إجابات تمارين ومسائل الدرس

التزايد والتناقص – إجابات دليل المعلم

١) حدِّد فترات التزايد وفترات التناقص لكلٍّ من الاقترانات الآتية:

أ) $\text{ق(س)} = ٤\text{س} - \text{س}^{٢}$ ، $\text{س} \in \text{ح}$.

ب) $\text{ق(س)} = |\text{س}^{٢} - ٩|$ ، $\text{س} \in [-٥ ، ٥]$

جـ) $\text{ق(س)} = \text{جتا}^{٢}\text{س}$ ، $\text{س} \in [٠ ، ٢\pi]$

د) $\text{ق(س)} = (١ - \text{س})^{٣}$ ، $\text{س} \in \text{ح}$.

هـ) $\text{ق(س)} = (٢ - \text{س})^{٤}$ ، $\text{س} \in \text{ح}$.

و) $\text{ق(س)} = \sqrt{٢٥ - \text{س}^{٢}}$ ، $\text{س} \in [-٥ ، ٥]$

ز) $\text{ق(س)} = \sqrt[٣]{(\text{س} - ٤)^{٢}}$ ، $\text{س} \in \text{ح}$.

ح) $\text{ق(س)} = \text{جتا س} - \frac{١}{٢}\text{جتا ٢س}$ ، $\text{س} \in [٠ ، ٢\pi]$

ط) $\text{ق(س)} = \begin{cases} ٣ - \text{س}^{٢} & ،\ \text{س} \le ١ \\ \frac{٢}{\text{س}} & ،\ \text{س} > ١ \end{cases}$

ي) $\text{ق(س)} = \begin{cases} ٤ - \text{س}^{٣} & ،\ \text{س} < ١ \\ \frac{٣}{\text{س}} & ،\ \text{س} \ge ١ \end{cases}$

الحل

أ) ق(س) متزايد في الفترة (– ∞ ، ٢] .
ق(س) متناقص في الفترة [٢ ، ∞) .

ب) ق(س) متزايد في الفترتين [–٣، ٠] ، [٣، ٥].
ق(س) متناقص في الفترتين [–٥، –٣]، [٠، ٣].

جـ) ق(س) متزايد في الفترتين [$\frac{\pi}{2}$، π]، [$\frac{3\pi}{2}$، 2π].
ق(س) متناقص في الفترتين [٠، $\frac{\pi}{2}$]، [π، $\frac{3\pi}{2}$].

د) ق(س) متناقص على ح .

هـ) ق(س) متزايد في الفترة [٢، ∞[.
ق(س) متناقص في الفترة (– ∞، ٢].

و) ق(س) متزايد في الفترة [–٥، ٠].
ق(س) متناقص في الفترة [٠، ٥] .

ز) ق(س) متزايد في الفترة [٤، ∞) .
ق(س) متناقص في الفترة (– ∞ ، ٤] .

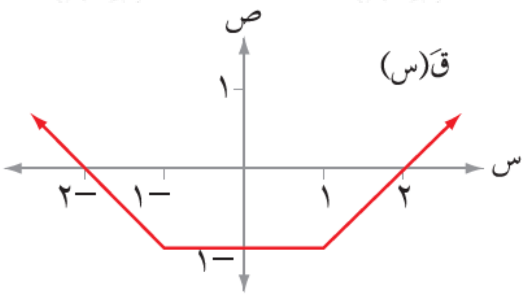
ح) ق(س) متزايد في الفترتين [٠، $\frac{\pi}{3}$]، [π، $\frac{5\pi}{3}$] .
ق(س) متناقص في الفترتين [$\frac{\pi}{3}$، π]، [$\frac{5\pi}{3}$، 2π] .

ط) ق(س) متزايد في الفترة (– ∞ ، ٠] .
ق(س) متناقص في الفترة [٠، ∞) .

ي) ق(س) متناقص على ح .

---

٢) يمثل الشكل (٣–١٢) منحنى اقتران المشتقة الأولى للاقتران ق،حدد فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران ق.



الشكل (٣–١٢)

الحل

ق(س) متزايد في الفترتين (– ∞ ، –٢]، [٢، ∞) .
ق(س) متناقص في الفترة [–٢، ٢] .

٣) إذا كان ق(س) اقترانًا متصلًا على الفترة [أ ، ب] وقابلًا للاشتقاق على الفترة (أ ، ب) وكان قَ(س) > ٠ ، لكلِّ س ∈ (أ ، ب)، وكان هـ (س) = ق(س) + س^٣^، فأثبت أنَّ هـ (س) متزايد على الفترة [أ ، ب].

الحل

هَـ(س) = قَ(س) + ٣س٢ > ٠ ، س ∈ (أ ، ب)

هـ(س) متزايد في الفترة [أ ، ب].