

إجابات تدريبات الدرس

التكامل غير المحدود

تدريب (١)

$$\left. \begin{array}{l} \text{إذا كان ص} \\ \text{عندما } 1 - \text{دس} = \frac{\text{دص}}{\text{دس}} \end{array} \right\} \text{ فجد ، دس } \frac{1 - \text{دس}}{1 + \text{دس}^2}$$

الحل :

نقوم باشتقاق الطرفين ، ،

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\text{دص}}{\text{دس}} \\ \frac{\text{دص}}{\text{دس}} \end{array} \right\} = \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دس}} \quad \left(\text{مشتقة التكامل تعطي ما داخل التكامل} \right) \text{ ، إذن:}$$

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{1 - \text{دس}}{1 + \text{دس}^2} \quad \left| \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{1 - \text{دس}}{1 + \text{دس}^2} \right.$$

تدريب (٢)

جد كلا من التكاملات الآتية :-

$$\left. \begin{array}{l} (١) \int \text{دس} \\ (٢) \int \text{دس}^3 \text{دس} \\ (٣) \int \text{دس}^{-٥} \text{دس} \text{ ، دس} \neq \text{صفر} \\ (٤) \int \sqrt{\text{دس}} \text{دس} \text{ ، دس} \geq ٠ \end{array} \right\}$$

الحل :

$$(١) \int \text{دس} = \text{دس} \times ١ + \text{ج}$$

$$(٢) \int \text{دس}^3 \text{دس} = \frac{\text{دس}^4}{4} + \text{ج}$$

لمزيد من الفائدة احضر شرح درس التكامل غير المحدود - الجزء الأول

$$(3) \left[\int \frac{x^5 - x^4}{x^4} dx = \int \frac{x^5}{x^4} - \frac{x^4}{x^4} dx = \int x - 1 dx = \frac{x^2}{2} - x + C \right]$$

$$(4) \left[\int \frac{x^2}{\sqrt{x}} dx = \int x^{2-\frac{1}{2}} dx = \int x^{\frac{3}{2}} dx = \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + C = \frac{2}{5} \sqrt{x^5} + C \right]$$

تدريب (3)

جد كلا من التكاملين الآتيين :

$$(1) \int (3x^2 - \frac{6}{x}) dx \quad (2) \int (4x^3 - 3x) dx$$

الحل :

$$(1) \int (3x^2 - \frac{6}{x}) dx = \int 3x^2 dx - \int \frac{6}{x} dx = \frac{3x^3}{3} - 6 \ln|x| + C = x^3 - 6 \ln|x| + C$$

$$= 3x^3 - 6 \ln|x| + C = \int \frac{x^3}{\frac{1}{3}} - \frac{6}{x} dx = \int \frac{x^3}{1} - \frac{6}{x} dx = \int x^3 - \frac{6}{x} dx = \frac{x^4}{4} - 6 \ln|x| + C$$

$$(2) \int (4x^3 - 3x) dx = \int 4x^3 dx - \int 3x dx = \frac{4x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + C = x^4 - \frac{3x^2}{2} + C$$

تدريب (٤)

جد كلا من التكاملات الآتية :

$$(١) \int (٣ + س)^٢ دس$$

$$(٢) \int \frac{س^٥ - س^٢}{س^٣} دس ، س > ٠$$

$$(٣) \int \frac{س^٢ + س - ١٥}{س - ٣} دس ، س \neq ٣$$

$$(٤) \int \frac{س^٢ + ٦٤}{س + ٤} دس ، س \neq -٤$$

الحل :

$$(١) \int (٣ + س)^٢ دس = \int (٩ + ٦س + س^٢) دس = ٩س + ٣س^٢ + \frac{س^٣}{٣} + ج$$

هنا نضرب القوس أولاً.. تذكر
(أ+ب)² = أ² + ٢أب + ب²

$$(٢) \int \frac{س^٥ - س^٢}{س^٣} دس$$

$$= \int \left(\frac{س^٥}{س^٣} - \frac{س^٢}{س^٣} \right) دس = \int \frac{س^٢ - ١}{س} دس =$$

$$= \int \left(س - \frac{١}{س} \right) دس = \frac{س^٢}{٢} - \ln|س| + ج$$

$$= \frac{س^٢}{٢} - \frac{١}{س} + ج = \frac{س^٣}{٣} - \frac{١}{س} + ج = \frac{س^٤}{٤} - \frac{١}{س} + ج$$

$$(٣) \int \frac{س^٢ + س - ١٥}{س - ٣} دس = \int \frac{(س + ٥)(س - ٣) + ٦}{س - ٣} دس = \int (س + ٥) دس + \int \frac{٦}{س - ٣} دس =$$

$$(٤) \int \frac{س^٢ + ٦٤}{س + ٤} دس = \int \frac{(س + ٤)(س - ٤) + ١٦}{س + ٤} دس = \int (س - ٤) دس + \int \frac{١٦}{س + ٤} دس =$$

$$= \frac{س^٢}{٢} - ٤س + ١٦ \ln|س + ٤| + ج$$

لمزيد من الفائدة احضر شرح درس التكامل غير المحدود - الجزء الثاني

تدريب (٥)

جد قاعدة الاقتران ق الذي تعطى مشتقته بالقاعدة ق' (س) = $3س^2 - 6س + 5$ ، علما بأن ق (٠) = ٧

الحل :

$$ق (س) = ق' (س) دس = (3س^2 - 6س + 5) دس = 3س^3 - 3س^2 + 5س + ج$$

$$ق (٠) = (٠) = 3(٠)^3 - 3(٠)^2 + 5(٠) + ج = ٧ \implies ج = ٧$$

$$\therefore ق (س) = 3س^3 - 3س^2 + 5س + ٧$$

لفهم إجابات تدريبات درس التكامل غير المحدود احضر الفيديو