# إجابات تمارين ومسائل الدرس

## نظريات النهايات - إجابات دليل المعلم

١) إذا كان ق(س) = س$^{٢}$ − س − ٦ ، ل(س) = س$^{٢}$ − ٢ س − ٣ ، فجد كلًّا مما يأتي:

أ ) $\lim_{س \to ١} (ق(س) + ل(س))$

ب) $\lim_{س \to ١} ق(س) \times ل(س)$

جـ) $\lim_{س \to ١} \frac{ل(س)}{ق(س)}$

د ) $\lim_{س \to ٢} (ل(س))^{٤}$

هـ) $\lim_{س \to ٢} \sqrt[٣]{١ - ل(س)}$

و ) $\lim_{س \to -١} \frac{ل(س)}{ق(س)}$

الحل

| أ | ب | جـ | د | هـ | و |
|---|---|---|---|---|---|
| −١٠ | ٢٤ | $\frac{٢}{٣}$ | ٨١ | $\sqrt[٣]{٤}$ | صفر |

---

٢)إذا كانت $\lim_{س \to ٢}$ ٢ ع(س) = ١٠ ، $\lim_{س \to ٢}$ ٣ل(س) + ١ = ٧ ، فجد كلًّا مما يأتي:

أ ) $\lim_{س \to ٢} (٢ ع(س) + ل(س))$

ب) $\lim_{س \to ٢} (ع^{٣}(س) - ل^{٢}(س))$

جـ) $\lim_{س \to ٢} \sqrt{\frac{ل(س)}{ع(س)}}$

د ) $\lim_{س \to ٢} (ع^{٢}(س) - ل^{٢}(س))$

الحل

| أ | ب | جـ | د |
|---|---|---|---|
| ١٢ | ١٢١ | $\frac{\sqrt{٢}}{٥}$ | ٢١ |

---

٣) جد كلًّا مما يأتي:

أ ) $\lim_{س \to ٥^+} |س^٢ - ٢٥|$

ب) $\lim_{س \to ٥^-} |س^٢ - ٢٥|$

جـ) $\lim_{س \to ٢^-} |س - ٢|$

د ) $\lim_{س \to ٨} |س^٢ - ٦٤|$

هـ ) $\lim_{س \to ٤^-} [س - ٢]$

و ) $\lim_{س \to ١} (س [س] + |س|)$

ز ) $\lim_{س \to ٥^-} \sqrt{٥ - س}$

ح) $\lim_{س \to ١} \sqrt{١ - س^٢}$

ط ) $\lim_{س \to -٢} \sqrt{س^٢ + ٤س + ٤}$

الحل

| أ | ب | جـ | د | هـ | و | ز | ح | ط |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| صفر | صفر | صفر | صفر | غير موجودة | غير موجودة | صفر | غير موجودة | صفر |

---

٤) جد قيم جـ التي تجعل $\lim_{س \to جـ} \sqrt{٦ - س}$ غير موجودة.

الحل

قيم جـ $\in [٦ ، \infty)$

---

٥) إذا كان ق(س)= [٠,٢س]، فجد قيم جـ التي تجعل $\lim_{س \to جـ} [٠,٢س] = -١$

الحل

جـ $\in (-٥ ، ٠)$

---

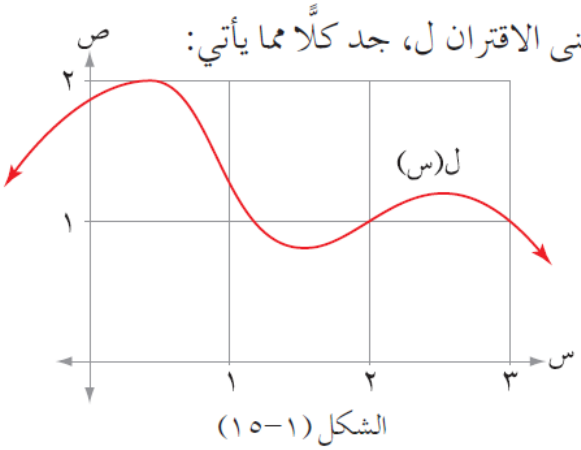
٦) إذا كان ق(س) $= \begin{cases} س^٢ - ٤أ & ، \quad س \leq ٣ \\ [٦ - س] & ، \quad س > ٣ \end{cases}$

وكانت $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) موجودة ، فجد قيمة الثابت أ.

الحل

بما أنَّ النهاية موجودة إذن ٩ − ٤أ = ٣ ومنه أ = $\frac{٣}{٢}$

٧) معتمدًا الشكل (١-١٥) الذي يمثل منحنى الاقتران ل، جد كلًّا مما يأتي:



الشكل (١-١٥)

أ ) $\lim_{س \to ٢}$ ل(٣ س - ٣)

(إرشاد: افرض ص = ٣س - ٣)

ب) $\lim_{س \to ٢}$ (س + ل (س))

منهاجي

**الحل**

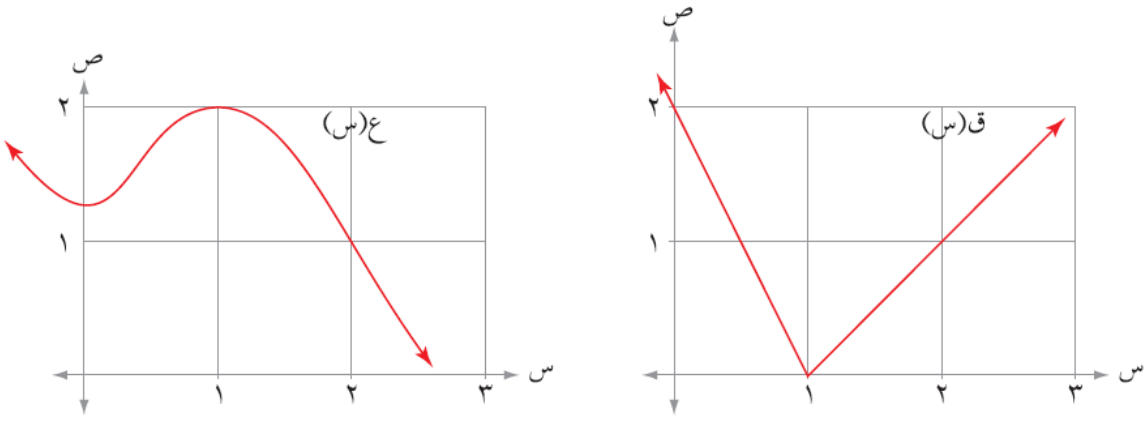
أ ) بفرض ص = ٣س-٣ ، عندما تقترب س من العدد ٢ تقترب ص من العدد ٣

ومنه $\lim_{ص \to ٣}$ ل(ص)= ١

منهاجي

ب) بتوزيع النهاية ينتج أن $\lim_{س \to ٢}$ ( س + ل(س)) = ٢+١ = ٣

٨) معتمدًا الشكل (١-١٦)، الذي يمثل منحنيي الاقترانين ق، ع ،جد كلًّا مما يأتي:




الشكل (١-١٦)

أ ) نهـــا $\lim_{س \to ١} (ق(س) + ع(س))$

ب) نهـــا $\lim_{س \to ٢} (ق(س) \times ع(س))$

جـ) نهـــا $\lim_{س \to ١} (٢ ق(س-١) + ع(س))$

منهاجي

**الحل**

أ ) بما أنَّ الاقترانين متصلان؛ إذًا يمكن توزيع النهاية، ومنه نهـــا $\lim_{س \to ١}$ (ق+ع)= ٢

ب) نهـــا $\lim_{س \to ٢}$ ( ق×ع) = ١

جـ) نهـــا $\lim_{س \to ١} (٢ ق(س-١) + ع(س)) = ٦$ ( افرض ص= س - ١)

---

٩) إذا كان ق كثير حدود يمر بالنقطة (-٣ ، ٤ )، وكانت نهـــا $\lim_{س \to -٣} (س - ل(س)) = -١٠$

فجد نهـــا $\lim_{س \to -٣} (ق^{٢}(س) - ٢ ل(س))$

منهاجي

**الحل**

بتوزيع النهاية ينتج أنَّ: نهـــا $\lim_{س \to -٣}$ ل(س)=٧

ومنه نهـــا $\lim_{س \to -٣}$ ( ق٢ (س) -٢ل(س)) = ١٦-١٤ = ٢

---

١٠) إذا كان ع كثير حدود باقي قسمته على (س−٢) يساوي٥ ، فجد نهـــــا (٣ ع(س) + ٤ س٢ )
س← ٢

الحل

ع(٢)= ٥ (نظرية الباقي)

نهـــــا (٣ ع(س) + ٤س٢ ) = ٣×٥ + ١٦ = ٣١
س←٢