

إجابات تمارين ومسائل الدرس

اقتران اللوغاريتم الطبيعي - إجابات دليل المعلم

(١) جد المشتقة الأولى لكل من الاقتارات الآتية:

- أ) $q(s) = \log_2 s$
 ب) $q(s) = \log_5 s^2$
 ج) $q(s) = \log_2 |s^2 + 4s - 5|$
 د) $q(s) = \log_2 (s^2 + 5s + 3)$
 هـ) $q(s) = \log_2 s^3$
 و) $q(s) = \log_2 (s + 2)$
 ز) $q(s) = \log_2 s^3 \text{ ظاس}$
 ح) $q(s) = \log_2 \left(\frac{s}{s^2 + 1} \right)$
 ط) $q(s) = (\log_2 s)^2$
 ي) $q(s) = \log_2 \frac{(s^2 + 5)^2}{(s^2 - 7)^2}$
 ك) $q(s) = \log_2 \sqrt[3]{5s^2 + 4s}$
 ل) $q(s) = \text{ظا}(\log_2 s)$

الحل

- أ) $\frac{d}{ds} \log_2 s = \frac{1}{s \ln 2}$
 ب) $\frac{d}{ds} \log_5 s^2 = \frac{2s}{s^2 \ln 5} = \frac{2}{s \ln 5}$
 ج) $\frac{d}{ds} \log_2 |s^2 + 4s - 5| = \frac{2s + 4}{(s^2 + 4s - 5) \ln 2}$
 د) $\frac{d}{ds} \log_2 (s^2 + 5s + 3) = \frac{2s + 5}{(s^2 + 5s + 3) \ln 2}$
 هـ) $\frac{d}{ds} \log_2 s^3 = \frac{3s^2}{s^3 \ln 2} = \frac{3}{s \ln 2}$
 و) $\frac{d}{ds} \log_2 (s + 2) = \frac{1}{(s + 2) \ln 2}$
 ز) $\frac{d}{ds} \log_2 s^3 \text{ ظاس} = \frac{3s^2}{s^3 \ln 2} = \frac{3}{s \ln 2}$
 ح) $\frac{d}{ds} \log_2 \left(\frac{s}{s^2 + 1} \right) = \frac{1}{\ln 2} \left(\frac{1}{s} - \frac{2s}{s^2 + 1} \right)$
 ط) $\frac{d}{ds} (\log_2 s)^2 = \frac{2 \log_2 s}{s \ln 2}$
 ي) $\frac{d}{ds} \log_2 \frac{(s^2 + 5)^2}{(s^2 - 7)^2} = \frac{1}{\ln 2} \left(\frac{2(s^2 + 5)}{(s^2 + 5)^2} - \frac{2(s^2 - 7)}{(s^2 - 7)^2} \right)$
 ك) $\frac{d}{ds} \log_2 \sqrt[3]{5s^2 + 4s} = \frac{1}{\ln 2} \left(\frac{2s + 4}{3(5s^2 + 4s)} \right)$
 ل) $\frac{d}{ds} \text{ظا}(\log_2 s) = \frac{1}{s \ln 2} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{s^2 \ln 2}$



(٢) إذا كان ق(س) = لوس (س + √(١ - ٢س) + ١) أثبت أن ق(س) = $\frac{1}{1 - 2\sqrt{s}}$

الحل

منهاجي

$$\frac{\frac{s^2}{1 - 2\sqrt{s}} + 1}{1 - 2\sqrt{s} + s} = \frac{ص}{دس}$$

منهاجي

$$\frac{\frac{s}{1 - 2\sqrt{s}} + 1}{1 - 2\sqrt{s} + s} = \frac{ص}{دس}$$

منهاجي

$$\frac{1 - 2\sqrt{s} + s}{1 - 2\sqrt{s}(1 - 2\sqrt{s} + s)} = \frac{ص}{دس}$$

$$\frac{1}{1 - 2\sqrt{s}} = \frac{ص}{دس}$$

(٣) إذا كان [ق(س) - (س)] لوس (قاس + ظاس) + س٢ فأثبت أن: ق(س) = س٣ + قاس

الحل

منهاجي

$$\text{باشتقاق الطرفين: ق(س) - (س) = س} + \frac{\text{قاس ظاس} + \text{قاس}^2}{\text{قاس} + \text{ظاس}}$$

منهاجي

$$\text{ق(س)} = \text{قاس} + \frac{\text{قاس}(\text{ظاس} + \text{قاس})}{\text{قاس} + \text{ظاس}} + \text{س}^2 + \text{س}$$

$$\text{ق(س)} = \text{قاس} + \text{س}^3$$

(٤) بين أن الاقتران م(س) = لوس جاس هو معكوس لمشتقة الاقتران ق(س) = ظتاس.

الحل

منهاجي

ق(س) متصل على مجاله

$$\text{م(س)} = \frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}} = \text{ظتاس} = \text{ق(س)}, \text{ إذن م(س) هو معكوس لمشتقة الاقتران ق.}$$

٥) جد كلاً من التكاملات الآتية:

ب) $\int \frac{1 + 3s}{s + 5} ds$

منهاجي

أ) $\int \frac{s^2}{s^2 + 3} ds$

د) $\int \frac{3s^2}{s^2 + 5} ds$

ج) $\int \frac{5 + 5\cos s}{\cos s} ds$

و) $\int \frac{s - 2}{s^2 - 4} ds$

منهاجي

هـ) $\int \frac{s + 5}{s} ds$

ح) $\int \frac{3s}{s^2 + 1} ds$

ز) $\int \frac{|2s|}{s^2 + 1} ds$

ي) $\int \frac{1}{s} ds$

ط) $\int \frac{s^2 - 1}{s(s - 1)} ds$

منهاجي

الحل

ب) $\int \frac{1 + 3s}{s + 5} ds = \int \frac{3s + 5 - 4}{s + 5} ds = \int \frac{3s + 5}{s + 5} ds - \int \frac{4}{s + 5} ds$

أ) $\int \frac{s^2}{s^2 + 3} ds = \int \frac{s^2 + 3 - 3}{s^2 + 3} ds = \int \frac{s^2 + 3}{s^2 + 3} ds - \int \frac{3}{s^2 + 3} ds$

د) $\int \frac{3s^2}{s^2 + 5} ds = \int \frac{3s^2 + 15 - 10}{s^2 + 5} ds = \int \frac{3s^2 + 15}{s^2 + 5} ds - \int \frac{10}{s^2 + 5} ds$

ج) $\int \frac{5 + 5\cos s}{\cos s} ds = \int \frac{5(1 + \cos s)}{\cos s} ds = 5 \int \frac{1 + \cos s}{\cos s} ds = 5 \int \frac{1}{\cos s} ds + 5 \int \frac{\cos s}{\cos s} ds$

و) $\int \frac{s - 2}{s^2 - 4} ds = \int \frac{s - 2}{(s - 2)(s + 2)} ds = \int \frac{1}{s + 2} ds$

هـ) $\int \frac{s + 5}{s} ds = \int \frac{s}{s} ds + \int \frac{5}{s} ds = \int 1 ds + 5 \int \frac{1}{s} ds$

ح) $\int \frac{3s}{s^2 + 1} ds = \int \frac{3}{2} \frac{2s}{s^2 + 1} ds = \frac{3}{2} \int \frac{2s}{s^2 + 1} ds = \frac{3}{2} \int \frac{1}{u} du$

منهاجي

ز) $\int \frac{|2s|}{s^2 + 1} ds = \int \frac{2|s|}{s^2 + 1} ds = \int \frac{2\sqrt{s^2}}{s^2 + 1} ds = \int \frac{2\sqrt{u}}{u + 1} du$

ي) $\int \frac{1}{s} ds = \ln|s| + C$

ط) $\int \frac{s^2 - 1}{s(s - 1)} ds = \int \frac{s^2 - 1}{s(s - 1)} ds = \int \frac{(s - 1)(s + 1)}{s(s - 1)} ds = \int \frac{s + 1}{s} ds = \int \frac{s}{s} ds + \int \frac{1}{s} ds = \int 1 ds + \int \frac{1}{s} ds$

٦) جد معكوساً لمشتقة كلٍّ من الاقتارات الآتية:

ب) ق(س) = $\frac{3\cos^3 s}{5 + 3\cos s}$

منهاجي

أ) ق(س) = $\frac{s^2}{s^2 + 4}$

الحل

ب) م(س) = $\int \frac{3\cos^3 s}{5 + 3\cos s} ds = \int \frac{3\cos s (1 + \cos^2 s)}{5 + 3\cos s} ds = \int \frac{3\cos s (1 + \cos^2 s)}{5 + 3\cos s} ds$

أ) م(س) = $\int \frac{s^2}{s^2 + 4} ds = \int \frac{s^2 + 4 - 4}{s^2 + 4} ds = \int \frac{s^2 + 4}{s^2 + 4} ds - \int \frac{4}{s^2 + 4} ds = \int 1 ds - \int \frac{4}{s^2 + 4} ds$