

إجابات تدريبات الدرس

التقعر

تدريب ١

جد فترات التقعر للأسفل وللأعلى لمنحنى الاقتران ق،
حيث ق(س) = س^٤ - ٦س^٣ + ١٢س^٢ - ٥س + ٥.

الحل

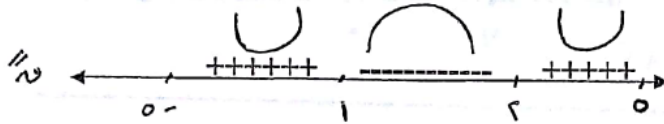
$$ق'(س) = 4س^3 - 18س^2 + 24س - 5$$

$$ق'(س) = 0 \Rightarrow 4س^3 - 18س^2 + 24س - 5 = 0 \quad (\text{نقسم على } 12)$$

$$س^3 - ٤.٥س^2 + ٢س - ٠.٤١٦٦٦٦ = 0$$

$$س^3 - ٤(س - ١)(س - ١) = 0$$

$$س = ١, ٢$$



مقعر للأعلى في $[0, 1]$ ، $[2, \infty)$

مقعر للأسفل في $[1, 2]$

تدريب ٢

ليكن ق(س) = س^٣، جد مجالات التقعر لمنحنى الاقتران ق.

الحل

$$ق'(س) = 3س^2 = 0$$

$$ق'(س) = 0 \Rightarrow 3س^2 = 0 \Rightarrow س = 0$$

ق غير موجودة عند س = 0



ق مقعر للأسفل على ح

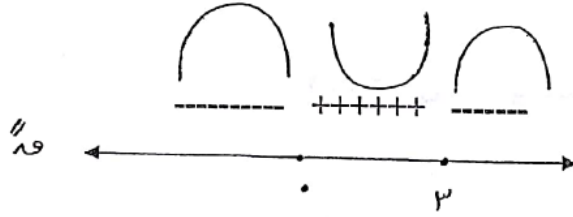
تدريب ٣

إذا كان ق(س) = $٦س^٢ - ٤س$ ، فجد نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق (إن وُجدت).

الحل



$$\begin{aligned} \text{ق}''(س) &= ١٢س - ٤ \\ \text{ق}''(س) &= ١٢س - ٤ = ٠ \\ ١٢س - ٤ &= ٠ \quad \leftarrow \text{س} = \frac{١}{٣}, \text{س} = \frac{١}{٣} \end{aligned}$$



نقط الانعطاف (٠، ٠) ، (١/٣، ٠)



تدريب ٤

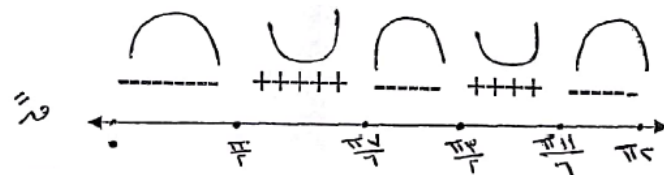
حلّ المسألة الواردة في بداية الدرس.

إذا كان ق(س) = $٢جتا٢س + \frac{١}{٢}جا٢س$ ، فجد نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق.

الحل



$$\begin{aligned} \text{ق}''(س) &= ٢جتا٢س + \frac{١}{٢}جا٢س \\ \text{ق}''(س) &= ٢جتا٢س + \frac{١}{٢}جا٢س = ٠ \\ ٢جتا٢س + \frac{١}{٢}جا٢س &= ٠ \\ ٢جتا٢س &= -\frac{١}{٢}جا٢س \\ \frac{٢جتا٢س}{٢} &= -\frac{١}{٢} \frac{جا٢س}{٢} \\ \frac{٢جتا٢س}{٢} &= -\frac{١}{٢} \frac{جا٢س}{٢} \end{aligned}$$



نقط الانعطاف (٠، $\frac{\pi}{٢}$) ، ($\frac{\pi}{٤}$ ، $\frac{٣}{٤}$) ، ($\frac{\pi}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$) ، ($\frac{٣\pi}{٤}$ ، $\frac{٣}{٤}$) ، (π ، $\frac{\pi}{٢}$)

تدريب ٥

ليكن ق(س) = $s^3 - 2s + 3$ ، جد نقط القيم القصوى المحلية للاقتزان ق باستخدام اختبار المشتقة الثانية.

الحل

$$\begin{aligned} \text{ق}''(س) = 3س^2 - 2 &= 12 - 2س^2 = 0 \\ 12 = 2س^2 &\leftarrow 4 = س^2 \leftarrow س = 2, -2 \\ \text{ق}''(س) = 6س & \end{aligned}$$

ق''(٢) = $2 \times 6 = 12 > 0$ صغرى محلية للاقتزان ق عند $س = 2$ هي ق(٢) = -13

ق''(-٢) = $2 \times (-6) = -12 < 0$ عظمى محلية للاقتزان ق عند $س = -2$ هي ق(-٢) = 19