

## إجابات تمارين ومسائل الدرس

### تطبيقات هندسية

١) جد ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س<sup>2</sup> + ٦س - ٥ عند النقطة (١، ٢).

الحل



$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ ٨ = ٢ & ٢ = ١ & ١ = ١ \end{array}$$

$$\text{وه } (س) = ٢ = ٦ + س = ٨$$

معادلة المماس :

$$٢ - ص = ٨(١ - س) \leftarrow ص = ٨ - ٨س$$



٢) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س<sup>2</sup>، عند نقطة تقاطعه مع المستقيم ص - س - ٦ = ٠.

الحل



$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ ١٢ = ٢ & ٨ = ١ & ٢ = ١ \end{array}$$

$$\text{وه } (س) = ص = ٦ + س = ٣$$

$$٢ = ٣ - س - ٦ \leftarrow ٣ = س$$

$$\text{وه } (س) = ٣ = ٢ \leftarrow ١٢ = ٢$$

معادلة المماس :

$$٨ - ص = ١٢(٢ - س)$$



٣) جد النقط الواقعة على منحنى الاقتران ق(س) = س<sup>2</sup> - ٣س + ٣ التي يصنع عندها المماس

زاوية قياسها  $\frac{\pi}{4}$  راد مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

الحل



$$\text{وه } (س) = ١ = ٣ - ٣س = ١ - ٣س$$

النقطة : (١، ١)

٤ ( جد النقط الواقعة على منحنى العلاقة (ص-٤) = ٢ + س التي يكون عندها المماس موازياً

للمستقيم الذي معادلته: ٣س + ٦ص + ٢ = ٠.



الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & & \searrow \\ \text{ص} = 1 & & \text{س} = 2 \\ \frac{3 \times 2 - 2 - 2}{6} = \text{ص} \end{array}$$



$$2(4 - \text{ص}) \times 1 = \text{ص} \leftarrow 1 = \text{ص} \leftarrow \frac{1}{2(4 - \text{ص})}$$

$$1,2 \leftarrow \text{ص} = \frac{1}{2(4 - \text{ص})}$$

$$2,2 \leftarrow \text{ص} = \frac{3 - 2}{6} = \frac{1}{6}$$

بما أن المماس يوازي المستقيم

$$2,2 = 2,2 \leftarrow \frac{1}{2(4 - \text{ص})} = \frac{1}{6}$$

$$2 = 2 - (4 - \text{ص}) \leftarrow \text{ص} = 3$$

$$1 - = 3 \leftarrow 2 + \text{س} = 1 \leftarrow 2 + \text{س} = 2 \leftarrow 1 = \text{س}$$

٥ ( جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = ٢س - ٤س + ٣ بحيث يكون المماس عمودياً

على المستقيم الذي معادلته: ٦ص - ٣س - ٥ = ٠.



الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & & \searrow \\ \text{ص} = 1 & & \text{س} = 0 \\ 2 - = 2 \end{array}$$



$$\text{ق(س)} = 2\text{س} - 4\text{س} + 3 = \text{ق(س)} \leftarrow 3 + \text{س} = 4 - 2\text{س}$$

$$\frac{1}{2} = \text{ص} \leftarrow \frac{5 + 3\text{س}}{6} = \text{ص}$$

$$\leftarrow \text{ق(س)} \times \text{ص} = 1 -$$

$$\leftarrow 2\text{س} - 4 = 1 - = \frac{1}{2} \times 4 - 1 = \text{س} = 1$$

$$\text{ق(1)} = 3 + 4 - 1 = 6$$

$$\text{ص} - 0 = 6 - (1 - \text{س}) \leftarrow \text{ص} = 1 - 2\text{س}$$



٦ ( جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) =  $\frac{2}{س}$  عند النقطة (١، ٢) )

الحل



$$\begin{array}{l} \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ \frac{1}{2} = ل, \quad 2 - = 2 \quad 2 = 1 \quad 1 = 1 \quad 1 = 1 \end{array}$$

$$و(س) = \frac{2}{س} \leftarrow و(س) = \frac{2-}{س}$$

$$و(١) = 2 - = 2$$

معادلة المماس :

$$ص - 2 = 2 - (س - 1)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1-}{2} = ل$$

معادلة العمودي على المماس

$$ص - 2 = \frac{1}{2} (س - 1)$$



٧ ( جد قيمة كل من الثابتين ب، ج اللتين تجعلان المستقيم الذي معادلته: ص - س - ٢ = ٠ مماساً

لمنحنى الاقتران ق(س) =  $س^2 + ب س + ج$  عند النقطة (٠، ٢) .

الحل



$$ص = 2 + س \leftarrow ص = 1$$

$$و(س) = س^2 + ب س + ج \leftarrow و(س) = 2 + س$$

بما أن الاقتران ص يمس و(س) عند النقطة (٠، ٢)

$$ص = و(٠) = ٢$$

$$٢ = ٠ + ٠ \times ب + ٠ \times ٢ = ١$$

$$\leftarrow ب = ١$$

$$\leftarrow و(٠) = ٢$$

$$٢ + ٠ = ٠ + ٠ \times ب + ج$$

$$\leftarrow ج = ٢$$



٨ ( إذا كان المستقيم  $2s - v + j = 0$  يمس منحنى الاقتران ق(س) عند النقطة  $\left(\frac{2}{s}, 2\right)$  فجد قيم الثابت جـ.

الحل

$$\begin{aligned} 2 &= v - 2s + j \leftarrow v = 2 - 2s + j \\ \frac{2}{s} &= (س) \leftarrow \frac{2}{s} = 2 - 2 + j \end{aligned}$$

بما أن الاقتران ص يمس عند النقطة  $\left(\frac{2}{s}, 2\right)$

$$\begin{array}{l|l} v = 2 - 2s + j & v = \frac{2}{s} \\ \frac{2}{s} = 2 - 2 + j & \frac{2}{s} = 2 - 2 + j \end{array}$$

$$2 - 2 + j = 2 - 2 + j \leftarrow 2 - 2 + j = 2 - 2 + j$$

$$2 - 2 + j = 2 - 2 + j \leftarrow 2 - 2 + j = 2 - 2 + j$$



٩ ( جد معادلتني المماسين لمنحنى العلاقة  $s = 2 - 4v$  عند نقطتي تقاطع منحناها مع محور الصادات.

الحل

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ s = 2 - 4v & v = 0 & s = 0 \\ s = 2 - 4v & v = 4 & s = 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} s = 2 - 4v & \text{ يتقاطع مع محور ص } \leftarrow s = 0 \\ 0 &= 2 - 4v \leftarrow v = 0.5 \end{aligned}$$

في التعويض في المعادلة :

$$\begin{aligned} 0 &= 2 - 4(0.5) \leftarrow 0 = 2 - 2 \\ 0 &= 2 - 4(4) \leftarrow 0 = 2 - 16 \end{aligned}$$

$$1 = 2 - 4v \leftarrow 1 = 2 - 4v$$

$$1 = 2 - 4v \leftarrow 1 = 2 - 4v$$

$$\text{معادلة المماس : } v = 0 \leftarrow \frac{1}{4} = 0$$

$$1 = 2 - 4v \leftarrow 1 = 2 - 4v$$

$$\text{معادلة المماس : } v = 0 \leftarrow \frac{1}{4} = 0$$



١٠) جد قياس الزاوية التي يصنعها مماس منحنى العلاقة:  $ص^2 + 2س + 2ص - 6ص + 2س^2 = 0$  عند

النقطة  $(3, 1)$  مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

الحل

$$ص^2 + 2س + 2ص - 6ص + 2س^2 = 0$$

$$\leftarrow 2ص^2 + 2س + 2ص - 6ص = 0$$

$$\leftarrow 2ص = \frac{2س - 2}{(6 + 2ص)}$$

$$(3, 1) \leftarrow 2ص = \frac{3 \times 2 - 2}{(6 + (1-)) \times 2} = \frac{4 - 2}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$ص = \frac{\pi}{4} \leftarrow 1 = 1 \leftarrow \text{ظاهر}$$

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

١١) جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران  $ق(س) = 3ظتا س + قا س$  عند

$$س = \frac{\pi}{4}$$

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ س = \frac{\pi}{4} & ص = 1 & 2 - 2 = 0, \quad 1 = \frac{1}{2} \end{array}$$

$$\text{وه } ق(س) = 3ظتا س + قا س \leftarrow \text{وه } ق\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 + 3 = 5$$

$$\leftarrow \text{وه } ق'(س) = 3 - 2قا س + 2قا س ظتا س$$

$$\leftarrow \text{وه } ق'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3 - 2 \times 1 \times 2 + 2 \times 1 \times 3 = 1$$

معادلة المماس:

$$ص - 5 = (س - \frac{\pi}{4}) \times 1$$

معادلة العمودي على المماس:

$$ص - 5 = \frac{1}{4} (س - \frac{\pi}{4})$$

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

١٢) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) =  $\sqrt{s}$  عند نقطة تماسه مع منحنى الاقتران

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

$$\text{هـ(س)} = s^2 - \frac{3}{2}s + \frac{3}{4}$$

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ \frac{1}{2} = 2 & 1 = 1 & 1 = 1 \end{array}$$

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

$$\text{و هـ(س)} = \sqrt{s} \leftarrow \text{و هـ(س)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{هـ(س)} = s^2 - \frac{3}{2}s + \frac{3}{4}$$

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

$$\leftarrow \text{هـ(س)} = 2s - \frac{3}{2}$$

بما أن و هـ(س) يمس هـ(س)

$$\text{و هـ(س)} = \text{و هـ(س)}$$

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

$$\sqrt{s} = s^2 - \frac{3}{2}s + \frac{3}{4} \leftarrow \text{بالتجريب } \boxed{1 = 1}$$

$$\text{و هـ(س)} = \text{و هـ(س)}$$

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 2s - \frac{3}{2} \leftarrow 4s - \frac{3}{2} = \sqrt{2}$$

$$\leftarrow \boxed{1 = 1} \text{ بالتجريب}$$

$$\text{و هـ(س)} = 1 = \sqrt{2}$$

$$\text{و هـ(س)} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 1$$

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

$$\text{معادلة المماس : } s - 1 = \frac{1}{2}(s - 1)$$

١٣) جد مساحة المثلث القائم الزاوية، المكون من المماس المرسوم لمنحنى العلاقة  $\sqrt{s}$ ،  $s < 4$  عند النقطة  $(2, 4)$  ومحور السينات والمستقيم  $s = 4$ .

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

الحل

$$\frac{1}{4} = 2 \quad 2 = 1 \quad 4 = 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = (s) \leftarrow \sqrt{s} = (s)$$

$$\frac{1}{4} = 2 \leftarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4\sqrt{2}} = (4)$$

معادلة المماس :

$$ص - 2 = (س - 4) \frac{1}{4}$$

محور السينات :  $ص = 0$

المستقيم :  $س = 4$

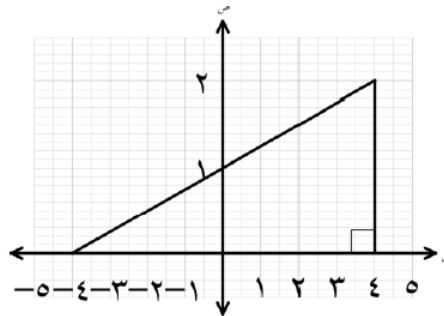
$$\text{المماس} = \text{محور السينات} : 2 - 0 = (س - 4) \frac{1}{4}$$

$$2 - 0 = (س - 4) \frac{1}{4} \leftarrow 2 - 0 = 4 - س \leftarrow 2 - 0 = 4 - س$$

$$\text{المماس} = \text{المستقيم} : 2 - 0 = 4 - س \leftarrow 2 - 0 = 4 - س$$

$$ص - 2 = 0 = 2 - 0 \leftarrow 2 = 0$$

$$\text{محور السينات} = \text{المستقيم} \leftarrow 2 = 4$$



المثلث

$$\frac{1}{2} \times ((4 - 0) - 2) \times (0 - 2) =$$

$$2 = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} =$$

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

١٤) حُلِّ المسألة الواردة بداية الدرس.

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ \frac{1}{3} = 1, & 2 = 2 & 2 = 1, \text{ ص} & 1 = 1, \text{ س} \end{array}$$

$$\text{وه } (س) = 1 + 2 \leftarrow \text{وه } (س) = 2$$

$$\text{وه } (1) = 2 \leftarrow 2 = 2$$

معادلة المماس :

$$\text{ص} - 2 = 2(1 - س)$$

معادلة العمودي على المماس :

$$\text{ص} - 2 = \frac{1}{2}(1 - س)$$

محور السينات : ص = 0

المماس = محور السينات

$$0 = 2 - 2(1 - س) \leftarrow س = 0 \leftarrow (0, 0)$$

العمودي على المماس = محور السينات

$$0 = 2 - \frac{1}{2}(1 - س) \leftarrow س = 5 \leftarrow (0, 5)$$

العمودي = المماس : عند نقطة التماس دائماً (2, 1)

المثلث

$$5 = (0 - 2) \times (0 - 5) \frac{1}{2} =$$

