إجابات تمارين ومسائل الدرس

التزايد والتناقص - إجابات دليل المعلم

١) حدِّد فترات التزايد وفترات التناقص لكلٍّ من الاقترانات الآتية:

أ) ق(س) = ٤س − س^{٢} ، س ∈ ح.

ب) ق(س) = |س^{٢} − ٩| ، س ∈ [−٥ ، ٥]

جـ) ق(س) = جتا^{٢}س ، س ∈ [٠ ، ٢ π]

د) ق(س) = (١ − س)^{٣} ، س ∈ ح.

هـ) ق(س) = (٢ − س)^{٤} ، س ∈ ح.

و) ق(س) = $\sqrt{٢٥ - س^{٢}}$ ، س ∈ [−٥ ، ٥]

ز) ق(س) = $\sqrt[٣]{(س-٤)^{٢}}$ ، س ∈ ح.

ح) ق(س) = جتا س − $\frac{١}{٢}$ جتا ٢س ، س ∈ [٠ ، ٢ π]

ط) ق(س) = $\begin{cases} ٣ - س^{٢} & ، س \geq ١ \\ \frac{٢}{س} & ، س < ١ \end{cases}$

ي) ق(س) = $\begin{cases} ٤ - س^{٣} & ، س > ١ \\ \frac{٣}{س} & ، س \leq ١ \end{cases}$

الحل

أ) ق(س) متزايد في الفترة $(-\infty ، ٢]$.
ق(س) متناقص في الفترة $[٢ ، \infty)$.

ب) ق(س) متزايد في الفترتين $[-٣، ٠]$ ، $[٣، ٥]$.
ق(س) متناقص في الفترتين $[-٥، -٣]$ ، $[٠، ٣]$.

جـ) ق(س) متزايد في الفترتين $[\frac{\pi}{٢}، \pi]$ ، $[\frac{\pi ٣}{٢}، \pi ٢]$.
ق(س) متناقص في الفترتين $[٠، \frac{\pi}{٢}]$ ، $[\pi، \frac{\pi ٣}{٢}]$.

د) ق(س) متناقص على ح .

هـ) ق(س) متزايد في الفترة $[٢، \infty]$.
ق(س) متناقص في الفترة $(-\infty، ٢]$.

و) ق(س) متزايد في الفترة $[-٥، ٠]$.
ق(س) متناقص في الفترة $[٠، ٥]$.

ز) ق(س) متزايد في الفترة $[٤، \infty)$.
ق(س) متناقص في الفترة $(-\infty ، ٤]$.

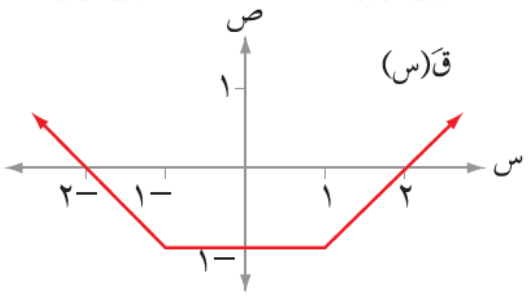
ح) ق(س) متزايد في الفترتين $[٠، \frac{\pi}{٣}]$ ، $[\pi، \frac{\pi ٥}{٣}]$.
ق(س) متناقص في الفترتين $[\frac{\pi}{٣}، \pi]$ ، $[\frac{\pi ٥}{٣}، \pi ٢]$.

ط) ق(س) متزايد في الفترة $(-\infty ، ٠]$.
ق(س) متناقص في الفترة $[٠، \infty)$.

ي) ق(س) متناقص على ح .

---

٢) يمثل الشكل (٣-١٢) منحنى اقتران المشتقة الأولى للاقتران ق، حدد فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران ق.



الشكل (٣-١٢)

الحل

ق(س) متزايد في الفترتين $(-\infty ، -٢]$ ، $[٢، \infty)$.
ق(س) متناقص في الفترة $[-٢، ٢]$.

٣) إذا كان ق(س) اقترانًا متصلًا على الفترة [أ ، ب] وقابلًا للاشتقاق على الفترة (أ ، ب) وكان قَ(س) > ٠ ، لكلِّ س ∈ (أ ، ب)، وكان هـ (س) = ق(س) + س٣، فأثبت أنَّ هـ (س) متزايد على الفترة [أ ، ب].

منهاجي

الحل

هَـ(س) = قَ(س) + ٣س٢ > ٠ ، س ∈ (أ ، ب)

هـ(س) متزايد في الفترة [أ ، ب].