

إجابات أسئلة الدرس

التكامل غير المحدود

السؤال الأول

جد كلا مما يأتي :

(أ) $\int \frac{1}{x} dx$

(ب) $\int \frac{dx}{x} \neq 0$

(ج) $\int (x^2 - 2) dx$

(د) $\int x^3 dx$

(هـ) $\int \frac{x^2}{x^3} dx$

الحل :

(أ) $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

(ب) $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$

(ج) $\int (x^2 - 2) dx = \frac{x^3}{3} - 2x + C$

(د) $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$

(هـ) $\int \frac{x^2}{x^3} dx = \int x^{-1} dx = \ln|x| + C$

السؤال الثاني

جد كلا مما يأتي :

(أ) $\int (10s^2 - \sqrt{s} + 3s) ds$: (ب) $\int (s-2)(s+4)(s+1) ds$

(ج) $\int 3 \text{ ظاس جتاس دس} : (د) \int \frac{s^2 + 6s + 8}{s+2} ds$ ، $s \neq -2$

الحل :

(أ) $\int (10s^2 - \sqrt{s} + 3s) ds = \int (10s^2 + \frac{1}{6}s - 3s) ds$

$$= \frac{10s^3}{3} + \frac{\frac{1}{6}s^{\frac{7}{6}}}{\frac{7}{6}} - \frac{3s^2}{2} + ج = \frac{10s^3}{3} + \frac{2s^{\frac{7}{6}}}{7} - \frac{3s^2}{2} + ج$$

(ب) $\int (s-2)(s+4)(s+1) ds = \int (s^3 + 3s^2 - 2s - 8) ds$

$$= \frac{s^4}{4} + \frac{3s^3}{3} - \frac{2s^2}{2} - 8s + ج = \frac{s^4}{4} + s^3 - s^2 - 8s + ج$$

(ج) $\int 3 \text{ ظاس جتاس دس} = \int \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} \times 3 \text{ جاس} ds = \int 3 \text{ جاس دس}$

(د) $\int \frac{s^2 + 6s + 8}{s+2} ds = \int \frac{(s+2)(s+4)}{s+2} ds = \int (s+4) ds = \frac{s^2}{2} + 4s + ج$

السؤال الثالث

$$\text{جد } \frac{دص}{دس} \text{ عندما } س = ٥, \text{ حيث } ص = \left. \frac{١ + ٤س}{س} \right|_{دس \neq ٥}$$

الحل :

نقوم باشتقاق الطرفين ،،

$$\left(\text{مشتقة التكامل تعطي ما داخل التكامل} \right), \text{ إذن:}$$

$$\frac{د}{دس} \left[\frac{١ + ٤س}{س} \right]_{دس} = \frac{دص}{دس}$$

$$\frac{١ + ٤س}{س} = \frac{دص}{دس}$$

$$\frac{٢١}{٥} = \frac{١ + ٢٠}{٥} = \frac{١ + (٥)٤}{٥} = \left. \frac{دص}{دس} \right|_{س = ٥}$$

السؤال الرابع

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان ق' (س) = ٦س - ٨س^٢ + ٥ ، وكان ق (-١) = ٢ فجد قاعدة الاقتران ق .

الحل :

$$\text{ق (س)} = \left[\text{ق' (س) دس} \right] = (٦س - ٨س^٢ + ٥) دس = ٣س^٣ - ٢س^٤ + ٥س + ج$$

$$\text{ق (-١)} = (-١)٣ - ٢(-١)٢ - ٥(-١) + ج = ٢$$

$$٣ - ٢ - ٥ + ج = ٢ \iff ٤ - ج = ٢ \iff ج = ٢$$

السؤال الخامس

إذا كان $E(s) = 6s^2 - 3s + 5$ ، فجد $E(1)$.

الحل :

نقوم باشتقاق الطرفين ،

$$\frac{d}{ds} E(s) = \frac{d}{ds} (6s^2 - 3s + 5)$$

$$E'(s) = 12s - 3 \implies E'(1) = 12(1) - 3 = 9 \implies E(1) = 9 + C = 18$$

السؤال السادس

إذا كان Q اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان $Q'(s) = 2s - 5$ ، وكان $Q(2) = 4$ ، فجد قيمة $Q(1)$.

الحل :

$$Q'(s) = 2s - 5 \implies Q(s) = s^2 - 5s + C$$

$$Q(2) = 4 \implies 4 = 2^2 - 5(2) + C \implies 4 = 4 - 10 + C \implies C = 10$$

$$\therefore Q(s) = s^2 - 5s + 10 \implies Q(1) = 1^2 - 5(1) + 10 = 6$$

لفهم إجابات أسئلة درس التكامل غير المحدود ، شاهد الفيديو

السؤال السابع

إذا كان Q اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان $Q'(s) = 3s^2 - (6s - 5) + 4s^2$ ، وكان $Q(2) = 1$ ، فجد قيمة $Q(1)$.

الحل :

$$Q'(s) = 3s^2 - (6s - 5) + 4s^2 = 7s^2 - 6s + 5$$

$$Q(s) = \frac{7}{3}s^3 - 3s^2 + 5s + C$$

$$Q(2) = 1 \implies 1 = \frac{7}{3}(8) - 3(4) + 5(2) + C \implies 1 = \frac{56}{3} - 12 + 10 + C \implies C = 1 - \frac{56}{3} + 2 = \frac{3 - 56 + 6}{3} = \frac{-51}{3} = -17$$

$$\therefore Q(s) = \frac{7}{3}s^3 - 3s^2 + 5s - 17 \implies Q(1) = \frac{7}{3}(1) - 3(1) + 5(1) - 17 = \frac{7}{3} - 3 + 5 - 17 = \frac{7 - 9 + 15 - 51}{3} = \frac{-38}{3}$$

السؤال الثامن

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان ق' (س) = $\frac{س^2 + 6س + 8}{س}$ ، س \neq صفرا ، وكان ق (1) = 12 ، فجد قاعدة الاقتران ق.

الحل :

$$\begin{aligned} \text{ق (س)} &= \int \text{ق' (س) دس} = \int \frac{س^2 + 6س + 8}{س} دس \\ &= \int \left(س + \frac{6}{س} + \frac{8}{س} \right) دس \\ &= س + 6 \ln |س| + 8 \ln |س| + ج \\ \text{ق (1)} &= 12 = 1 + 6 \ln |1| + 8 \ln |1| + ج \\ &= 1 + 6 \cdot 0 + 8 \cdot 0 + ج \\ &= 1 + ج \\ ج &= 12 - 1 = 11 \\ \therefore \text{ق (س)} &= س + 14 \ln |س| + 11 \end{aligned}$$