

إجابات تمارين ومسائل الدرس

النقطة الحرجة

(١) جد النقط الحرجة لكل من الاقترانات الآتية:

أ) ق(س) = س^٤ - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ب) ق(س) = جا س + جتا س ، س ∈ [٠، π٢]

ج) ق(س) = س^٢ |س - ١| ، س ∈ [-٣، ٢]

د) ق(س) = √جتا س ، س ∈ [٠، π]

هـ) ق(س) = $\left. \begin{array}{l} ١ + س^٢ \\ س^٢ \end{array} \right\}$ ، $١ \geq س \geq ٢ -$ ،
 $٢ \geq س \geq ١$ ،

الحل

أ) ق(س) = س^٤ - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ق(س) = س^٣ - ٤

ق(س) = ٠ = س^٣ - ٤ ← س = ٤ ← س = ٣ = ١

س = ١

النقاط الحرجة:

(١، -٢) ، (٢، ٩) ، (-٢، ٥)

(ب) $\forall (س) \text{ و } (س) = \text{جاس} + \text{جتاس} \in [\pi/2, 0]$
 $\bar{\forall} (س) = \text{جتاس} - \text{جاس}$
 $\bar{\forall} (س) = 0 = \text{جتاس} - \text{جاس} \Rightarrow \text{جتاس} = \text{جاس}$
 $س = \frac{\pi/2}{2}, \frac{\pi}{2}$
 النقاط الحرجة :

$(1, \pi/2), (\frac{\pi/2}{2}, \frac{\pi/2}{2}), (\frac{\pi/2}{2}, \frac{\pi/2}{2}), (1, 0)$

(ج) $\forall (س) = (س)^2 |س - 1| \in [2, 3-]$
 $س - 1 = 0 \Rightarrow س = 1$

$\longleftarrow \text{س} - 1 \quad \text{س} - 1 \longrightarrow$

$\forall (س) = \left. \begin{array}{l} 1 > س \geq 3 - س^2 \\ 2 \geq س \geq 1 \end{array} \right\}$

$\bar{\forall} (س) = \left. \begin{array}{l} 1 > س > 3 - س^2 \\ 2 > س > 1 \end{array} \right\}$

$\bar{\forall} (س)_+ \neq \bar{\forall} (س)_- \leftarrow \bar{\forall} (س) \text{ غير موجودة}$

$\bar{\forall} (س) = 0 = س \leftarrow س = \frac{\pi/2}{2}$

النقاط الحرجة :

$(3, 6, 3-), (4, 2), (0, 1), (\frac{4}{3}, \frac{\pi/2}), (0, 0)$

(د) $\forall (س) = \sqrt{\text{جتاس}^2 س} \in [\pi/2, 0]$
 $\forall (س) = |\text{جتاس}|$

$\text{جتاس} = 0 \Rightarrow س = \frac{\pi}{2}$
 $\longleftarrow \text{جتاس} - \frac{\pi}{2} \quad \text{جتاس} \longrightarrow$

$\forall (س) = \left. \begin{array}{l} \frac{\pi}{2} > س \geq 0 \\ \pi \geq س \geq \frac{\pi}{2} \end{array} \right\}$

$\bar{\forall} (س) = \left. \begin{array}{l} \frac{\pi}{2} > س > 0 \\ \pi > س > \frac{\pi}{2} \end{array} \right\}$

النقاط الحرجة :

$(0, \frac{\pi}{2}), (1, \pi), (1, 0)$

(هـ) $\forall (س) = \left. \begin{array}{l} 1 > س \geq 2 - س^2 \\ 2 \geq س \geq 1 \end{array} \right\}$

$\bar{\forall} (س) = \left. \begin{array}{l} 1 > س > 2 - س^2 \\ 2 > س > 1 \end{array} \right\}$

$\forall (س) \text{ متصل عند } س = 1 \text{ و قابل للأشتقاق}$

النقاط الحرجة : $(4, 2), (5, 2-), (1, 0)$

(٢) جد قيم أ، ب التي تجعل للاقتران ق(س) = س^٣ + أس^٢ + ب س نقطتين حرجتين عند س = ١، س = ٣.



الحل

$$ق(س) = س^٣ + ٢س + ب$$

$$ق(١) = ٠ \leftarrow ٠ = ١ - ٣ + ٢ + ب$$

$$\boxed{١} \dots \dots ٣ - = ١٢ - ب \leftarrow$$

$$ق(٣) = ٠ \leftarrow ٠ = ٢٧ + ٢٦ + ب$$

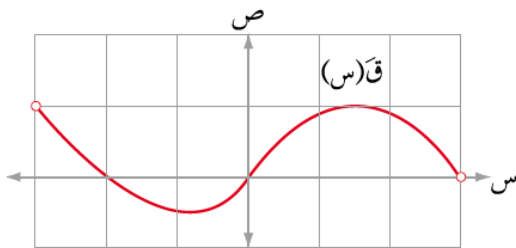
$$\boxed{٢} \dots \dots ٢٧ - = ب + ١٦$$

$$\boxed{٢} - \boxed{١}$$

$$٣ - = ١٢ - ب$$

$$٩ - = ب \leftarrow ٣ - = ١ \leftarrow \frac{٢٧ - = ب + ١٦}{٢٤ = ١٨ -}$$

$$٢٤ = ١٨ -$$



الشكل (٣-٩)

(٣) يمثل الشكل (٣-٩) منحنى المشتقة الأولى للاقتران كثير الحدود ق المعروف على الفترة [٣، ٣-] اعتمد على ذلك في تعيين النقط الحرجة للاقتران ق.

الحل

$$ق(٣) = ٠ \leftarrow ٠ = ٢ - ٤٠ = س$$

$$ق(٣-) = ٣٠٣ = س$$



$$(٤) \text{ جد النقط الحرجة للاقتران ق(س) } = \frac{١ - ٣س}{١ + ٣س}$$

الحل

$$\overline{\text{ق(س)}} = \frac{٢س٢ \times (١ - ٣س) - ٢س٢ \times (١ + ٣س)}{(١ + ٣س)^٢}$$

$$\overline{\text{ق(س)}} = \frac{٢س٦}{(١ + ٣س)^٢}$$

$$\overline{\text{ق(س)}} = ٠ = \frac{٢س٦}{(١ + ٣س)^٢} \leftarrow ٠ = س$$

النقطة الحرجة: (٠-١)