عند النقطة (٠، ٢).

الحل

$$ص = 2 + س \leftarrow ص = 1$$

$$و(س) = 2 + س + ب س + ج \leftarrow و(س) = 2 + س + ب$$

بما أن الاقتران ص يمس و(س) عند النقطة (٠، ٢)

$$\left. \begin{array}{l} و(٠) = 2 \\ و(٠) = 1 \end{array} \right| \begin{array}{l} ص = 2 + 0 + 0 + ب \times 0 + ج \\ ص = 2 + 0 + 0 + ب \times 0 + ج \end{array}$$

$$2 + 0 + 0 + ب \times 0 + ج = 2 \leftarrow ج = 2$$

$$2 + 0 + 0 + ب \times 0 + ج = 1 \leftarrow ب = 1$$



٨ ( إذا كان المستقيم  $2s - v + j = 0$  يمس منحنى الاقتران ق(س) عند النقطة  $(s_1, v_1)$  فجد قيم الثابت جـ.

الحل

$$2s - v + j = 0 \quad \leftarrow \quad 2 = \bar{v}$$

$$v = (s) \quad \leftarrow \quad \frac{2}{s} = \bar{v}$$

بما أن الاقتران ص يمس  $v = (s)$  عند النقطة  $(s_1, v_1)$

$$\begin{array}{l|l} v = (s) & v = (s) \\ \hline 2s - v + j = 0 & \frac{2}{s} = \bar{v} \end{array}$$

$$2s - v + j = 0 \quad \leftarrow \quad 2 = \bar{v}$$

$$2s - v + j = 0 \quad \leftarrow \quad 2 = \bar{v}$$



٩ ( جد معادلتى المماسين لمنحنى العلاقة  $s = v^2 - 4v$  عند نقطتي تقاطع منحناها مع محور الصادات.

الحل

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ s = v^2 - 4v & s = 0 & s = 0 \\ v = 0 & v = 4 & v = 0 \end{array}$$

$$s = v^2 - 4v \quad \leftarrow \quad s = 0$$

$$0 = v^2 - 4v \quad \leftarrow \quad 0 = v(v - 4)$$

في التعويض في المعادلة :

$$s = 0 \quad \leftarrow \quad 0 = v^2 - 4v$$

$$v = 0 \quad \leftarrow \quad 0 = 0^2 - 4 \times 0$$

$$v = 4 \quad \leftarrow \quad 4 = 4^2 - 4 \times 4$$

$$1 = \frac{1}{4} \quad \leftarrow \quad 1 = \frac{1}{4}$$

$$\text{معادلة المماس : } v = 0 \quad \leftarrow \quad \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$1 = \frac{1}{4} \quad \leftarrow \quad 1 = \frac{1}{4}$$

$$\text{معادلة المماس : } v = 0 \quad \leftarrow \quad \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$



١٠) جد قياس الزاوية التي يصنعها مماس منحنى العلاقة:  $ص^2 + 2س + 2ص - 6ص + 2س = 0$  عند

النقطة  $(3, 1)$  مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

الحل

$$ص^2 + 2س + 2ص - 6ص + 2س = 0$$

$$0 = 2ص - 6ص + 2س + 2س$$

$$\leftarrow 2ص = \frac{2س - 2س}{(6 + 2ص)}$$

$$1 - 3 = \frac{4 - 3 \times 2 - 2}{(6 + (1 - 3) \times 2)} = \leftarrow 2ص = \frac{3 \times 2 - 2}{(6 + (1 - 3) \times 2)}$$

$$\leftarrow 2ص = 1 - 3 = -2 \rightarrow 2ص = 2 \rightarrow 2ص = 2 \rightarrow 2ص = 2$$

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

١١) جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران  $ق(س) = 3ظتا س + قا س$  عند

$$س = \frac{\pi}{4}$$

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ س = \frac{\pi}{4} & ص = 1 & 2 - 3 = 2 \end{array}$$

$$ق(س) = 3ظتا س + قا س = 3 \times 1 + 2 \times \frac{\pi}{4} = 3 + \frac{\pi}{2}$$

$$\leftarrow ق'(س) = 3 - 3 = 0$$

$$\leftarrow ق'(س) = 3 - 3 = 0$$

معادلة المماس:

$$ص - 3 = 0 - (س - \frac{\pi}{4})$$

معادلة العمودي على المماس:

$$ص - 3 = \frac{1}{3} (س - \frac{\pi}{4})$$

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

١٢) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) =  $\sqrt{s}$  عند نقطة تماسه مع منحنى الاقتران



$$\text{هـ(س)} = s^2 - \frac{3}{2}s + \frac{3}{4}$$

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ \frac{1}{2} = 2 & 1 = 1 & 1 = 1 \end{array}$$



$$\text{و هـ(س)} = \sqrt{s} \leftarrow \text{و هـ(س)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{هـ(س)} = s^2 - \frac{3}{2}s + \frac{3}{4}$$



$$\leftarrow \text{هـ(س)} = 2s - \frac{3}{2}$$

بما أن و هـ(س) يمس هـ(س)

$$\text{و هـ(س)} = \text{و هـ(س)}$$



$$\sqrt{s} = s^2 - \frac{3}{2}s + \frac{3}{4} \leftarrow \text{بالتجريب } \boxed{1 = 1}$$

$$\text{و هـ(س)} = \text{و هـ(س)}$$



$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 2s - \frac{3}{2} \leftarrow 4s - \frac{3}{2} = \sqrt{2}$$

$$\leftarrow \text{بالتجريب } \boxed{1 = 1}$$

$$\text{و هـ(س)} = \sqrt{1} = 1$$

$$\text{و هـ(س)} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



$$\text{معادلة المماس : } 1 - s = \frac{1}{2}(1 - s)$$

١٣) جد مساحة المثلث القائم الزاوية، المكون من المماس المرسوم لمنحنى العلاقة  $\sqrt{s}$ ،  $s < 4$  عند النقطة  $(2, 4)$  ومحور السينات والمستقيم  $s = 4$ .

الحل

$$\frac{1}{4} = 2 \quad 2 = 1 \quad 4 = 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = (s) \leftarrow \sqrt{s} = (s)$$

$$\frac{1}{4} = 2 \leftarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4\sqrt{2}} = (4)$$

معادلة المماس :

$$ص - 2 = (س - 4) \frac{1}{4}$$

محور السينات :  $ص = 0$

المستقيم :  $س = 4$

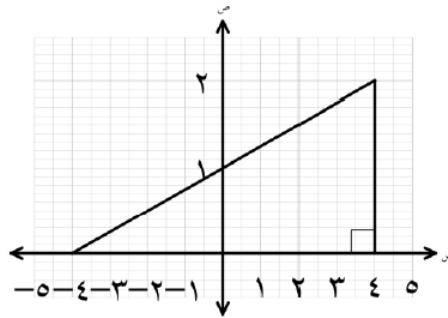
$$\text{المماس} = \text{محور السينات} : 2 - 0 = (س - 4) \frac{1}{4}$$

$$2 - 0 = (س - 4) \frac{1}{4} \leftarrow 2 - 0 = 4 - س \leftarrow 2 - 0 = 4 - س$$

$$\text{المماس} = \text{المستقيم} : 2 - 0 = 4 - س \leftarrow 2 - 0 = 4 - س$$

$$ص - 2 = 0 = 2 - 0 \leftarrow 2 - 0 = 4 - س$$

$$\text{محور السينات} = \text{المستقيم} \leftarrow 2 - 0 = 4 - س$$



المثلث

$$\frac{1}{2} \times ((4 - 0) - 2) \times (0 - 2) =$$

$$2 = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} =$$

١٤) حُلّ المسألة الواردة بداية الدرس.

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ \frac{1}{3} = 1, & 2 = 2 & 2 = 1, \text{ ص} & 1 = 1, \text{ س} \end{array}$$

$$\text{وه } (س) = 1 + 2 \leftarrow \text{وه } (س) = 2$$

$$\text{وه } (1) = 2 \leftarrow 2 = 2$$

معادلة المماس :

$$\text{ص} - 2 = 2(1 - س)$$

معادلة العمودي على المماس :

$$\text{ص} - 2 = \frac{1}{2}(1 - س)$$

محور السينات : ص = 0

المماس = محور السينات

$$0 = 2(1 - س) \leftarrow س = 1 \leftarrow (1, 0)$$

العمودي على المماس = محور السينات

$$0 = \frac{1}{2}(1 - س) \leftarrow س = 1 \leftarrow (1, 0)$$

العمودي = المماس : عند نقطة التماس دائماً (1, 2)

المثلث

$$5 = \frac{1}{2}(1 - 2) \times (1 - 0) =$$

