

## إجابات تمارين ومسائل الدرس

### التقعر - إجابات دليل المعلم

(١) حدد فترات التقعر إلى الأعلى والتقعر إلى الأسفل لكل من منحنيات الاقتارات الآتية:

$$(أ) \quad ق(س) = س + \frac{٤}{س}$$

$$(ب) \quad ق(س) = \sqrt[٢]{١٦س - س^٢}$$

$$س \in [-٤, ٤]$$

$$س > ٢$$

$$س \leq ٢$$



$$(ج) \quad ق(س) = \left. \begin{array}{l} ١ - س^٢ \\ س - ٥ \end{array} \right\}$$

$$(د) \quad هـ(س) = \left( \frac{١-س}{س} \right)^٢$$

$$(هـ) \quad ق(س) = جتاس - جاس + ١, \quad س \in [٠, \pi]$$



الحل

(أ) منحنى الاقتران ق مقعر للأسفل في الفترة  $(-\infty, ٠)$

منحنى الاقتران ق مقعر للأعلى في الفترة  $(٠, \infty)$

(ب) منحنى الاقتران ق مقعر للأسفل في الفترة  $(-٤, ٤)$

(ج) منحنى الاقتران ق مقعر للأعلى في الفترة  $(-\infty, ٢)$

(د) منحنى الاقتران ق مقعر للأعلى في الفترتين  $(-\infty, ٠)$ ،  $(٠, \frac{٣}{٢})$

منحنى الاقتران ق مقعر للأسفل في الفترة  $(\frac{٣}{٢}, \infty)$

(هـ) منحنى الاقتران ق مقعر للأعلى في الفترة  $(\frac{\pi}{٤}, \pi)$

منحنى الاقتران ق مقعر للأسفل في الفترة  $(٠, \frac{\pi}{٤})$



٢) حدد نقط الانعطاف (إن وجدت) لكل من منحنيات الاقتارات الآتية:

أ)  $ق(س) = ٢س^٣ - ٦س^٢ + ٩س + ٢$  ،  $س \in ح$  ،

ب)  $ق(س) = ٢س - \frac{١}{٣}س$  ،  $س \in ح$  ،

ج)  $ق(س) = \frac{٣}{٥}س$  ،  $س \in ح$  ، منهاجي

د)  $ق(س) = س - ظاس$  ،  $س \in (\frac{\pi}{٢}, -\frac{\pi}{٢})$  ،

الحل

أ) للاقتران ق نقطة انعطاف عند  $س = ٢$  هي  $(٢, ٤)$  منهاجي

ب) للاقتران ق نقطتي انعطاف عند  $س = ٠$  ،  $س = ١$  هما  $(٠, ٠)$  ،  $(٠, ١)$  ،

ج) للاقتران ق نقطة انعطاف عند  $س = ٠$  هي  $(٠, ٠)$  منهاجي

د) للاقتران ق نقطة انعطاف عند  $س = ٠$  هي  $(٠, ٠)$  ،

٣) جد القيم العظمى والقيم الصغرى المحلية لكل من الاقتارات الآتية، باستخدام اختبار المشتقة الثانية،

إن أمكن ذلك:

أ)  $ق(س) = س - جاس - جتاس$  ، منهاجي  $س \in [\pi ٢, ٠]$  ،

ب)  $ق(س) = س^٤$  ،  $س \in ح$  ،

ج)  $ق(س) = ٤ - |س - ٢| - |س + ١|$  ، منهاجي  $س \in ح$  ،

د)  $ق(س) = س^٢ + \frac{١٢٨}{س}$  ،  $س \neq ٠$  ،

الحل

أ) للاقتران ق قيمة صغرى محلية عند  $س = \frac{\pi ٧}{٤}$  هي ق  $(\frac{\pi ٧}{٤}) = -\sqrt{٢}$  منهاجي

ب) للاقتران ق قيمة عظمى محلية عند  $س = \frac{\pi ٣}{٤}$  هي ق  $(\frac{\pi ٣}{٤}) = \sqrt{٢}$  ،

ب) يفشل اختبار المشتقة الثانية، ومن اختبار المشتقة الأولى نجد أن للاقتران ق قيمة صغرى محلية عند  $س = ٠$  هي ق  $(٠) = ٠$  ،

ج) يفشل اختبار المشتقة الثانية، ومن اختبار المشتقة الأولى نجد أن للاقتران ق قيمة عظمى محلية

عند  $س = ٢$  هي ق  $(٢) = ١ -$  منهاجي

د) للاقتران ق قيمة صغرى محلية عند  $س = ٤$  هي ق  $(٤) = ٤٨$  ،

٤) عيّن قاعدة الاقتران ق(س) = أس<sup>٣</sup> + ب س<sup>٢</sup> + ج س + د، (أ ≠ ٠، ب، ج، د أعداد حقيقية) الذي يمر بمنحناه بالنقطة (١، ٥)، ومعادلة المماس لمنحناه عند نقطة الانعطاف (٢، ١)، هي:

ص = ٣س - ٧ = ٠ **الحل**  
منهاجي

ق(س) = -س<sup>٢</sup> + ٦س - ١٥ = ٠

٥) إذا كان ق(س) =  $\frac{1}{س}$ ، هـ(س) = س<sup>١/٣</sup> فأجب عما يأتي:

منهاجي

أ) قارن مجالات التقعر لكلٍّ من الاقترانين ق، هـ.

ب) جد قيم س التي يكون عندها كلٌّ من الاقترانين ق، هـ غير متصل.

ج) جد نقط الانعطاف لكلٍّ من الاقترانين ق، هـ إن وُجدت.

**الحل**

منهاجي

منحنى ق(س) مقعر للأعلى في الفترة (٠، ∞)

منحنى ق(س) مقعر للأسفل في الفترة (-∞، ٠)

لا يوجد لمنحنى ق نقطة انعطاف عند س = ٠؛ لأن ق غير معرف عند س = ٠.

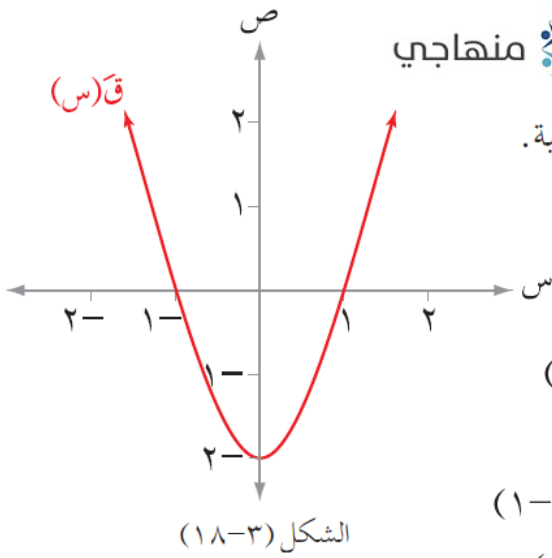
منهاجي

منحنى هـ(س) مقعر للأسفل في الفترة (٠، ∞)

منحنى هـ(س) مقعر للأعلى في الفترة (-∞، ٠)

للاقتران هـ(س) نقطة انعطاف عند س = ٠ هي (٠، ٠)

٦) يمثل الشكل (٣-١٨) منحنى  $ق(س)$ ، للاقتران  $ق(س)$  المعروف على ح. اعتمد على ذلك في الإجابة عن الأسئلة الآتية:



منهاجي



أ) عيّن مجالات التزايد والتناقص للاقتران  $ق$ .

ب) عيّن قيم  $س$  التي يكون للاقتران عندها قيم قصوى محلية.

منهاجي



ج) عيّن مجالات التقعر للاقتران  $ق$ .

د) عيّن نقط الانعطاف للاقتران  $ق$ .

الحل

أ)  $ق(س)$  متزايد في الفترتين  $(-\infty, -1]$ ،  $[-1, \infty)$

$ق(س)$  متناقص في الفترة  $[-1, 1]$

ب) للاقتران  $ق$  قيمة عظمى محلية عند  $س = -1$  هي  $ق(-1)$

للاقتران  $ق$  قيمة صغرى محلية عند  $س = 1$  هي  $ق(1)$

ج) منحنى  $ق$  مقعر للأعلى في الفترة  $(-\infty, 0]$

منهاجي



منحنى  $ق$  مقعر للأسفل في الفترة  $[0, \infty)$

د) للاقتران نقطة انعطاف عند  $س = 0$  هي  $(0, 0)$