

## إجابات أسئلة الدرس

### قواعد الاشتقاق 1

(1) جد المشتقة الأولى لكل من الاقترانات الآتية :

أ)  $y = \sqrt{3x}$

ب)  $y = 4x^{10}$

ج)  $y = 4\pi x^2$

د)  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^4 x^4$

الحل

أ)  $y' = \frac{1}{2} \sqrt{3} x^{-\frac{1}{2}}$

ب)  $y' = 40x^9$

ج)  $y' = 8\pi x = 8\pi x^1$

$y' = \frac{1}{3} x^3$

د)  $y' = \frac{1}{3} x^3$

$y' = \frac{1}{16} x^4$

$y' = \frac{1}{16} x^4$

$y' = \frac{1}{4} x^3$

(٢) جد  $\frac{d}{ds}$  لكل من الاقتارات الآتية :

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

(أ)  $v = 2s^3 + 3s - 4$       (ب)  $v = \frac{1}{4}(s^2 + 8)$   
 (ج)  $v = \frac{4}{3}\pi s^2$       (د)  $v = \frac{1}{4}s^4 + \frac{1}{3}s^2 - s$

الحل

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

(أ)  $v = 2s^3 + 3s - 4$

$\frac{dv}{ds} = 6s^2 + 3$

(ب)  $v = \frac{1}{4}(s^2 + 8)$

$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{2}s$

(ج)  $v = \frac{4}{3}\pi s^2$

$\frac{dv}{ds} = \frac{8}{3}\pi s$

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

(د)  $v = \frac{1}{4}s^4 + \frac{1}{3}s^2 - s$

$\frac{dv}{ds} = s^3 + \frac{2}{3}s - 1$

$= s^3 + \frac{2}{3}s - 1$

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

٣) جد ق(س) لكل من الاقترانات الآتية عند قيمة س المبينة إزاء كل منها :

أ) ق(س) =  $\frac{1}{4}س$  ، س = 1

ب) ق(س) =  $|س - 3| + 2$  ، س = 3

ج) ق(س) =  $\frac{1}{4}س + 5 - 2س$  ، س = 2, 4

د) ق(س) =  $3س + [س + 1, 0] - |س|$  ، س = 1

الحل

١) ق(س) =  $\frac{1}{4}س$   
 ق(1) =  $\frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{4}$   
 ق(3) =  $\frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4}$   
 ق(2) =  $\frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2}$   
 ق(4) =  $\frac{1}{4} \times 4 = 1$

٢) ق(س) =  $|س - 3| + 2$   
 ق(3) =  $|3 - 3| + 2 = 0 + 2 = 2$   
 ق(2) =  $|2 - 3| + 2 = 1 + 2 = 3$   
 ق(4) =  $|4 - 3| + 2 = 1 + 2 = 3$

٣) ق(س) =  $\frac{1}{4}س + 5 - 2س$   
 ق(2) =  $\frac{1}{4} \times 2 + 5 - 2 \times 2 = \frac{1}{2} + 5 - 4 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$   
 ق(4) =  $\frac{1}{4} \times 4 + 5 - 2 \times 4 = 1 + 5 - 8 = -2$

٤) ق(س) =  $3س + [س + 1, 0] - |س|$   
 ق(1) =  $3 \times 1 + [1 + 1, 0] - |1| = 3 + 2 - 1 = 4$

ق(2) =  $3 \times 2 + [2 + 1, 0] - |2| = 6 + 3 - 2 = 7$   
 ق(3) =  $3 \times 3 + [3 + 1, 0] - |3| = 9 + 4 - 3 = 10$   
 ق(4) =  $3 \times 4 + [4 + 1, 0] - |4| = 12 + 5 - 4 = 13$

٤) إذا كان ل، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان ل = (٢ -)٤ ، هـ = (٢ -)٣ ، فجد ق(٢ -) في كل مما يأتي:

أ) ق(س) = ٦ ل(س) - ٢ هـ(س)  
 ب) ق(س) =  $\frac{1}{٢}$  ل(س) + هـ(س) + س<sup>٣</sup>

الحل

٤) ن(س) = ٦ ل(س) - ٢ هـ(س)  
 هـ(س) = ٦ ل(س) - ٢ هـ(س)  
 هـ(٢ -) = ٦ ل(٢ -) - ٢ هـ(٢ -)

$٣ - ٨٢ - ٤ \times ٦ =$   
 $٣٠ = ٦ + ٢٤ =$

ب) ن(س) =  $\frac{1}{٢}$  ل(س) + هـ(س) + س<sup>٣</sup>  
 هـ(س) =  $\frac{1}{٢}$  ل(س) + هـ(س) + س<sup>٣</sup>  
 هـ(٢ -) =  $\frac{1}{٢}$  ل(٢ -) + هـ(٢ -) + (٢ -)<sup>٣</sup>

$١٢ + ٣ - + ٤ \times \frac{1}{٢} =$   
 $١١ = ١٢ + ٣ - ٢ =$

(5) إذا كان ق(س) =  $\left. \begin{array}{l} أس^2 + ب س ، \quad س \geq 1 \\ -٤ - ب س^2 + أس ، \quad س < 1 \end{array} \right\}$  وكانت ق'(1) موجودة ، فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب.

الحل

ق'(1) موجودة  $\Leftrightarrow$  حد متصل عند  $س=1$   
 $\left. \begin{array}{l} \text{هنا } (س) = \text{هنا } (س) \\ -١٤س \quad +١٤س \end{array} \right\}$

$$\begin{array}{l} ب+٢ = ٢+٥-٤ \\ ٢-٥+ \end{array}$$

$$\boxed{٢ = ب} \Leftrightarrow ب = ٢$$

$$\text{ق}'(1)^- = \text{ق}'(1)^+$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق}'(س) = \text{ق}'(س) \\ ١ > س \quad ب + ٢س \\ ١ < س \quad ٢ + ب س \end{array} \right\}$$

$$٢ + ب \cdot ٢ = ب + ٢$$

$$\begin{array}{l} ٢ + ٤ = ٢ + ٢ \\ ٢- \quad ٢- \end{array}$$

$$\boxed{٢ = ب} \Leftrightarrow ٤ = ٢ + ب$$

(6) إذا كان ق(س) =  $\left. \begin{array}{l} ل(س) ، \quad س \geq ج \\ ل(ج) - (س-ج) ، \quad س < ج \end{array} \right\}$

وكان ق(س) اقتراناً متصلًا عند  $س=ج$  ، وكان ل(س) اقتراناً قابلاً للاشتقاق عند  $س=ج$ .

فأثبت أن الاقتران ق قابل للاشتقاق عند  $س=ج$  ، ثم جد ق'(ج).

الحل

حد متصل عند  $س=ج$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق}'(س) = \text{ق}'(س) \\ ١ > س \quad ل'(س) \\ ١ < س \quad ل'(ج) + ١ \times (ج-س) \end{array} \right\}$$

$$\text{ق}'(ج) = \text{ق}'(ج) + ١$$

$$\text{ق}'(ج) = \text{ق}'(ج) + ١$$

$$\therefore \text{ق}'(ج) = \text{ق}'(ج) + ١$$