

إجابات تدريبات الدرس

التقعر

تدريب ١

جد فترات التقعر للأسفل وللأعلى لمنحنى الاقتران ق،
حيث ق(س) = س^٤ - ٦س^٣ + ١٢س^٢ - ٥س + ٥.

الحل

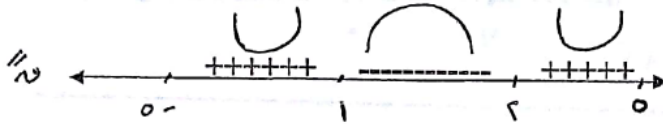
$$ق'(س) = 4س^3 - 18س^2 + 24س - 5$$

$$ق'(س) = 0 \Rightarrow 4س^3 - 18س^2 + 24س - 5 = 0 \quad (\text{نقسم على } 12)$$

$$س^3 - 4.5س^2 + 2س - 0.4167 = 0$$

$$س^3 - 4.5س^2 + 2س - 0.4167 = 0$$

$$س = 1, 2$$



مقعر للأعلى في $[0, 2]$ ، $[1, 5]$

مقعر للأسفل في $[2, 1]$

تدريب ٢

ليكن ق(س) = س^٣، جد مجالات التقعر لمنحنى الاقتران ق.

الحل

$$ق'(س) = 3س^2 = 0$$

$$ق'(س) = 0 \Rightarrow 3س^2 = 0 \Rightarrow س = 0$$

ق غير موجودة عند س = 0



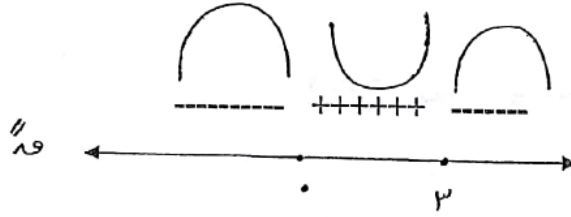
ق مقعر للأسفل على ح

تدريب ٣

إذا كان ق(س) = ٦س^٢ - ٤س^٤، فجدد نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق (إن وُجدت).

الحل

$$\begin{aligned} \text{ق}^{\prime}(س) &= ١٢س - ١٦س^٣ \\ \text{ق}^{\prime\prime}(س) &= ١٢ - ٤٨س^٢ \\ ١٢ - ٤٨س^٢ &= ٠ \quad \leftarrow \text{س} = ٠, \text{س} = ٣ \end{aligned}$$



نقط الانعطاف (٠، ٠) ، (٣، ٠)

تدريب ٤

حلّ المسألة الواردة في بداية الدرس.

إذا كان ق(س) = ٢جتا س + ١/٢ جا ٢س، فجدد نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق.

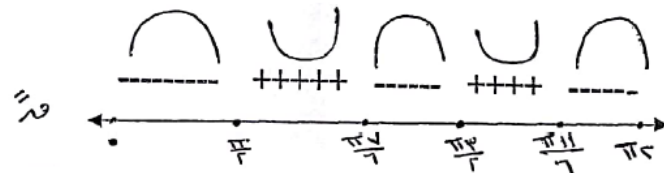
الحل

$$\begin{aligned} \text{ق}^{\prime}(س) &= ٢-جتا س + ٢جتا س \\ \text{ق}^{\prime\prime}(س) &= ٢-جتا س - ٢جتا س \\ ٢-جتا س - ٢جتا س &= ٠ \\ ٢-جتا س &= ٢جتا س \\ ٢ &= ٤جتا س \\ \text{جتا س} &= \frac{١}{٢} \end{aligned}$$

$$\text{جتا س} = \frac{١}{٢} \quad \leftarrow \text{س} = \frac{\pi}{٦}, \frac{5\pi}{٦}$$

$$\text{جتا س} = -\frac{١}{٢} \quad \leftarrow \text{س} = \frac{3\pi}{٦}, \frac{7\pi}{٦}$$

$$\text{س} = \frac{\pi}{٦}, \frac{5\pi}{٦}, \frac{3\pi}{٦}, \frac{7\pi}{٦}$$



نقط الانعطاف (٠، π/٦) ، (٠، ٣π/٦) ، (√٣/٤، π/٦) ، (√٣/٤، ٧π/٦)

تدريب ٥

ليكن ق(س) = $s^3 - 2s + 3$ ، جد نقط القيم القصوى المحلية للاقتزان ق باستخدام اختبار المشتقة الثانية.

الحل

$$\begin{aligned} \text{ق}''(س) = 3س^2 - 2 &= 12 - 2 = 10 > 0 \\ \text{ق}''(س) = 3س^2 - 2 &= 12 - 2 = 10 > 0 \end{aligned}$$

$$\text{ق}''(س) = 3س^2 - 2 = 10 > 0$$

$$\text{ق}''(2) = 3 \times 2^2 - 2 = 10 > 0 \text{ صغرى محلية للاقتزان ق عند } س = 2 \text{ هي ق}(2) = -13$$

$$\text{ق}''(-2) = 3 \times (-2)^2 - 2 = 10 > 0 \text{ عظمى محلية للاقتزان ق عند } س = -2 \text{ هي ق}(-2) = 19$$