إجابات تمارين ومسائل الدرس

المعدلات المرتبطة بالزمن - إجابات دليل المعلم

١) مكعب من الثلج يتناقص طول ضلعه بمعدل ٠,٠٠٠١ سم/ث، جد معدل التغير في كلٍّ من حجمه ومساحته الكلية؛ عندما يكون طول ضلعه ١٠سم.

منهاجي

الحل

١) $\frac{\text{د م}}{\text{د ن}}_{\text{س}=١٠\text{سم}} = -٠,٠١٢$ سم^{٢}/ث $\frac{\text{د ح}}{\text{د ن}}_{\text{س}=١٠\text{سم}} = -٠,٠٣$ سم^{٣}/ث

---

٢) يرتكز سلم طوله ٥ أمتار بطرفه العلوي على حائط عمودي، وبطرفه السفلي على أرض مستوية إذا تحرك الطرف السفلي مبتعدًا عن الحائط بمعدل $\frac{١}{٢}$ م/ث، فجد سرعة انخفاض الطرف العلوي للسلم؛ عندما يكون طرفه السفلي على بعد ٣م عن الحائط.

منهاجي

الحل

$\frac{\text{د ص}}{\text{د ن}} = \frac{-٣}{٨}$ م/ث (العلاقة: مبرهنة فيثاغورس)

---

٣) قمع على شكل مخروط دائري قائم قاعدته للأعلى، فإذا كان ارتفاع القمع ١٦سم، وطول نصف قطر قاعدته ٨سم، صُبَّ فيه سائل بمعدل ١٢سم^{٣}/ث، جد معدل تغير مساحة سطح السائل في القمع عندما يكون ارتفاع السائل ٨سم.

منهاجي

الحل

$\frac{\text{د م}}{\text{د ن}} = ٣$سم^{٢}/ث (العلاقات: تشابه المثلثين، حجم المخروط، مساحة الدائرة)

---

٤) انطلقت سفينتان من الميناء نفسه في اتجاهين مختلفين على شكل خطين مستقيمين، قياس الزاوية بينهما (١٢٠°)، إذا كانت سرعة الأولى ٣٠كم/ساعة، وسرعة الثانية ٤٠كم/ساعة، فجد معدل تغير البعد بينهما عندما يكون بعداهما عن نقطة الانطلاق ٦كم، ٨كم على الترتيب.

منهاجي

الحل

$\frac{\text{د ل}}{\text{د ن}} = ١٠ \times \sqrt{٣٧}$ كم/ساعة (العلاقة: قانون جيب التمام)

٥) بدأت النقطتان أ، ب الحركة معًا من نقطة الأصل (م)؛ بحيث تتحرك النقطة ب على المحور السيني الموجب مبتعدة عن نقطة الأصل بسرعة ٢ سم/ث، وتتحرك النقطة أ في الربع الأول على منحنى الاقتران ق(س) = س^{٣}، بحيث تبقى $\overline{أب}$ دائمًا عموديّة على محور السينات الموجب، جد:

أ) معدل التغير في مساحة المثلث أ ب م بعد ثانية واحدة من بدء الحركة.

ب) معدل التغير في طول وتر المثلث أ ب م بعد ثانية واحدة من بدء الحركة.

منهاجي

الحل

أ) $\frac{\text{ك م}}{\text{ك ن}} = ٣٢$ سم^{٢}/ث

ب) $\frac{\text{ك ل}}{\text{ك ن}} = \frac{١٩٦}{\sqrt{٦٨}}$ سم/ث

منهاجي

٦) أطلق صاروخ عموديًّا لأعلى بسرعة ١٠٠ م/ث، وعلى بعد ٢٠٠ متر من نقطة انطلاق الصاروخ، كان مشاهد جالسًا على الأرض ينظر إلى الصاروخ، جد معدل تغير زاوية ارتفاع نظر المشاهد عندما يكون الصاروخ على ارتفاع ٤٠٠ متر من سطح الأرض.

الحل

$\frac{\text{ك هـ}}{\text{ك ن}} = ٠,١$ راد/ث (العلاقة: ظل الزاوية)

منهاجي

٧) بدأت نقطة الحركة على دائرة مركزها نقطة الأصل من النقطة (٥، ٠) باتجاه عكس عقارب الساعة، بحيث يزداد طول القوس الدائري الذي ترسمه النقطة في أثناء حركتها بمعدل ١٠ سم/ث، جد معدل ابتعاد النقطة المتحركة عن النقطة (٠، ٥)؛ عندما يقابل القوس الذي ترسمه النقطة زاوية مركزية مقدارها $\frac{\pi}{٣}$ راد .

منهاجي

الحل

$\frac{\text{ك ف}}{\text{ك ن}} = ٥ \times \sqrt{٣}$ سم/ث

٨) تتمدد أضلاع مربع بمعدل ٤سم/ث، رُسِمت دائرة حول المربع بحيث تلامس رؤوسه، وأخذت تتمدد مع المربع بحيث تبقى محافظة على شكلها ووضعها، جد معدل التغير في مساحة المنطقة المحصورة بين الدائرة والمربع، عندما يكون طول ضلع المربع ١٠سم.

منهاجي

الحل

$\frac{\text{د م}}{\text{د ن}} = (٨٠ - ٤٠\pi)$ سم^{٢}/ث (العلاقات: مساحة الدائرة، مساحة مربع)

---

٩) مصعدان كهربائيان مستقران في الطابق الأرضي، المسافة الأفقية بينهما ٨ أمتار، بدأ المصعد الأول يرتفع إلى الأعلى بسرعة ٢ م/ث ، وبعد ثانيتين بدأ المصعد الثاني في الارتفاع بسرعة ١م/ث . جد معدل تغير المسافة بين المصعدين بعد ثانيتين من بدء حركة المصعد الثاني.

الحل

منهاجي

$\frac{\text{د ف}}{\text{د ن}} = ٠,٦$ م/ث (العلاقة: المسافة بين النقطتين)