إجابات أسئلة الدرس

قواعد الاشتقاق 1

١) جد المشتقة الأولى لكلٍّ من الاقترانات الآتية :

أ) ق(س) = $\sqrt{٣٠}$

ب) ص = ٤ $س^{١٠}$

جـ) ص = ٤ $\pi^{٢}$

د) ق(س) = $(\frac{١}{٢}س)^{٤}$

الحل

أ) $ق'(س) = صفر$

ب) $ص' = ٤٠ س^{٩}$

جـ) $ص = ٤ \pi^{٢}$ (ثابت)

$ص' = صفر$.

د) $ق(س) = (\frac{١}{٢}س)^{٤}$

$ق(س) = \frac{١}{١٦} س^{٤}$

$ق'(س) = ٤ \times \frac{١}{١٦} س^{٣}$

$= \frac{١}{٤} س^{٣}$.

٢) جد $\frac{ص}{س}$ لكلٍّ من الاقترانات الآتية :

أ) $ص = س^{٢} + ٣س - ٤$

ب) $ص = \frac{١}{٤}(س^{٢}+٨)$

جـ) $ص = \frac{٤}{٣}\pi س^{٣}$

د) $ص = \frac{١}{٤}س^{٤} + \frac{١}{٣}س^{٣} - س$

الحل

أ) $ص = س^{٢} + ٣س - ٤$

$\frac{ص}{س} = ٢س + ٣$

ب) $ص = \frac{١}{٤}س^{٢} + ٣$

$\frac{ص}{س} = \frac{١}{٤} \times ٢س + صفر = \frac{١}{٢}س$

جـ) $ص = \frac{٤}{٣}\pi س^{٣}$

$\frac{ص}{س} = \frac{٤}{٣}\pi \times ٣س^{٢} = ٤\pi س^{٢}$

د) $ص = \frac{١}{٤}س^{٤} + \frac{١}{٣}س^{٣} - س$

$\frac{ص}{س} = \frac{١}{٤} \times ٤س^{٣} + \frac{١}{٣} \times ٣س^{٢} - ١$

$= س^{٣} + س^{٢} - ١$

٣) جد قَ(س) لكلٍّ من الاقترانات الآتية عند قيمة س المبينة إزاء كلٍّ منها :

أ) ق(س) = $\frac{١}{٢}$ س^{٤} ، س = − ١

ب) ق(س) = س^{٢} + | ٣س − ٦ | ، س = ٣

جـ) ق(س) = [$\frac{١}{٢}$ س + ٥] − ٤س^{٢} ، س = ٢,٤

د) ق(س) = ٣س + [س + ٠,١] − | س | ، س = − ١

الحل

أ) ق(س) = $\frac{١}{٢}$ س^{٤}

ق'(س) = $\frac{١}{٢}$ × ٤س^{٣} = ٢س^{٣}

ق'(−١) = ٢(−١)^{٣} = ٢ × −١ = −٢

ب) ق(س) = س^{٢} + | ٣س − ٦ | ، س = ٣

| ٣س − ٦ | = ٣س − ٦ عندما س = ٣

ق(س) = س^{٢} + ٣س − ٦

ق'(س) = ٢س + ٣

ق'(٣) = ٦ + ٣ = ٩

جـ) [$\frac{١}{٢}$ س + ٥] ، ل = $\frac{١}{٢}$ = ٠,٥

[$\frac{١}{٢}$ س + ٥] = ٦ ، ٦ ≤ س < ٦,٤

ق(س) = ٦ − ٤س^{٢}

ق'(س) = −٨س

ق'(٦,٤) = −٨ × ٦,٤ = −٥١,٢

د) [س + ٠,١] = −١٠ حول س = −١

ق(س) = ٣س − ١ + س

ق(س) = ٤س − ١

ق'(س) = ٤

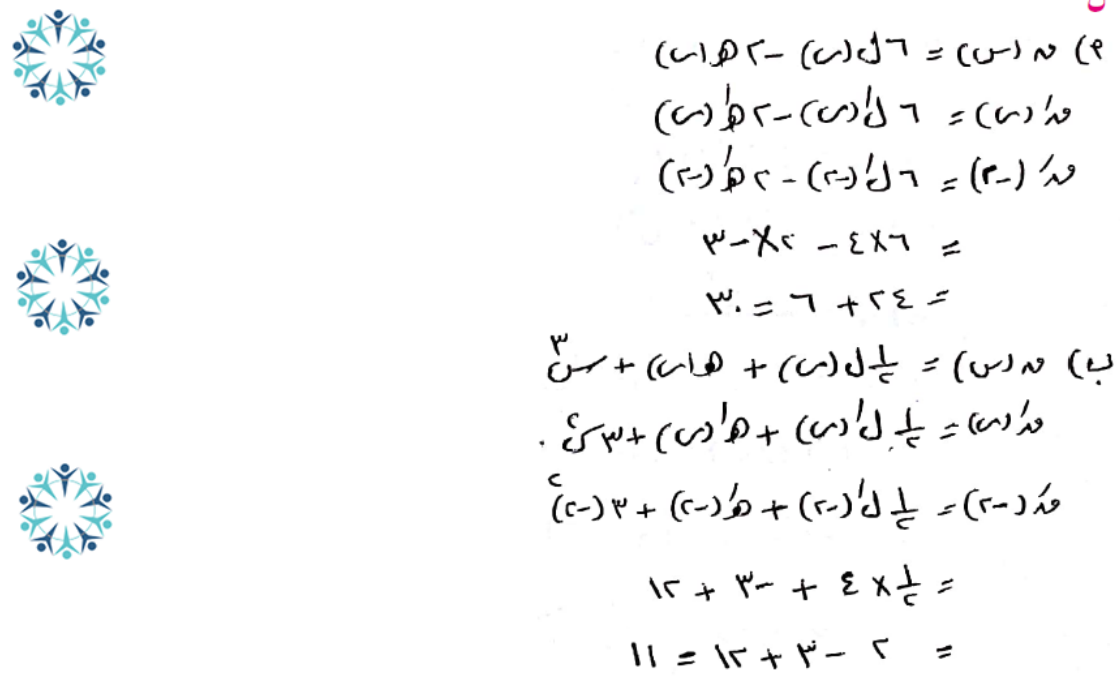
ق'(−١) = ٤

٤) إذا كان ل، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان لَ(−٢) = ٤ ، هـَ(−٢) = −٣ ، فجد قَ(−٢) في كلٍّ مما يأتي:

أ) ق(س) = ٦ ل(س) − ٢ هـ(س)

ب) ق(س) = $\frac{١}{٢}$ ل(س) + هـ(س) + س^{٣}

الحل



٥) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} أ س^{٢} + ب س & ، س \geq ١ \\ ٤ - ب س^{٢} + أ س & ، س < ١ \end{cases}$

وكانت قَ (١) موجودة ، فجد قيمة كلٍّ من الثابتيْن أ ، ب.

الحل

قَ(١) موجودة ⇐ ق متصل عند س = ١

$\lim_{س \to ١^+}$ ق(س) = $\lim_{س \to ١^-}$ ق(س)

$\lim_{س \to ١^+}$ ... + ١ ... س

$\lim_{س \to ١^-}$ ... − ١ ... س

$٤ - ب + أ = أ + ب$

$أ + ب = ٤$

$\frac{٤}{٢} = \frac{٢ب}{٢}$ ⇐ $\boxed{ب = ٢}$

قَ(١)$^+$ = قَ(١)$^-$

قَ(س) = $\begin{cases} ٢أ س + ب & ، س > ١ \\ -٢ب س + أ & ، س < ١ \end{cases}$

$٢أ + ب = -٢ب + أ$

$٢أ + ٢ = -٤ + أ$

$أ - أ = -٤ - ٢$

$\boxed{أ = -٦}$ ⇐ $٠ = -٦ - ٢$

---

٦) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ل(س) & ، س \geq جـ \\ لَ(جـ) (س - جـ) & ، س < جـ \end{cases}$

وكان ق(س) اقترانًا متصلًا عند س = جـ ، وكان ل(س) اقترانًا قابلًا للاشتقاق عند س = جـ.

فأثبت أنَّ الاقتران ق قابل للاشتقاق عند س = جـ ، ثم جد قَ(جـ) .

الحل

ق متصل عند س = جـ

قَ(س) = $\begin{cases} ل'(س) & ، س > جـ \\ ل'(جـ) \times ١ & ، س < جـ \end{cases}$

قَ(جـ)$^+$ = ل'(جـ)

قَ(جـ)$^-$ = ل'(جـ)

∴ قَ(جـ) موجودة = ل'(جـ) .