

## إجابات تمارين ومسائل الدرس

### التزايد والتناقص



(١) حدّد فترات التزايد وفترات التناقص لكلّ من الاقترانات الآتية:

أ ( ق(س) = ٤س - ٢س<sup>٢</sup> ، س ∈ ح .

ب ( ق(س) = |٩ - ٢س| ، س ∈ ]٥ ، -٥[

ج ( ق(س) = جتا٢س ، س ∈ ]٠ ، ٢π[

د ( ق(س) = (س - ١)<sup>٢</sup> ، س ∈ ح .

هـ ( ق(س) = (س - ٢)<sup>٤</sup> ، س ∈ ح .

و ( ق(س) = √(٢٥ - ٢س<sup>٢</sup>) ، س ∈ ]٥ ، -٥[

ز ( ق(س) = √(٤ - س)<sup>٣</sup> ، س ∈ ح .

ح ( ق(س) = جتا٢س - ١/٣ جتا٢س ، س ∈ ]٠ ، ٢π[



ط ( ق(س) =  $\left. \begin{array}{l} ٣ - ٢س \\ ٢ \\ ١ \geq س ، \\ ١ < س ، \end{array} \right\}$



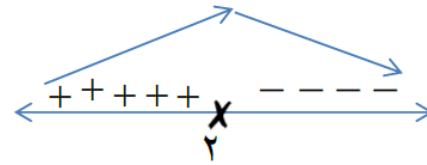
$$(ي) \text{ ق (س)} = \left. \begin{array}{l} 1 > س^2 ، 4 - س^3 \\ 1 \leq س ، \frac{3}{س} \end{array} \right\}$$

الحل

$$(أ) \text{ وه (س)} = (س^2 - س^4) = س^2(1 - س^2) \geq 0$$

$$\text{وه (س)} = س^2 - 4 = 0$$

$$\text{وه (س)} = (س^2 - 4) = 0 \Rightarrow س^2 = 4 \Rightarrow س = \pm 2$$



فترات التزايد  $(-\infty, 2)$

فترات التناقص  $(2, \infty)$

$$(ب) \text{ وه (س)} = |س^2 - 9| = 0 \Rightarrow س^2 = 9 \Rightarrow س = \pm 3$$

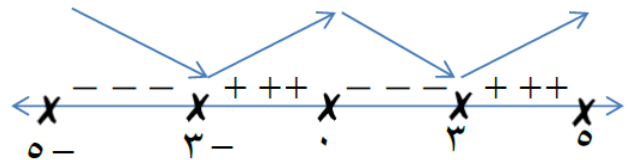
$$س^2 - 9 = 0 \Rightarrow س = \pm 3$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 - س \geq 0 \Rightarrow س \leq 3 \\ 3 > س \geq 3 - س \\ 0 \geq س > 3 \end{array} \right\} \text{ وه (س)}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 - س > 0 \Rightarrow س < 3 \\ 3 > س > 3 - س \\ 0 > س > 3 \end{array} \right\} \text{ وه (س)}$$

$$\text{وه (س)} = 0 \Rightarrow س = 0$$

$$\text{وه (س)} \text{ غير موجودة عند } س = \pm 3$$



فترات التزايد  $[-3, 0] \cup [0, 3]$

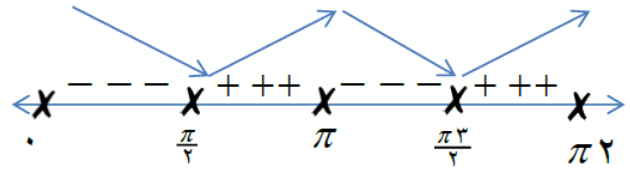
فترات التناقص  $[-5, -3] \cup [3, 5]$

$$(ج) \text{ وه (س)} = (س^2 - 2س) = س(س - 2) \geq 0$$

$$\text{وه (س)} = (س - 2) = 0 \Rightarrow س = 2$$

$$\text{وه (س)} = (س - 2) = 0 \Rightarrow س = 2$$

$$س = \frac{\pi}{4} ، \frac{3\pi}{4} ، \pi ، \frac{5\pi}{4} ، \frac{7\pi}{4} \text{ غير موجودة عند } س = 2$$



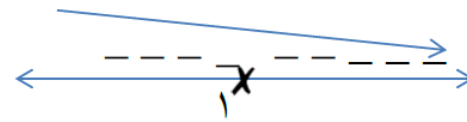
فترات التزايد :  $[\pi, \frac{2\pi}{3}] \cup [\frac{\pi}{3}, \pi]$

فترات التناقص :  $[\frac{2\pi}{3}, \pi] \cup [\frac{\pi}{3}, 0]$

(د)  $\exists s \in \mathcal{E}, (s-1)^3 = (s)^2$

$\bar{w}(s) = (s-1)^3 - (s)^2$

$\bar{w}(s) = 0 \leftarrow s = 1$

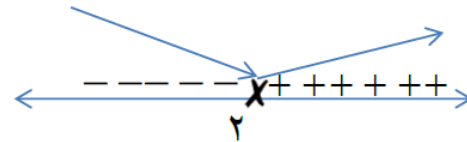


$\forall s \in \mathcal{E}$  متزايد لكل  $s \in \mathcal{E}$

(هـ)  $\exists s \in \mathcal{E}, (s-2)^4 = (s)^3$

$\bar{w}(s) = (s-2)^4 - (s)^3$

$\bar{w}(s) = 0 \leftarrow s = 2$

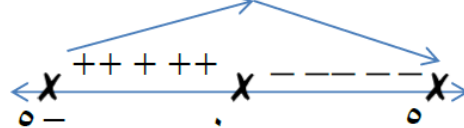


متزايد على الفترة  $[\infty, 2)$  ، متناقص على الفترة  $(-\infty, 2)$

(و)  $\exists s \in \mathcal{E}, (s-2)^2 = (s)^2 - 2s$

$\bar{w}(s) = \frac{s^2 - 2s}{s^2 - 2s - 2}$

$\bar{w}(s) = 0 \leftarrow s = 0$  و غير موجودة عند  $s = \pm 2$

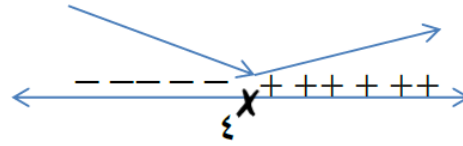


متزايد على الفترة  $[0, 5)$  متناقص على الفترة  $(5, \infty)$

(ز)  $\exists s \in \mathcal{E}, (s-4)^3 = (s)^2$

$\bar{w}(s) = \frac{s^2}{(s-4)^3}$

$\bar{w}(s) = 0 \leftarrow s = 4$  ولاكن  $\bar{w}(s)$  غير موجودة عند  $s = 4$



متزايد على الفترة  $(-\infty, 4]$  ، متناقص على الفترة  $(4, \infty)$

$$c) \text{وه } (s) = \text{جتاس} - \frac{1}{3} \text{جتاس} + 2 \text{س} ، \text{س} \in [0, 2\pi]$$

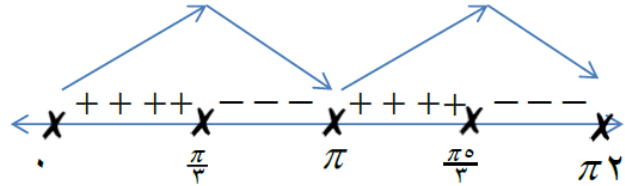
$$\text{وه } (s) = -\text{جاس} + \text{جا} + 2 \text{س}$$

$$\text{وه } (s) = 0 \leftarrow -\text{جاس} + \text{جا} + 2 \text{س} = 0$$

$$2 \text{جتاس} - \text{جاس} = 0 \leftarrow \text{جاس} (2 \text{جتاس} - 1) = 0$$

$$\text{جاس} = 0 \leftarrow \text{س} = \pi$$

$$2 \text{جتاس} - 1 = 0 \leftarrow \text{جتاس} = \frac{1}{2} \leftarrow \text{س} = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$$



متزايد على الفترة  $[\frac{\pi}{3}, \pi] \cup [\frac{2\pi}{3}, 0]$

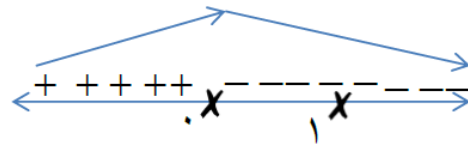
متناقص على الفترة  $[\pi, \frac{2\pi}{3}] \cup [2\pi, \frac{\pi}{3}]$

$$d) \text{وه } (s) = \left. \begin{array}{l} 3 - 2 \text{س} \geq 1 \\ \frac{2}{\text{س}} < 1 \end{array} \right\}$$

$$\text{وه } (s) = \left. \begin{array}{l} 2 - \text{س} > 1 \\ \frac{2}{\text{س}} < 1 \end{array} \right\}$$

وه (س) متصل عند  $\text{س} = 1$  و قابل للأشتقاق

$$\text{وه } (s) = 0 \leftarrow \text{س} = 0$$



متزايد على الفترة  $(-\infty, 0)$

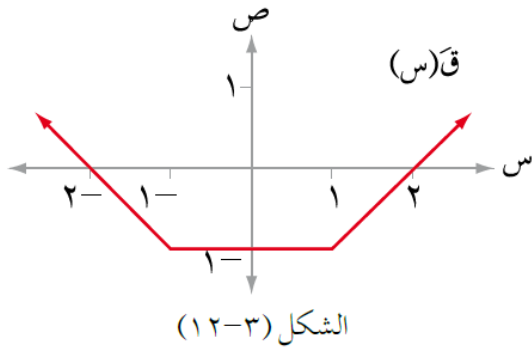
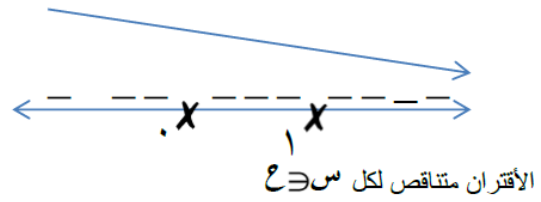
متناقص على الفترة  $(1, \infty)$

$$\begin{cases} 1 \geq s, & 4 - s^2 \\ 1 < s, & \frac{3}{s} \end{cases} = (s) \text{ و } (ي)$$

$$\begin{cases} 1 > s, & 2s^3 - 1 \\ 1 < s, & \frac{3 - s}{s^2} \end{cases} = \overline{(s)}$$

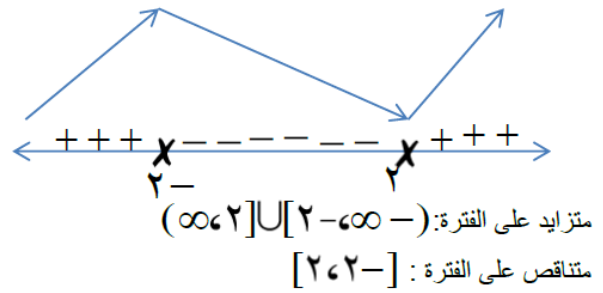
و (س) متصل عند  $s = 1$  و قابل للأشتقاق

$$\overline{(s)} = 0 \leftarrow s = 0$$



(٢) يمثل الشكل (١٢-٣) منحنى اقتران المشتقة الأولى للاقتران ق، حدد فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران ق.

الحل



٣) إذا كان  $q(s)$  اقتراناً متصلًا على الفترة  $[a, b]$  وقابلًا للاشتقاق على الفترة  $(a, b)$  وكان  $q'(s) < 0$ ، لكل  $s \in (a, b)$ ، وكان  $h(s) = q(s) + s^2$ ، فأثبت أن  $h(s)$  متزايد على الفترة  $[a, b]$ .

الحل

$$h'(s) = q'(s) + 2s$$

ولا يمكن  $q'(s) < 0$  على الفترة  $(a, b)$

و  $2s > 0$  على الفترة  $(a, b)$

فيكون  $h'(s) > 0$  على الفترة

$\therefore h(s)$  متزايد على الفترة  $[a, b]$

