

إجابات تمارين ومسائل الدرس

التقعر - إجابات دليل المعلم

(١) حدد فترات التقعر إلى الأعلى والتقعر إلى الأسفل لكل من منحنيات الاقتارات الآتية:

$$(أ) \quad ق(س) = س + \frac{٤}{س}$$

$$(ب) \quad ق(س) = \sqrt[٢]{١٦س - س^٢}$$

$$س \in [-٤, ٤]$$

$$س > ٢$$

$$س \leq ٢$$



$$(ج) \quad ق(س) = \left. \begin{array}{l} ١ - س^٢ \\ س - ٥ \end{array} \right\}$$

$$(د) \quad هـ(س) = \left(\frac{١-س}{س} \right)^٢$$

$$(هـ) \quad ق(س) = جتاس - جاس + ١, \quad س \in [٠, \pi]$$



الحل

(أ) منحنى الاقتران ق مقعر للأسفل في الفترة $(-\infty, ٠)$

منحنى الاقتران ق مقعر للأعلى في الفترة $(٠, \infty)$

(ب) منحنى الاقتران ق مقعر للأسفل في الفترة $(-٤, ٤)$

(ج) منحنى الاقتران ق مقعر للأعلى في الفترة $(-\infty, ٢)$

(د) منحنى الاقتران ق مقعر للأعلى في الفترتين $(-\infty, ٠)$ ، $(٠, \frac{٣}{٢})$

منحنى الاقتران ق مقعر للأسفل في الفترة $(\frac{٣}{٢}, \infty)$

(هـ) منحنى الاقتران ق مقعر للأعلى في الفترة $(\frac{\pi}{٤}, \pi)$

منحنى الاقتران ق مقعر للأسفل في الفترة $(٠, \frac{\pi}{٤})$



٢) حدد نقط الانعطاف (إن وجدت) لكل من منحنيات الاقتارات الآتية:

أ) ق(س) = $2 - 3س + 6س^2 + 9س^3 + 2س^4$ ، س ∈ ح

ب) ق(س) = $\frac{1}{3}س - \frac{2}{3}س$ ، س ∈ ح

ج) ق(س) = $\frac{3}{5}س$ ، س ∈ ح

د) ق(س) = $س - ظاس$ ، س ∈ $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ ، س ∈ ح

الحل

أ) للاقتار ق نقطة انعطاف عند س = ٢ هي (٢، ٤) منهاجي

ب) للاقتار ق نقطتي انعطاف عند س = ٠ ، س = ١ هما (٠، ٠) ، (٠، ١)

ج) للاقتار ق نقطة انعطاف عند س = ٠ هي (٠، ٠) منهاجي

د) للاقتار ق نقطة انعطاف عند س = ٠ هي (٠، ٠)

٣) جد القيم العظمى والقيم الصغرى المحلية لكل من الاقتارات الآتية، باستخدام اختبار المشتقة الثانية،

إن أمكن ذلك:

أ) ق(س) = $س - جاس - جتاس$ ، س ∈ $[\pi/2, 0]$ ، س ∈ ح

ب) ق(س) = $س^4$ ، س ∈ ح

ج) ق(س) = $4 = |س - ٢| - |س + ١| + س$ ، س ∈ ح

د) ق(س) = $\frac{١٢٨}{س} + ٢س$ ، س ≠ ٠

الحل

أ) للاقتار ق قيمة صغرى محلية عند س = $\frac{\pi}{4}$ هي ق $(\frac{\pi}{4}, -\sqrt{2})$ منهاجي

ب) للاقتار ق قيمة عظمى محلية عند س = $\frac{\pi}{4}$ هي ق $(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2})$ منهاجي

ب) يفشل اختبار المشتقة الثانية، ومن اختبار المشتقة الأولى نجد أن للاقتار ق قيمة صغرى محلية عند س = ٠ هي ق (٠، ٠)

ج) يفشل اختبار المشتقة الثانية، ومن اختبار المشتقة الأولى نجد أن للاقتار ق قيمة عظمى محلية

عند س = ٢ هي ق (٢، ١ -)

د) للاقتار ق قيمة صغرى محلية عند س = ٤ هي ق (٤، ٤٨) منهاجي

٤) عيّن قاعدة الاقتران ق(س) = أس^٣ + ب س^٢ + ج س + د، (أ ≠ ٠، ب، ج، د أعداد حقيقية) الذي يمر منحناه بالنقطة (١، ٥)، ومعادلة المماس لمنحناه عند نقطة الانعطاف (٢، ١)، هي:

ص ٣ + س - ٧ = ٠
الحل
ق(س) = - س^٢ + ٦ س - ١٥ + ١٥

٥) إذا كان ق(س) = $\frac{1}{س}$ ، هـ(س) = س^{١/٣} فأجب عما يأتي:

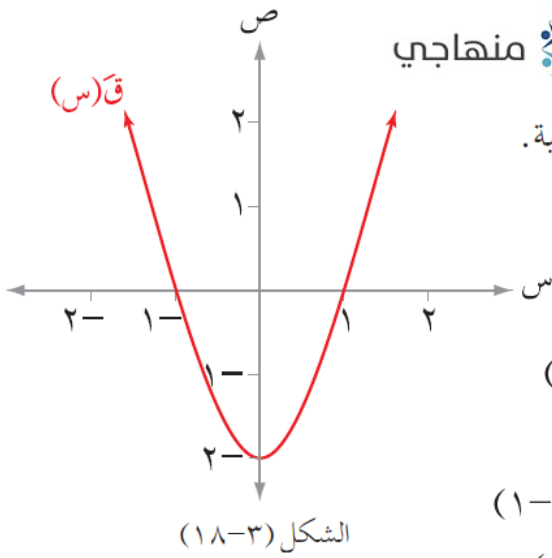
منهاجي

- أ) قارن مجالات التقعر لكلٍّ من الاقترانين ق، هـ.
ب) جد قيم س التي يكون عندها كلٌّ من الاقترانين ق، هـ غير متصل.
ج) جد نقط الانعطاف لكلٍّ من الاقترانين ق، هـ إن وُجدت.

الحل

- منحني ق(س) مقعر للأعلى في الفترة (٠، ∞) منهاجي
منحني ق(س) مقعر للأسفل في الفترة (-∞، ٠)
لا يوجد لمنحني ق نقطة انعطاف عند س = ٠؛ لأن ق غير معرف عند س = ٠.
منحني هـ(س) مقعر للأسفل في الفترة (٠، ∞) منهاجي
منحني هـ(س) مقعر للأعلى في الفترة (-∞، ٠)
للاقتران هـ(س) نقطة انعطاف عند س = ٠ هي (٠، ٠)

٦) يمثل الشكل (٣-١٨) منحنى $ق(س)$ ، للاقتران $ق(س)$ المعروف على ح. اعتمد على ذلك في الإجابة عن الأسئلة الآتية:



منهاجي



أ) عيّن مجالات التزايد والتناقص للاقتران $ق$.

ب) عيّن قيم $س$ التي يكون للاقتران عندها قيم قصوى محلية.

منهاجي



ج) عيّن مجالات التقعر للاقتران $ق$.

د) عيّن نقط الانعطاف للاقتران $ق$.

الحل

أ) $ق(س)$ متزايد في الفترتين $(-\infty, -1]$ ، $[-1, \infty)$

$ق(س)$ متناقص في الفترة $[-1, 1]$

ب) للاقتران $ق$ قيمة عظمى محلية عند $س = -1$ هي $ق(-1)$

للاقتران $ق$ قيمة صغرى محلية عند $س = 1$ هي $ق(1)$

ج) منحنى $ق$ مقعر للأعلى في الفترة $(-\infty, 0]$

منهاجي



منحنى $ق$ مقعر للأسفل في الفترة $[0, \infty)$

د) للاقتران نقطة انعطاف عند $س = 0$ هي $(0, 0)$