

إجابات أسئلة الوحدة

التفاضل - إجابات دليل المعلم

(١) إذا كان $ق(س) = ظاس$ وتغيرت $س$ من $س$ إلى $س + هـ$ ، فأثبت أن معدّل التغير للاقتران $ق$ يساوي:

$$\frac{قأس \times ظاه}{هـ (١ - ظاس \times ظاه)}$$

الحل

طبق قاعدة معدل التغير على فترة، وأجرِ العمليات الحسابية اللازمة ثم استخدم المتطابقات المثلثية المناسبة.

(٢) إذا كان $ق(س) = جا ٢ س$ ، فاستخدم تعريف المشتقة لإيجاد $ق'(\frac{\pi}{٤})$.

الحل

طبق تعريف مشتقة اقتران عند نقطة وأجرِ العمليات اللازمة. الإجابة صفر.

$$\left. \begin{array}{l} ٢ + س^٢ + س^٢ \\ [س] + ٤ \end{array} \right\} = ق(س) \text{ ليكن } ق(س) = \left. \begin{array}{l} ٠ \leq س < ١ \\ ١ \leq س < ٣ \end{array} \right\} \text{، جد } ق'(س).$$

الحل

$$\left. \begin{array}{l} ٢ + س^٢ \\ ٤ \\ ٤ \end{array} \right\} = ق'(س) \text{ غير موجودة}$$

$٠ < س < ١$ ،
 $١ > س \geq ٢$ ،
 $٢ > س \geq ٣$ ،
 $س = ٠$ ، ٣ ، ٢ لأن $ق$ غير متصل عند $س = ٢$

(٤) إذا كان l (س) اقتراناً قابلاً للاشتقاق عند $s = 1$ ، $l(1) = 1$ ، $l'(1) = 2$ فجد $q(1 -)$ في كلِّ مما يأتي :

منهاجي

$$(ب) \quad q(s) = \frac{l(s)^2}{s^2 - s}$$

$$(أ) \quad q(s) = \sqrt{s + 5} \times l(s)$$

$$(د) \quad q(s) = \text{ظا} \left(\frac{\pi}{3} l(s) \right)$$

$$(ج) \quad q(s) = l(s) - \frac{l(s)}{s}$$

الحل

منهاجي

$$(د) \quad \frac{\pi 8}{3}$$

(ج) ٥

$$(ب) \quad \frac{11}{4}$$

$$(أ) \quad \frac{1}{4}$$

(٥) (أ) إذا علمت أن $v = s$ ظا s ، فأثبت أن :

منهاجي

$$ص^2 = 2 ق ا^2 س (1 + ص)$$

(ب) إذا كان $جا ص = s$ ، $|s| > 1$ ، فأثبت أن :

منهاجي

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{s^2 - 1}}، \exists ص (0, \frac{\pi}{2})$$

الحل

(أ) اشتق مرتين وأجرِ العمليات اللازمة ثم عوض بالعلاقة الأصلية.

(ب) اشتق الطرفين ثم جد $جا ص$ بدلالة s ثم عوض.

(٦) إذا كان $ص = 2n - 4$ ، $س = 2n - 5$ ، فجد $\frac{ص^2}{س}$ عند $n = 6$

منهاجي

الحل

$$\frac{1}{2}$$


(٧) إذا كان $ق$ ، $هـ$ اقترانين قابلين للاشتقاق؛ بحيث كان $هـ(س) = ق(س)$ ،

$ق(س) = هـ(س) - هـ(س)$ ، وكان $ل(س) = هـ(س) + ق(س)$ ، فجد $ل(س)$.


منهاجي

الحل



اشتق الطرفين ثم عوض بالمعلومات المعطاة . الإجابة صفر.


منهاجي  $\left. \begin{array}{l} \text{س} \geq 0 \\ \text{س} < 0 \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$ إذا كان ق(س) = $\begin{cases} (س+1)^4 \\ (س-1)^4 \end{cases}$

فأجب عن كلِّ مما يأتي :

منهاجي  أ) جد ق(س) لجميع قيم س ، س ≠ 0
ب) بين أن ق اقتران غير قابل للاشتقاق عند س = 0


الحل

منهاجي  $\left. \begin{array}{l} \text{س} > 0 \\ \text{س} < 0 \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$ $\begin{cases} 4(س+1)^3 \\ 4(س-1)^3 \end{cases}$
منهاجي  ب) اختبر قابلية ق للاشتقاق عند س = 0
غير موجودة

منهاجي  ٩) إذا كان ص = ق(٤س - ٢س) ، ق(٥) = ٤ ، ق(٥) = -٨ ، فجد $\left. \frac{ص}{س} \right|_{س=١}$

الحل


استخدم قاعدة السلسلة والاشتقاق الضمني . الإجابة (-٣)

منهاجي  ١٠) إذا كان ق(س) = جاه(س) ، هـ(١) = $\frac{\pi}{3}$ ، هـ'(١) = ٠ ، هـ''(١) = ٤ ، فجد ق'(١) علمًا بأن ق ، ق قابلان للاشتقاق .

منهاجي 

الحل

٢

منهاجي  ١١) إذا كان ق(س) = س^٣ + ٢س ، هـ(س) = ٣س^٢ ، فجد كلاً مما يأتي :

أ) (ق'٥ هـ') (٢) ب) (ق'٥ هـ') (٢)

منهاجي 

الحل

ب) ١٢٩٦

أ) ٨٦٤

(١٢) إذا كان ل (س) = ق (هـ س)، وكان هـ (١) = ٤ ، ل (١) = ٢ ، ق (٤) = -٥ ، فجد هـ (١)

الحل
 $\frac{2-}{5}$
منهاجي

(١٣) إذا كان ص = س هـ (س)، وكان هـ (١-١) = ٦ ، هـ (١-١) = ٢ ، فجد $\frac{ص}{س}$ عند س = -١

الحل
٤
منهاجي

(١٤) إذا كان جا ص = ظا س ، فأثبت أن : ظاص = $\frac{ص}{٢ قاص + (ص)^2}$ اشتق ضمناً مرتين ثم أجر العمليات المناسبة.

منهاجي

(١٥) إذا كان ق (١-٣س) = $\frac{١}{س^2} - \frac{٢}{س}$ ، س ≠ ٠ ، فأثبت أن ق (٥) = $\frac{١}{١٢}$ اشتق الطرفين باستخدام قاعدة السلسلة وقواعد الاشتقاق ثم عوض.

منهاجي

(١٦) إذا كان جتا ص - س ص = ٢س ، فأثبت أن :
ص (س + جا ص) + ص (٢ + ص جتا ص) = ٠ اشتق ضمناً مرتين ثم أجر العمليات المناسبة.

منهاجي

(١٧) إذا كانت ص = أ جاس - ب جتاس ، أ ، ب ثابتان، فأثبت أن : (ص)² + ص² = أ² + ب²
جد ص ثم جد مربع كل من ص، ص ثم عوض.

منهاجي

١٨) إذا كان $v = 3$ ق (٢ س - ٢ س)، ق (٦) = ٤، ق (٦) = ٨، فجد $\frac{v}{s}$ عند $s = 2$.

الحل

منهاجي

استخدم قاعدة السلسلة والاشتقاق الضمني . الإجابة ٣-

١٩) إذا كان ق (س) = $s^3 - 2s^2$ ، هـ (س) = $3s^2 + s$ ، فجد كلاً مما يأتي:

أ) (ق هـ) (١) ب) (ق هـ) (١)

الحل

منهاجي

أ) (١٥٤) ب) (٤٢٦)

٢٠) اعتماداً على الشكل (٢-٤) الذي يمثل منحنى الاقتران ق في الفترة $[-3, 3]$ ، جد كلاً مما يأتي:

أ) قيم س حيث $3 - s > 3 > s$ التي يكون عندها الاقتران ق غير متصل.

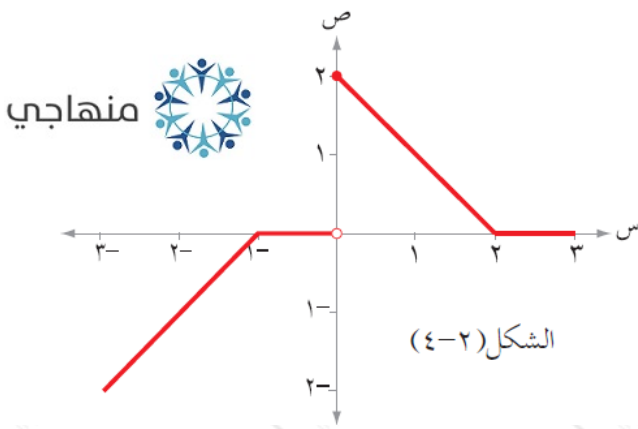
ب) قيم س حيث $3 - s > 3 > s$ التي يكون عندها الاقتران ق غير قابل للاشتقاق.

الحل

منهاجي


أ) $s = 0$

ب) $s = -1, 0, 2$




(٢١) يتكون هذا السؤال من (٨) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، ويلي كل فقرة أربعة بدائل واحد فقط منها صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:


(١) إذا كان منحنى الاقتران ق يمر بالنقطة (٢، ٣)، وكان المماس المرسوم لمنحنى ق عندهذه النقطة يصنع زاوية قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، فإن:

منهاجي  نها $\frac{ق(س) - ٣}{٣ - ٦س}$ تساوي:

أ (١) ب) $\frac{١}{٣}$ ج) $-\frac{١}{٣}$ د) $٣ -$ ✓

منهاجي  نها $\frac{١ - ٢س}{\frac{\pi}{٤} - س}$ تساوي:

أ (١) ب) صفر ✓ ج) $\frac{١}{٢}$ د) ٢


منهاجي  نها $\frac{١}{٢} - \frac{١}{٣} (٢ + هـ)$ تساوي:

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١ -}{٢}$ ج) $\frac{٣ -}{٢}$ د) $\frac{٣ -}{٢}$ ✓

(٤) إذا كان ق (٢) = ٦، فإن نها $\frac{ق(٢) - (٢ + ٣هـ) - ق(٢)}{٦ - هـ}$ تساوي:

أ) $١٨ -$ ✓ ب) ١٨ ج) $٦ -$ د) $٢ -$

(٥) إذا كان معدّل التغير في الاقتران ق(س) في الفترة [٢، م] يساوي


منهاجي  $\frac{٤ - ٢م}{٢ + م}$ فإن ق (٢) تساوي:

أ) ٢ ب) صفر ج) $٤ -$ ✓ د) ٤

(٦) إذا كان مقدار التغير في الاقتران ق(س) عندما تتغير س من س إلى س + هـ يساوي

$س^٢هـ + س هـ^٢ + \frac{١}{٣} هـ^٣$ ، فإن ق (٣) تساوي:

أ) ٩ ✓ ب) ٩ - ج) صفر د) $٣ -$

منهاجي  إذا كان ق(س) = $|٢س - ٤|$ فإن ق (٢):

أ) ٢ ب) $٢ -$ ج) صفر د) غير موجودة ✓

(٨) إذا كان ق(٤) = ٥، ق(٤) = ١، ق(٤) = ٢، فإن $\frac{ق}{ق}$ (٤) تساوي:

أ) ١١ ب) $٩ -$ ✓ ج) $٦ -$ د) ٦