

إجابات تمارين ومسائل الدرس

التزايد والتناقص



(١) حدّد فترات التزايد وفترات التناقص لكلٍّ من الاقترانات الآتية:

- أ (ق(س) = ٤س - ٢س^٢ ، س ∈ ح .
 ب (ق(س) = |٩ - ٢س| ، س ∈]٥ ، -٥] .
 ج (ق(س) = جتا٢س ، س ∈]٠ ، ٢π] .
 د (ق(س) = (س - ١)^٢ ، س ∈ ح .
 هـ (ق(س) = (س - ٢)^٤ ، س ∈ ح .
 و (ق(س) = √(٢٥س - ٢) ، س ∈]٥ ، -٥] .
 ز (ق(س) = √(٤ - س)^٣ ، س ∈ ح .
 ح (ق(س) = جتا٢س - ١/٣ ، س ∈]٠ ، ٢π] .



- ط (ق(س) = $\left. \begin{array}{l} ٣ - ٢س \\ ٢ \\ ١ \geq س ، \\ ١ < س ، \end{array} \right\}$



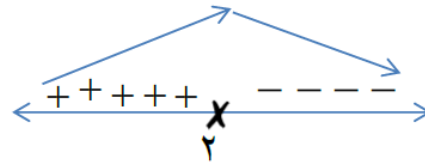
$$(ي) \text{ ق (س)} = \left. \begin{array}{l} 1 > س^2 ، 4 - س^3 \\ 1 \leq س ، \frac{3}{س} \end{array} \right\}$$

الحل

$$(أ) \text{ وه (س)} = 4 - س^2 ، س \geq 0$$

$$\text{وه (س)} = 4 - س^2$$

$$\text{وه (س)} = 0 = 4 - س^2 \leftarrow س = 2$$



فترات التزايد $(-\infty, 2)$

فترات التناقص $[2, \infty)$

$$(ب) \text{ وه (س)} = |س^2 - 9| ، س \in [0, 5]$$

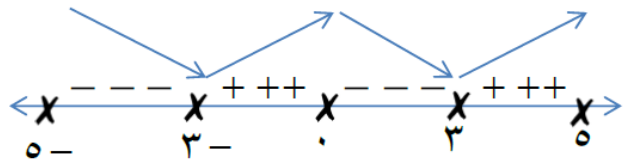
$$س^2 - 9 = 0 \leftarrow س = 3 \pm$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 - س \geq 0 ، 9 - س^2 \\ 3 > س \geq 3 - ، 2س - 9 \\ 0 \geq س > 3 ، 9 - س^2 \end{array} \right\} \text{ وه (س)}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 - س > 0 ، 2س \\ 3 > س > 3 - ، 2س - 2 \\ 0 > س > 3 ، 2س \end{array} \right\} \text{ وه (س)}$$

$$\text{وه (س)} = 0 \leftarrow س = 0$$

$$\text{وه (س)} \text{ غير موجودة عند } س = 3 \pm$$



فترات التزايد $[-3, 0] \cup [3, 5]$

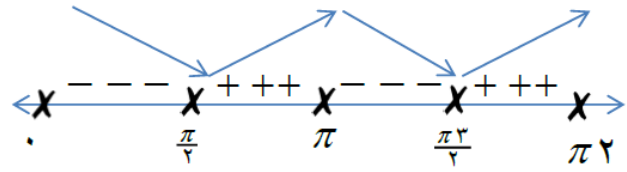
فترات التناقص $[-5, -3] \cup [0, 3]$

$$(ج) \text{ وه (س)} = 2س^2 ، س \in [0, 2\pi]$$

$$\text{وه (س)} = 2س^2 - 2س$$

$$\text{وه (س)} = 0 \leftarrow 2س^2 - 2س = 0$$

$$س = \frac{\pi}{2} ، \pi ، \frac{3\pi}{2} \text{ و غير موجودة عند } س = 0 ، 2\pi$$



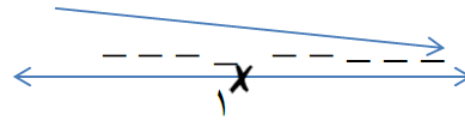
فترات التزايد : $[\pi, \frac{2\pi}{3}] \cup [\frac{2\pi}{3}, 2\pi]$

فترات التناقص : $[\frac{2\pi}{3}, \pi] \cup [\frac{\pi}{3}, 0]$

(د) $\exists s \in \mathcal{E}, (s-1)^3 = (s)^2$

$\bar{\mathcal{E}}(s) = (s-1)^3 - (s)^2$

$\bar{\mathcal{E}}(s) = 0 \leftarrow s = 1$

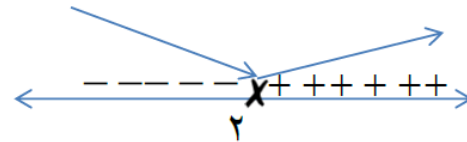


$\forall (s)$ متزايد لكل $s \in \mathcal{E}$

(هـ) $\exists s \in \mathcal{E}, (s-2)^4 = (s)^3$

$\bar{\mathcal{E}}(s) = (s-2)^4 - (s)^3$

$\bar{\mathcal{E}}(s) = 0 \leftarrow s = 2$

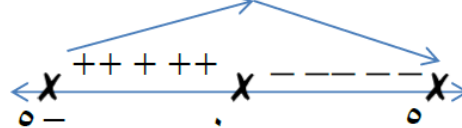


متزايد على الفترة $[\infty, 2)$ ، متناقص على الفترة $(-\infty, 2)$

(و) $\forall (s) = (s-2)^2 \sqrt{s^2 - 25} \in \mathcal{E}, [5, \infty)$

$\bar{\mathcal{E}}(s) = \frac{s^2 - 25}{s^2 - 25} = 1$

$\bar{\mathcal{E}}(s) = 0 \leftarrow s = 0$ و غير موجودة عند $s = \pm 5$

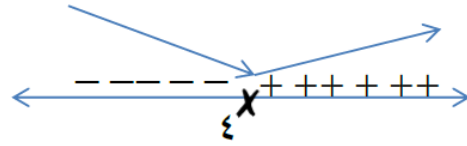


متزايد على الفترة $[0, 5-]$ متناقص على الفترة $[5, 0]$

(ز) $\exists s \in \mathcal{E}, (s-4)^3 = \frac{2}{3}$

$\bar{\mathcal{E}}(s) = \frac{2}{3} - (s-4)^3$

$\bar{\mathcal{E}}(s) = 0 \leftarrow s = 4$ ولاكن $\bar{\mathcal{E}}(s)$ غير موجودة عند $s = 4$



متزايد على الفترة $(-\infty, 4]$ ، متناقص على الفترة $(4, \infty)$

$$c) \text{وه } (s) = \text{جتاس} - \frac{1}{3} \text{جتاس} + 2 \text{س} ، \text{س} \in [0, 2\pi]$$

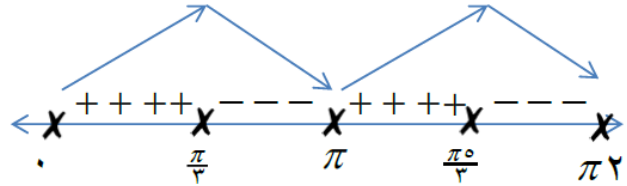
$$\text{وه } (s) = -\text{جاس} + \text{جا} + 2 \text{س}$$

$$\text{وه } (s) = 0 \leftarrow -\text{جاس} + \text{جا} + 2 \text{س} = 0$$

$$2 \text{جتاس} - \text{جاس} = 0 \leftarrow \text{جاس} (2 \text{جتاس} - 1) = 0$$

$$\text{جاس} = 0 \leftarrow \text{س} = \pi$$

$$2 \text{جتاس} - 1 = 0 \leftarrow \text{جتاس} = \frac{1}{2} \leftarrow \text{س} = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$$



متزايد على الفترة $[\frac{\pi}{3}, \pi] \cup [\frac{2\pi}{3}, 0]$

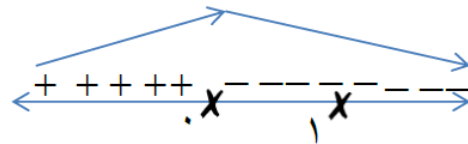
متناقص على الفترة $[\pi, \frac{2\pi}{3}] \cup [2\pi, \frac{\pi}{3}]$

$$d) \text{وه } (s) = \left. \begin{array}{l} 3 - 2 \text{س} \geq 1 \\ \frac{2}{\text{س}} < 1 \end{array} \right\}$$

$$\text{وه } (s) = \left. \begin{array}{l} 2 - \text{س} > 1 \\ \frac{2}{\text{س}} < 1 \end{array} \right\}$$

وه (س) متصل عند $\text{س} = 1$ و قابل للأشتقاق

$$\text{وه } (s) = 0 \leftarrow \text{س} = 0$$



متزايد على الفترة $(-\infty, 0)$

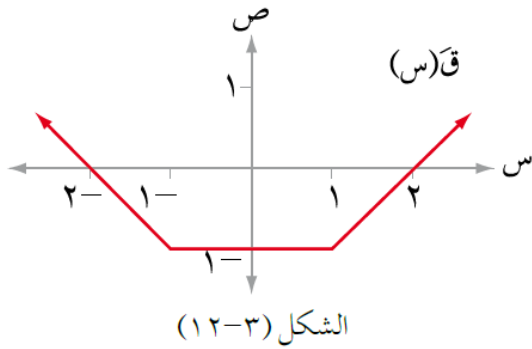
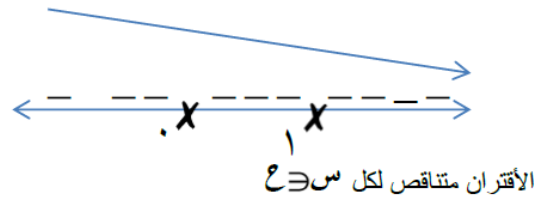
متناقص على الفترة $(1, \infty)$

$$\begin{cases} 1 \geq s, & 4 - s^2 \\ 1 < s, & \frac{3}{s} \end{cases} = (s) \text{ و } (ي)$$

$$\begin{cases} 1 > s, & 2s^3 - \\ 1 < s, & \frac{3-}{s^2} \end{cases} = \overline{(s)}$$

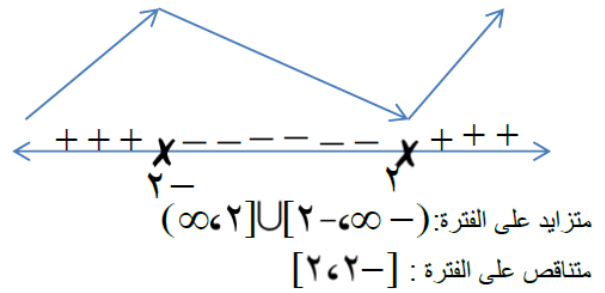
و (س) متصل عند $s = 1$ و قابل للأشتقاق

$$\overline{(s)} = 0 \leftarrow s = 0$$



(٢) يمثل الشكل (١٢-٣) منحنى اقتران المشتقة الأولى للاقتران ق، حدد فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران ق.

الحل



٣) إذا كان $ق(س)$ اقتراناً متصلًا على الفترة $[أ، ب]$ وقابلًا للاشتقاق على الفترة $(أ، ب)$ وكان $ق(س) < ٠$ ، لكل $س \in (أ، ب)$ ، وكان $هـ(س) = ق(س) + س^٢$ ، فأثبت أن $هـ(س)$ متزايد على الفترة $[أ، ب]$.

الحل

$$هـ(س) = ق(س) + س^٢$$

ولا يكن $ق(س) < ٠$ على الفترة $(أ، ب)$

و $س^٢ < ٠$ على الفترة $(أ، ب)$

فيكون $هـ(س) < ٠$ على الفترة

$\therefore هـ(س)$ متزايد على الفترة $[أ، ب]$

