

إجابات تمارين ومسائل الدرس

تطبيقات هندسية

١) جد ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س² + ٦س - ٥ عند النقطة (١، ٢).

الحل



$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ ٨ = ٢ & ٢ = ١ & ١ = ١ \end{array}$$

$$\text{وه } (س) = ٢ = ٦ + س \leftarrow ٨ = ٢$$

معادلة المماس :

$$٦ - س٨ = ص \leftarrow (١ - س)٨ = ٢ - ص$$



٢) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س²، عند نقطة تقاطعه مع المستقيم ص - س - ٦ = ٠.

الحل



$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ ١٢ = ٢ & ٨ = ١ & ٢ = ١ \end{array}$$

$$\text{وه } (س) = ص = ٦ + س \leftarrow ٢ = ٣$$

$$٢ = ٣ - س - ٦ = ٠ \leftarrow ٢ = س$$

$$\text{وه } (س) = ٣ = ٢ \leftarrow ١٢ = ٢$$

معادلة المماس :

$$٨ - ص = ١٢ = (٢ - س)$$



٣) جد النقط الواقعة على منحنى الاقتران ق(س) = س² - ٣س + ٣ التي يصنع عندها المماس

زاوية قياسها $\frac{\pi}{4}$ راد مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

الحل



$$\text{وه } (س) = ١ = ٣ - ٢س - ١ = ١ \leftarrow ١ = س$$

النقطة : (١، ١)

٤ (جد النقط الواقعة على منحنى العلاقة (ص-٤) = ٢ + س التي يكون عندها المماس موازياً

للمستقيم الذي معادلته: ٣س + ٦ص + ٢ = ٠.



الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & & \searrow \\ \text{ص} = 1 & & \text{س} = 2 \\ \frac{3 \times 2 - 2 - 2}{6} = \text{ص} \end{array}$$



$$2(4 - \text{ص}) \times 1 = \text{ص} \leftarrow 1 = \text{ص} \leftarrow \frac{1}{2(4 - \text{ص})}$$

$$1,2 \leftarrow \text{ص} = \frac{1}{2(4 - \text{ص})}$$

$$1,2 \leftarrow \text{ص} = \frac{3 - 1}{6} = \frac{1}{2}$$

بما أن المماس يوازي المستقيم



$$1,2 = 1,2 \leftarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2(4 - \text{ص})}$$

$$2 = 2 - (4 - \text{ص}) \leftarrow \text{ص} = 3$$

$$1 - = \text{س} \leftarrow 2 + \text{س} = 1 \leftarrow 2 + \text{س} = 2 \leftarrow (4 - 3)$$

٥ (جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = ٢س - ٤س + ٣ بحيث يكون المماس عمودياً

على المستقيم الذي معادلته: ٦ص - ٣س - ٥ = ٠.



الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & & \searrow \\ \text{ص} = 1 & & \text{س} = 1 \\ 2 - = 2 & & 0 = 1 \end{array}$$



$$\text{ق(س)} = 2\text{س} - 4\text{س} + 3 = \text{ق(س)} \leftarrow 3 + 4\text{س} - 2\text{س} = 4 - \text{س}$$

$$\text{المماس عمودي على ص} = \frac{3 + 5\text{س}}{6} \leftarrow \text{ص} = \frac{1}{2}$$

$$\leftarrow \text{ق(س)} \times \text{ص} = 1 -$$

$$\leftarrow 2\text{س} - 4\text{س} = \frac{1}{2} \times 4 - 1 = \text{س} \leftarrow 1 = \text{س}$$

$$\text{ق(1)} = 3 + 4 - 1 = 6$$

$$\text{ص} - 0 = 2 - (1 - \text{س}) \leftarrow \text{ص} = 1 - 2\text{س}$$



٦ (جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = $\frac{2}{س}$ عند النقطة (١، ٢))

الحل



$$\begin{array}{l} \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ \frac{1}{2} = ل , 2 - = م \quad 2 = 1 ص \quad 1 = 1 س \end{array}$$

$$و(س) = \frac{2}{س} \leftarrow و(س) = \frac{2-}{س}$$

$$م = 2 - = (1) و(س)$$

معادلة المماس :

$$ص - 2 = 2 - (س - 1)$$

$$ل = \frac{1-}{2} = \frac{1}{2}$$

معادلة العمودي على المماس

$$ص - 2 = \frac{1}{2} (س - 1)$$



٧ (جد قيمة كل من الثابتين ب، ج اللتين تجعلان المستقيم الذي معادلته: ص - س - ٢ = ٠ مماساً

لمنحنى الاقتران ق(س) = $س^2 + ب س + ج$ عند النقطة (٠، ٢).

الحل

$$ص = 2 + س \leftarrow ص = 1$$

$$و(س) = س^2 + ب س + ج \leftarrow و(س) = 2 + س$$

بما أن الاقتران ص يمس و(س) عند النقطة (٠، ٢)

$$\left. \begin{array}{l} و(٠) = ص \\ و(٠) = 2 + 0 \end{array} \right| \begin{array}{l} و(٠) = 2 + 0 \\ و(٠) = 2 + 0 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 = 2 + 0 \\ 1 = 2 + 0 \end{array} \right| \begin{array}{l} 1 = 2 + 0 \\ 1 = 2 + 0 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 = 2 + 0 \\ 1 = 2 + 0 \end{array} \right| \begin{array}{l} 1 = 2 + 0 \\ 1 = 2 + 0 \end{array}$$



٨ (إذا كان المستقيم $2s - v + j = 0$ يمس منحنى الاقتران ق(س) عند النقطة (s_1, v_1) فجد قيم الثابت جـ.

الحل

$$2s - v + j = 0 \quad \leftarrow \quad 2 = \bar{v}$$

$$v = (s) \quad \leftarrow \quad \frac{2}{s} = \bar{v}$$

بما أن الاقتران ص يمس $v = (s)$ عند النقطة (s_1, v_1)

$$\begin{array}{l|l} v = (s) & v = (s) \\ \hline 2s - v + j = 0 & \frac{2}{s} = j + 1 \end{array}$$

$$2 - 4 = j - 1 \quad \leftarrow \quad \frac{2}{1} = j + 1 \times 2$$

$$-2 = j - 1 \quad \leftarrow \quad \frac{2}{1} = j + (1) \times 2$$



٩ (جد معادلتني المماسين لمنحنى العلاقة $s = v^2 - 4v$ عند نقطتي تقاطع منحناها مع محور الصادات.

الحل

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ s = v^2 - 4v & & s = v^2 - 4v \\ \downarrow & & \downarrow \\ s = 0 & & s = 0 \\ v = 0 & & v = 4 \end{array}$$

$$s = v^2 - 4v = 0 \quad \leftarrow \quad s = 0$$

$$v^2 - 4v = 0 \quad \leftarrow \quad v = 0$$

في التعويض في المعادلة :

$$s = 0 \quad \leftarrow \quad 0 = (0)^2 - 4 \times 0 = s$$

$$s = 0 \quad \leftarrow \quad 0 = (4)^2 - 4 \times 4 = s$$

$$1 = 2v - v^2 - 4 \quad \leftarrow \quad \frac{1}{4 - v^2} = \bar{v}$$

$$\frac{1}{4 - 0} = \frac{1}{4 - 0 \times 2} = 2 \quad \leftarrow \quad (0, 0)$$

$$\text{معادلة المماس : } v = 0 \quad \leftarrow \quad \frac{1}{4} = (s - 0)$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4 - 4 \times 2} = 2 \quad \leftarrow \quad (4, 0)$$

$$\text{معادلة المماس : } v = 0 \quad \leftarrow \quad \frac{1}{4} = (s - 0)$$



١٠) جد قياس الزاوية التي يصنعها مماس منحنى العلاقة: $ص^2 + 2س + 2 = ٠$ عند

منهاجي
متعة التعليم الهادف

النقطة $(٣, ١)$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

الحل

$$ص^2 + 2س + 2 = ٠$$

$$\leftarrow ٢ص + ٢ + ٢س = ٠$$

$$\leftarrow ٢ص = -٢ - ٢س$$

$$\leftarrow (٣, ١) = \frac{-٢ - ٢(١)}{٢} = \frac{-٢ - ٢}{٢} = -٢$$

$$\leftarrow ١ = \frac{\pi \cdot ٣}{٤}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

١١) جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران $ق(س) = ٣ظتا س + قا س$ عند

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$س = \frac{\pi}{٤}$$

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ س = \frac{\pi}{٤} & ص = ٥ & ٢ = -٢ = ٢, ل = \frac{١}{٢} \end{array}$$

$$\text{وه } (س) = ٣ظتا س + قا س \leftarrow \text{وه } \left(\frac{\pi}{٤}\right) = ٥ = ٢ + ٣$$

$$\leftarrow \text{وه } (س) = ٣ظتا س + ٢قا س$$

$$\leftarrow \text{وه } \left(\frac{\pi}{٤}\right) = ٢ = ١ \times ٢ \times ٢ + ٢ \times ٣$$

معادلة المماس:

$$ص - ٥ = (س - \frac{\pi}{٤}) \cdot ٢$$

معادلة العمودي على المماس:

$$ص - ٥ = \frac{١}{٢} (س - \frac{\pi}{٤})$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

١٢) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = \sqrt{s} عند نقطة تماسه مع منحنى الاقتران

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\text{هـ(س)} = \text{س}^2 - \frac{\text{س}^3}{2} + \frac{\text{س}^3}{4}$$

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ \frac{1}{4} = 2 & 1 = 1 & 1 = 1 \end{array}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\text{و هـ(س)} = \sqrt{s} \leftarrow \text{و هـ(س)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{هـ(س)} = \text{س}^2 - \frac{\text{س}^3}{2} + \frac{\text{س}^3}{4}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\leftarrow \text{هـ(س)} = 2 - \frac{\text{س}^3}{4}$$

بما أن و هـ(س) يمس هـ(س)

$$\text{و هـ(س)} = \text{هـ(س)}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\sqrt{s} = \text{س}^2 - \frac{\text{س}^3}{2} + \frac{\text{س}^3}{4} \leftarrow \boxed{1 = \text{س}} \text{ بالتجريب}$$

$$\text{و هـ(س)} = \text{هـ(س)}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 2 - \frac{\text{س}^3}{4} \leftarrow \text{س}^3 - 4\sqrt{2} + 8 = 0$$

$$\leftarrow \boxed{1 = \text{س}} \text{ بالتجريب}$$

$$\text{و هـ(س)} = 1 = \sqrt{1}$$

$$\text{و هـ(س)} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\text{معادلة المماس : ص} - \frac{1}{4} = 1 - \text{س} \text{ (س-1)}$$

١٣) جد مساحة المثلث القائم الزاوية، المكون من المماس المرسوم لمنحنى العلاقة \sqrt{s} ، $s < 4$ عند النقطة $(2, 4)$ ومحور السينات والمستقيم $s = 4$.

الحل

$$\frac{1}{4} = 2 \quad 2 = 1 \quad 4 = 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{s}} = (s) \leftarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = (s)$$

$$\frac{1}{4} = 2 \leftarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4\sqrt{2}} = (4)$$

معادلة المماس :

$$ص - 2 = (س - 4) \frac{1}{4}$$

محور السينات : $ص = 0$

المستقيم : $س = 4$

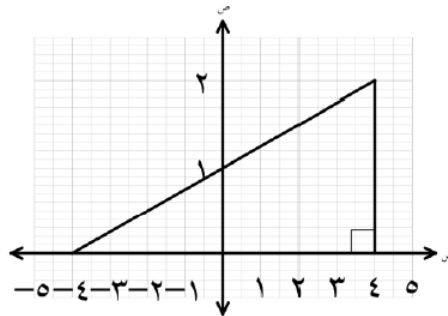
$$\text{المماس} = \text{محور السينات} : 2 - 0 = (س - 4) \frac{1}{4}$$

$$2 - 0 = (س - 4) \frac{1}{4} \leftarrow 2 - 0 = 4 - س \leftarrow 2 = 4 - س$$

$$\text{المماس} = \text{المستقيم} : 2 - 4 = (س - 4) \frac{1}{4}$$

$$ص - 2 = 0 = 2 - 4 = (س - 4) \frac{1}{4}$$

$$\text{محور السينات} = \text{المستقيم} : (2, 4)$$



المثلث

$$\frac{1}{2} \times ((4 - 0) - 2) \times (0 - 2) =$$

$$2 = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} =$$

١٤) حُلِّ المسألة الواردة بداية الدرس.

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ \frac{1}{3} = 1, & 2 = 2 & 2 = 1, \text{ ص} & 1 = 1, \text{ س} \end{array}$$

$$\text{وه } (س) = 1 + 2 \leftarrow \text{وه } (س) = 2$$

$$\text{وه } (1) = 2 \leftarrow 2 = 2$$

معادلة المماس :

$$\text{ص} - 2 = 2(1 - س)$$

معادلة العمودي على المماس :

$$\text{ص} - 2 = \frac{1}{2}(1 - س)$$

محور السينات : ص = 0

المماس = محور السينات

$$0 = 2 - 2(1 - س) \leftarrow س = 0 \leftarrow (0, 0)$$

العمودي على المماس = محور السينات

$$0 = 2 - \frac{1}{2}(1 - س) \leftarrow س = 5 \leftarrow (0, 5)$$

العمودي = المماس : عند نقطة التماس دائماً (2, 1)

المثلث

$$5 = (0 - 2) \times (0 - 5) \frac{1}{2} =$$

