

إجابات تمارين ومسائل الدرس

النقطة الحرجة

(١) جد النقط الحرجة لكل من الاقترانات الآتية:

أ) ق(س) = س^٤ - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ب) ق(س) = جاس + جتا س ، س ∈ [٠، π٢]

ج) ق(س) = س^٢ |س - ١| ، س ∈ [-٣، ٢]

د) ق(س) = √جتا س ، س ∈ [٠، π]

هـ) ق(س) = $\left. \begin{array}{l} ١ + س^٢ \\ س^٢ \end{array} \right\}$ ، $١ \geq س \geq ٢ -$ ،
 $٢ \geq س \geq ١$ ،

الحل

أ) ق(س) = س^٤ - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ق(س) = س^٣ - ٤

ق(س) = ٠ = س^٣ - ٤ ← س = ٤ ← س = ٣ = ١

س = ١

النقاط الحرجة:

(١، -٢) ، (٢، ٩) ، (-٢، ٥)

(ب) $\forall (s) \text{ و } (s) = \text{جاس} + \text{جتاس} \in [\pi/2, 0]$
 $\bar{\forall} (s) = \text{جتاس} - \text{جاس}$
 $\bar{\forall} (s) = 0 = \text{جتاس} - \text{جاس} \Rightarrow \text{جتاس} = \text{جاس}$
 $s = \frac{\pi/2}{2}, \frac{\pi}{2}$
 النقاط الحرجة :

$(1, \pi/2), (\frac{\pi/2}{2}, \frac{\pi/2}{2}), (\frac{\pi/2}{2}, \frac{\pi/2}{2}), (1, 0)$

(ج) $\forall (s) = s^2 |s-1| \in [2, 3-]$
 $s-1 = 0 \Rightarrow s = 1$

$\longleftarrow \frac{s-1}{s-1} \longrightarrow$

$\forall (s) = \left. \begin{array}{l} s^2 - 2s + 3 > 1 \\ s^2 - 3s + 2 \geq 1 \end{array} \right\}$

$\bar{\forall} (s) = \left. \begin{array}{l} s^2 - 2s + 3 < 1 \\ s^2 - 3s + 2 < 1 \end{array} \right\}$

$\bar{\forall} (1)_+ \neq \bar{\forall} (1)_- \leftarrow \bar{\forall} (1)$ غير موجودة

$\bar{\forall} (s) = 0 = s \leftarrow s = \frac{\pi/2}{2}$

النقاط الحرجة :
 $(0, 0), (\frac{\pi/2}{2}, \frac{\pi/2}{2}), (0, 1), (2, 2), (3, 3)$

(د) $\forall (s) = \sqrt{\text{جتاس}^2} \in [\pi/2, 0]$
 $\forall (s) = |\text{جتاس}|$

$\text{جتاس} = 0 \Rightarrow s = \frac{\pi}{2}$
 $\longleftarrow \frac{\text{جتاس} - \text{جتاس}}{\pi} \longrightarrow$

$\forall (s) = \left. \begin{array}{l} \text{جتاس} \geq 0, \text{ جتاس} > \frac{\pi}{4} \\ \text{جتاس} - \text{جتاس} \geq \frac{\pi}{4}, \text{ جتاس} \geq \pi \end{array} \right\}$

$\bar{\forall} (s) = \left. \begin{array}{l} \text{جتاس} > 0, \text{ جتاس} > \frac{\pi}{4} \\ \text{جتاس} > \pi, \text{ جتاس} > \frac{\pi}{4} \end{array} \right\}$

النقاط الحرجة :

$(0, \frac{\pi}{4}), (1, \pi), (1, 0)$

(هـ) $\forall (s) = \left. \begin{array}{l} s^2 + 1 > 2 - s \\ s^2 \geq 1, s \geq 1 \end{array} \right\}$

$\bar{\forall} (s) = \left. \begin{array}{l} s^2 > 2 - s \\ s > 1, s > 2 \end{array} \right\}$

$\forall (s)$ متصل عند $s = 1$ و قابل للأشتقاق
 النقاط الحرجة : $(1, 0), (2, -5), (2, 2)$

(٢) جد قيم أ، ب التي تجعل للاقتران ق(س) = س^٣ + أس^٢ + ب س نقطتين حرجتين عند س = -١، س = ٣.



الحل

$$ق(س) = س^٣ + ٢س + ب$$

$$ق(١-) = ٠ = ١ - ٣ + ٢ + ب = ٠$$

$$\left[١ \right] \dots \dots ٣ - = ١٢ - ب \leftarrow$$

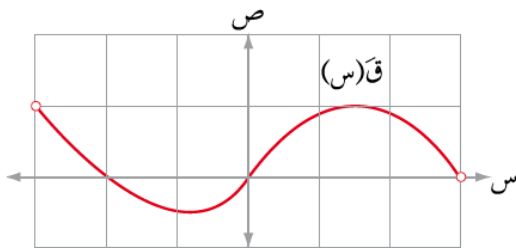
$$ق(٣) = ٠ = ٢٧ + ٢٦ + ب = ٠$$

$$\left[٢ \right] \dots \dots ٢٧ - = ب + ١٦$$

$$\left[٢ \right] - \left[١ \right]$$

$$٣ - = ١٢ - ب$$

$$٩ - = ب \leftarrow ٣ - = ١ \leftarrow \frac{٢٧ - = ب + ١٦}{٢٤ = ١٨ -}$$



الشكل (٣-٩)

(٣) يمثل الشكل (٣-٩) منحنى المشتقة الأولى للاقتران كثير الحدود ق المعروف على الفترة [٣، ٣-] اعتمد على ذلك في تعيين النقط الحرجة للاقتران ق.

الحل

$$ق(س) = ٠ = س - ٢$$

$$ق(س) \text{ غير موجودة عند } س = ٣، ٣-$$



$$(٤) \text{ جد النقط الحرجة للاقتزان ق(س) } = \frac{١ - ٣س}{١ + ٣س}$$

الحل

$$\overline{\text{ق(س)}} = \frac{٢س \times (١ - ٣س) - ٢س \times (١ + ٣س)}{(١ + ٣س)^2}$$

$$\overline{\text{ق(س)}} = \frac{٢س \times ٦}{(١ + ٣س)^2}$$

$$\overline{\text{ق(س)}} = ٠ = \frac{٢س \times ٦}{(١ + ٣س)^2} \leftarrow ٠ = س$$

النقطة الحرجة: (٠-١)